대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 24 권 제 1 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 24, No. 1, 67 ~ 82. Feb 2014

중복 개념의 대상화 과정 분석: 교사와 학생의 담론을 중심으로

구 나 영* · 이 경 화**

수학적 개념의 대상화에 관한 정의와 관점은 다양하다. 그러나 과정을 전체로 인식하고 이를 대상으로 전환하여 다루는 활동, 즉 어느 한 단계에서의 과정이 다음 단계에서의 대상이 된다는 점의 강조는 수학적 개념의 대상화에 관한 여러 관점에서 공통적으로 추구하는 바이다. 이 연구는 여러 관점에서 공통적으로 강조하는 수학적 개념의 대상화의 특징에 기반하여, 순열·조합 단원에서 중복 개념의 대상화는 어떻게 일어나는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 교실 담론을 중심으로 확인하는 것에 목표를 둔다. 연구 결과, 학생들은 중복 개념에 관련된 과정에 관한 진술을 대상에 관한 진술로 대체하였고, 이를 비인칭의 방법으로 표현하여 대상화에 이른다는 점을 확인했다. 학생들이 사용하는 중복 개념 관련 핵심어의 사용 방식이 일상어와 밀접하게 관련되어 있다는 점은 대상화를 어렵게 하는 주된 요인으로 나타났다.

Ⅰ. 서 론

수학적 개념의 대상화에 관한 정의와 관점은 다양하다. 그러나 과정을 전체로 인식하고 이를 대상으로 전환하여 다루는 활동, 즉 어느 한 단계에서의 과정이 다음 단계에서의 대상이 된다는 점의 강조는 수학적 개념의 대상화에 관한 여러 관점에서 공통적으로 추구하는 바이다 (Sfard, 2008; Dubinsky, Weller, McDonald & Brown, 2005; Bakker & Hoffmann, 2005).

여러 선행 연구자들은 수학 교수학습에서 수학적 개념의 대상화의 중요성을 강조해왔다(Sfard, 1994; Dubinsky et al., 2005). 이에 수 개념의 대상화에 관한 연구(Sfard, 1994, 2008), 군 개념의 대상화에 관한 연구(Dubinsky, Dautermann, Leron & Zazkis, 1994), 함수 개념의 대상화에 관한 연구(Dubinsky et al., 2005), 자료 분포(spread)의 대상화에 관한 연구(Bakker, 2004) 등 다양한 분야에서의 대상화에 관한 논의가 이루어지고 있다.

수학 교수학습에서 수학적 개념의 대상화는 어려운 과정임이 알려져 있다(Sfard, 1994, 2008; Bakker & Hoffmann, 2005). 여러 연구자들은 수학적 개념의 대상화에 대한 논의를 함으로써, 학생들의 대상화 활동을 심층적으로 이해하려고 시도하였으나, 순열·조합 단원에서 수학적 개념의 대상화가 어떻게 일어나는지, 왜 대상화는 학생들에게 어려운지에 대한 실증적 논의는 부족하다(Sfard, 2008; Eizenberg & Zaslavsky, 2004). 이에 본 연구에서는 순열·조합 단원에서 중복 개념의 대상화는 어떻게 일어나는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 교실 담론을 중심으로

* 서울대학교 대학원, noz39@snu.ac.kr (제1 저자)
** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr (교신저자)

확인함으로써, 수학적 개념의 대상화에 대한 실증적 논의의 토대를 마련하고자 한다.

Ⅱ. 문헌 연구

이 장의 목적은 두 가지이다. 첫째, 대상화에 대한 기존 연구자들의 논의를 되짚어 봄으로써, 본 연구에서 논의하고자 하는 대상화의 의미를 분명히 하는 것이다. 둘째, 본 연구의 내용 영역과 관련하여 기존 확률 교육, 특히 순열・조합 분야 관련 연구에서 논의된 확률적 추론(probabilistic reasoning)과 조합적 추론(combinatorial reasoning)에 대해 확인한다. 이로부터 본 연구에서는 중복순열과 중복조합 문제들을 접한 학생들이 어떻게 중복 개념을 대상화하는지를 그들의 담론을 중심으로 살펴보고자 한다.

1. 대상화

Piaget는 반사가 이루어진 상위 단계에서 반성이 이루어지기 위해서는 하위 단계에서 사고의 도구였던 것이 사고의 대상이 되어야함을 강조한다(홍진곤, 1999, p. 62). Piaget의 반영적 추상화의 메커니즘을 이해하고 이를 고등 수학적 개념에 적용하고자 하는 시도로부터 Dubinsky는 APOS 이론을 제시했다(Dubinsky & McDonald, 2001, p. 276). APOS 이론은 수학적 개념의 본질과 개인의 정신 속의 수학적 개념이 밀접한 관련이 있다는 가정에서 시작한다. Dubinsky et al.(2005)에 의하면, 수학적 개념은 개인이 다른 대상을 얻기 위해 대상을 변환(transformation)하면서 형성되기 시작한다. 또한 개인이 행동을 반복하고 반성하면 이는 정신 과정으로 내면화(interiorization)되며, 개인이 과정을 전체로서 알게 되고 변환이 전체에서 작동할 수 있다는 것을 알게 되며, 실제로 그러한 변환을 구성할 수 있게 되면 개인이 과정을 인지적 대상으로 집약화(encapsulation)시켰다고 말한다(p. 339).

