

창의적 융합교육을 위한 무게중심 프로그램 개발과 적용사례 연구

김 수 금* · 유 시 규** · 김 선 배***

본 연구에서 제시하는 무게중심 확인실험 프로그램개발은 2013년 ‘동국대학교 과학영재교육원’에서 융합형 영재프로그램으로 개발되어 초등 영재학생 10개 집단 120명과 중등 수학영재학생 24명을 대상으로 진행되었다. 무게중심 확인실험은 한국 과학창의재단에서 제시하는 융합형인재교육(STEAM) 학습준거 틀에서 수행된 3단계 과정을 이행하여 창의적 융합교육의 효과를 극대화하였다. 본 연구가 갖는 3가지 특징은 다음과 같다. 첫째, 연구에서 새롭게 개발된 무게중심 확인실험은 수학과 물리가 융합된 교육방식이다. 둘째, 실험에 사용되는 모형은 학생들의 능동적 활동으로 창의적인 모형 설계가 가능하다. 셋째, 무게중심 확인실험 프로그램은 학습 능력에 따라 수준별 수업으로서 전환이 가능하다. 위에서 제시한 특성들을 바탕으로 무게중심 확인실험을 통하여 창의적 융합교육의 효과를 극대화시킨다. 설문조사 결과는 주어진 지식을 단순 암기하는 학습에서 벗어나 실험에 필요한 배경지식 이해, 실험 설계, 실험 과정, 실험 결과의 단계를 거쳐 학습된다. 설문조사와 학생들의 실험 후 토의 결과, 현재 수학 또는 과학 교육과정이 제시하는 무게중심 학습과 비교하여, 새롭게 개발된 융합형 프로그램이 교육의 효과가 뛰어난 것을 보여 준다. 본 연구는 수학을 다른 교과영역과 융합되는 새로운 융합형 교육방식을 제시한다. 특히 무게중심을 찾고 이를 확인하는 새로운 형태를 제시한다. 결론적으로 교수자와 학습자가 모두 만족할 수 있는 새로운 무게중심 교육의 틀을 제시한다.

1. 서 론

우리나라 만 15세 학생들의 수학 실력은 OECD 34개국 가운데서 1위를 차지한다(이경호, 2013). 한국의 높은 교육열을 대변이라도 하듯 국제적으로도 높은 학업 성취도를 보였다. 하지만 순위를 성취도의 지표로서 단편적으로만 볼 것이 아니라 이의 결과와 대조적으로 나타나는 학습 동기와 수학에 대한 흥미도가 34개국의 평균보다 낮은 결과에도 주목해야 한다. 세계 유수한 국가들의 학생들보다 성취도가 훨씬 높은 우리나라

학생들은 수학을 입시를 위한 도구로써 흥미나 동기와는 상관없는 공부를 하고 있다. 더욱이 수학 공부를 하며 받는 스트레스 지수는 OECD의 평균을 넘어 상위권에 기록되었다(이경호, 2013). 위 통계를 통하여 현재우리나라 학생들의 교육과정과 학습방법에 문제가 있음을 알 수 있다. 앞으로 미래 인재의 개발을 위해 융합교육이 꼭 필요한 과정임을 알 수 있다. 현재 교육의 주안점은 학생 스스로 이론과 원리를 바탕으로 한 탐구를 통해 지식을 습득하는 목적으로 지도하는 데 있기보다는, 탐구의 과정을 생략한 채 간단히 수학적 또는 과학적 증명을 통한 주입을

* 동국대학교 대학원, goldbada7@naver.com

** 동국대학교, skryu@dongguk.edu

*** 동국대학교 자연과학연구원, sunbae3@hanmail.net

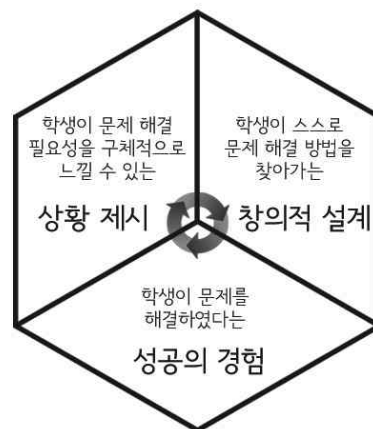
목적으로, 짧은 시간 내에 많은 문제를 효과적으로 풀어내는 데 집중하고 있다. 이러한 교육 방법으로는 실험을 통한 사고력 증진이나 학생들의 흥미를 기대하기는 힘들다.

본 연구에서는 위와 같은 문제를 해결하고자 ‘창의적 융합교육 모델’을 제시한다. 한국 교육 과정에서 일컫는 ‘융합교육’은 영어로 STEAM system이라고도 하며, 여기서 STEAM은 Science(과학), Technology(기술), Engineering(공학), Arts(예술), Mathematics(수학)의 줄임말이다. 융합교육(STEAM system)은 이 모든 분야를 기반으로 예술적 감성을 유도하고, 미래사회 핵심 역량인 창의 인성 계발을 위한 교육 프로그램을 가리킨다(한국과학창의재단, 2013). 이전에 미국에서는 효과적인 교육을 위한 방안으로 STEM model이 제시되었다. 미국에서 제시된 교육지도 모형은 융합 교육(STEAM system)에서 Art가 융합되기 전의 모형으로 과학, 기술, 공학, 수학이 융합하여 시시각각으로 변동하는 현실에 빠르게 적응하며, 문제해결을 위해 습득한 지식을 응용, 적용할 수 있는 인재를 육성하는 데 목적을 둔다(Gerlach Jonathan, 2012). STEM model을 통한 교육은 비판적 사고력을 발달시키고, 과학지식을 기르며, 차세대 혁신을 가능하게 한다. 이 혁신은 새로운 상품을 개발하고 우리사회경제 체계를 유지하며, 혁신과 과학지식은 STEM; Science(과학), Technology(기술), Engineering(공학), Arts(예술), Mathematics(수학) 분야의 지식에 바탕을 두고 있다(EberleFrancis, 2010). 미국 교육과 같이 현재 국내 교수학습지도에서 나타나는 문제점의 해결책을 창의적 융합교육에서 찾는 이유는 교육의 목적이 지식전달에 있는 것이 아니라 지식의 적용, 응용, 그리고 창조이기 때문이다. 본 연구는 창의적 융합교육이 학생들의 적용능력과 응용력 신장에 미치는 영향과, 창조적인 인재육성에 기여하는지를 제시한다.

창의적 융합교육의 효과는 한국과학창의재단이 제시한 융합인재교육(STEAM) 학습 준거(틀) [그림 I-1]에 근거한다. 이 학습 준거(틀)에 따르면 융합인재교육(STEAM)은 상황제시, 창의적 설계, 성공의 경험의 세 가지 단계를 통하여 과학기술 분야에 대한 흥미 및 동기 부여를 제시할 수 있다.(한국과학창의재단, 2011). 본 연구에서는 융합인재교육 학습 준거(틀)의 각 과정의 특성을 살린, 창의적 융합 교육방식 효과를 제시하기 위한 연구 주제로 무게중심 확인실험을 논한다.

융합인재교육(STEAM) 학습 준거(틀)

흥미, 동기, 성공의 기쁨 등을 통해 새로운 문제에 도전하고자 하는 열정이 생기게 하는 감성적 체험



과학기술 분야에 대한 흥미, 동기 부여

[그림 I-1] 융합인재교육 학습 준거(틀)
(한국과학창의재단, 2011)

현재 무게중심에 관련한 배경지식은 초등학교와 중학교에 나누어 교육되고 있다. 초등학교 4학년, 중학교 2·3학년 과학과 초등학교 4·5학년, 중학교 2학년 수학에서 다루어지고 있다. 수학에서는 삼각형의 무게중심을 중선의 교점으로 정의하여 수식을 통해 증명하고, 과학에서는 도구와 일의 원리를 설명하기 위해 지렛대의 원리를

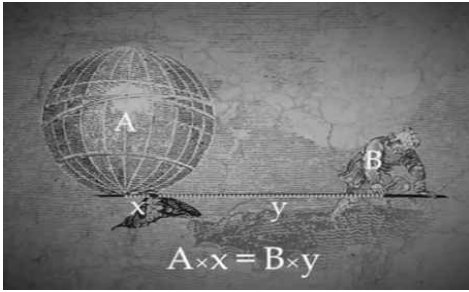
설명하고 있지만 이를 무게중심과 연관 지어 설명하지는 않는다. 이는 본 연구에서 다루어질 융합된 형태의 무게중심 확인실험의 동기가 된다. 좀 더 자세한 교과내용은 본 논문 ‘II. 연구 문제, 2. 현 무게중심 교육과정’에서 교육과정과 출판사 별로 설명을 기재하였다.

과학과 수학을 융합한 무게중심 확인실험에서, ‘실험’방식은 창의적 융합교육을 효과적으로 실현시킬 수 있는 교육방식이다. 실험의 목적은 창의적 사고력의 증진을 목표로 한다. 더욱이 실험은 배경지식 이해, 실험 설계, 실험 과정, 실험 결과확인 등 실험의 단계적 학습을 통해 원리 도출 과정을 학생 스스로가 관찰 가능하게 함으로써 쉽게 지식을 습득하도록 도와준다. 이러한 장점 때문에 교사들의 입장에서도 복잡한 원리를 지도하기 쉬운 긍정적인 효과와 학년에 따라 수준별 수업이 가능해진다.

무게중심 확인실험은 초등 과학의 수평의 개념과, 중등 과학의 도구와 일의 원리에 대한 내용을 바탕으로 한다. 다각형의 모형물을 제작하여 모형물의 무게중심의 역할을 알아본다. 이를 초등 과학의 질량 개념과 초등 수학의 넓이, 비와 비율 개념, 중등 수학의 작도, 좌표계를 이용한 방법으로 무게중심을 확인한다. 과학에서의 무게중심과 수학에서의 무게중심의 개념을 하나의 개념으로 융합시키는 데 목표를 둔다. 이는 다양한 모양의 모형물의 무게중심을 실험 과정을 통해 직접 확인하여 보고, 정확한 무게중심을 재확인하기 위해 수학 공식을 사용한다. 이는 과학과 수학의 융합된 형태의 문제 해결 학습 과정이다. 또한 다양한 모양의 물체들이 결합되었을 때 무게중심을 확인하기 위한 응용문제를 제시함으로써 창의적 융합교육으로 발전시켰다. 실험 전 무게중심 관련 배경 지식을 교육하는 데 있어서 현 초중등 교육과정을 고려하여 총 3가지 방법으로 지도하였다. 아래 <표 I-1>에 제시

된 세 가지 지도 방법을 통해 배운 무게중심 관련 배경 지식을 통해 학생 스스로가 창의적으로 도형을 조합한 후에도, 복잡한 물체의 무게중심을 구할 수 있게 해준다.

<표 I-1> 상황제시단계의 무게중심 배경 지식 전달 지도 방법

교육방법
지렛대의 원리를 통한 지식전달
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 실험을 통한 평형상태를 확인한다. ◆ 아르키메데스의 지렛대의 원리 동영상을 시청한다. (수학의 원리 마테마티카)

[그림 I-2] 아르키메데스 지렛대 원리
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 시소의 원리를 통해 평형 상태를 이해하고 이때 작용하는 돌림 힘의 개념을 설명한다.
좌표계의 원리를 통한 지식전달
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 좌표계의 좌표와 좌표성분을 설명한다. ◆ 중등교육과정에서 무게중심을 확인할 때는 도형의 성질을 이용하나, 고등교육과정에서는 도형의 무게중심을 좌표계 내에서 설명가능하다.
작도법을 이용한 지식전달
<ul style="list-style-type: none"> ◆ 작도법이란 자와 컴퍼스만을 사용하여 주어진 조건에서 도형을 그리는 방법이다. ◆ 여러 물체를 합친 복잡한 모형의 무게중심을 구할 때, 이를 이루고 있는 각 물체의 무게중심을 구할 때 작도법을 이용한다. ◆ 초등교육과정에서는 작도법을 사용해 도형을 작도하는 것이 선행되지 않았으므로 모눈종이에 컴퍼스와 자를 이용하여 정사각형, 직사각형, 정삼각형과 원을 그릴 수 있음을 제

시하고 위에 제시된 도형은 모두 선대칭이 2개 이상 나오는 도형이므로 무게중심 확인 실험이 가능해짐을 밝힌다.

