

## 論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 42(2), 108-118(2014)

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2014.42.2.108>

## 계층적 크리깅 모델을 이용한 설계 최적화 기법의 유용성 검증

하홍근, 오세종, 이관중\*

Feasibility Study of Hierarchical Kriging Model  
in the Design Optimization Process

Honggeun Ha, Sejong Oh and Kwanjung Yee\*

Department of Aerospace Engineering, Pusan National University

## ABSTRACT

On the optimization design problem using surrogate model, it requires considerable number of sampling points to construct a surrogate model which retains the accuracy. As an alternative to reduce construction cost of the surrogate model, Variable-Fidelity Modeling(VFM) technique, where correct high fidelity model based on the low fidelity surrogate model is introduced. In this study, hierarchical kriging model for variable-fidelity surrogate modeling is used and an optimization framework with multi-objective genetic algorithm(MOGA) is presented. To prove the feasibility of this framework, airfoil design optimization process is performed for the transonic region. The parameters of PARSEC are used to design variables and the optimization process is performed in case of varying number of grid and varying fidelity. The results showed that pareto front of all variable-fidelity models are similar with its single-level of fidelity model and calculation time is considerably reduced. Based on computational results, it is shown that VFM is a more efficient way and has an accuracy as high as that single-level of fidelity model optimization.

## 초 록

근사모델을 이용한 최적설계 문제에서는 설계변수의 수가 증가함에 따라 근사모델의 정확도를 확보하기 위한 계산 횟수가 급격히 증가한다. 이를 해결하기 위해 저정확도 모델을 바탕으로 고정확도 모델로 보정하는 Variable-Fidelity Modeling을 이용하였다. 본 논문에서 Variable-Fidelity Model로는 계층적 크리깅 모델을 이용하였으며, 다목적 유전자 알고리즘과 결합하여 최적화 프레임워크를 제안하였다. 이 방법의 유용성을 검증하기 위하여 천음속 영역에 대한 익형 최적 설계를 하였다. 설계변수로는 PARSEC의 파라미터를 이용하였으며, 서로 다른 격자수를 가지는 경우 그리고 서로 다른 정확도를 가지는 해석자를 이용한 경우에 관하여 해석을 수행하였다. 검증을 위해 단일 정확도 모델에 대한 최적화 결과와 비교하였다. 모든 경우에 관하여 파레토 라인이 유사하게 나오는 것을 확인 할 수 있었으며, 계산시간은 계층적 크리깅 모델을 이용한 Variable-Fidelity Model이 단일 정확도 모델에 비하여 훨씬 줄어들었다. 이를 바탕으로 본 논문의 방법이 단일 정확도를 가지는 모델에 대한 최적화 방법과 유사한 정확도를 가지며 더욱 효율적임을 확인 할 수 있다.

† Received: October 1, 2013 Accepted: November 27, 2013

<http://journal.ksas.or.kr/>

\* Corresponding author, E-mail : daedalus@pusan.ac.kr

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

**Key Words** : Hierarchical Kriging Model(계층적 크리깅 모델), Multi-Objective Genetic Algorithm(다목적 유전자 알고리즘), PARSEC, Variable-Fidelity Modeling

### 1. 서 론

컴퓨터의 성능의 향상에도 불구하고, CFD를 이용한 해석에는 여전히 많은 계산 자원을 필요로 한다. 설계에 적용하는 경우에는 설계공간에 대한 많은 수의 해석을 필요로 하므로 계산자원에 대한 문제점이 더욱 부각된다. 이 경우에는 최적설계를 수행하는데 소요되는 시간의 대부분이 성능해석에 사용되므로, 최소한의 CFD계산을 통하여 최적점에 대한 설계 결과를 획득하는 것이 중요하다.

설계 공간 내에서 최적값의 탐색기법으로 많은 방법들이 소개되었다. 그 중 기울기 기반의 탐색 방법과 근사모델의 이용한 전역적 탐색 방법이 널리 사용되고 있다. 기울기 기반의 탐색 방법은 적은 수의 샘플을 이용하여 빠른 시간에 최적값을 찾아 낼 수 있다. 그러나, 초기 탐색 위치를 잘못 지정 할 경우 국부 최적값에 수렴할 가능성이 있다. 반대로 근사모델을 이용한 전역적 탐색방법을 이용할 경우 기울기 기반의 탐색 방법과는 다르게 비선형적 특성이 강한 설계 영역에서 전역 최적값(Global optimum)을 획득할 수 있다. 이런 장점에도 불구하고 실제 설계문제는 대부분 다수의 설계변수를 필요로 하고 있으며, 설계변수의 수가 증가함에 따라 정확한 근사모델을 만들기 위한 계산횟수가 급격히 증가하게 되는 문제가 있다. 이를 해결하기 위해, 서로 다른 정확도를 가지며, 서로 다른 계산 자원을 소모하는 두 모델을 보정하는 방법인 Variable-Fidelity Modeling(VFM)이 고안되었다[1,2].

VFM은 고 정확도에 많은 계산 자원을 필요로 하는 High-Fidelity(HF)모델과 저 정확도에 적은 계산 자원을 필요로 하는 Low-Fidelity(LF) 모델을 이용하며, 정확한 근사모델을 만드는데 필요한 샘플들을 HF모델 대신에 LF모델에서 다수의 샘플을 선정한다. 이를 바탕으로 기존의 고 정확도 모델만을 사용한 근사모델에 비해 유사한 수준의 정확도를 가지며 계산시간을 줄일 수 있다는 장점을 가지고 있다. 그리고 이 두 모델은 Table 1과 같이 해석자(Potential Theory, Euler Equation, NS Equation)의 정확도에 따라 또는 격자수에 따라서 분류할 수 있다. 대표적으로 모델간의 보정을 기반(Correction Based method)에 둔 VFM 방법을 이용한다.

Table 1. Examples of different fidelity models[3]

High Fidelity Model	Low Fidelity Model
Accurate Physical Model	Low-cost Physical Model
Fine mesh CFD result	Coarse mesh CFD result
Converged Solution	Loose Converged Solution

VFM에서의 모델간의 보정은 보정함수를 통하여 이루어지며, 보정함수가 근사모델을 정확하게 계산할수록 VFM의 장점은 극대화 된다. 보정함수를 구하는 방법으로, 두 모델의 차를 이용한 Additive method, 두 모델의 비를 이용한 Multiplicative Method, 그리고 Additive와 Multiplicative method를 결합한 Hybrid Method 외에 여러 가지 기법들이 개발되었다[4].

한편, Gano[5]가 제시한 방법으로 테일러 급수를 이용하여 국부적 지점에서의 LF모델을 HF모델과 비교/보정 한 뒤, 신뢰구간 내에서 다음 탐색 지점을 찾는 방법이 있다. 그러나 이 방법은 구배 기반의 방법으로써 초기 탐색 지점에 따라 전혀 다른 최적값을 도출할 가능성이 있다.