수학 교수학습 상황에서의 담론의 특징에 주목한 Sfard(2008)는 Dubinsky의 집약화와 유사한 개념으로 대상화(objectification)를 제시한다. 대상화란 명사가 탈-담론적(extradiscursive)이고 스스로 지속되는 대상(self-sustained entity)을 나타내며 인간 주체와는 독립적인 것처럼 사용되기 시작하는 과정을 의미한다. 특히 그녀는 대상화의 과정을 밀접하게 관련되어 있는 두 과정, 과정에 대해 말하는 것을 대상에 대해 말하는 것으로 대체하는 물화(reification)와, 인간의 참여 없이 스스로 현상이 일어나는 것처럼 담론적인 형태를 사용하여 현상을 비인칭의 방법으로 표현하는 최종적인 대상화의 과정인 소외(alienation)로 구분한다. 일반적으로 물화의 과정에서는 새로운 명사나 상징이 도입된다. 물화는 적절한 추상적 대상을 창조하는 것이며 존재론적 대상에 대한 은유의 시작이다. 소외의 과정에서는 수학적 대상이 탈-담론적인 존재로 전환되며 새롭게 만들어진 명사들을 통합시킬 수 있다.

Peirce는 추상화를 도출적 추상화(prescissive abstraction)와 실재적 추상화(hypostatic abstraction)로 구분하는데, 이는 Sfard의 물화와 같은 과정이라 볼 수 있다(Bakker & Hoffmann, 2005, pp. 341, 354). Peirce에게 대상이란 말하거나 사고하는 것이고, 실재적 추상화는 대상들의 집합의 어떤 특성을 새로운 대상으로 고려하는 것이며 구체적 술어의 자리에 추상적 명사를 놓는 것이다(Peirce, 1976; Bakker & Hoffmann, 2005, 재인용). 이는 과정의 결과물 또는 새로운 대상을 나타내는 새로운 기호를 만드는 과정으로 볼 수 있으며(Hoffmann, 2006), 단지 언어적 속임수가 아니라 새로운 시각으로 발견을 하기 위한 진정으로

창조적인 행동이다.

이와 같이 선행 연구에서는 다양한 관점에서 대상화를 살펴보고 있다. 인지적 관점에서 접근한 Dubinsky는 한 개인의 개념화 과정에 초점을 맞추었으며, 인지에 대한 의사소통적 관점에서 접근한 Sfard는 대상화 과정을 담론에서의 변화에 주목해 살펴봤다. Bakker와 Hoffmann은 Peirce의 논의로부터 담론에 주목해 실재적 추상화를 강조한다는 점에서 Sfard의 논의와도 연결된다.

그러나 과정을 전체로 인식하고 이를 대상으로 전환하여 다루는 활동, 즉 어느 한 단계에서의 과정이 다음 단계에서의 대상이 된다는 점의 강조는 수학적 개념의 대상화를 논의한 여러 관점에서 공통적으로 추구하는 바이다. 이에 본 연구에서는 순열·조합 단원에서 중복 개념의 대상화가 어떻게 일어나는지, 왜 중복 개념은 학생들에게 어려운지에 대한 실증적 논의를 하는 것을 목적으로 한다.

2. 확률적 추론 및 조합적 추론

Jones, Langrall, Thornton & Mogill(1997, 1999)가 확률적 사고 발달 수준을 제시한 이후 많은 연구자들은 연구 대상과 내용 요소를 다양화하여 확률적 사고 수준에 대한 논의를 발달시켰다(Tarr, 2002; Polaki, 2002). 기존 확률적 사고에 관한 연구는 특정 확률 내용 요소에 관한 개인의 사고가 그 요소와 관련된 다른 맥락에서도 일관될 것이라는 것과 내용 요소들 사이에 있어서도 개인의 확률적 사고가 일관될 것임을 가정한다(Rubel, 2007, p. 535).

이에 따라 특정 맥락 내에서의 특정 확률 내용 요소와 관련된 학생들의 사고에 초점을 맞추는 대안적 접근을 따르는 연구들이 진행되어왔다. Watson & Moritz(2003)는 주사위의 공정성을 판단하는 학생들의 전략과 신념에 관한 연구를 수행하면서, 학생들의 추론 전략을 탐구했다. Rubel(2007)은 동전 던지기와 관련된 특정 맥락에서의 학생들의 확률적 추론을 분석하였다. 특히 그는 학생들에게 자신의 풀이를 정당화하도록 요구해 인지 모델에 내재한 학생의 전략과 추론에 대한 통찰을 얻고자 하였다.

선행 연구들에 의하면, 학생들은 특정 상황에서 수학적 맥락에서의 추론(in-school reasoning)과 일상적 맥락에서의 추론(out-of-school reasoning)의 차이로부터 오는 갈등으로 인해 확률적 추론에 어려움을 겪는다(Watson & Moritz, 2003; Rubel, 2007). 조합적 추론은 초기 확률에 대한 이해를 발달시키는데 중요한 역할을 하지만 조합적 추론에 대한 연구는 아직 충분히 이루어지지 않았다(English, 2005, p. 127).

학생들은 경우의 수를 구하는 데 특정 전략을 활용하기도 하며(English, 1991), 복합 사건의 구조를 이해하고 설명하는데 어려움을 겪기도 하고(English, 1999), 확률적 사고 수준의 성장을 위한 핵심 요소인 등확률성을 인식하는데 어려움을 겪기도 한다(English, 2005).