- ◆ 중등교육과정에서는 위의 초등교육과정에서 제시한 4개의 도형 이외에 복잡한 도형에서도 작도법을 사용 가능하다.

넓이 비를 이용한 지식전달

- ◆ 다각형의 넓이를 계산한다.
- ◆ 밀도가 같은 물체를 합친 복잡한 물체의 무게중심을 넓이 비를 이용하여 확인한다.

질량비를 이용한 지식전달

- ◆ 질량의 개념을 이해한다.
- ◆ 밀도가 다른 물체를 합친 복잡한 물체의 무게중심을 질량비를 이용하여 확인한다.
- ◆ 질량비에 따른 무게중심을 이해한다.



[그림 I-3] 질량비를 이용한 무게중심 확인실험 중 질량계기

현재 수학교육과정 내, 수식을 통한 방법으로 무게중심의 개념을 지도하는 것에서 더 나아가, 실험 과정을 통해 직접 도형을 조합하고 무게중심을 확인하는 능동적인 활동이 가능하다. 이를 통해 무게중심의 원리와 개념을 좀 더 쉽게 이해하고, 학습하는 데 지루함을 느끼지 않고 흥미를 가질 수 있다. 또한 지식전달 과정에서 지렛대의 원리(시소의 원리)를 통해 돌림 힘의 개념을 학습함으로써 응용력을 기를 수 있으며, 무게중심을 실생활에 적용하여 창의적으로 활용할 수 있는 능력을 기르는 데 최종 목적을 둔다.

II. 연구 문제

1. 선행연구

무게중심 확인실험과 관련한 선행 연구들의 결과는 본 연구의 필요성과 중요성을 강조한다. 박달원(2006)의 ‘영재학생들을 위한 삼각형의 무게중심 지도방법’ 연구에서는 대부분이 교사와 학생들이 실험단계를 거치지 않고 수학적 정의와 물리적인 성질의 관계에서 오 개념을 가지고 학습한다고 했다. 또한 무게중심을 확인하기 위한 방법으로 무게중심의 물리적 성질이 아닌, 아르키메데스의 질량 중심의 성질을 바탕으로 한 다각형 무게중심의 정의를 이용한다. 적분과 내분점에 의해 무게중심 위치를 찾을 수 있는 방법을 설명한 후, 이를 일반화하는 과정을 연구하였다.

또 다른 선행연구인 윤정민(2010) ‘수학영재프로그램 개발을 위한 블록 다각형의 무게중심 연구’에서는 현 교육과정에서 면으로서의 삼각형에 대한 무게중심을 다루고 있으나, 종이로 만든 삼각형을 실험한다는 언급 외에 면으로서의 삼각형에 대한 구체적인 언급이 없다는 점을 문제점으로 제기한다. 실제로 일반적인 다각형에서 점·선·면으로서의 다각형의 무게중심은 일치하지 않기 때문에, 이것을 구별하여 가르쳐야 할 필요가 있는데 교과서와 선행연구, 연구자가 실시한 설문 결과, 점·선·면으로서의 무게중심을 구별하지 않고 혼용하여 사용하고 있다. 이를 위해 삼각형의 무게중심을 블록다각형의 무게중심으로 일반화하는 것에 대한 연구를 진행하였다.

정진영(2010)은 무게중심의 본질을 파악하여 학생들이 그것을 일반화하거나 확장할 수 있는 능력을 갖게 하는 데 연구의 목적을 두었다. 무게중심의 본질적인 의미가 아닌 중선의 교점이라는 사고의 과도한 고착화와, 무게중심의 개념

을 삼각형에서 다각형으로 확장할 때 발생하는 오류 또한 이 논문에서 무게중심 학습의 문제점으로 제시하였다.

무게중심을 주제로 한 선행 논문의 목적은 심화된 무게중심 확인방법으로 영재교육을 위한 교육에 초점을 두었다. 현 교육과정에서는 중선의 교점을 무게중심으로 정의하고 이를 이용하여 무게중심 작도를 지도한다. 이를 심화시켜 적분과 내분점을 이용하여 다각형의 무게중심을 작도하는 것이 선행논문에서 이루어졌다. 무게중심 영재교육은 무게중심의 물리적 개념과 수학적 개념을 융합하여 다각형의 무게중심 작도를 보여준다. 그러나 이러한 교육 방법은 영재 프로그램 개발에 중점을 둔 지도안으로써 이를 교과과정으로 일반화하는 과정에서는 무리가 된다. 본 연구에서는 선행논문에서 제시되지 않은 무게중심의 작도방법을 통해 복잡한 형태의 다각형에서도 무게중심 작도가 가능하며, 이를 실험을 통해 재확인할 수 있음을 제시한다. 또한 영재교육 프로그램뿐만 아니라 일반교육과정에도 적용할 수 있는 창의적 융합교육의 방법으로도 제시할 수 있다.

2. 현 무게중심 교육과정

무게중심 확인실험을 통한 창의적 융합교육을 일반 교육과정에도 적용할 수 있는 방법인지 확인하기 위해 현 수학·과학 초·중·고 교과과정 내 무게중심과 관련한 이론적 내용을 교육과정과 출판사 별로 살펴보았다.

<표 II-1 무게중심 관련한 교육과정>

교육과정	내용
초등수학	초등학교 5학년 교과과정 중 ‘도형의 대칭’ 단원에 점대칭과 선대칭의 개념을 설명하고 있다.

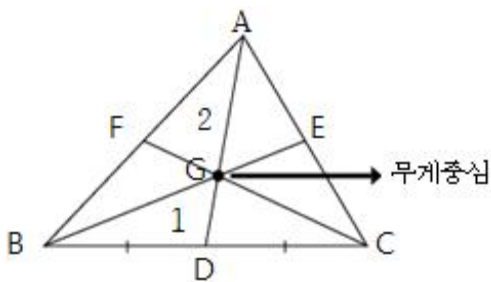
교육과정	내용
초등과학	초등과학 교과내용에서는 무게의 개념을 설명하며, 물체의 무게를 용수철·수평 저울을 사용하여 구하는 방법을 지도한다.
가) 출판사 (수학)	중선의 교점을 무게중심이라 정의하고 삼각형의 무게중심을 중선을 이용하여 작도하는 방법을 설명하였다.
나) 출판사 (수학)	삼각형의 세 중선이 만나는 교점을 무게중심이라 설명하였고 무게중심을 기준으로 세 부분의 넓이가 같아짐을 통해 증명하였다.
다) 출판사 (과학)	지레의 작용점, 받침점, 힘점은 설명하였으나 무게중심과 연관 지어 설명하지 않았다.
라) 출판사 (과학)	지렛대의 원리를 설명하고 있으나 일의 양과 연관 지어 설명하며 수학의 무게중심과 연관 지어 설명하고 있지는 않았다.
마) 출판사 (과학)	지레를 도구의 하나로써 일의 원리를 설명할 수 있는 근거로서만 설명하고 있다.
바) 출판사 (과학)	지레를 일의 원리를 설명할 수 있는 예시로서 사용하며 이와 무게중심이 어떤 관련이 있는지는 보여주지 않는다.
사) 출판사 (과학)	지레에서의 도구와 일의 원리라는 제목으로 지레를 사용하여 물체를 옮길 때의 힘에 관하여만 설명하고 있다.

3. 이론적 배경

가. 무게중심

무게중심의 개념은 크게 수학적 개념과 물리적 개념으로 나눌 수 있다. 사전적 의미에서 수학의 무게중심이란 어떤 도형의 각 부분에서 같은 질량을 가졌다고 가정할 때, 질량의 중심에 일치하는 점이다. 또는 삼각형에서는 세 개의 중

선이 교차하는 점으로 정의한다. 물리에서 무게 중심의 사전적 의미는 물체나 질점계에서 각 부분이나 각 질점에 작용하는 중력의 합력이 작용하는 점이고, 질량의 중심이다. 결론적으로는 같은 점을 의미하지만 학생들이 이를 도출해나가는 과정의 학습은 각 분야에 국한되어 지도된다. 이는 스스로 무게중심의 개념을 하나의 개념으로 이해하여 응용된 문제에서 창의적인 방법을 적용하여 해결할 수 있는가에 큰 영향을 끼친다.



정의 : 삼각형의 세 중선의 교점

성질 :

- (1) 무게중심은 중선을 2 : 1로 내분한다.
- (2) $\triangle AGF = \triangle AGE = \triangle BGF = \triangle BGD = \triangle CGD = \triangle CGE = 1/6 \triangle ABC$
- (3) $\triangle ABG = \triangle BCG = \triangle CAG = 1/3 \triangle ABC$

[그림 II-1] 무게중심

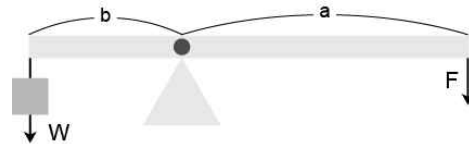
위와 같은 내용으로 현재 대부분의 초중등 수학 교과서에서 무게중심을 설명하고 있다. 국내 교육과정에서는 무게중심을 수학과 과학을 분리하여 학습한다. 증명을 통한 학습은 학생들에게 명확한 근거를 주어 혼돈을 불러일으키지 않고 모든 학생들이 동일한 방식으로 학습하여 이를 평가하는 것이 용이하다는 장점이 있지만, 이상적 교육의 목적인 응용력, 창의력을 갖춘 인재를 육성하는 것과는 거리가 멀다. 삼각형에 제한된 무게중심 증명은 사각형의 무게중심을 구할 때, 다각형으로 주어졌을 때, 또는 밀도·무게가 다른 입체도형이 주어졌을 때, 무게의 중심을 구할

때 한계를 갖는다. 과학·물리 과목에서도 역시 무게중심의 개념을 평형, 지렛대의 원리, 힘의 균형의 개념을 도입하여 설명하고 있으며, 대학 물리에서는 입자계의 무게중심을 구하기 위해 입자계의 운동을 무게중심의 운동으로 설명하여 수업이 이루어지고 있다. 그러나 무게 중심점을 구하는 과제에서도 미적분을 이용한 계산에 의하여 수업이 이루어지며, 이를 직접 확인해 보는 과정의 실험은 대학물리 실험에서도 이루어진 사례는 없었다. 본 연구에서 제시하는 무게중심 확인실험은 수학 교과영역이나 물리 교과영역의 융합된 형태로서 새로운 창의적 융합교육의 효과를 제시하고자 한다.

무게중심 확인실험을 통한 창의적 융합교육에서 제시하는 무게중심의 개념은 평면도형의 무게중심에서 벗어나 공간상의 물체는 무게중심 위에서 균형을 이루며, 그 위치를 무게중심이라 한다. 이는 직접 학생들이 실험을 통해 무게의 균형이 되는 점과, 수학적 계산을 통해 찾은 점이 무게중심으로 일치하는 것으로 재확인할 수 있다.

나. 지렛대의 원리

지레는 받침대와 긴 막대를 이용해 물체를 들어 올리는 데 쓰이는 도구로서 지레의 원리가 적용된다. 지레의 원리란 받침점과 힘점 사이의 거리 a, 받침점과 작용점 사이의 거리 b, 물체의 무게 W, 지레에 가해 주는 힘 F 사이에는 다음 관계가 성립함을 보여준다.



$$F \times a = W \times b$$

[그림 II-2] 지렛대의 원리

지레를 사용할 때 사용되는 힘(F)은 받침점에서 힘점까지의 거리가 받침점에서 작용점까지의 거리보다 멀수록 작아지며, 이때 움직인 거리는 받침점에서 힘점까지의 거리가 받침점에서 작용점까지의 거리보다 멀수록 길어진다. 이때 지렛대의 무게는 무시된다.