반대로 Han은 LF크리깅 모델에 반응면 기법과 결합하여 HF모델을 보정하는 Generalized Hybrid Bridge Function(GHBF)[6]과 LF 근사모델에서 계산된 값을 HF크리깅 모델의 기본식에 적용한 계층적 크리깅(Hierarchical Kriging:HK)[7] 모델을 고안하였다. 이 방법들은 크리깅 메타모델을 이용하여, 한 번의 모델 생성만으로 손쉽게 전역적 최적점을 찾을 수 있으며, 국부적 최적점에 빠지지 않는다는 장점이 있다. 특히 회귀모델의 계수 값을 매회 반복적인 계산을 통하여 얻어야 하는 GHBF과 달리 계층적 크리깅 기법을 이용할 경우 각 정확도(Fidelity)에 관한 크리깅 모델 형성 외에 추가 계산이 필요 없으며, Expected Improvement(EI)를 이용하여 탐색지점을 효율적으로 추가 할 수 있다는 장점이 있다.

현재까지 계층적 크리깅 기법을 최적 설계 문제에 적용한 연구로는 Wilke[8]가 있지만, 격자수와 해석자 등 다양한 경우에 관한 해석이 부족하다. 그러므로, 본 연구에서는 계층적 크리깅을 이용한 VFM의 유용성을 확인하기 위하여, 해석자와 격자수에 따른 LF모델을 구성하고, 각 경우의 파레토 라인상의 샘플들과 계산시간을 바탕으로 정확도 및 계산시간의 이점을 알아보았다. 해석

대상으로 일변수 해석함수(Analytic function)를 이용하여 HF/LF모델의 관계에 따라 혹은 정확도 모델의 단계 수에 따라 결과를 살펴보았으며, 비선형적 경향을 나타내는 천음속영역에 대한 익형 최적설계 과정을 통하여 계층적 크리깅 모델을 이용한 VFM의 실제문제에 대한 효율성을 입증하였다. 이를 위하여 PARSEC을 이용하여 익형 형상 파라미터를 지정하고, FLUENT를 통한 공력해석으로 근사모델에 필요한 샘플을 확보하며, 다목적 유전자 알고리즘(MOGA)을 통하여 최적화 과정을 수행하였다.

## II. 본 론

### 2.1 계층적 크리깅 모델과 최적화 과정

일반적으로 사용되고 있는 단일 정확도 모델 (Single Fidelity Model:SF)과 계층적 크리깅 모델을 이용한 VFM방법의 최적화 과정은 Fig. 1에 비교되어 있다. 이 두 방법은 근사모델을 형성하기 위한 샘플을 어디에서 획득하는가에 따라 약간의 차이가 있다.

먼저, 설계 공간 내에서 초기 근사모델을 만드는 데 필요한 샘플을 Latin Hypercube Sampling을 이용하여 추출한다. 이를 바탕으로 FLUENT를 이용한 공력해석과 크리깅을 이용한 근사모델의 생성이 순차적으로 이루어지게 되며, 수렴기준에 따라서 EGO(Efficient Global Optimization)알고리

즘을 이용하여 추가 샘플링 여부를 결정한다.

특히 VFM의 경우에는 SF와 달리 LF에 대한 크리깅 모델을 만든 뒤, HF모델을 이용하여 근사모델을 수정하는 계층적 크리깅 모델을 만들게 된다. 이 모델을 이용할 경우 전체적인 경향에 대한 데이터를 LF모델에서 얻기 때문에 상대적으로 계산시간이 많이 걸리는 HF 샘플에 대한 계산횟수를 줄일 수 있으며, 동일하게 EGO알고리즘이 적용 가능 하므로 전역적, 국부적 탐색을 가능하게 한다.

한편, 크리깅 모델은 식(1)과 같이 전역모델의 함수 값과 국부편차의 합으로 계산된다. 이 식은 최우도 함수(Maximum likelihood function)를 적용하여 식(2)와 같이 유도된다. 여기서 식(1)의 전역모델을 구성하는 함수  $f^T(x)$ 에 따라서 여러 가지 크리깅 모델을 형성할 수 있다. Table 2와 같이 VFM에서 LF모델은 전역모델의 함수 값에 벡터의 모든 요소의 값이 1인  $\vec{1}$ 를 이용한 정규 크리깅 기법을 사용하였으며, HF모델은 LF 크리깅 모델을 바탕으로 계산된 추정치인  $\hat{y}_{lf}(x_{evaluation\ points})$ 을 전역모델의 함수 값에 적용한 계층적 크리깅 기법이 적용되었다. 계층적 크리깅 모델의 자세한 유도과정은 참고문헌[7]에 자세히 설명되어 있다.

$$Y(x) = f^T(x)\beta_0 + Z(x) \tag{1}$$

$$\hat{y}(x) = f^T(x)\beta_0 + r^T(x)R^{-1}(y_s - \beta_0F)$$

$$\beta_0 = (F^TR^{-1}F)^{-1}F^TR^{-1}y_s \tag{2}$$

$$MSE[\hat{y}(x)] = \sigma^2(1.0 - r^TR^{-1}r + [r^TR^{-1}F - f^T(x)]^2 / (F^TR^{-1}F))$$

- $\hat{y}$  : 임의의 지점에 추정치
- $\beta_0$  : 추정된 근사모델의 계수
- MSE : 평균제곱오차(Mean Square Error)
- $\sigma^2$  : 근사모델의 분산
- $r, R$  : 상관벡터, 상관행렬

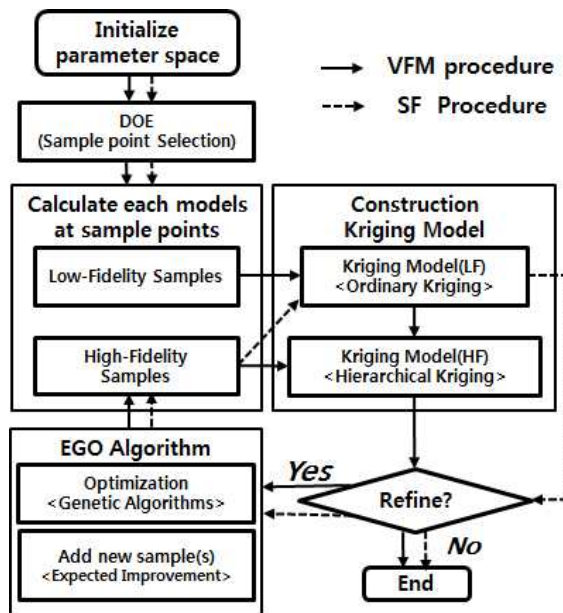
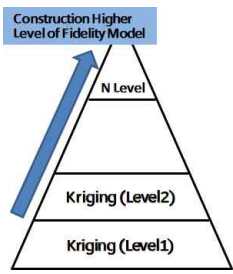


Fig. 1. Optimization procedure of variable fidelity model and single fidelity model

Table 2. Comparison of ordinary kriging and hierarchical kriging.