이러한 특성을 갖는 확률 분야의 문제를 해결하기 위해, 학생들은 문제 상황을 상상해 그 이미지를 조작하는 내적 시각화를 하기도 하며 외적인 시각적 표상을 사용하기도 한다(Zahner & Corter, 2010, p. 178). 또한 조합적 추론이 갖는 어려움을 극복하기 위해 자신의 풀이를 정당화하여 검증하는 것과 다른 풀이를 생각해 기존 풀이와 비교하여 검증하는 것이 유의미함이 알려져있다(Eizenberg & Zaslavsky, 2004). 학생들의 확률적 추론과 조합적 추론의 어려움 및 이를 극복하기 위한 이상의 논의들에 기반을 두고, 본 연구에서는 교실 담론에 기반하여 학생들이 중복 개념을 어떻게 대상화하는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 확인한다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구의 목적은 순열·조합 단원에서 중복 개념의 대상화는 어떻게 일어나는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 교실 담론을 중심으로 확인하는 데 있다. 사례 연구는 상황과 그 안에 포함된 의미에 대한 심층적인 이해를 얻기 위해 설계되며 결론보다는 과정에, 특정의 변수보다는 맥락에, 확증보다는 발견에 관심이 많기 때문에 (우정호, 정영옥, 박경미, 이경화, 김남희, 나귀수 외, 2006) 본 연구의 목적에 부합한다고 판단되었다. 이에 본 연구에서는 사례 연구 방법을 택하였고, 다음과 같이 연구 참여자를 선정, 연구 현장 분석, 자료 수집 및 자료 분석, 과제 설계를 하였다.

1. 연구 참여자

확률 문제를 해결하는 학생들에게 설명하고, 정당화하며, 서로의 아이디어를 비판적으로 재검토하는 기회를 제공하는 것은 확률과 관련된 이해를 향상시키는데 효과적임이 알려져 있다 (Pijls, Dekker & Hout-Wolters, 2007; Francisco, 2013). 우정호 외(2006)에 따르면, 사례 연구는 제한된 체계 또는 하나의 단위에 대한 집중적 묘사와 분석에 목적이 있는 바, 오랜 시간 함께 수업한 경험이 있고 의사소통에 적극적인 연구 참여자를 선정하는 것이 중복 개념의 대상화 과정 분석에 적합할 것으로 판단하였다.

본 연구는 수도권 소재의 과학고등학교의 1학년 한 학급 학생(20명) 중 본 연구와 관련된 확률 내용 요소를 선행 학습하지 않았으며 연구에 참여하기를 희망한 학생 11명과 그 학급의 수학교과 담당 교사 1명을 대상으로 실시하였다. 교사는 석사과정생으로 교육경력 5년 중 현재 근무하는 학교에서는 2년째 근무 중이었다. 연구 참여자들은 주중에 함께 기숙사 생활을 하기 때문에 친밀도가 높았고, 입학 이래 한 학급에서 함께 수업을 받았기 때문에 적극적으로 자신의 의견을 표현하는데 익숙했다. 본 연구에서 학생들의 확률 문제해결 활동은 3~4명의 세 개의 조로 나뉘어 이루어졌으며, 각 수업 당 100분씩 총 3회 진행되었다.

본 연구에서는 이 수업에 참여한 1조(3명), 2조(4명)의 학생 7명(S1~S7)의 사례를 분석하였다. Pijls et al.(2007)에 의하면, 학생들은 새롭고 다소 어려운 내용을 학습하기 위해 다른 관점에서 바라보는 동료 학생들과 의견을 공유하는 것이 효과적이다. 이에 본 연구에서는 연구 참여자인 교사와의 면담과 연구진의 수업 관찰을 통해 수업에 참여한 학생들 가운데 다양한 의견이 드러나는 것으로 확인된 1조와 2조의 담론을 본 연구의 사례로 선정하는 것이 연구 목적에 가장 적합한 것으로 판단하였다. 1조와 2조의 사례로 학생들의 중복 개념의 대상화가 어떻게 이루어지는지, 그 과정에서 겪는 어려움은 무엇인지를 확인한다. 본 연구에 참여한 학생들은 해당 학교에서 중위권 수준의 성취도를 보이며, 다양한 사회경제적 배경을 가졌다. 이 학생들은 1학기에 고등학교 1학년 수학에 제시된 순열과 조합 내용을 학습하였으며, 중복순열과 중복조합에 대해서는 선행 학습하지 않았음을 연구 참여 교사와의 사전 비구조화된 면담을 통해 확인하였다.

2. 자료의 수집 및 분석

본 연구에서는 학생들의 중복 개념 대상화 과정을 분석하기 위하여 다음과 같은 절차로 사례 연구 방법(우정호 외, 2006)을 사용하였다. 먼저 연구진이 교육과정 중 확률 관련 주요 내용 요소를 반영한 과제를 설계하고, 예비 관찰을 하였으며 연구자가 수준과 발문의 적절성을 검토해

수정한 후, 2013년 10월 8일, 10월 11일, 11월 5일 방과후 시간을 활용해 수업을 실시하였다. 연구진은 교사와 학생의 수업에 개입하지 않고 학생들의 문제해결 과정과 담론을 관찰하였다.

수업 중에는 학생들이 자신의 의견을 자유롭게 표현할 수 있는 기회를 제공했다. 학생들이 자신의 아이디어를 설명하고, 정당화하며 자유롭게 논의하는 과정은 확률 문제해결과 확률적 사고 수준의 상승에 유의미함이 알려져 있다(Pijls et al., 2007; Francisco, 2013). 3~4명의 학생들이 한 조를 이루었으며, 학생별로 활동지를 제공해 자신의 생각을 자유롭게 기록할 수 있도록 했다. 교사는 학생들이 자유롭게 의견을 말할 수 있도록 분위기를 조성하고, 학생들이 수정하여 재진술하며 동료의 추론을 비평하도록 하였고, 더 많은 참여를 위해 학생들을 격려하고 기다리는 시간을 충분히 사용했다(Chapin, O'Cornor & Anderson, 2003). 1차시 중 중복 개념과 관련된 수업의 흐름은 <표 Ⅲ-1>과 같다.