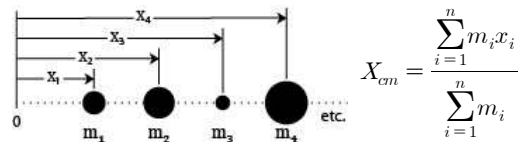
다. 질량중심

질량중심의 사전적 의미는 물체를 구성하는 질량을 가진 모든 입자들의 평균적인 위치이다. 크기가 있는 물체는 질량이 연속으로 분포되어 있어서 각각의 작은 질량요소에 중력이 작용한다. 이들 힘의 알짜효과는 무게중심이라 하는 한 점에 작용하는 단일 힘의 효과와 같다. 1)만일 중력이 위치에 무관하게 일정하다면, 무게중심은 질량 중심과 일치한다.

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad Y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad Z_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

[수식 II-1] 삼차원에서의 질량중심

질량중심의 개념을 삼차원에서 질량 m_i 의 입자로 이루어진 물체로 확장시켰을 때, n 개 입자의 질량중심의 x 좌표는 [그림 II-4]와 같이 정의될 수 있다.



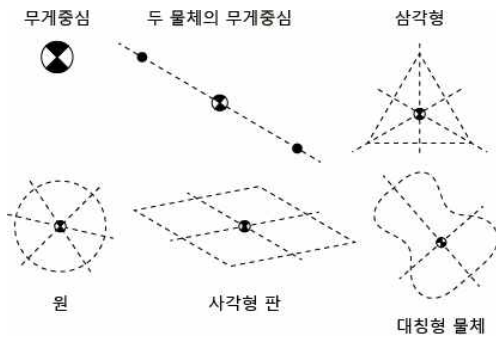
[그림 II-4] n개 입자의 질량중심

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 방법

현 교과과정에서 무게중심 내용은 작도와 수학적 증명으로 이루어지고 있다. 무게중심의 교과학습내용은 초등 교과과정에서 시작하여 중고등 교과과정을 거쳐 대학 교과과정에서도 이루어지고 있으나, 이 또한 작도와 증명을 위주로 이루어지고 있다. 이러한 교육 방법은 실질적으로 무게의 중심이라는 것을 직관적으로 확인하고 이해하기는 어렵다.

이러한 학습형태의 개선 방향으로 본 연구에서 제시한 방법은, 수학과 과학의 창의적 융합교육을 통해 작도와 계산과정이 일치함을 보여준다. 또한 학생들이 무게중심을 직경이 9/32, 7/32, 3/16, 3/32, 1/16(inch)의 균일한 금속막대 위에서



[그림 II-3] 다양한 물체의 무게중심

질량 중심은 삼차원에서 위치벡터로 나타낼 수 있다. 이 벡터의 성분은 다음과 같이 X_{cm} , Y_{cm} , Z_{cm} 로 정의된다.

1) 동일한 지점에서의 무게중심으로 이해할 때, 중력 가속도 g 가 동일하므로 무게중심과 질량중심은 동일한 결과 식으로 이해가 된다.

평형을 이루는 사실을 직접 실험을 통해 확인하여 수업의 효과를 극대화하였다. 또한 직경의 크기에 변화를 주는 것은, 수학적 계산의 정교함과 정확한 작도를 유도하여 학생들 사이의 선의의 경쟁과 흥미를 유발하고 학습의 성취도를 높였다.

무게중심이 물체 내에 있는 간단한 단일 물체의 무게중심을 작도와 계산으로 각각을 확인해 보는 과정을 학습한다. 이러한 확인 과정은 도형의 기본성질을 이용한 수학 수업의 연장선으로, 실험을 통해 확인함으로써 교과 수업의 흥미 유발과 수업효과를 높였다.

또한 형태와 밀도가 다른 다양한 물체 중에서 두 도형 이상의 조합으로 이루어진 여러 가지 물체를 합친 복잡한 모형 제작을 학생 스스로 하도록 유도한다. 복합적인 도형 제작에는 밀도가 같거나 다른 물체로 여러 가지 형태의 복합 물체를 제작하여, 도형의 무게중심을 학습자 스스로가 구하도록 한다. 이러한 수업 과정에서 학생들의 창의적 사고력 향상에 도움을 준다. 이후 더 복잡한 무게중심 수업 형태로 발전되어 대학 공학과정에 있어서 기본이 되는 프로그램으로 제시될 수 있다. 이러한 학습내용은 공학 중에서도 일반물리학실험·건축공학·기계공학, 심지어 설치조형물에 있어서도 기본이 되는 아주 중요한 학습의 형태이다.

무게중심은 반드시 그 물체 내에 존재하는 것은 아니므로 복잡한 물체의 무게중심이 물체 내의 빈 공간 또는 물체 밖에 있는 경우도 있을 수 있다. 이러한 물체를 학생 스스로 상상해 보고 이를 금속막대로 확인하는 방법도 제시한다. 무게의 중심이 물체 내의 빈 공간 또는 외부에 존재하는 경우, 금속막대 위에서 확인하는 방법을 창의적 융합교육을 통해 학생들에게 토론하게 함으로써 학생들의 융합형 사고향상에 도움을 준다.

주어진 물체가 다양한 직경의 균일한 금속막

대 위에 수평을 이루고 있는 것을 보여주고 이를 이해시키기 위한 또 하나의 교육과정이 필요하다. 그 내용은 현재 고등학교 과정의 물리 I과 대학 물리학에서 다루는 내용으로, 돌림 힘이 라는 개념의 도입이 필요하다. 그러나 이 개념은 이미 초등 교과과정에서 시소의 원리와 지렛대의 원리로 이루어졌다. 이러한 교과 내용을 바탕으로 하여 설명의 단계를 점차적으로 높인 결과, 본 연구에서 진행된 무게중심 확인실험을 이해하는 데 있어 문제없이 진행되었다.

정적평형을 설명함으로써 무게중심의 내용을 수학과 과학의 융합된 형태로 전환하였다. 직경이 일정하며 균일한 금속막대 위에서 정적평형을 이루고 있는 현상을 통해 물리적 설명을 도입한다. 또한 무게중심을 확인하기 위한 토론의 주제를 제시함으로써, 막연한 지식의 습득이 아닌 주어진 현상을 통한 새로운 통찰력과 사고력을 기를 수 있다. 따라서 창의적 융합교육으로 이루어진 무게중심 확인실험이 우수한 사례임을 영재교육수업을 통하여 확인할 수 있고, 학생들의 실험 후 토의 결과와 설문에 참여한 학생들의 통계 결과 창의적 융합교육 효과가 매우 우수함을 보여 준다.

본 연구의 연구과제와 이를 증명하기 위한 무게중심 실험과제를 요약해 보면 다음과 같다. 연구과제는 한국과학창의재단에서 제시하는 융합인재교육 학습 준거(틀)에 따라 상황제시, 창의적 설계, 성공의 경험으로 나뉘며, 무게중심의 실험과제는 유형A, 유형B, 유형C로 각기 다른 모양의 도형을 통해 상황제시를 한다.

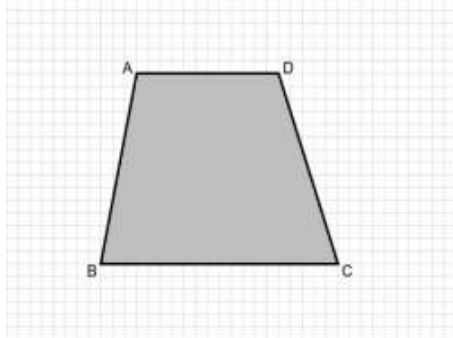
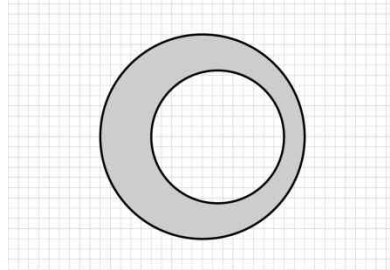
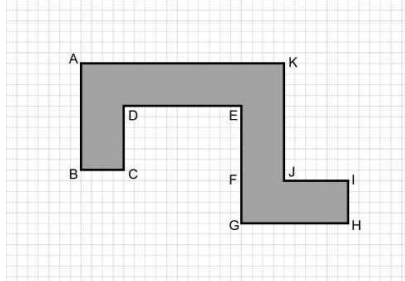
<표 III-1> 융합인재교육(STEAM) 학습 준거(틀)에 의거한 무게중심 확인실험 연구과제

단계	문제해결
1단계 상황	물체의 무게중심이 균일한 금속막대 위에 존재할 때 평형을 확인한다.

제시	<p>문제 해결의 필요성 알기:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 간단한 물체의 무게중심을 구하는 방법에는 어떠한 것이 있을까? - 복잡한 물체의 무게중심은 어디에 위치할까? - 복잡한 물체의 무게중심을 찾는 방법을 과학·수학을 융합한 형태의 다양한 방법으로 구할 수는 없을까?
2단계 창의적 설계	<p>물체의 무게중심을 구하기 위한 정확한 작도와 계산방법을 확인한다.</p> <p>구체적 문제해결방법 찾기:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 복잡하게 주어진 물체의 중심을 구하여 보자. - 무게중심이 물체 안에 있는 도형, 무게중심이 물체 내의 빈 공간에 있는 도형, 무게중심이 물체 밖에 있는 도형을 각각 생각하여 보자. - 물체의 무게중심이 물체 내의 빈 공간 또는 물체 밖에 있을 경우 이와 같은 도형의 무게중심을 확인할 수 있는 방법을 토론하여 보자.
3단계 성공의 경험	<p>지렛대 원리를 이용해 구한 무게중심 확인실험 결과와 좌표계를 이용해 구한 무게중심 확인실험 결과가 일치함을 확인한다.</p> <p>문제 해결하기:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 직경이 다양한 금속막대 위에서 무게중심을 확인하여 실험결과의 정확도를 비교한다. - 최종적으로 얻어진 실험결과를 가지고 실험 오차에 대해 토론하여 보자.

유형 A는 무게중심이 물체 내부에 있을 때 무게중심 작도를 요구하며, 유형 B는 무게중심이 물체 내의 빈 공간에 있을 때 무게중심 작도를 요구한다. 마지막으로 유형 C는 무게중심이 물체 밖에 있을 때 무게 중심을 찾는다. 각 유형에 대한 예시로 작도법을 사용해 무게중심 확인실험을 진행할 도형의 모양은 <표 III-3> 아래에 제시한 바와 같다.

<표 III-3> 무게중심 확인실험 실험과제

유형 A

유형 B

유형 C


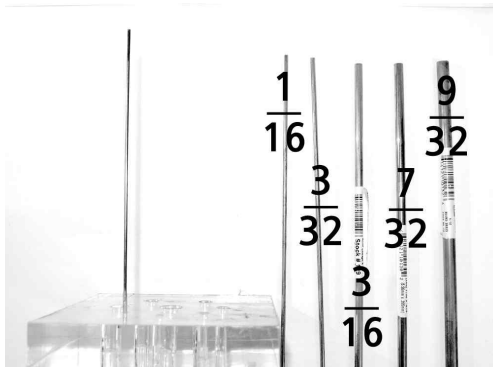
<표 III-2> 무게중심 확인실험 실험과제 유형

유형 A	무게중심이 물체 내부에 있을 때 무게중심 작도하기.
유형 B	무게중심이 물체 내의 빈 공간에 있을 때 무게중심 작도하기.
유형 C	무게중심이 물체 밖에 있을 때 무게중심 작도하기.