	Ordinary Kriging (LF크리깅 모델에 사용)	Hierarchical Kriging (HF크리깅 모델에 사용)
$F$ 식(2)	$\vec{1}$	$\hat{y}_{lf}(x_{sample})$
$f^T(x)$ 식(2)	$\vec{1}$	$\hat{y}_{lf}(x_{evaluation\ points})$



$$Y_n(X) = \beta_{0,n} \widehat{y}_{n-1} + Z_n(X)$$

...

...

$$Y_2(X) = \beta_{0,2} \widehat{y}_1 + Z_2(X)$$

$$Y_1(X) = \beta_{0,1} + Z_1(X)$$

Fig. 2. Application to multi-level of fidelity model using hierarchical kriging model[7]

### 2.2 다단계 신뢰모델 대한 적용방법

계층적 크리깅 기법의 장점은 식의 구성이 간단하여, LF 크리깅 모델의 추정값 만을 바탕으로 HF근사모델을 손쉽게 구할 수 있다는 점이다. 그러나 LF근사모델이 제대로 계산되지 않았을 경우, 상대적으로 샘플이 적은 HF근사모델을 제대로 예측하지 못할 가능성이 있다. 이 경우에는 EI를 통하여 샘플을 추가하여야 하는데, 과도하게 추가된 경우 HF 샘플만을 이용한 크리깅 근사모델보다 더 비효율적인 결과를 낼 수 있다. 그러므로 LF모델이 HF모델 함수의 특성을 잘 반영할 경우에 사용하는 것이 유용하다. 자세한 다단계 모델에 대한 검증과정은 3.1.3절에 소개되어 있다.

### 2.3 Expected Improvement(EI)

크리깅 모델의 최적점은 EI를 통하여 탐색할 수 있다. EI는 현재의 근사모델에서 최적해의 방향과 근사모델의 정확도를 향상시킬 수 있는 점을 동시에 고려하여 계산된다. 목적함수를 최소화 시키는 문제에서 EI는[11] 식(3) 과 같이 계산된다.

$$E[I] = (f_{\min} - \widehat{y}) \Phi\left(\frac{f_{\min} - \widehat{y}}{s}\right) + s \phi\left(\frac{f_{\min} - \widehat{y}}{s}\right) \quad (3)$$

만약, 제약조건에 대한 영향을 EI에 추가할 경우 식(5)와 같이 기존의 EI값에 제약조건을 만족하는 정도에 따라 확률 값을 곱하여 계산하며, 이 확률값은 식(4)와 같이 계산된다[12].

$$P(c_i(x) \geq a_i) = \frac{1}{s_i \sqrt{2\pi}} \int_{a_i}^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{c_i(x) - a_i}{s_i}\right)^2} dc_i(x) \quad (4)$$

$$E_c(I) = E(I) \cdot P(c_1(x) > a_1) \cdot \dots \cdot P(c_k(x) > a_k) \quad (5)$$

## III. 결 과

계층적 크리깅을 이용한 VFM의 유용성을 검증하기 위하여 여러 가지 해석함수를 통한 계산을 수행하였다. 먼저, 계층적 크리깅 모델의 VFM에 대한 적용 가능성 여부를 판단하기 위하여 일변수 해석함수에 대하여 계산을 수행하고, EI를 통한 추가 샘플점 계산을 통하여 EGO알고리즘을 검증하였다. 두 번째로, 모델의 정확도를 여러 단계로 할 경우에 대한 효율성을 검토했으며, 마지막으로 두 함수가 서로 독립적인 경향을 가지는 경우에 관한 해석을 통하여 두 모델의 관계에 따른 모델의 정확도 및 본 기법의 효율성을 살펴보았다.

또한 일반적인 경우에도 적용가능 함을 입증하기 위하여 천음속 영역에 대한 익형 최적 설계를 수행하였다. 익형의 형상에 대한 설계변수로 PARSEC을 이용하였으며, 양력을 최대로 하며 항력을 최소로 하는 다목적함수에 대한 설계를 수행하였다. 이를 위하여 선정된 샘플에 대한 격자생성과 공력해석을 수행하고, 크리깅 모델을 형성한 다음 EGO알고리즘을 통하여 추가 샘플에 대한 계산을 수행하였다.

### 3.1 일변수 해석함수를 이용한 검증

#### 3.1.1 계층적 크리깅 모델의 형성 및 EI를 이용한 최적화 검증

해석함수로는 식(6)과 같이 Forrester[9]에서 사용된 함수를 HF모델에 적용하였으며, 약간의 오차항을 추가한 함수를 LF모델에 적용하였다. LF 모델은 11개의 샘플을 사용하였으며, HF모델은 4개의 샘플을 사용하여 계산을 수행하였다. 크리깅 모델은 국부적 최소점에 샘플이 존재할 경우, 정확한 모델로 근사 가능하므로, 계층적 크리깅 기법을 이용한 VFM의 유용성을 확인하기 위하여 HF모델의 샘플을 국부적 최소점이 아닌 다른 지점에 배치해 두었다.

$$y_{hf} = (6x - 2)^2 \sin(12x - 4) \\ y_{lf} = 0.5y_{hf} + 10(x - 0.5) - 5 \\ x \in [0, 1] \quad (6)$$

$$S_{lf} = \{0.0, 0.1, 0.2, \dots, 1.0\} \quad 11 \text{ Samples}$$

$$S_{hf} = \{0.0, 0.4, 0.6, 1.0\} \quad 4 \text{ Samples}$$

Figure 3은 SF케이스로써 HF모델의 샘플만을 이용하여 크리깅 모델을 만들었을 경우(Kriging with  $y_s$ )와 VFM케이스로써 두 모델간의 차이를 크리깅 모델로 만들어 보정한 경우(VFM - add.

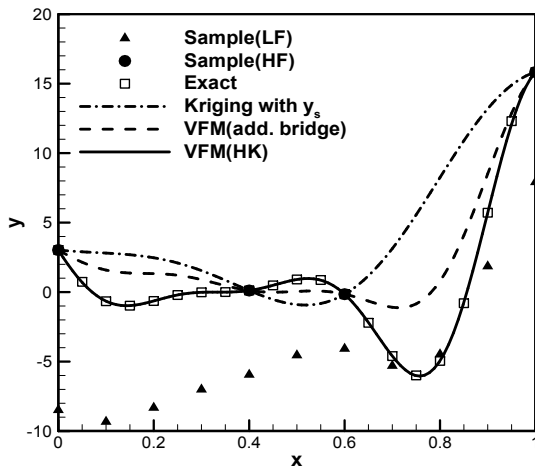


Fig. 3. Result of various kriging model about one variable analytic function

bridge), 그리고 계층적 크리깅 기법을 이용하여 HF 모델을 계산한 결과(VFM - HK)를 보여준다. 샘플이 국부적 최소/최대점에 존재하지 않으므로 적은 샘플수로도 단일 크리깅만을 이용하여 정확한 계산이 어려움을 확인할 수 있다. 그러나 LF 모델의 정보를 기반으로 한 VFM결과, Bridge Function을 이용한 계산 결과는 SF에 대한 해석 결과에 비해 HF모델의 경향을 더 정확히 계산하였으며, 계층적 크리깅 모델을 이용한 경우에는 실제 HF모델을 아주 정확하게 계산하였다. 이를 바탕으로 계층적 크리깅 모델을 이용한 VFM방법이 다른 방법에 비해 매우 정확하게 HF모델을 묘사할 수 있음을 확인할 수 있었다.