자료 수집을 위해 교실 관찰, 교사 면담, 학생 면담, 수업 녹화, 연구자의 기록 방법, 학생이 제출하는 문서 자료 수집을 수행했다. 모든 수업 과정은 캠코더로 녹화하였으며, 각 조별로 나타나는 상호작용과 담론을 구체적으로 살펴보기 위해 조별로 캠코더를 배치해 촬영했다. 문서자료 수집을 위해서는 관찰된 모든 수업과 관련된 학생들의 학습지를 수집하고, 교실 수업자료와 면담 자료를 전사한 자료를 구성해 분석의 기초자료로 활용한다(Radford & Roth, 2011). 연구진은 이러한 자료의 다원화로 본 연구의 신뢰성을 높일 수 있을 것이라 판단하였다(우정호 외, 2006).

수집한 자료들은 앞서 살펴본 대상화에 관한 선행 연구들에 기반하여 분석한다. 특히 선행 연구에서 논의한 대상화에서 공통적으로 강조되는 초점은 유지하되, 수학 교수학습에서의 담론에 주목해 대상화를 논의한 Sfard(2008)의 관점을 토대로 분석한다. 구체적으로, 본 연구에서는 중복 개념의 대상화와 관련하여 핵심어와 그 사용 방식을 확인하였다(Sfard, 2005). 이를 위해, 담론의 초점(discursive focus)을 분석한다. Sfard & Kieran(2001)에 의하면, 담론에는 세 가지 초점이 있다. 첫 번째는 발화된 초점(pronounced focus)으로 이는 공적인 초점이다. 두 번째는 수행된 초점(attended focus)으로 이는 사람이 지각하는(혹은 상상하는) 이미지들을 포함할 뿐만 아니라 그 동안 그가 수행하고 있는 절차를 포함한다. 세 번째는 의도된 초점(intended focus)으로 이는 사적인 초점이며, 주어진 발화된 초점을 미래의 담론에 사용하도록 지시하는 요소이다(p. 53).

또한 본 연구에서는 타당성과 신뢰성을 증진시키기 위해 자료를 다원화하고 분석 사례에 대한 풍부하고도 상세한 기술을 하였으며, 3인의 연구자가 분석에 참여하였다(우정호 외, 2006).

<표 Ⅲ-1> 1차시 수업의 흐름

흐름	수업 전개
도입 및 안내	· 수업에 대한 안내
순열과 조합의 맥락 상기	· 문제 1과 2 : 개별 문제풀이 → 소그룹 토론
중복순열의 맥락 소개	· 문제 3 : 개별 문제풀이 → 소그룹 토론 · 문제 4 : 개별 문제풀이 → 소그룹 토론
중복조합의 맥락 소개	· 문제 5 : 개별 문제풀이 → 소그룹 토론 · 문제 6 : 개별 문제풀이 → 소그룹 토론
중복 개념의 대상화	· 문제 7 : 소그룹 토론 → 전체 토론(소그룹별 발표 및 질의응답)
정리	· 교사의 보충 설명 및 질의응답

3. 과제

연구 참여자인 학생들은 1학년 1학기에 고등학교 1학년 수학에 제시된 경우의 수, 순열, 조합의 내용은 학습한 상태였다. 따라서 연구진이 개발한 총 3차시의 확률 과제는 교육과정에서 지도되는 확률의 내용영역 중 순열, 조합, 중복순열, 중복조합, 확률의 정의, 독립성에 초점을 맞추었다. 특히 본 연구에서는 순열, 조합, 중복순열, 중복조합에 관해 다루는 1차시의 수업 분석을 통해 중복 개념의 대상화에 대해 살펴본다.

Chernoff & Zazkis(2011)은 학습자의 초기 추론 방식을 고려한 교수학습 관점의 중요성을 강조하고, 다수의 연구자들은 확률 문제를 해결하는 데 풀이를 설명하고 정당화하며, 비판적으로 점검하는 상호작용이 유의미함을 언급한다(Pijls et al., 2007; Francisco, 2013). 이에 연구자들은 현재 고등학교 교과서에 제시된 순열·조합 문제가 본 연구의 목적에는 한계가 있다고 생각하여 문제를 재배열하고, 중복 개념을 구성하는 학생들의 초기 추론이 드러나도록 했다. 이는 학생들로 하여금 중복 개념을 자연스럽게 접함으로써, 대상화가 활발해지고 표면화될 것으로 기대하였기 때문이다.

특히 본 연구에서 다루는 1차시의 과제는 기존 선행 연구에서 강조한 바와 같이 자신의 풀이를 정당화할 수 있도록 발문했으며(<부록 1>), 수업 진행 중 소그룹 토론에서 자신의 풀이와 동료의 풀이를 비교하며 논의할 수 있는 시간을 제공했다(Eizenberg & Zaslavsky, 2004).

Ⅳ. 연구 결과

연구 결과 학생들의 중복 개념 대상화와 관련된 담론을 관찰할 수 있었다. 본 연구에서는 1조와 2조의 담론 중 중복이라는 용어가 사용되는 과정과 이 의미를 탐구하는 동안 대상화가 어떻게 일어나는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 확인할 수 있었다. 이에 이 장에서는 중복 개념의 대상화가 이루어지는 과정과 그 어려움을 (1) 주어진 과제로부터 중복이라는 용어를 사용하는 사례, (2) 이를 바탕으로 중복 개념을 대상화하는 과정에서 학생들이 겪는 어려움, (3) 자신들이 사용했던 중복이라는 용어의 의미를 반성하면서 대상화에 이르는 과정의 순으로 제시한다.

1. ‘중복’의 사용 사례

이 장에서는 1조와 2조의 학생들이 중복이라는 용어를 사용한 사례를 살펴봄으로써 학생들이 갖고 있는 중복의 의미가 무엇인지 분석한다. 특히 Sfard & Kieran(2001)이 강조한 바와 같이, 중복이라는 용어를 사용한 맥락에서의 담론의 초점에 주목하였다.