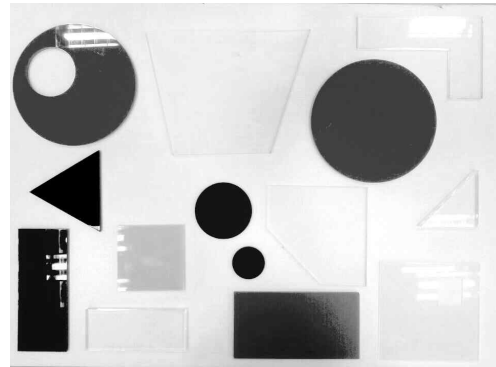
무게중심 확인실험 연구에서는 총 세 가지 종류의 무게중심 확인실험들에 관하여 논의한다.

2. 연구 절차

본 연구의 무게중심 확인실험은 간단한 물체의 무게중심을 구하고 이를 바탕으로 복잡한 물체의 무게중심을 구하는 과정을 거친다. 또한 물체의 빈 공간에 있는 물체의 무게중심과 물체 밖에 존재하는 무게중심을 확인하는 방법에 대하여 토론하면서 창의력과 응용력을 신장시킨다. 무게중심 확인실험에 필요한 준비물은 투명 아크릴판, 모눈종이, 컴퍼스, 펜, 직경이 각각 $9/32$, $7/32$, $3/16$, $3/32$, $1/16$ (inch)인 균일한 금속막대, 실험에 사용할 다양한 형태의 아크릴 판 등이 있다. 다양한 직경의 금속막대 위에서 무게중심을 확인하는 과정에 있어, 직경이 작은 금속막대 위에서 평형을 확인한 경우가 직경이 큰 금속막대 위에서 평형을 확인한 경우보다 정확한 무게중심을 구한 결과로 설명이 된다. 이러한 과정은 학습자로 하여금 선의 경쟁을 유도하여 학습 효과를 향상시킨다.



[그림 III-1] 무게중심을 확인할 다양한 직경(inch)의 금속막대 모형과 지지틀

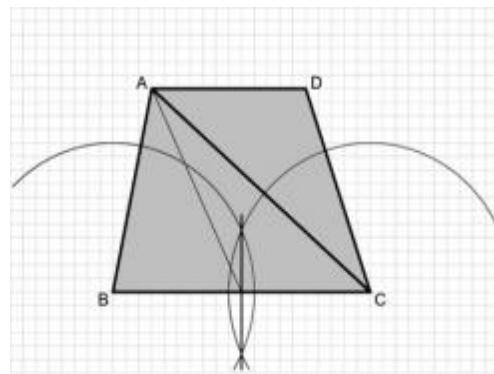


[그림 III-2] 밀도가 다른 다양한 도형의 아크릴 판 재료

가. 유형 A 방법 1

방법1의 사다리꼴은 두 개의 삼각형으로 나눈 뒤 각각의 무게중심을 구해 사다리꼴의 무게중심을 찾는 방법이다. 하나의 사다리꼴과 두 삼각형 각각의 무게중심은 ‘무게중심 배경 지식 지도 방법’ 작도법을 이용한 방법을 이용해 구한다.

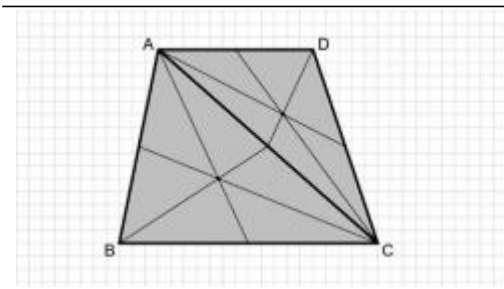
<표 III-4> 유형 A-방법 1



1) 사다리꼴 ABCD의 무게중심을 구하기 위하여 삼각형 ABC와 삼각형 ACD로 나눈다. 두 삼각형의 무게중심을 각각 구한 후에, 면적의 비를 이용하여 사다리꼴 ABCD의 무게중심을 구한다.

2) 꼭짓점 A와 대변 BC의 중점을 잇는 중선을 구하기 위하여 먼저 선분 BC의 수직이등분선을 작도한다. 꼭짓점 B, C를 중심으로 반지름의 길이가 같은 두 원을 그려 그 교점을 지나 는 직선을 긋는다.

3) 과정 2) 에서의 방법으로 작도한 선분 BC의 수직이등분선을 긋는다.

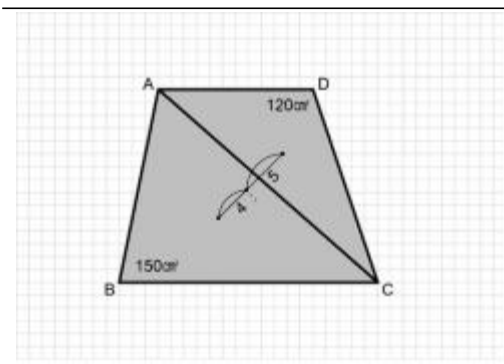


4) 꼭짓점 B, C에 대해서도 같은 방법으로 수직이등분선을 작도한다.

5) 삼각형 ABC의 모든 선분에 대하여 수직이 등분선을 구한다.

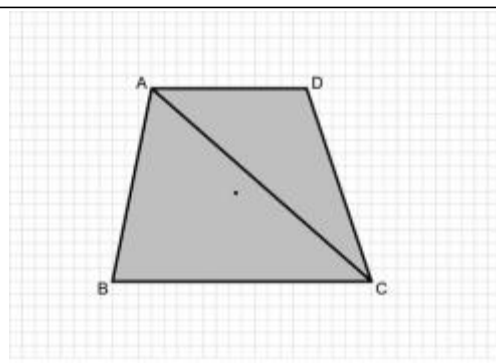
6) 각각의 꼭짓점과 대변의 중점을 이은 중선을 모두 연결해 준다. 이때, 세 중선의 교점을 찾을 수 있는데 이 교점이 삼각형 ABC의 무게 중심이다.

7) 삼각형 ACD에 대한 무게중심도 동일한 방법으로 작도한다.



8) 삼각형 ABC와 삼각형 ACD의 면적을 각각 구하였다. 면적의 비를 이용하여 무게중심을 구하기 때문에 각 도형의 정확한 면적을 구해야 한다.

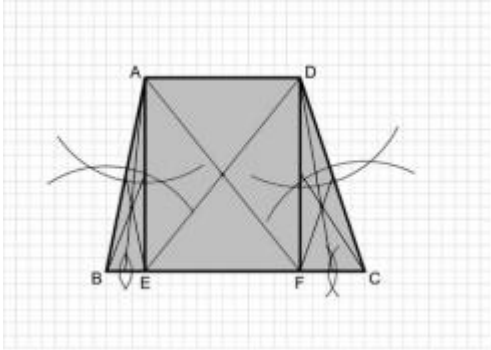
9) 삼각형 ABC와 삼각형 ACD의 무게중심을 연결하는 선분을 긋고, 선분을 두 삼각형의 면적 비를 이용하여 나눈다. 선분이 나뉜 점이 사다리꼴 ABCD의 무게중심이 된다.



10) 위 방법으로 구한 사다리꼴 ABC의 무게 중심이다.

나. 유형 A 방법 2

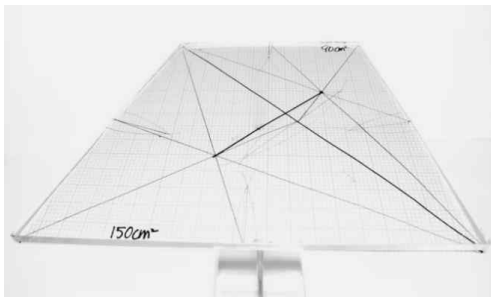
방법2는 사다리꼴을 두 개의 삼각형과 하나의 직각사각형으로 나눈 뒤 각각의 무게중심을 구해 사다리꼴의 무게중심을 찾는 방법이다. 하나의 도형에 대하여 무게중심을 구할 때, 도형을 등분하는 방법에 따라 무게중심이 달라지지 않는다는 것을 증명하기 위하여 방법1과는 다른 방법으로 사다리꼴 ABCD를 나눈다. 삼각형 ABE, 사각형 AEFD, 삼각형 DFC로 나누어 위와 같은 방법으로 무게중심을 찾아본다.



[그림 III-3] 유형 A-방법 2

유형 A-방법2의 무게중심을 찾기 위해서는 먼저 삼각형 ABE와 사각형 Aefd의 무게중심을 연결하여 두 도형의 면적 비를 이용하여 사다리꼴 ABFD의 무게중심을 찾는다. 그 다음에 사다리꼴 ABFD의 무게중심과 삼각형 DFC의 무게중심을 연결하여 두 도형의 면적 비를 이용하여 사다리꼴 ABCD의 무게중심을 찾을 수 있다.

[그림 III-4]은 모눈종이 위에 방법1을 사용하여 유형A의 무게중심을 작도한 후 금속막대와 무게중심을 일치시켜 평형을 확인한 모습이다.



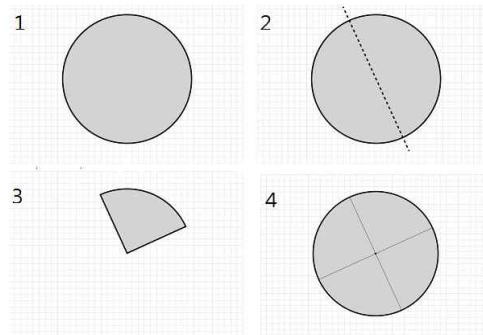
[그림 III-4] 유형 A-방법 1

유형A의 무게중심 작도 방법1과 방법2를 사용한 결과를 비교해보면 사다리꼴 ABCD의 무게중심을 구하기 위하여 두 방법 모두 면적의 비를 이용하여 구하였다. 각기 다른 방식으로 도형을 나누었지만 두 방법을 이용하여 구한 사다리꼴

ABCD의 무게중심이 동일함을 보여준다.

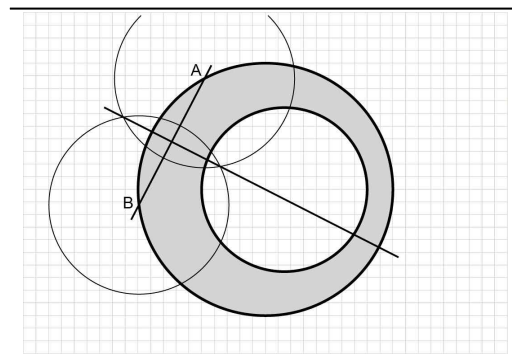
다. 유형 B

유형B의 원을 직접 작도하여 무게중심을 확인하는 방법은 초등 교육과정에서는 벗어나는 내용이므로 중등교육에 초점을 맞추어 무게중심 확인실험을 진행한다. 초등 교육과정에서 유형 B를 진행하기 위해서는 모눈종이 위에 원 모형의 아크릴 판을 올려 원을 그린 후 무게중심 확인 실험을 진행한다. 원은 초등 수학교육에서 “도형의 대칭”의 개념으로 설명되며, 원을 대칭되게 반원 모양으로 2번 접어, 이의 교점을 무게중심으로 구할 수 있다. 그 방법은 다음 [그림 III-5]와 같다.



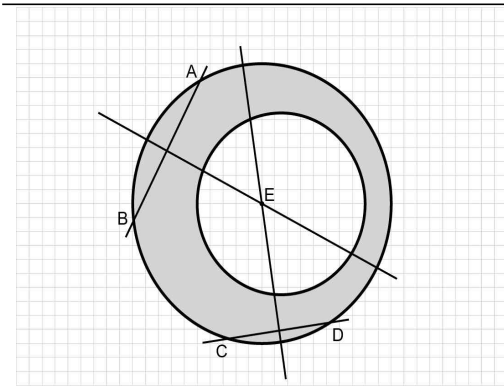
[그림 III-5] 도형의 대칭을 이용하여 원의 무게중심 찾기

<표 III-5> 유형 B



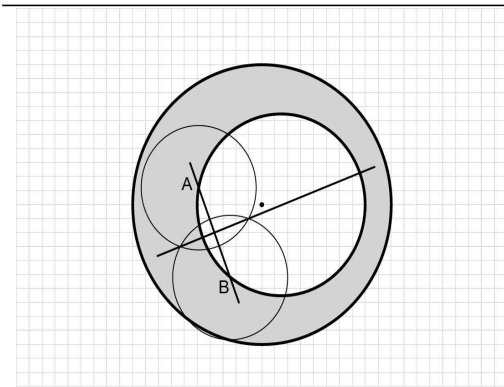
1) 원의 무게중심을 구하기 위해 임의의 현 AB 를 작도한다.