한편, EGO알고리즘의 적용가능성을 확인하기 위하여 LF모델의 해석함수를 식(7)과 같이 다항식 및 상수항을 이용, 더욱 과장된 오차항을 추가하였다.

$$y_{lf} = 0.4y_{hf} + 10(0.4x^4 + 0.1x^2 + 0.2x + 0.2) - 10 \quad (7)$$

이 함수를 이용한 계층적 크리깅 모델의 근사 모델은 Fig. 4와 같이 국부적 최소점을 정확하게 예측하지 못한 결과로 계산되었다. 이를 해결하기 위해 유전알고리즘을 통하여 EI의 최대값을 가지는 샘플을 1회당 1개의 샘플을 추가한 뒤, 근사모델을 재생성하는 과정을 반복하였다. 그 결과 2번째 EI Cycle이후(총 2개의 샘플) 실제 해와 똑같은 그래프가 계산됨을 확인하였다.

3.1.2 경향이 전혀 다른 모델에 대한 검증

3.1.1에서 사용하였던 해석함수들은 LF모델의 함수 내부에 HF 모델에 사용된 함수를 내포하도록 하여, 함수간의 관계가 비독립적이도록 하였다. 반대로 두 모델간의 관계가 독립적일 경우에도 계층적 크리깅 모델을 이용한 VFM을 효과적으로 사용할 수 있는지를 알아보기 위하여, 식(8)과 같이 HF모델의 함수와는 전혀 다른 임의의 LF모델에 대한 함수를 선정하였다. LF모델의 각 함수는 Fig. 5와 같은 경향을 보인다.

$$\begin{aligned} y_{lf} &= 6\sin(6x) && \text{삼각함수} \\ y_{lf} &= -3x^2 + 2x - 1 && \text{다항함수} \\ y_{lf} &= \exp(3x) && \text{지수함수} \end{aligned} \quad (8)$$

초기 HF 모델의 샘플수는 4개로, 모델이 정확하지 않을 경우 EI를 통하여 추가계산을 수행하도록 하였다. Table 3은 HF샘플을 얼마나 사용하였을 때 정확한 근사모델로 수렴하는지를 정리하였다. 이 결과를 토대로, LF 모델의 함수가

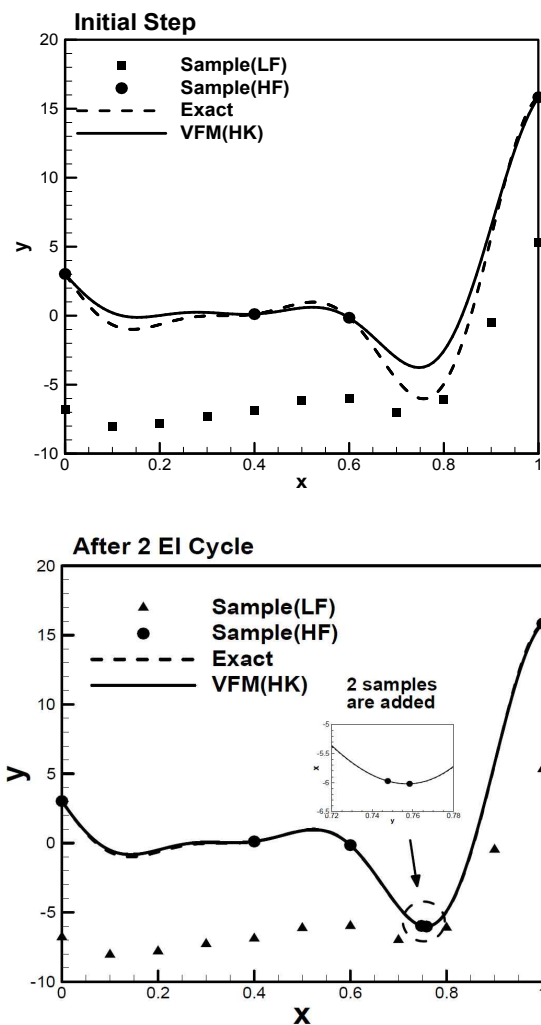


Fig. 4. Result of the adaptive sampling using EI

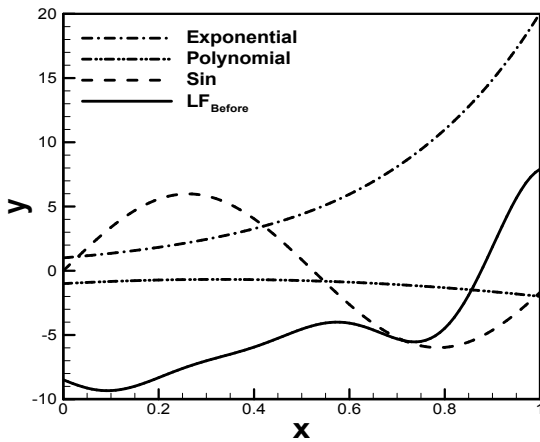


Fig. 5. Various low fidelity functions

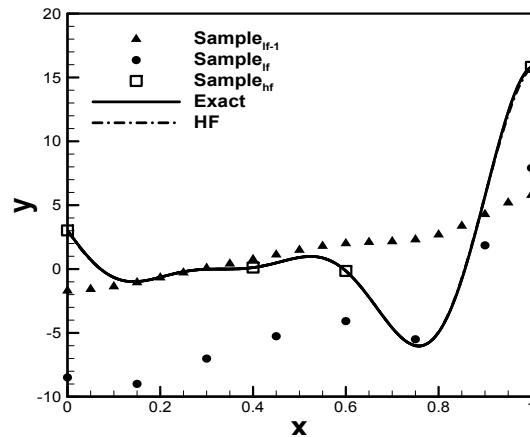


Fig. 6. Validation to multi-level of fidelity model

Table 3. Number of adaptive samples until the convergence

	$n_{hf}$
exponential function	9
polynomial function	8
trigonometric function	8
Only HF	8

HF 모델의 함수와 전혀 다른 경향성을 가질 경우 오히려 HF샘플만을 이용한 근사모델 형성 방법보다 더 비효율적인 것을 확인하였다. 실제 문제에 이를 적용할 경우, 유동특성이 전혀 다른 두 모델을 이용할 때 정확한 결과가 도출되지 않을 것으로 생각된다. 반대로 두 모델 간에 물리학적 현상의 누락이 없거나, 누락이 있더라도 해석조건하에서 큰 영향을 끼치지 않을 경우 이 방법이 매우 효율적일 것으로 판단하였다.

### 3.1.3 다단계 모델(Multi-level of Fidelity)에 대한 검증

다단계 모델에 대한 검증을 위하여 식(9)와 같이 기존 LF 모델의 해석함수에 오차항을 추가하여 최하위수준의 모델(lf-1)을 생성하였다. HF모델의 샘플은 기존과 동일하게 하였으며, LF모델(lf)과 최하위 수준의 모델(lf-1)은 각각 8개, 21개의 샘플을 설계공간에 등 간격으로 분포시켰다.