순열·조합 관련 과제를 접한 학생들은 먼저 문제에 주어진 조건을 확인하는 시도를 하였으며, 문장제를 해결하기 위해 문제 상황을 이해하려 노력하였다(Zahner & Corter, 2010). 학생들은 문제의 맥락에 몰입하였고 각자 문제를 해결한 후 이를 그룹 내에서 활발히 논의하는 시간을 가졌다(Francisco, 2013). 연구진은 학생들이 문제의 맥락에 숨겨진 수학적 개념이나 구조를 탐색하기를 기대하였다.

학생들이 중복이란 용어를 사용하는 사례를 살펴보기 전에 1차시 수업의 핵심어인 순서와 중복의 사용을 확인하면, 모든 조의 학생들은 순서 고려 여부를 순열과 조합의 차이로 인식했기 때문에 순서와 관련된 담론의 초점이 명확하여 의사소통이 효과적이었다. 그러나 중복의 사용에 있어서는 담론의 초점이 불안정한 모습이 나타나는데, 이는 [문제 1과 2](번호 21, 22, 82~85)와

번호	화자	전사
21	S1	문제 2에서는 아까 그런 식으로 그 답을 구하면, 그 뭐지 중복되는 경우가 생기지. 왜냐면은 순서가 상관없으니까, 서로 다른 두 종류의 과일만 들어가면 되는 거니까 딸기 키위랑, 키위 딸기랑 똑같아. 근데 이걸 경우의 수로 다 적어보면 12가지 중에 6가지가 중복돼. 그래서 12에서 6을 빼면 6가지가 나오지.
22	S3	그렇구나.
...	...	...
82	S2	아니 그래도 한 번 얘기해봐.
83	S1	아니 똑같은 얘기였어. 얘도
84	S3	(활동지를 가리키며)1위에, 그러니까 문제 1번의 1위에는 애들이 4마리가 다 올 수 있잖아. 그런데 2위에는 중복 수상이 불가능하기 때문에 한 마리가 올 수 없으니까 세 마리가 남잖아.
85	S1	응.
...	...	...
225	T	어떻게 12가지가 나왔어요? (S1에게)설명해 줘봐. S2랑 S3한테
226	S1	그러니까 아까 얘 뭐냐, (문제 1을 보며)얘, 얘인가? 얘지. 겹치는 거, 겹치는 거 빼서 빼는데, 얘는 사람이 다르니까 겹치는 걸 뺄 필요가 없다는 거지. (문제 2를 보며)그런데 4가지에서 뭐야, 아니구나. 중복으로 선택 가능하니까 한결이가 딸기, 키위, 복숭아, 멜론, 은결이가 딸기, 키위, 복숭아, 멜론.

[문제 3](번호 225, 226)을 해결하는 1조의 담론으로 확인할 수 있다.

중복이라는 단어는 중복순열, 중복조합을 학습하기 전에 이미 일상생활에서 많이 사용된다. 일상적 맥락에서 사용하는 중복의 뜻은 다음과 같다.

중복 : 거듭되거나 겹침[1]

수학적 용어로 승인되기 전에 중복은 일상적 맥락에서 충분히 자주 사용되었기에 실제 학생들의 토론 과정 중 나타난 중복은 수학적 의미가 아니라 일상적 의미로 사용되고, 담론의 초점도 지속적으로 변화하는 모습을 보여준다. 이를 살펴보면 <표 Ⅳ-1~3>과 같다.

이와 같이 1조의 담론을 살펴보면, 중복은 수학적 맥락에서의 의미와 일상적 맥락에서의 의미가 혼용되어 거듭되는 경우와 겹치는 경우로 사용된다는 것을 알 수 있다. 한편, [문제 3](번호 299~305)과 [문제 4](번호 465~467)를 해결하는 2조의 담론에서 중복이 사용되는 사례를 살

<표 Ⅳ-1> 번호 21(S1의 발언)의 담론의 초점

발화된 초점	수행된 초점	의도된 초점
중복	1. $4 \times 3 = 12$가지를 구하기 2. 딸기, 키위와 키위, 딸기가 같은 것 3. 순서가 바뀌어도 같은 것을 제외해줘 $12 - 6 = 6$가지 구하기	구하려는 경우의 수 = 순서가 상관없는 것을 제외한 경우의 수 중복되는 경우 = 겹치는 경우

1) 국립국어원 표준국어대사전

<표 Ⅳ-2> 번호 84(S3의 발언)의 담론의 초점

발화된 초점	수행된 초점	의도된 초점
중복	1. 1위에 올 수 있는 강아지의 수는 4마리 2. 2위에 올 수 있는 강아지는 1위를 제외한 3마리	구하려는 경우의 수 = 순서를 고려해야 하는 경우의 수 중복되는 경우 = 거듭되는 경우

<표 Ⅳ-3> 번호 226(S1의 발언)의 담론의 초점

발화된 초점	수행된 초점	의도된 초점
중복	1. 한결이가 선택할 수 있는 경우의 수 4가지 2. 은결이가 선택할 수 있는 경우의 수도 4가지	구하려는 경우의 수 = 중복 가능하고 순서를 고려하는 경우의 수 중복되는 경우 = 거듭되는 경우

펴보면 다음과 같다.

번호	화자	전사
299	S4	선생님. 과일은 무한정 있는 거에요?
300	S7	네 가지.
301	T	네! 과일은
302	S4	아니 그러니까, 계속 먹을, 그러니까
303	T	한마디로 여러분이
304	S5	중복돼도 되는
305	S4	중복돼도 되냐고요.
…	…	…
465	S4	중복, 중복 때문에 그런 건가?
466	S5	서로 다른
467	S6	중복된 걸 그러면, 이 나눗셈 연산으로 하지 말고 빼는 연산으로 하면 되지 않을까?