2) 현 AB 의 수직 이등분선을 구하기 위하여 각각의 점 A, B 를 중심으로 반지름의 길이가 같은 두 원을 작도한 후 두 원의 교점을 지나 는 직선을 작도한다.



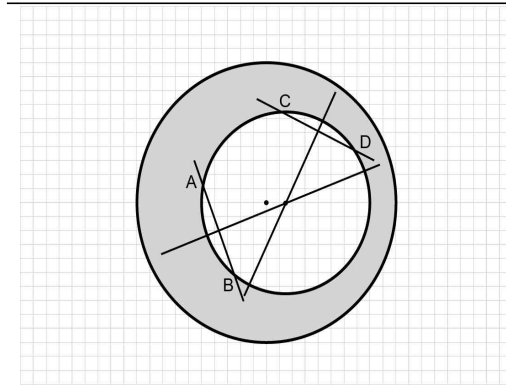
3) 임의의 현 CD 를 작도하여 위와 같은 방식으로 현 CD 에 대하여 수직이등분선을 작도한다.

4) 위의 과정을 통하여 얻은 두 현 AB, CD 의 수직이등분선의 교점 E 를 구하고, 이 교점은 큰 원의 무게중심이 된다.



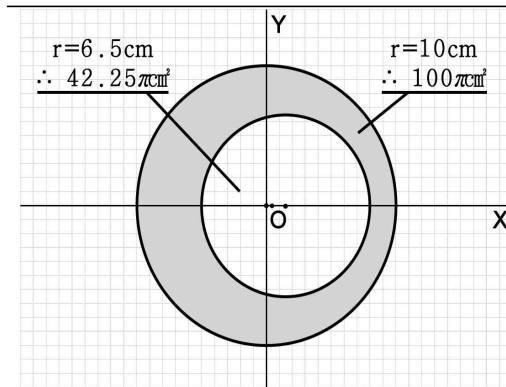
5) 작은 원의 무게중심을 구하기 위해 임의의 현 $A'B'$ 를 작도한 후, 현 $A'B'$ 의 수직 이등분선을 구하기 위하여 각각의 점 A', B' 를 중심으로 반지름의 길이가 같은 두 원을 작도한

다. 이를 통하여 얻어진 두 원의 교점을 지나 는 직선을 길게 작도한다.



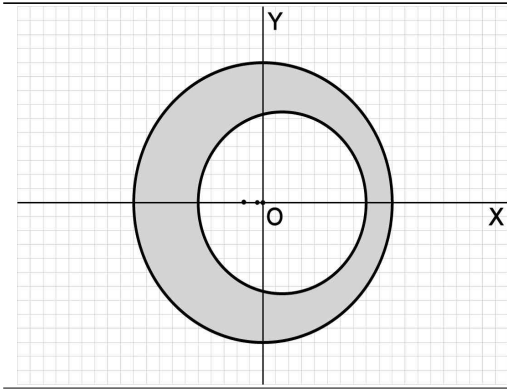
6) 임의의 현 $C'D'$ 를 작도하여 위와 같은 방식으로 현 $C'D'$ 에 대하여 수직이등분선을 작 도한다.

7) 다음 8), 9)를 통하여 얻은 두 현 $A'B', C'D'$ 의 수직이등분선의 교점을 구하고, 이 교점은 작은 원의 무게중심이 된다.



8) 두 원의 무게중심을 잇는 선분을 작도하고, 두 원의 면적을 구한다.

9) 여기서 주의할 점은 유형B의 원은 기존의 무게중심을 구하는 방법과는 다르게 표 아래에 설명된 [수식 III-1]을 이용하여 가운데 작은 원 만큼의 면적을 빼야 하는 것임을 인지해야 한다. 두 원의 무게중심을 잇는 선분을 각각 원 면적의 비로 나눈다. 이때 나누어진 점은 두 원의 무게중심이 된다.



10) 최종적으로 구해진 원의 무게중심이다.

$$\text{무게중심의 } x \text{좌표 } X_{cg} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \text{ 이고}$$

질량중심의 y 좌표는 상하대칭 구조이므로 질량중심점은 x 축 상에 놓이게 된다. 유형B는 무게중심이 큰 원의 내부에 위치하지만 빈 공간이기 때문에 계산된 무게중심을 실험을 통해 평형을 확인하기 위해서는 실험하는 학생들의 창의적인 사고가 요구된다.

본 연구에서 제안하는 유형 B의 무게중심 확인 방법은, 빈 공간이 없는 같은 크기의 밀도가 균일한 투명한 아크릴 판 위에서 확인할 수 있다. 빈 공간이 없는 동일한 크기이므로 무게중심의 이동에 영향을 주지 않으므로, 물체 내의 빈 공간에 있는 물체를 아크릴 판 위에 올려놓고, 빈 공간에 있는 무게중심과 투명한 아크릴 판 위의 무게중심을 금속막대 위에 일치시킨 후 무게중심을 확인하는 방법이다.

$$2) X_{cg} = \frac{[m_1 x_1 + m_1 (-x)_1] + [m_2 x_2 + m_2 (-x)_2] + \dots + [\rho \pi r^2 (\frac{R}{2}) + 0(-\frac{R}{2})] + \dots + [m_n x_n + m_n (-x)_n]}{\rho \pi (R^2 - r^2)}$$

여기서 색칠하여진 큰 원의 반지름을 R 이라 하고, 작은 원의 반지름을 r 이라 하자. 큰 원의 무게중심은 $(0,0)$ 이고 작은 원의 무게중심 좌표는 $(1.5,0)$ 이다. 큰 원과 작은 원의 무게중심 y 좌표는 상하 대칭을 이루므로 $y_1 = y_2$ 로 동일하다. 이때 무게중심의 좌표는 다음과 같으며 여기서 ρ 는 물체의 밀도를 의미한다. 무게중심의 좌표를 각각 구하여 보면 다음과 같다.

$$2) X_{cg} = \frac{(x)(\rho \times 0) + (-x)(\rho \times \pi r^2)}{(\rho \times \pi R^2) - (\rho \times \pi r^2)},$$

$$Y_{cg} = \frac{(y)(\rho \times 0) + (-y)(\rho \times 0)}{(\rho \times \pi R^2) - (\rho \times \pi r^2)}.$$

[수식 III-1]원의 무게중심

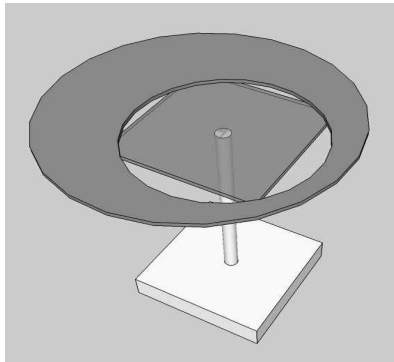
결과적으로 X 축 선상에 존재하므로 무게중심의 Y_{cg} 좌표는 구하지 않아도 되고 X_{cg} 좌표는 다음과 같이 정리된다.

위의 [수식 III-1]를 이용하여 유형 B를 계산한 결과는 다음과 같다.

$$X_{cg} = \frac{(1.5)(\rho \times 0) + (-1.5)(\rho \times \pi 6.5^2)}{(\rho \times \pi 10^2) - (\rho \times \pi 1.5^2)} = \frac{-1.5(6.5^2)}{(10^2 - 6.5^2)} \approx -1.1$$

[수식 III-2] 유형 B 계산 결과

유형B는 무게중심이 큰 원의 내부에 위치하지만 빈 공간이기 때문에 계산된 무게중심을 실험을 통해 평형을 확인하기 위해서는 학생들의 창의적인 사고가 요구된다. 본 연구에서 제안하는 유형 B의 무게중심 확인 방법은 유형 B의 빈 공간 상 무게중심과 무게중심을 확인할 수 있는 다른 도형의 무게중심을 일치시켜 확인한다.

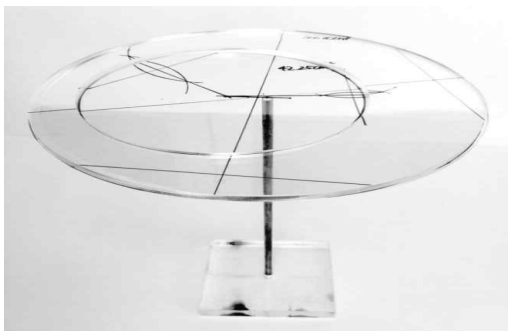


[그림 III-6] 빈 공간에 무게중심이 위치할 때 확인방법

[그림 III-6]은 유형 B에서 제안하는 무게중심 확인방법을 응용한 방법을 보여준다. 밀도와 모양이 다른 두 물체의 무게중심을 금속막대 위에 일치시켰을 때 역시 무게중심을 확인할 수 있다.



[그림 III-7] 유형 B 무게중심 확인실험 활동 모습

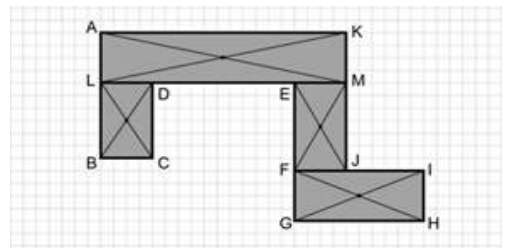


[그림 III-8] 유형 B 실험2

다. 유형 C

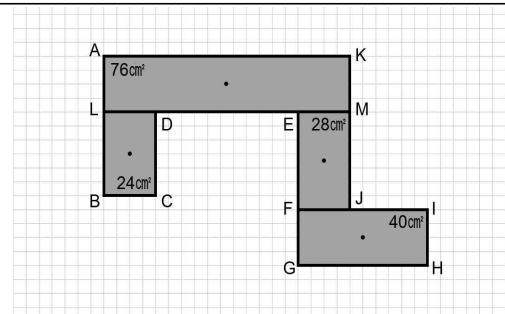
유형 C는 무게중심이 물체 밖에 존재하는 특별한 유형이다. 이 또한 유형 B와 마찬가지로 창의적인 사고를 통한 무게중심 확인을 요구한다. 실험 전 유형C에서 지도되어야 할 배경지식은 초등 수학교육의 점대칭 교과과정으로 점에서 선으로 확장 응용시켜 선대칭을 설명한다. 무게중심은 선대칭 선이 2개 이상 나올 때 선대칭 선의 교점을 이용하여 구할 수 있다는 점을 확인한다.

<표 III-6> 유형 C

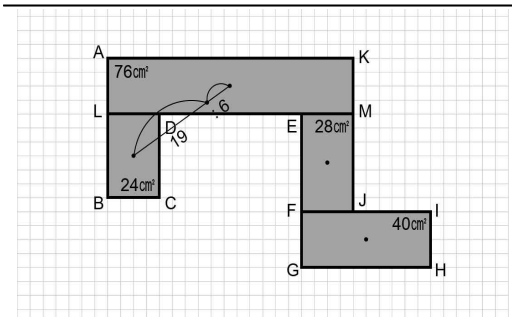


1) 도형 ABCDEFGHIJK의 무게중심을 구하기 위하여 먼저 4개의 사각형 ALMK, LBCD, EFJM, FGHI로 도형을 나누었다.

2) 사각형 ALMK, LBCD, EFJM, FGHI에 대해서 각각의 무게중심을 구한다.