그 결과 Fig. 6과 같이 여러 단계를 거쳐 만들어진 크리깅 모델이 실제 값과 정확히 일치함을 알 수 있었다. hf/lf 모델의 기존의 2단계 정확도 모델에 대한 해석과 동일하며, 그 하위 수준의 모델을 추가 하였음에도 계산이 가능하다는 측면에서 볼 때, 정확도의 단계를 세분화 할수록 계산 시간을 더 줄여줄 수 있다는 가능성을 보여준다.

그러나 3.1.2절에 언급되었던 문제와 마찬가지로 LF모델의 정확도가 HF모델에 비해 매우 낮

$$\begin{aligned}
 y_{hf} &= (6x - 2)^2 \sin(12x - 4) \\
 y_{lf} &= 0.5y_{hf} + 10(x - 0.5) - 5 \\
 y_{lf-1} &= 0.2y_{lf} + 5\sin x \\
 S_{lf-1} &= \{0.0 \sim 1.0\} \quad ,21 \text{ Samples} \\
 S_{lf} &= \{0.0 \sim 1.0\} \quad ,8 \text{ Samples} \\
 S_{hf} &= \{0.0, 0.4, 0.6, 1.0\} \quad ,4 \text{ Samples}
 \end{aligned} \tag{9}$$

으며 두 모델간의 경향성이 전혀 다를 경우에는 계층적 크리깅을 이용한 정확한 근사모델을 획득할 수 없다. 그러므로 효율적인 계산을 위하여 단계를 세분화 하되, 보정되는 두 모델에 대한 정확도 및 경향성을 파악하는 것도 중요한 측면으로 생각된다.

### 3.2 천음속 영역의 익형 최적 설계에 대한 검증

#### 3.2.1 설계문제의 정의

현재의 방법을 천음속 영역에 대한 익형 최적 설계에 적용하였다. 유동조건은 마하수 0.729, 그리고 받음각은 2.31°로 정하였다. 또한 양력과 항력을 목적함수로 두어 각각 최대화와 최소화가 이루어지도록 하였다. 한편, 항력의 감소에 따라 익형이 매우 얇아지는 구조적 문제를 방지하기 위하여, 천음속 영역의 익형설계에 대표적으로 사용되는 RAE2822 익형의 면적에 비해 5%이상 작아지지 않도록 제약조건을 설정하였다.

유용성에 대한 검증을 위하여 SF의 해석을 Baseline으로 선정하고, 서로 다른 정확도를 가지는 해석자와 서로 다른 수의 격자수에 따른 VFM해석 케이스를 선정하였으며, 각 케이스에

Table 4. Design objectives and constraints

Maximize	$C_l$
Minimize	$C_d$
subject to	$Area \geq 0.95 Area_{RAE2822}$

Case1)	SF Case, HF샘플만을 이용
Case2)	VFM Case, LF모델로 NS해석자 및 HF대비 각 방향 1/2배 줄인 격자수를 사용
Case3)	VFM Case, LF모델로 NS해석자 및 HF대비 각 방향 1/3배 줄인 격자수를 사용
Case4)	VFM Case, LF모델로 비점성, 압축성유동의 Euler해석자를 이용하여, HF와 격자수는 동일

Table 5. Solver and number of grid for each fidelity model

	Solver	Number of Grid
HF	N-S	$461 \times 81 = 36800$ cells
$LF_{1/2Grid}$	N-S	$231 \times 41 = 9200$ cells
$LF_{1/3Grid}$	N-S	$153 \times 27 = 3952$ cells
$LF_{Euler}$	Euler	$461 \times 81 = 36800$ cells

\* C-type Grid(Structure)

Table 6. High and low fidelity models for each calculation case

	HF Model	LF Model
$SF_{NS,full-grid}$	HF	-
$VFM_{NS,1/2Grid}$	HF	$LF_{1/2Grid}$
$VFM_{NS,1/3Grid}$	HF	$LF_{1/3Grid}$
$VFM_{Euler,full-grid}$	HF	$LF_{Euler}$

사용된 해석자 및 격자수는 Table 5와 Table 6에 정리하였다.

### 3.2.2 초기 샘플 및 해석 종료 기준

해석을 위한 초기 샘플은 Latin Hypercube Sampling을 이용하여 설계 공간 내에 균등하게 분포하도록 하며, 각 케이스별 샘플 수는 Table 7에 정리 되어 있다. VFM케이스의 경우에는 초기의 샘플들이 최적 설계 영역에 있지 않을 가능성이 있으므로, LF모델에 한하여 최적화 과정을 수행하여 Fig. 7과 같이 40개의 LF 추가 샘플을 획득하였다. 이 경우 각 케이스에 관하여 LF모델의 샘플이 대략적인 Pareto fronts를 형성하는 것을 확인 할 수 있었으며 LF모델에서 충분

Table 7. Number of initial sample points

SF	HF: 100 Cases(LHS)
VFM	LF : 50Cases + 40Cases (LHS) (Adaptive Sampling) HF : 5Cases

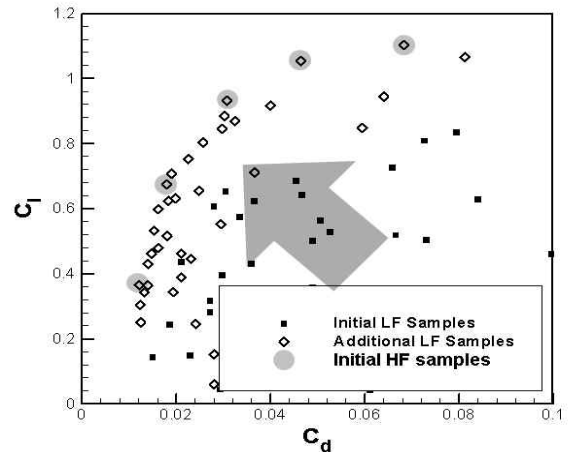


Fig. 7. Initial samples and additional samples distribution in LF model optimization process(Case3)

한 최적화가 이루어진 것으로 판단된다. 또한, 설계에 소요되는 시간을 비교하기 위하여, 모든 케이스의 LF샘플 수는 동일하게 지정하였다.

초기 HF 샘플의 선정 기준은 LF모델의 Pareto fronts에 존재하는 샘플 중 공력특성이 서로 다른 5개의 샘플을 고르게 추출한다. 이는 목적함수로 지정되어 있는  $c_l$ ,  $c_d$  각 공력 성능에 대한 최적 성능에 대한 샘플을 확보하기 위함이며, Fig. 7에 Case3에서 선정된 초기 HF샘플을 예로 표시해 두었다. 이렇게 선정된 HF샘플을 바탕으로 VFM에 관한 최적 설계를 수행한다.