2조의 담론에서 드러난 중복의 의도된 초점은 거듭되는 경우로 나타났다. 1조의 담론에서 중복은 수학적 맥락과 일상적 맥락에서의 의미가 혼용되어 사용되었지만, 2조의 담론에서 중복은 중복순열 및 중복조합과 관련된 수학적 맥락에서 발화되었고, 학생들은 경우의 수를 구하기 위한 계산 절차를 수행했다.

특히 2조의 학생들은 과제를 해결하는 과정에서 과제에 주어진 상황을 상상하고 직접 선택의 주체가 되어 거듭하여 선택하는 과정에 참여하는 것으로 내적 시각화를 하였다. 예를 들면, 학생들은 [문제 3]을 해결할 때, 머릿속으로 네 가지 과일과 아이스크림의 이미지를 만들고 자신이 선택의 주체가 되어 거듭하여 과일을 선택해 아이스크림을 만드는 과정을 상상해 추론을 시작했다.

요약하면, 1조의 담론에서 중복은 수학적 맥락에서의 의미와 일상적 맥락에서의 의미가 혼용되어 거듭되는 경우와 겹치는 경우로 사용되는 것으로 나타났다. 한편, 2조의 담론에서 중복은 수학적 맥락에서의 거듭되는 경우로 사용되었지만, 학생들은 자신이 선택의 주체가 되어 거듭하여 선택하는 과정을 내적 시각화하는 경향이 있는 것으로 드러났다.

2. 중복 개념의 대상화 과정에서 겪는 어려움

지금까지 확인한 바와 같이, 수학적 담론에서 중복이라는 용어는 일상적 맥락에서의 의미로도, 수학적 맥락에서의 의미로도 사용된다. 이 절에서는 이러한 중복 용어의 사용이 중복 개념의 대상화에 어떤 영향을 주었는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 확인하는데 목적을 둔다.

1조의 담론에서는 거듭되는 과정과 겹치는 과

정이 중복이라는 명사를 도입하여 물화(reify)되었지만, 서로 다른 과정에 대한 진술이 같은 명사로 대체되면서 담론의 초점이 다양해졌다. 연구진은 1조의 학생들이 중복을 다르게 사용하고 있다는 점을 깨닫고, 수행된 초점과 의도된 초점의 차이를 인식할 것으로 예상하였다. 그러나 학생들은 문제해결과 답을 도출하는 것에 집중하는 모습을 나타냈는데, 이는 교실 공동체의 일원으로서 학생들에게 기대되는 바, 학생의 의무, 역할과 관련되었다(Yackel & Cobb, 1996).

따라서 1조에서는 순열, 조합, 중복순열, 중복조합에 대한 [문제 1~6]을 분류해보도록 하여 순서와 중복의 이해 형성을 위해 설계된 [문제 7]을 해결할 때, 중복 개념이 논의의 초점으로 부각되지 못했다. [문제 7]을 해결하면서 1조의 학생들은 순서와 중복에 관한 이해 형성에 이르긴 하지만, 수학적 맥락에서 겹치는 과정은 순서의 고려 여부와 관련된 순열, 조합의 구분과 연결된다는 것을 인식하지 못한 채 중복의 의도된 초점이 다양하게 나타났다.

2조의 학생들은 거듭되는 과정을 중복이라는 명사로 표현하였지만, 이 과정은 인간이 주체가 되어 거듭되어 선택하는 것이었다. 이는 반복적인 긴 이야기를 축약하는 것을 돕는 명사로 일시적인 행동을 영속적인 내러티브로 바꾸었다는 측면에서 물화되었다고 볼 수 있다. 그런데 2조의 학생들은 지금까지 이해했던 중복의 개념을 적용하여 [문제 6]의 상황이 순서 고려 여부와 중복 여부의 범주 중 어느 범주에 속하는지를 판단하는데 어려움을 겪기 시작했다.

번호	화자	전사
1316	S5	(문제 6을 보며)이게 뭐임? 6번은 뭐임?
1317	S6	6번은 좀 특이한데? 6번은 뭐지?
1318	S5	중복
1319	T	6번이 어디에 속하는 거야?
1320	S6	(T에게)6번은 다른 문제 아니에요?
1321	S5	다른 거는
1322	S4	여기에 안 들어가나?
1323	T	안 들어가?
1324	S6	여기 기준에 뭔가 이상한데
1325	S5	중복이

2조의 학생들은 적절한 추상적 명사를 도입했지만 거듭하여 선택하는 과정에 인간이 행동의 주체로 자리하면서, 중복 개념이 행위자로부터 완전히 분리되거나 멀어지게 하는 비인칭의 방법으로 전환되는 것까지에는 미치지 못했다. 이는 학생들이 거듭하여 선택하는 과정이 전체에서 작동할 수 있다는 것을 깨닫지 못했다는 것을 의미한다. 또한 이는 중복이라는 용어로 과정에 대한 진술을 대체할 수 있었지만, 이로부터 새로운 발견을 하기 위한 창조적 행동까지는 이르지 못했음을 의미한다.

3. 중복 개념의 반성과 대상화

학생들은 중복이라는 용어를 사용해가며 과제를 해결하고, 순서와 중복의 개념이 무엇인지에 대한 논의도 진행하며 자신의 추론 과정을 설명하고 정당화했다(Pijls et al., 2007; Francisco, 2013; Eizenberg & Zaslavsky, 2004). 이 과정에서 중복의 개념을 재탐색하려는 시도가 드러났다. 이 장에서는 2조의 학생들이 중복 개념을 재탐색하는 과정에서 나타난 대상화, 특히 소외(Sfard, 2008)의 과정을 확인한다.