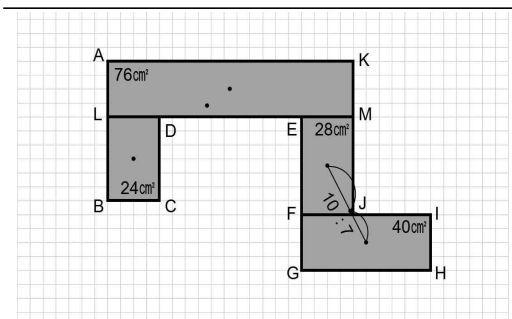


3) 넓이 비를 이용한 무게중심을 구하기 위해 각각 사각형의 넓이를 구한다.



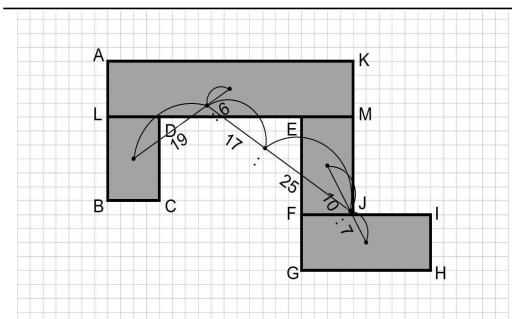
4) 도형 ABCDMK의 무게중심을 구하기 위해 사각형 ALMK와 사각형 LBCD의 무게중심을 연결한다.

5) 사각형 ALMK와 사각형 LBCD의 무게중심을 연결한 선분을 두 사각형의 넓이의 비를 이용하여 나눈다. 그렇게 구해진 점은 도형 ABCDMK의 무게중심이 된다.



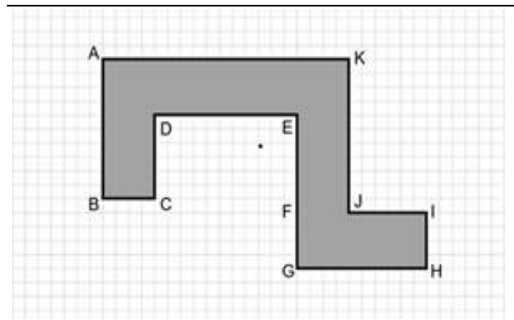
6) 위와 같은 방법으로 도형 EFGHJM의 무게중심을 구한다.

7) 도형 ABCDMK와 도형 EFGHJM의 무게중심을 각각 확인해 볼 수 있다.



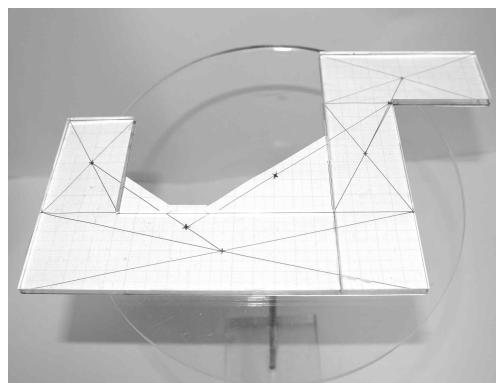
8) 도형 ABCDEFGHIJK의 무게중심을 구하기 위하여 도형 ABCDMK와 도형 EFGHJM 무게중심을 연결한다.

9) 두 도형의 무게중심을 연결한 선분을 넓이의 비로 나눈다. 이렇게 나온 점은 도형 ABCDEFGHIJK의 무게중심이 된다.



10) 최종적으로 구해진 도형 ABCDEFGHIJK의 무게중심은 도형의 바깥에 위치하고 있음을 확인할 수 있다.

원판의 무게중심 위에 무게중심이 물체 밖에 있는 다각형의 무게중심을 일치시켜 유형 C의 무게중심을 확인하였음을 위의 사진 [그림 III-8]을 통해 확인할 수 있다.



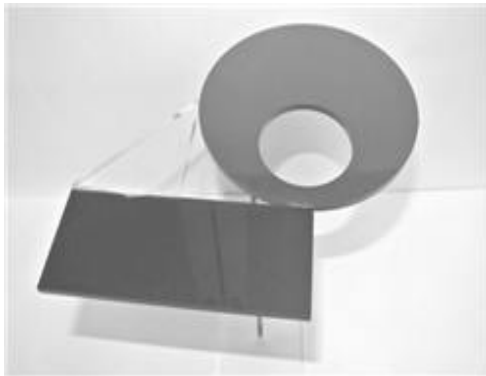
[그림 III-9] 유형 C 실험

3. 무게중심 확인 실험활동

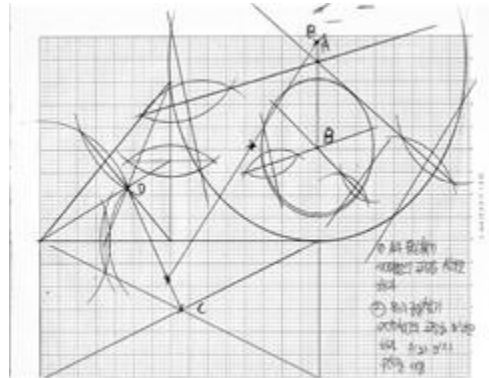
융합인재교육(STEAM) 증거(틀)의 상황 제시 단계에서 물체의 무게중심을 지렛대의 원리와 좌표계 원리 등 다양한 방법으로 제시하였다. 여러 가지의 다른 방법과 원리를 통해 제시된 무게중심 확인실험 활동모습을 다음과 같이 제시한다.

가. 작도법을 이용한 무게중심 확인실험 활동

여러 물체를 합친 복잡한 모형의 무게중심을 구할 때, 각각의 물체의 무게중심을 작도법을 이용하여 구한다. 이러한 방법은 중고등 교육과정 이상에서는 가능하나 초등 교육과정에서는 작도법을 사용해 도형을 작도하는 것이 선행되지 않았다. 이에 제시되는 대안 방법은 모눈종이에 컴퍼스와 자를 이용하여 정사각형, 직사각형, 정삼각형과 원을 그린 후 점대칭과 선대칭을 이용하여 무게중심을 구하는 방법으로 초등학생도 지도 가능해진다.



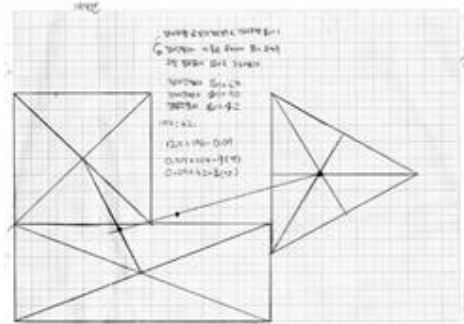
[그림 III-10] 작도법을 이용한 무게중심 확인실험



[그림 III-11] 작도법을 이용한 무게중심 확인실험 활동지

나. 넓이 비를 이용한 무게중심 확인실험 활동

밀도가 같은 물체를 합친 복잡한 물체의 무게중심을 구하기 위해서는 넓이 비를 이용한 방법이 용이하다. 이는 다른 모양의 도형 모두가 밀도가 같기 때문에 이를 고려하지 않고도 무게중심을 구할 수 있기 때문이다.

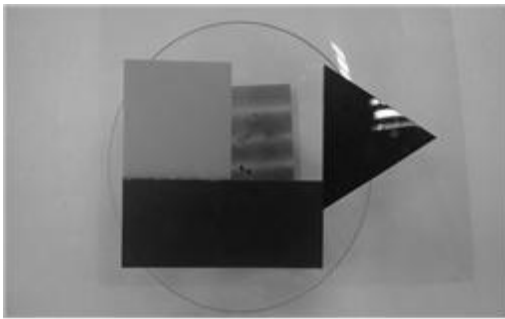


정사각형, 정삼각형, 직사각형 붙이기
정사각형과 이 둘은 두께가 같아 무게를
구할 필요 없이 넓이로 구하였다.

정사각형의 넓이 = 64cm^2 ,
직사각형의 넓이 = 90cm^2 ,
정삼각형의 넓이 = 42cm^2 .

$154 : 42$
 $12.5 \div 196 = 0.07$
 $0.07 \times 154 \approx 9$
 $0.07 \times 42 \approx 3$

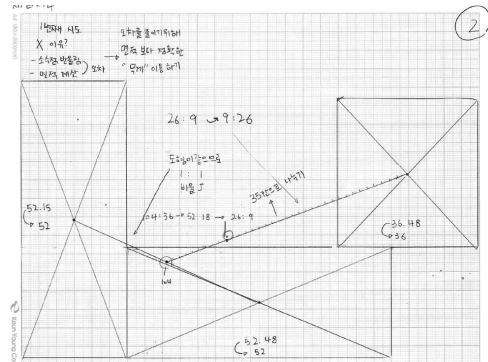
[그림 III-12] 넓이 비를 이용한 무게중심
확인실험 활동지



[그림 III-13] 넓이 비를 이용한
무게중심 확인실험

다. 질량비를 이용한 무게중심 확인실험 활동

위에서 보여준 밀도가 같은 물체의 무게중심을
확인하기 위한 방법과는 달리, 밀도가 다른
물체를 합친 복잡한 물체의 무게중심을 질량비
를 이용하여 구한다. 물체의 무게중심은 질량비
에 따라 이동한다.



오차를 줄이기 위해 면적보다
정확한 무게 이용하기

- 1) $52.15\text{g} \approx 52\text{g}$
- 2) $52.48\text{g} \approx 52\text{g}$
- 3) $36.48\text{g} \approx 36\text{g}$

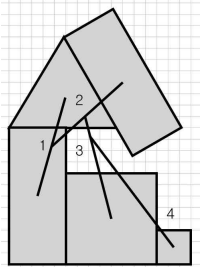
1번과 2번의 도형이 같으므로 비율이 1:1,
1번과 2번 도형의 무게 합은 약 104g.

1, 2번 도형과 3번 도형의 질량비는
 $104 : 36 \Rightarrow 26 : 9$.

[그림 III-14] 질량비를 이용한 무게중심
확인실험 활동지

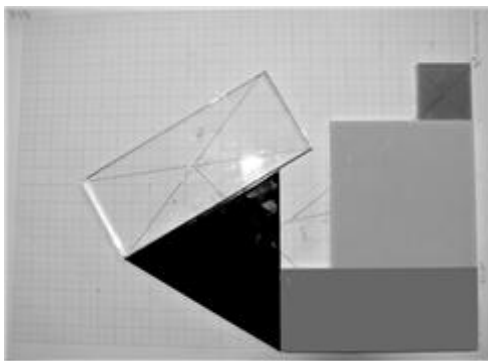
라. 지렛대의 원리를 이용한 무게중심 확인실험
활동

지렛대의 원리는 초등과학에 기재된 내용으로
물체가 무게중심 위에서 평형상태가 됨을 확인
하는 과정이다. 지렛대의 원리를 이용하여 구한
[그림 III - 15]의 내용은 다음과 같다.