해석 종료 기준은 일반적으로 최적화 과정을 통한 추가 샘플이 N회 동안 기존의 파레토 라인을 갱신하지 못하는 경우이다[13-14]. 이 경우 더 이상의 좋은 샘플이 없을 것으로 판단하여 계산을 중단한다. 본 논문에서는 추가 샘플에 대한 계산을 5회 반복하는 동안 개선점이 나타나지 않을 경우를 수렴 기준으로 정하였는데, 한 반복회당 2~3개의 샘플을 추가 하므로 5회면 충분한 수의 샘플을 추가 했을 것으로 판단된다.

### 3.2.3 설계변수의 정의

익형의 형상은 PARSEC[10]을 이용하였다. PARSEC은 공력성능과 관계되는 익형 형상에 대한 여러 가지 파라미터를 다항식의 형태로 나타



Table 8. Parameter range of search region

	Lower Bound	Upper Bound
$r_{LE}$	0.005	0.06
$X_{up}$	0.35	0.52
$Z_{up}$	0.05	0.15
$Z_{xx,up}$	-1	0.2
$X_{lo}$	0.25	0.5
$Z_{lo}$	-0.12	-0.04
$Z_{xx,lo}$	0.3	1.2
$Z_{te}$	-0.02	0.02
$\alpha_{te}$	-8	-1
$\beta_{te}$	4	10

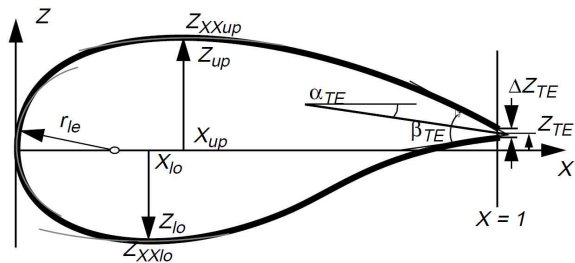


Fig. 8. Design parameters for the PARSEC airfoil

낸 것이다. 일반적으로 사용되는 11개의 파라미터 중에서 뒷전의 두께에 대한 파라미터는 생략하고 10개의 파라미터에 관해서만 해석을 수행하였으며, 각 설계변수에 대한 설명은 Fig. 8과 같다. 또한, 설계변수의 범위는 설계영역 내에 최적설계형상이 존재하도록 참고문헌[13]의 최적설계 결과를 바탕으로 Table 8과 같이 선정되었다. 또한 이 범위는 익형이 비현실적인 형상이 나오지 않으면서, 넓은 범위에서 다양한 샘플을 탐색할 수 있도록 지정된 값이다.

### 3.2.4 해석결과

계층적 크리깅 모델을 이용한 VFM의 유용성을 SF를 기준으로 최적 설계의 정확도 및 계산 시간의 측면에서 살펴보았다. Fig. 10는 각 케이스에 대한 파레토 라인과 EI를 통하여 계산된 샘플들을 보여준다. 대부분의 케이스가 추가 샘플이 파레토 라인 부근에 널리 분포 하고 있으며, 이는 두 목적함수에 대한 탐색을 고르게 하고 있음을 보여준다. 정해진 수렴 기준에 따라서 각 케이스 별로 추가 된 샘플 수는 다소 차이를 보였다.

최적설계 결과를 비교하기 위하여 모든 해석 케이스의 최적 설계 영역에 대한 샘플 들을 Fig. 9

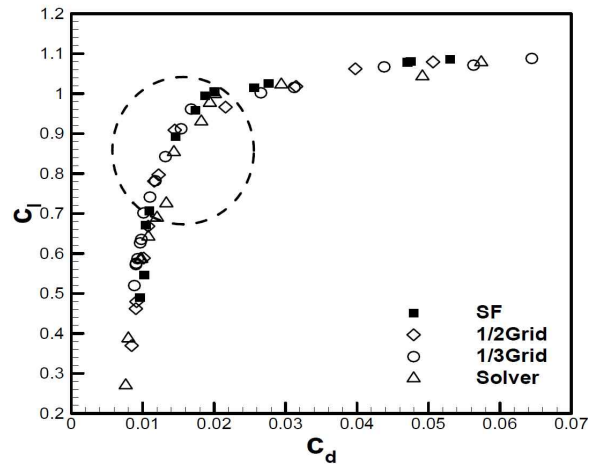


Fig. 9. Comparison of pareto fronts for all cases

에 나타내었다.  $VFM_{NS,1/2Grid}$ 와  $VFM_{Euler,full-grid}$  케이스는 Fig. 9에 표시된 영역에서 약간의 차이를 보였다.  $VFM_{NS,1/2Grid}$  케이스는 다른 케이스들에 비하여 상대적으로 빨리 수렴 기준을 만족하여, 추가된 샘플이 적었다. 그러므로 빠른 시간 내에 대부분의 영역에서 SF와 유사한 결과를 획득하였지만, 국부적으로 약간의 차이를 보였다. 반대로  $VFM_{Euler,full-grid}$  케이스는 많은 수의 추가 샘플을 계산하였지만, 파레토 라인 주변의 샘플을 빠르게 획득하지 못하고, 많은 수의 반복 계산 후에야 최적 설계 영역 주변의 샘플을 획득할 수 있었다. 반면,  $VFM_{NS,1/3Grid}$  케이스는 모든 영역에서 SF<sub>NS,full-grid</sub> 케이스와 유사한 결과를 획득하였다.

Table 9는 각 해석 케이스에 대한 계산시간 및 사용된 샘플 수를 보여주고 있다. VFM을 이용한 최적 설계는 SF에 비하여 대략 40~65% 계산시간이 감소하였다. 한편,  $VFM_{NS,1/2Grid}$  케이스에 비해 LF모델의 격자수를 더 적게 쓴  $VFM_{NS,1/3Grid}$  케이스가 더 많은 계산 자원을 소모한 것으로 나타났다. 이는  $LF_{1/2Grid}$ 와  $LF_{1/3Grid}$ 에 대한 계산시간이 HF모델에 대한 계산시간에 비해 상대적으로 적으며, 이로 인해 HF 근사모델을 구축하는데 사용된 추가 샘플의 수에 따라서 계산시간이 좌우된 것으로 판단된다. 이를 바탕으로 상대적으로 적은 계산시간을 차지하는 LF모델을 바탕으로 HF모델을 보정하는 VFM이 매우 효율적임을 알 수 있다.