중복을 인간이 거듭하여 선택하는 과정으로 이해하면 [문제 7]에서 교사가 강조한 수학적 구조를 분석하는데 성공적이지 못하다는 것을 인

번호	화자	전사
1360	S4	음 뭐지? 중복은 계속 쓸 수 있다는 건가? 근데 얘는 숫자가 제한되어 있잖아.
1361	S6	어?
1362	S5	개념이 좀.
1363	S4	아 헷갈려.
...	...	...
1385	S5	중복인데 순서 상관이 없는 거 아니야?
1386	S7	잠깐만 왜 중복이지?
1387	S4	왜 중복?
1388	S5	이거 푸는 게 5번이랑 똑같잖아. 6번 푼 게 5번이랑 똑같잖아.
1389	S6	아 6번이 보니까 누가 누구를 고르는지 생각하는 게 약간 다른 것 같은데 (활동지를 보며)이 경우에는 음료수가 사람을 고른다고 봐야 되지 않을까? 왜냐면 사람이 안 받을 수도 있기 때문에 음료수가 사람을 고른다고 봐야 되는거 아니야?
1390	S4	아 뭐지? 그냥
1391	S6	어느 음료수를 고르는지는 상관이 없잖아. 그렇기 때문에 음료수가 어느 사람에게 갈 지를 고른다, 이렇게 하기 때문에
...	...	...
1395	S4	중복이라는 것 자체의 개념이 뭐였지?
1396	S6	그 뜻이 아니라 중복이 이 뜻 아닌가? 두 개의 음료수가 서로 같은 사람을 고를 수 있다. 아닌가?
1397	S4	뭐지? 사람이 아이스크림 뽑을 때, 같은 아이스크림 계속 뽑을 수 있는 게 중복이잖아.
1398	S7	음료수가 주야? 사람이 주야?
...	...	...
1419	T	아 6번은 음료수가 사람을 선택하는 거야?
1420	S6	이렇게 생각하는 게 더 편할 것 같아요.
1421	S7	이게 일반화 되
1422	T	아 사람이, 그럼 중복되는 게 음료수인
1423	S6	사람이 중복되는 거죠. 두 개의 음료수가 같은 사람을 고르는 거니까
1424	S4	(손으로 1을 그리며)그러니까 음료수 종류는 하나고, (1을 그린 손을 움직이며)이 음료수가 얘한테 계속 갈 수 있잖아요. 그럼 중복 되는 거 아니에요?
1425	S6	깃대 문제와 같이 중복이 가능한 거죠. 깃대 문제도 같은 색의 깃대를 여러 개의, (손으로 깃대를 그리며)여러 개의 깃대가 같은 색을 뽑을 수 있기 때문에 이것도 똑같이 여러 개의 음료수가 같은 사람을 뽑을 수 있는 걸로 해가지고 중복이 가능한 걸로

식하게 된 2조의 학생들은 중복 개념을 재탐색하기 시작한다.

2조의 학생들은 [문제 6]의 문제 상황에서 중복 여부를 판단하는데 어려움을 겪자 기존에 자신들의 담론에서 중복의 수행된 초점과 의도된 초점이 어땠는지를 확인하기 위해 질문을 주고받는다(번호 1360~1363, 1385~1387). 이는 중복 개념의 대상화를 위해 담론의 초점을 명확히 확인하는 과정이다.

이후 S6은 거듭하여 선택하는 과정에서의 주체와 객체를 보다 분명하게 제시하여 항상 선택의 주체였던 사람 대신 음료수가 사람을 선택하는 경우로 중복의 의미를 제시한다(번호 1389, 1391). 이로부터 이전 담론에서 중복의 수행된 초점과 의도된 초점이 표면적으로 드러나게 되고, 2조의 학생들은 적극적으로 담론에 참여해

[문제 6]의 맥락에서는 음료수가 사람을 선택하는 것의 의미가 한 종류의 음료수 5개가 사람을 거듭하여 선택할 수 있다는 의미로 더 구체화된다(번호 1395~1398). 교사의 질문에 이어 2조의 학생들은 중복의 개념을 고려할 때 선택의 주체와 객체를 나누고, 내적 시각화에서 선택의 주체가 사람이 되었던 과정과 달리 음료수나 깃대도 선택의 주체가 될 수 있다고 추론한다(번호 1423~1425). 이후 교사는 중복순열과 관련된 [문제 4]와 중복조합과 관련된 [문제 6]을 비교하도록 하는데, 학생들이 인간 주체의 존재 유무를 고려하지 않고 거듭하여 선택하는 과정으로 중복의 개념을 적용해 정당화하는 모습을 관찰할 수 있었다.

2조의 학생들은 중복 개념을 반성하고 담론을 진행하면서 과정을 전체로 알게 되고, 변환이 전체에서 작동될 수 있음을 알게 되었다. 이는 학생들이 중복을 새롭고 고차원적으로 변형 가능한 수학적 대상으로 생각할 수 있다는 것을 의미한다. 거듭하여 선택하는 과정은 그 행위자로부터 완전히 분리되어 비인칭의 방법으로 표현되면서, 중복은 송신자와 수신자 사이를 옮겨가더라도 그 의미가 손상되지 않고 (스스로)유지되는 존재가 되었다. 학생들이 다른 문제와의 비교에서도 중복의 개념을 적용함으로써 그들 사이의 관계에 대한 담론이 가능해졌으며, 이는 수학적 구조를 새로운 시각으로 발견하는 것을 가능하게 하였다.

Ⅴ. 논의 및 결론

본 연구는 순열・조합 단원에서 중복 개념의 대상화는 어떻게 일어나는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 교실 담론을 중심으로 확인하는 것을 목적으로 하였다. 연구 결과, 학생들은 중복 개념에 관련된 과정에 관한 진술을 대상에 관한 진술로 대체하였고, 이를 비인칭의 방법으로 표현하여 대상화에 이른다는 점을 확인했다. 본 연구에서는 중복 개념의 대상화가 일어나는 과정을 확인함으로써 다음과 같은 논점들을 확인할 수 있었다.