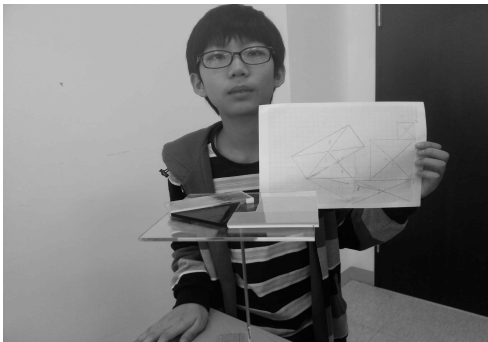


- 1) $8.65 \times \frac{24}{58.9} \approx 3.92$
- 2) $9.6 \times \frac{58.9}{117.6} \approx 4.97$
- 3) $8.2 \times \frac{117.6}{146.8} \approx 4.37$
- 4) $11.2 \times \frac{146.8}{149.3} \approx 14.93$

[그림 III - 15] 밀도가 다른 물체에서의 무게중심 활동사진 지렛대 원리 이용



[그림 III - 16] 밀도가 다른 물체에서의 무게중심 활동사진 지렛대의 원리 이용



[그림 III - 17] 밀도가 다른 물체에서의 무게중심 활동사진 지렛대의 원리 이용

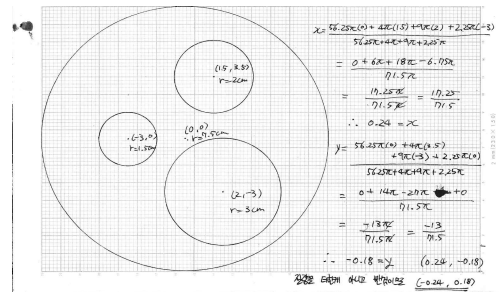
마. 좌표계의 원리를 이용한 무게중심 확인실험 활동

초등교육과정에서는 도형의 성질을 통해 무게중심 확인실험을 진행하는 반면에, 좌표계의 원리는 중고등 수학에 기재된 내용으로 도형의 성질이 좌표계 내에서 설명됨을 이용한 방법으로 정확한 무게중심의 좌표를 구하는 데 적절한 방법이다. 어떠한 형태의 복잡한 도형도 좌표계의 원리를 이용하면 쉽게 무게중심을 구할 수 있는 장점이 있다. 각 도형의 x, y 좌표를 $(a_x, a_y), (b_x, b_y), \dots$ 라 하고 각 도형의 넓이를 A, B, \dots 라 할 때 6개의 물체의 무게중심 확인을 위한 공식은 다음과 같다.

$$X_{cg} = \frac{Aa_x + Bb_x + Cc_x + Dd_x + Ee_x + Ff_x}{A + B + C + D + E + F}$$

$$Y_{cg} = \frac{Aa_y + Bb_y + Cc_y + Dd_y + Ee_y + Ff_y}{A + B + C + D + E + F}$$

[수식 III-3] 좌표계 원리를 이용한 무게중심 공식



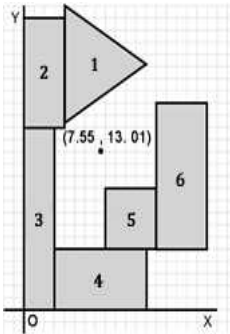
$$\begin{aligned} X_{cg} &= \frac{100\pi(0) + 4\pi(0) + 12.2\pi(4.3) + 6.25\pi(-4)}{100\pi + 4\pi + 12.25\pi + 6.25\pi} \\ &= \frac{0 + 0 + 52.675\pi - 25\pi}{122.5\pi} \\ &= \frac{27.675\pi}{122.5\pi} \\ &\approx 0.2259 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{cg} &= \frac{100\pi(0) + 4\pi(6) + 12.2\pi(-1.2) + 6.25\pi(-4)}{100\pi + 4\pi + 12.25\pi + 6.25\pi} \\ &= \frac{0 + 24\pi - 14.7\pi - 25\pi}{122.5\pi} \\ &= \frac{-15.7\pi}{122.5\pi} \\ &\approx -0.1282 \end{aligned}$$

질량을 추가한 것이 아니고 뺀 것이기 때문에 부호를 반대로 설정한다.

$$\therefore (-0.2559, 0.1282)$$

[그림 III-18] 좌표계를 이용한 무게중심 확인실험 활동지



- 1) 52.07g
(7.25,21)
- 2) 52.67g
(1.2,19.5)
- 3) 23.25g
(1.75,7.5)
- 4) 27.89g
(8,2.4)
- 5) 46.93g
(11.4,7.25)
- 6) 27.35g
(16.5,10.7)

$$X_{cg} = \frac{2.1(52.67) + 1.75(23.25) + 8(27.89) + 11.4(46.93) + 16.5(27.35) + 7.25(52.07)}{52.67 + 23.25 + 27.89 + 46.93 + 27.35 + 52.07} \approx 7.55$$

$$Y_{cg} = \frac{19.5(52.67) + 7.5(23.25) + 2.4(27.89) + 7.25(46.93) + 10.7(27.35) + 21(52.07)}{52.67 + 23.25 + 27.89 + 46.93 + 27.35 + 52.07} \approx 13.01$$

[그림 III-19] 밀도가 다른 물체에서의 무게중심 좌표계 원리 이용

바. 실험 오차에 대한 학생들의 토의

비교적 간단한 물체(1개 또는 2개)의 무게중심 확인실험에서는 작은 오차 이내, $\frac{1}{16}$ inch 금속막대 위에서 무게중심이 확인되었다. 그러나 3개 이상의 복잡한 물체의 무게중심 확인실험에서는 오차가 발생하였다. 수업 후 오차원인에 대한 학생들의 토의결과를 종합해 보면, 첫째 작도를 위한 도구사용 과정에서 오는 오차, 둘째 계산과정 실수 때문에 발생하는 오차, 셋째 반올림에 의한 오차이다.

지렛대의 원리를 사용하여 작도할 때 연필심의 두께가 다르기 때문에 여러 번 작도과정을 거쳐 무게중심을 구하는 과정에서 오차가 커질 수 있으며, 복잡한 계산이나 계산과정을 여러 번 거쳐야 할 때 학생들의 계산과정 실수로 오차가 발생할 수 있다. 또한 계산과정을 쉽게 하기 위해 소수점 자리를 반올림하는 과정에서 정확하지 못한 무게중심이 계산될 수 있다. 사용한 원

리에 따라 오차를 분석하였을 때는 좌표계의 원리를 사용하여 구한 무게중심이 지렛대의 원리를 사용하여 구한 무게중심보다 정확하여 오차 발생이 적었다.

IV. 연구 결과 및 분석

무게중심 확인실험에서 실시한 설문지는 주관식 2문항 객관식 13문항으로, 본 연구를 통해 학습 전에 관련된 문항 3개, 학습 후에 관련된 문항 10개로 이루어져 있다. ‘학습 전’에 관한 문항에서, 응답자들의 응답을 분석해보면, 41명 중 15명이 “중선을 작도한 다음 중선의 교점이 삼각형의 무게중심이 됨을 실험을 통하여 확인하였다”에 답하였고, 17명의 학생이 “실험을 통하여 무게중심을 찾고, 이 점이 중선의 교점이 되는지를 확인하였다”에 답하였다. 무게중심에 대한 실험이 무게중심의 수학적 의미인 ‘중선의 교점’과 크게 연관 지어 생각함을 알 수 있다.

연구 결과에서 제시하는 그래프의 X축은 응답 번호이며 각각의 번호 1번, “매우 그렇다”부터 5번, “전혀 그렇지 않다”로 응답 번호가 높을수록 문항에 부정적인 의견을 나타낸다. Y축은 다음 각각의 설문 문항에 응답한 학생 수에 문항수를 가중치로 곱하여 빈도로 표시한 것이다.

본 연구에서 제시된 실험을 통한 무게중심 학습에 참여한 한 학생은 학습 후, “무게중심은 물체에 있어서 어떤 역할을 한다고 생각합니까?”라는 질문에, “무게중심을 중심으로 물체가 만들 어지거나 세워져 나가는 것으로 어떤 한 물체의 기본적인 힘의 근원지가 그 물체를 지탱해주는 역할이라고 생각한다”라고 답하였다. 수학적으로 증명된 “중선의 교점이 무게중심이다”라는 암기된 공식에서 벗어나, 실험을 통해 보인 결과로서 학생이 지식을 습득했음을 알 수 있다. 더욱이

놀라운 것은 설문에 응답한 41명 그 누구도 무게중심의 역할에 관해 묻는 문항에 중선을 언급하지 않았다.

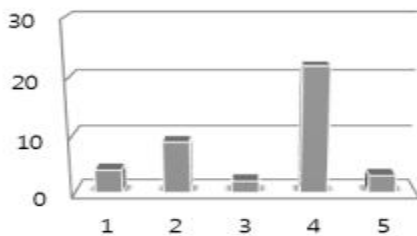
이번 연구에 제시된 학습방법인 무게중심 확인 실험을 통한 학습에서 학생들에게 미치는 학습효과는 매우 긍정적으로 나타났다. 학생들이 기존에 무게중심을 배웠던 방법과 비교하였을 때, 모든 학생들이 실험을 통한 학습에 긍정적으로 답하였다. 그러나 무게중심의 수학적 개념을 실험을 통해 학습하는 것에 대해 부정적으로 답한 학생들이 있었다.

이는 우리나라 수학교육의 주입식 방식이 일부 학생들에게는 이미 고착화되었음을 시사한다. 그러나 실험을 통한 무게중심 수업 후 달라진 점을 묻는 문항 중, 문항 5에서 41명 중 21명의 학생이 “수학이 다양하고 신기하다”에 답한 것으로 보면, 개발된 융합형 프로그램의 효과가 있었음을 보여준다.

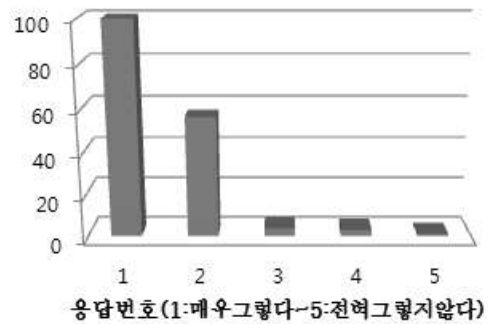
다음 제시된 문항은 위에서 언급한 문항 5번과 이에 따른 의견을 막대그래프로 표현해 보았다. 절반이 넘는 학생이 본 수업을 통해 다른 과목과 융합될 수 있는 다양성을 확인하였다.

5. 실험을 활용한 무게중심 수업을 하면서 달라진 점은 무엇이라고 생각합니까?

- ① 수학에 관심이 많아졌다.
- ② 원리를 탐구하는 과정이 감동적이었다.
- ③ 수학이 쉬워졌다.
- ④ 수학이 다양하고 신기하다.
- ⑤ 달라진 것이 없다.



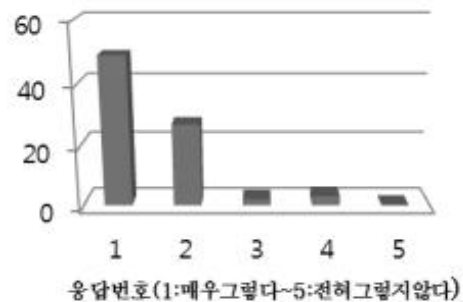
[그림 IV-1] 문항 5, 수학의 다양한 형태



[그림 IV-2] 문항 1-4, 실험의 효과

위 그래프 [그림 IV-2]는 융합교육 프로그램을 마친 후의 의견을 묻는 문항 중, 문항1부터 문항 4까지 무게중심 확인실험을 통한 무게중심 학습 효과에 관한 학생들의 종합적인 의견을 보여준다. 문항1-4는 다음과 같다

1. 교과서 위주의 수업보다 실험을 통해 얻은 원리가 더 기억에 오래 남는다고 생각합니까?
2. 도형부분에서의 무게중심공식을 암기하는 것보다 실험을 통하여 원리를 습득하는 것이 학습에 도움이 되었다고 생각합니까?
3. 수학에서 특히 도형의 무게중심은 실험을 통해 원리를 습득하는 것이 좋다고 생각합니까?
4. 앞으로 직접 체험하고 실험을 통해 원리를 이해하는 수학 수업이 계속되었으면 좋겠습니까?

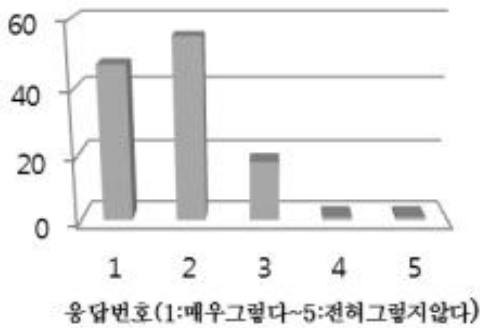


[그림 IV-3] 문항 6-7, 실험의 결과

위 그래프 [그림 IV-3]은 융합교육 프로그램을 마친 후의 의견을 묻는 문항 중, 문항 6과 문항 7의 무게중심 확인실험을 통한 무게중심 학습결과에 관한 학생들의 종합적인 의견을 보여준다. 문항 6, 7과 그래프는 다음과 같다.