목적함수의 분포에 따른 형상 및 압력 분포의 경향을 관찰하기 위하여, 항력이 가장 작은 샘플과 양력이 가장 큰 샘플 그리고 두 목적함수가



Table 9. Comparison of calculation time and number of calculation case for SF with VFM

		$SF_{NS,full-grid}$	$VFM_{Euler,full-grid}$	$VFM_{NS,1/2Grid}$	$VFM_{NS,1/3Grid}$
Number of Calculation Case	Initial	HF 100	LF 50 HF 5	LF 50 HF 5	LF 50 HF 5
	Additional	HF 72	LF 40 HF 83	LF 40 HF 48	LF 40 HF 79
	Total	HF 172	LF 90 HF 88	LF 90 HF 53	LF 90 HF 84
Calculation Time(hr)	Initial	146.59	LF 3.19 HF 7.97	LF 3.72 HF 7.67	LF 2.89 HF 6.89
	Additional	142.36	LF 2.68 HF 164.35	LF 3.81 HF 88.23	LF 1.86 HF 154.24
	Total	288.95	178.20	103.44	165.88
Decrease in calculation time(%)			SF대비 38.33%감소	SF대비 64.20%감소	SF대비 42.59%감소

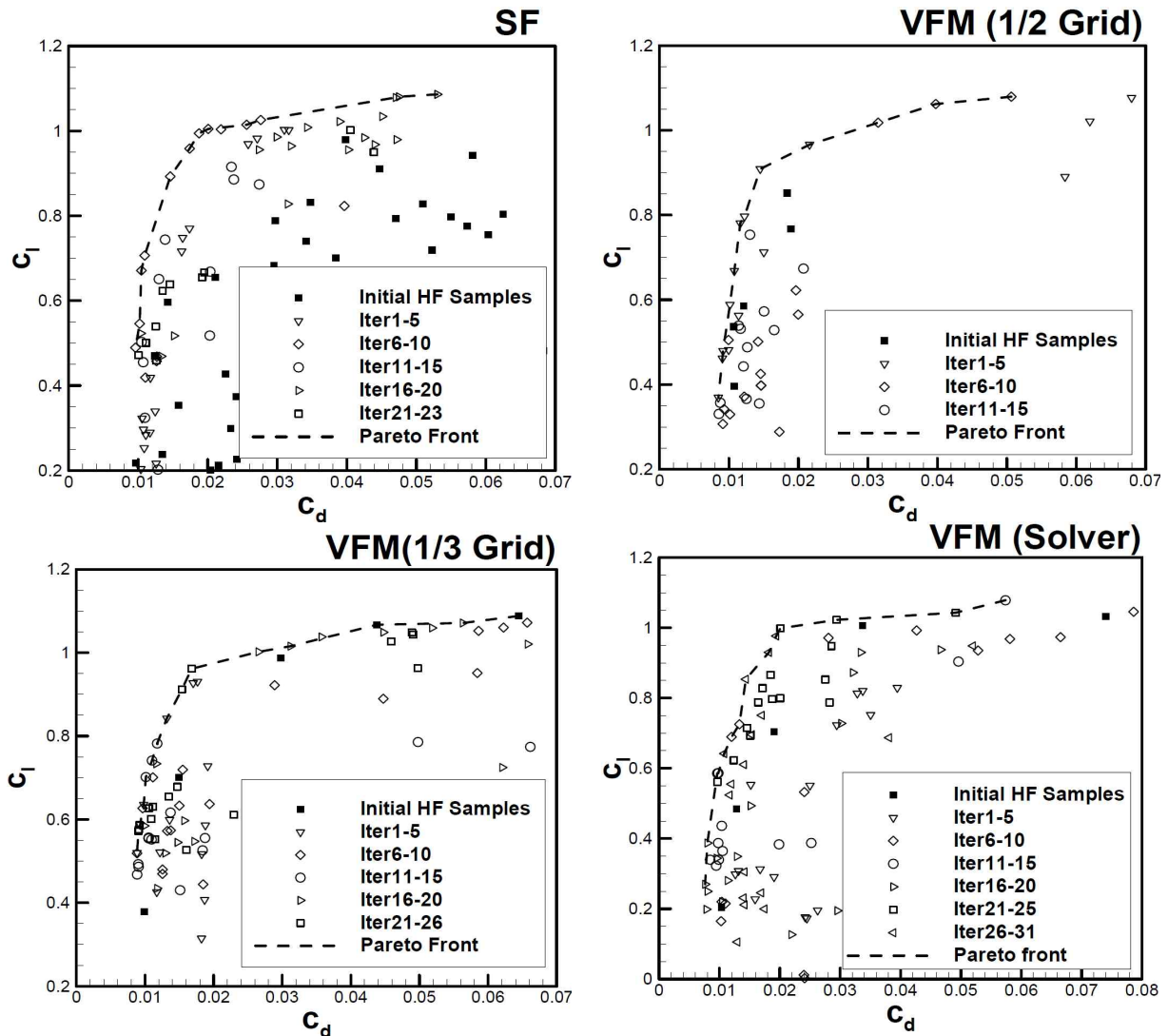


Fig. 10. Additional samples and pareto fronts for each case

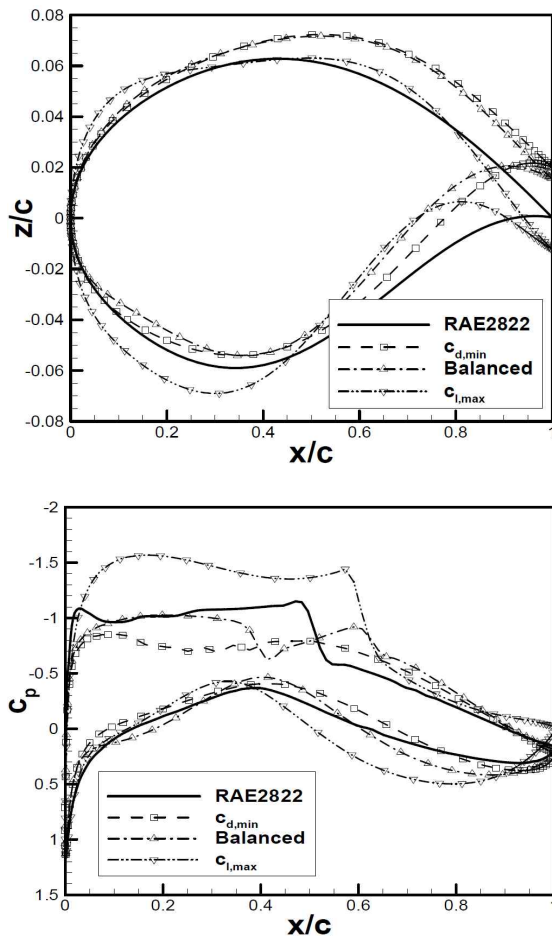


Fig. 11. Airfoil geometry and pressure coefficient graph with representative samples on pareto line (VFM 1/3 Grid Case)

절충이 되는 샘플을 파레토 라인에서 선정하였다. 일반적으로 양력을 최대화하기 위해서는 캠버가 들어간 형태를 하게 된다. 또한 항력을 최소화하기 위해선 충격파의 영향을 최소화해야 하며 이를 위해 받음각과 유사한 각도로 익형이 평평하여야 한다. 이러한 경향은 Fig. 11에 나타나 있으며,  $c_{l,max}$  케이스부터  $c_{d,min}$  케이스로 갈수록 압력계수의 값이 완만하게 변하는 것으로 충격파에 의한 영향을 확인 할 수 있다. 또한, 이를 바탕으로 VFM의 최적화 결과가 일반적인 물리적 현상과 일치함을 확인할 수 있다.

한편, 최적설계 결과로부터 향상된 성능에 대한 압력분포 및 형상을 관찰하기 위하여, 천음속 익형 설계에 주로 사용되어 오던 RAE2822 익형과 Balanced 케이스에 대한 비교 또한 Fig. 11에 도식하였으며, Balanced 케이스는 비교를 위하여 RAE2822 익형과 양력계수가 유사한 케이스를 선정하였다. 그 결과 Balanced 케이스의 익형은

Table. 10. Comparison of aerodynamic performance in selected samples airfoil and reference airfoil

	$c_l$	$c_d$	$L/D$
RAE2822 (Reference)	0.7133	0.0129	55.29
$c_{l,max}$	1.0670	0.0438	24.95
Balanced	0.7016	0.0101	69.46
$c_{d,min}$	0.5198	0.0088	59.06

RAE2822와는 다르게 상대적으로 약한 충격파를 통하여 급격한 압력 손실을 방지함을 보여 주었다. 그리고, 선정된 샘플에 대한 모든 공력성능은 Table 10에 정리되어 있으며, 특히 RAE2822와 유사한 양력계수를 가지는 Balanced 케이스는 Reference 케이스인 RAE2822익형 보다 양항비가 약 24%정도 향상된 것을 확인 할 수 있었다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 VFM 기법의 하나인 계층적 크리깅 모델을 이용하여 최적설계 과정의 유용성을 검증해 보았다. 이를 위하여 단일 정확도 모델인 Single Fidelity Model의 최적설계 결과 및 계산시간을 기준으로 효율성을 따져 보았다. 이를 위해 해석함수를 이용한 여러 가지 LF모델에 따른 해석과 천음속 영역의 익형 최적 설계에 대한 해석을 수행하였다.

1) LF모델은 HF모델의 경향성 및 유동특성을 적절히 설명 가능하여야 한다. 해석함수에 대한 분석을 통하여 LF모델과 HF모델의 경향이 전혀 다른 경향을 가질 경우 오히려 HF모델의 샘플만을 이용한 근사모델이 더 효율적임을 알 수 있다. 이는 익형설계 문제에 VFM을 적용할 경우, 유동특성을 고려하여 적절한 LF/HF모델을 사용하는 것이 중요함을 의미한다. 그러므로 천음속 영역에서는 공력특성에 가장 큰 영향을 주는 충격파에 의한 예측이 가능하여야 하며, Euler/Navier-Stokes 기반의 해석자간 보정을 통하여 VFM을 구성하는 것이 유용하다. 이는  $VFM_{Euler, full-grid}$  케이스가 SF의 최적설계 결과와 대체로 유사한 경향을 보이며, 설계시간이 38.33% 감소한 것을 바탕으로 확인 할 수 있다.

2)  $VFM_{1/2Grid}$ ,  $VFM_{1/3Grid}$ 는 설계시간이 SF대비 각각 64.20%, 42.59%감소하였으며, SF와 유사한 최적설계결과를 도출하였다. 이로서 본 기법

의 유용성이 입증되었다. 다만  $VFM_{1/3 Grid}$  케이스는  $VFM_{1/2 Grid}$  케이스에 비해 격자수를 더 줄였음에도 불구하고 상대적으로 더 많은 계산시간이 걸렸다. 이는 두 LF모델의 계산시간 차이보다 HF모델의 계산시간이 매우 크며, HF 샘플에 대한 추가 계산 횟수에 따라 좌우된 것으로 판단된다. 그러므로 HF모델에 대한 계산 횟수를 줄이기 위해, LF모델의 정확도가 보장되는 것이 유리하다. 다만, LF모델의 계산시간의 감소가 크지 않을 경우 VFM에 의한 이득을 볼 수 없으므로 LF모델의 적절한 격자수가 존재할 것으로 판단된다.

향후, 계산 자원을 많이 차지하는 3D 케이스 혹은 회전체등에 적용한다면 이 방법의 효율성을 극대화 될 것으로 생각된다.

## 후 기

이 논문은 부산대학교 자유 과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었습니다.

## References

- 1) Gano, S. E., Renuad, J. E., and Sanders, B., "Variable Fidelity Optimization Using a Kriging Based Scaling Function," *Proceedings of the 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Albany, NY, Aug 30-Sep.1, 2004
- 2) Alexandrov, N. M., Lewis, R. M., Gumbert, C. R., Green, L. L., and Newman, P. A., "Optimization with Variable-Fidelity Models Applied to Wing Design," *Proceedings of the 38th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, Jan. 10 - 13, 1999
- 3) Yamazaki, W and Dimitri J. M, "Derivative-Enhanced Variable Fidelity Surrogate Modeling for Aerodynamic Functions", *AIAA Journal* Vol. 51, No. 1 2013, pp. 126-137
- 4) Chang, K. J, Haftka R. T, G.L Giles, P.J.Kao, "Sensitivity-based Scaling for Approximating Structural Response", *Journal of Aircraft*, Vol. 30, No. 2, 1993, pp. 283-288.
- 5) Gano, S. E, "Simulation-Based Design Using Variable-Fidelity Optimization," Ph.D dissertation, Aerospace and Mechanical engineering Dept., University of Notre Dame, 2005.
- 6) Han, Z. H., Gortz, S., Zimmermann, R., "Improving Variable-Fidelity Surrogate Modeling via Gradient-enhanced Kriging and a Generalized Hybrid Bridge Function," *Aerospace Science and Technology*, Vol 1, No. 6, 2012, pp. 1-13.
- 7) Han, Z. H., Gortz, S., "Hierarchical Kriging Model for Variable-Fidelity Surrogate Modeling", *AIAA Journal*, Vol. 50, No. 9, 2012, pp. 1885-1896.
- 8) Wilke, G., "Multi-Objective Optimization in Rotor Aerodynamics using Variable Fidelity Simulations", *39<sup>th</sup> European Rotorcraft Forum*, Moscow, Sep. 3-6, 2013
- 9) Forrester, A. I. J., Sobester, A., and Keane, A. J., "Multi-Fidelity Optimization via Surrogate Modeling," *Proceedings of the Royal society*, Vol. 463, No. 2088, 2007, pp. 3251-3269.
- 10) Sobieczky, H., "Parametric Airfoils and Wings," *Recent Development of Aerodynamic Design Methodologies*, Vieweg+ Teubner Verlag, 1999. pp. 71-87.
- 11) Donald, R. J., Matthias, S., and William, J. W., "Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Function," *Journal of Global Optimization*, Vol. 13, 1998, pp. 455-492.
- 12) Matthias, S., "Computer Experiments and Global Optimization," Ph.D Dissertation, Statistic and Actuarial Science Dept., University of Waterloo, Ontario, 1997.
- 13) Jeong, S, Yamamoto, K., and Obayashi, S., "Kriging-based Probabilistic Method for Constrained Multi-Objective Optimization Problem." AIAA paper 6437 (2004): 2004.
- 14) Chen, X., Agarwal, R. K., "Optimization of Wind Turbine Blade Airfoils Using a Multi-Objective Genetic Algorithm," *Journal of Aircraft*, Vol. 50, No. 2, March-April 2013, pp. 519-527.