6. 실험을 통한 학습이 수학뿐 아니라 물리적 개념 학습에도 도움이 된다고 생각합니까?

7. 실험 과정에서 수학과 물리의 원리를 함께 이용하여 무게중심을 직접 확인하였습니까?



[그림 IV-4] 문항 8-10, 실험의 적용

위 그래프 [그림 IV-4]는 융합교육 프로그램을 마친 후의 의견을 묻는 문항 중, 문항 8부터 무게중심 실험을 통한 무게중심 학습의 적용능력에 관한 학생들의 종합적인 의견을 보여준다. 문항 8-10은 다음과 같다.

8. 실험을 실생활에 접목하여 실생활에서 무게중심을 활용할 수 있습니까?

9. 이 실험이 실생활에서 무게중심을 사용한 원리들을 이해하는 데 도움이 되었습니까?

10. 무게중심에 대한 실험을 하고 결론을 도출해 내는 과정이 창의력과 사고력을 발달시키는 데 도움이 되었다고 생각합니까?

본 연구의 목적 중 하나인 융합형 학습의 결과에 관해 묻는 문항에서는 모든 학생이 이번 실험을 통해 수학과 물리의 원리를 동시에 적용

하여 무게중심을 직접 확인하였다고 응답하였고, 이들 가운데 27명의 학생이 실험과정이 수학과 물리 모두의 개념 학습에도 도움이 된다고 응답하였다. 하지만 문항 8-10에서 본 실험을 통한 실생활 적용에 관해 물었을 때, 다른 항목에 비하여 긍정적인 의견에 답한 비율이 낮았다. 실험을 통해 융합형 학습에 효과는 있었으나 학생들이 실생활 적용 능력과 응용력을 높이기 위해서는 차후 융합된 형태의 교수학습개발에 관한 연구가 요구됨을 강조한다.

융합교육에 기반을 둔 지속적인 교수학습개발과 지도는 본 연구의 목적인 창의력과 응용력을 겸비한 학생들을 배출하는 데 기여하고 다양한 형태로 늘어나는 사교육 학습방법에 경쟁력을 갖춘 공교육이 될 것이다.

V. 결론 및 논의

본 연구는 융합인재교육(STEAM) 학습 준거(틀)에 따른 3단계의 각 과정의 특성을 따라 무게중심 확인실험의 창의적 융합교육의 긍정적 효과를 찾는다.

첫째, 첫 번째 연구과제는 ‘상황제시’로서 물체의 무게중심이 직경이 9/32, 7/32, 3/16, 3/32, 1/16(inch)인 균일한 금속막대 위에 존재할 때 평형을 확인하는 것이다. 융합인재교육(STEAM) 학습 준거(틀)에 의하면 상황 제시는 학생이 문제 해결의 필요성을 느끼는 과정이다. 금속막대 위에 무작정 물체를 올려 무게중심을 맞추는 활동을 통하여 물체의 평형상태를 확인하는 것은 무게중심 개념과 무게중심 작도방법을 학습하기 위한 동기를 유발시킨다. 실험을 통한 무게중심을 학생 스스로 확인할 수 있는 창의적 융합교육은 새로운 형태의 교육방식이다. 현 무게중심 교육은 삼각형의 무게중심을 작도 또는 증명에

초점을 두었고, 무게중심의 물리적 개념과 수학적 개념을 각각 지도하여, 무게중심을 학습하는 학생들이 하나의 개념이지만 다른 분야에서 쓰이는 무게중심을 이해하기 힘들었다. 이번 연구에서 제시되는 창의적 융합교육을 통한 무게중심 확인실험은 작도와 실험을 동시에 진행하고, 두 가지의 방법으로 구한 무게중심이 일치하는 것을 학생 스스로 확인하게 함으로써 창의적 융합교육의 효과가 우수함을 보여준다.

둘째, 두 번째 연구과제는 ‘창의적 설계’로서 물체의 무게중심을 구하기 위한 정확한 작도와 계산방법을 확인하는 과정이다. 특히나 실험과제 유형 B 또는 유형 C의 무게중심이 물체 내의 빈 공간 또는 물체 밖에 있을 때 무게중심을 확인하는 과정은 학생들에게 충분한 논의시간을 줌으로써, 창의적 문제해결 방안을 유도한다. 또한 창의적 융합교육은 더 나은 방법을 찾는 과정에서 학생들 사이의 선의의 경쟁심 또한 길러준다. 실험에서 사용되는 다양한 모양의 다각형을 결합한 복잡한 형태의 물체를 학생 스스로 창의적으로 설계할 수 있게 한다. 교수자가 학습자에게 특정 방향의 문제제시가 아닌 학습자 스스로 복잡한 형태의 물체를 직접 제작하는 주도적인 수업을 유도했다. 직접 제작한 물체의 무게중심을 찾기 위한 문제를 해결할 수 있는 창의적인 방법을 토의와 사고를 통해 찾는다. 이는 학생들에게 능동적인 학습 참여의 동기가 되며 문제 해결의 의지를 불러온다.

마지막 연구과제인 ‘성공의 경험’은 융합교육을 통한 작도와 실험결과가 일치함을 확인하는 과정이다. 직접 투명 아크릴 판에 작도를 하고 이를 가지고 실시한 무게중심 확인실험을 통하여 수학의 무게중심 개념과 과학·물리의 무게중심 개념이 하나의 개념으로 일치함을 학생 스스로 확인한다. 이는 새로운 문제에 대한 도전의 식임과 동시에 학습의 동기와 자신감을 길러주

는데 효과적이다. 두 번째 연구과제에서 제시한 것처럼, 이번 연구의 무게중심 확인실험은 학생들이 직접 참여하여 문제를 제기하고 스스로 해결할 수 있었다. 그렇기 때문에 교육수준에 따라 초등 고학년부터 중등, 고등, 대학생에 이르기까지 다양한 학습 프로그램으로 수준별 학습이 가능하였다.

본 연구가 갖는 특성은 무게중심 확인실험에서 창의적 융합교육 효과를 극대화시키고 융합형 교육의 필요성을 제시한다. 미래의 올바른 창의적 융합교육을 위해서는 융합형 교육의 정확한 정의를 세우고, 지속적인 연구를 통해 급변하는 사회와 높아지는 학생들의 지적 수준에 요구되는 융합형 프로그램 개발이 시급하다.

참고문헌

- 강신덕 외 5명 (2010) **중학교 수학 2**. 교학사
 교육과학기술부 **초등학교 수학 교과서 5-2**
 교육과학기술부 **초등학교 과학 교과서 4-1**
 김선희·김기연 (2005). 수학영재의 심화학습을 위한 다각형의 무게중심 연구 **대한수학교육학회 수학교육학연구**, 15권 03호 335-352
 김찬중 외 11명 (2009) **중학교 과학 3**. 두산동아
 맹희주 (2013). **융합영재교육의 발전 과제와 연구 방향에 대한 논의**. 단국대학교
 박달원 (2006). **영재학생들을 위한 삼각형의 무게중심 지도방법**. 공주대학교 과학영재교육원
 백희수(2013) 수학영재를 위한 STEAM교육 방안 마련을 위한 델파이 조사. **대한수학교육학회 2013권 4호** 867 - 888
 서지민 (2006). **무게중심 지도 자료 개발 연구**. 아주대학교
 신영준 (2009) **중학교 과학 2**. 천재교육
 윤정민 (2010). **수학 영재프로그램 개발을 위한**

- 블록 다각형의 무게중심 연구. 서울교육대학교
이경호 (2013). **한국학생은 수학기계?**
<http://view.asiae.co.kr/news/view.htm?idxno=2013120411063679372>. 아시아경제
- 이상인 외 14명 (2009) **중학교 과학 2**. 지학사
- 이진아 (2012). **STEAM 중심의 초등영재교육 프로그램개발**. 서울교육대학교.
- 이현수·박종률 (2011). **수학 영재학생의 사사독립 연구에 대한 산출물 분석**.
- 임태훈 외 10명 (2009) **중학교 과학 2**. 비상교육
- 정진영 (2010). 무게중심에 대한 교수학적 분석. 전남대학교.
- 한국과학창의재단 (2011).
<http://steam.kofac.re.kr/>
- 허민 외 8명(2009) **중학교 수학 2**. 대교과과서
- 현중오 외 16명 (2009) **중학교 과학 2**. 좋은책
신사고
- 홍제남·곽윤환. (2010). **저울의 원리**. 과학 향기나
는 교실:
[http://blog.naver.com/PostView.nhn?blogId=eco_4
&logNo=110097782267&categoryNo=15&viewDate=¤tPage=1&listtype=0](http://blog.naver.com/PostView.nhn?blogId=eco_4&logNo=110097782267&categoryNo=15&viewDate=¤tPage=1&listtype=0)
- Center of mass and gravity:
<http://ruina.tam.cornell.edu/Book/COMRuinaPratap.pdf>
- Center of mass. Wikipedia.
http://en.wikipedia.org/wiki/Center_of_mass
- EberleFrancis (2010). Why STEM education is important. InTech.:
<http://www.isa.org/InTechTemplate.cfm?template=/ContentManagement/ContentDisplay.cfm&ContentID=83593>
- EBS 교육방송 (2008). **마테마티카 수학의 원리**
<http://home.ebs.co.kr/clipbank/main>
- FairweatherJames. Linking Evidence and Promising Practices in Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) Undergraduate Education. The National Academies National Research Council Board of Science Education.
- GerlachJonathan (2012). Books & Resources: STEM: Defying a Simple Definition. NSTA News:
<http://www.nsta.org/publications/news/story.aspx?id=59305>
- John W. Jewett. Jr. (2013). Raymond A. Serway 대학물리학I 대학물리학 교재편찬위원회 역. 북스힐.
- NaveR. (Rod)Carl. Center of Mass. HyperPhysics:
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/cm.html>
- SandersMark (2009). STEM, STEM Education, STEMania. THE TECHNOLOGY TEACHER, 20.

A Study on the Effects of Creative STEAM System Given by Center of Gravity Experiment

Kim, Su Geum (Graduate School, Dongguk University)

Ryu, Shi kyu (Dongguk University)

Sun Bae Kim (Dongguk University)

This study resulted from a study regarding creative STEAM System based upon an experiment with the center of gravity. The results of the study are constructed by a fusion of mathematics and physics, showing that they are the same as mathematical calculations. Also, students can find that center of gravity of an object is in equilibrium on a metal rod when the center of gravity exactly is placed on the rod. The fact that an experimental results are correspond to calculations can maximize the effectiveness of teaching. And also this study has the following effectiveness.

First, the exact construction and calculations arouses good competition among students.

Second, this experiment can give students a motivation for study and increase their thinking in classes because the theoretical background of center of gravity experiment is basically attributed to math and science classes in school.

This study includes three different types of center-of-gravity experiments. One is a simple type of experiment in which center of gravity exists

inside of an object. Another is a complicated one in which the center of gravity is also inside of an object. However, the third type is an experiment in where the center of gravity is outside of an object. Therefore, it gives students an opportunity to discuss how to confirm equilibrium on a metal rod when the object has its center of gravity outside. Having discussions in class will allow students to have a critical way of thinking. In addition, searching for a way to solve a problem will increase creativity of students as well. And the last type is finding the center of gravity of a big acrylic panel where multiple objects are on the panel.

According to the survey and interview conducted by students who participated in this program, teaching based on creative STEAM system helps students to get a better understanding and more fast acquisition of knowledge. We can expect that a well-planned creative STEAM system through a continuous study will be both effective and efficient in educating critical and creative students.

* Key Word : Creative STEAM System (창의적 융합교육), Center of gravity (무게중심), Equilibrium (평형)

논문접수 : 2014. 5. 24

논문수정 : 2014. 6. 30

심사완료 : 2014. 7. 3