첫째, 중복 개념의 대상화는 담론의 초점이 명확해진 상태에서 설명과 정당화가 반복되면서 이루어졌다. 대상화는 과정을 전체로 인식하고 이를 대상으로 전환하여 다루는 활동이며 마음의 산물을 비인칭의 방법으로 표현하는 활동이다(Sfard, 2008; Dubinsky et al., 2005; Bakker & Hoffmann, 2005). 교사와 학생들은 효과적인 의사소통을 위해 담론의 초점을 확인했으며(Sfard & Kieran, 2001), 상호작용을 위한 집단적 관계의 공간을 만들었고 관계를 형성하고 조율해가는 윤리적 책무로부터(Radford & Roth, 2011), 물화된 중복 개념은 소외되었다. 이때 교사와 동료 학생들의 분석, 일반화, 추측을 유도하는 발언들도 중복 개념을 대상화하는데 유의미했다(Soter, Wilkinson, Murphy, Rudge, Reninger & Edwards, 2008). 이는 순열·조합을 지도하는 교사에게 교수학습상의 유의점을 시사한다. 수학적 개념의 대상화를 꾀하는 경우에는, 학생들에게 자신의 풀이를 정당화하는 경험과 서로의 풀이를 평가하고 함께 추론하는 경험을 제공하는 것이 중요하며, 이때 담론의 초점을 명확히 하는 것은 효과적인 의사소통의 출발점이 되므로 이를 강조할 필요가 있다.

둘째, 학생들은 중복 개념을 대상화할 때, 수학적 맥락에서의 추론과 일상적 맥락에서의 추론의 차이로 인해 추론에 어려움을 겪었다. 중복이라는 용어는 수학적 맥락에 도입되기 전에 일상적 맥락에서 빈번하게 사용되며 그 의미는 다소 추상적이다. 이에 학생들은 거듭되는 과정과 겹치는 과정에 대한 진술을 같은 명사로 대체하

면서 담론의 초점이 다각화되어 비효과적인 의사소통을 진행하기도 하고(Sfard, 2008; Sfard & Kieran, 2001), 거듭하여 선택하는 과정의 주체가 인간이 되면서 최종적인 대상화 과정인 소외에 이르는데 어려움을 겪기도 했다(Zahner & Corter, 2010). 순열·조합 단원은 그 특성상 수학적 맥락과 일상적 맥락에서의 추론이 갈등을 일으킬 우려가 많다. 이는 일상에서도 자주 사용되는 용어가 수학적 맥락에 도입될 때, 문장제가 많은 순열·조합, 확률 단원을 지도할 때, 두 맥락의 차이를 예상하고 이를 반영한 교수학습 설계가 필요함을 시사한다.

본 연구에서는 순열·조합 단원에서 중복 개념의 대상화는 어떻게 일어나는지, 그 과정상의 어려움은 무엇인지를 교실 담론을 중심으로 확인하였다. 연구 결과, 학생들은 중복 개념과 관련해 과정에 관한 진술을 대상에 관한 진술로 대체하였으며 이를 비인칭의 방법으로 표현하여 대상화에 이르게 된다는 점을 확인할 수 있었고, 이는 의사소통 중 학생들이 사용하는 핵심어의 사용 방식 변화를 통해 확인할 수 있었다. 특히, 대상화는 담론의 초점이 명확해진 상태에서 교사와 학생들의 설명과 정당화에 의해 이루어졌고, 이때 교사와 동료가 함께 하는 공간의 조성이 필요함이 확인되었다. 또한 이 과정에서 드러난 어려움의 원인도 확인했다. 그러나 본 연구의 연구 대상은 과학고등학교 학생들로 지적 능력과 수학 선행학습량 등을 고려한다면 그 결과를 일반화하는 데 한계가 있다는 제한점이 있다. 마지막으로 본 연구는 확률 영역의 다양한 수학적 개념의 대상화를 위한 교수학습 방법에 관해 논의하는 후속 연구의 필요성을 확인할 수 있었다. 이를 통해 수학적 개념의 대상화에 이를 수 있는 다각적인 방안이 모색되길 희망한다.

참고문헌

우정호, 정영옥, 박경미, 이경화, 김남희, 나귀수 외 (2006). **수학교육학 연구방법론**. 서울: 경문사.

홍진곤 (1999). **반영적 추상화와 조작적 수학 학습 지도**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

Bakker, A. (2004). *Design research in statics education : On symbolizing and compute tools*. Doctoral Dissertation, Utrecht.

Bakker, A. & Hoffmann, M. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts : A semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. *Educational Studies in Mathematics, 60,* 333-358.

Chapin, S. H., O'Cornor, C., & Anderson, N. C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn*. CA: Math solutions publications.

Chernoff, E. J., & Zazkis, R. (2011). From personal to conventional probabilities: from sample set to sample space. *Educational Studies in Mathematics, 77,* 15-33.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In David Tall(Ed), *Advanced Mathematical Thinking* (pp.95-126). Springer.

Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U., & Zazkis, R. (1994). On learning fundamental concepts of group theory. *Educational Studies in Mathematics, 27,* 267-305.

Dubinsky, E. & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In Derek Holton(Ed), *The teaching and learning of mathematics at university level: An*

ICMI study, 275-282. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, E., Weller, K., Mcdonald, M. A. & Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity : An APOS-Based analysis : Part 1. *Educational Studies in Mathematics, 58*, 335-359.

Eizenberg, M. M. & Zaslavsky, O. (2004). Students' verification strategies for combinatorial problems. *Mathematical Thinking and Learning, 6(1)*, 15-36.

English, L. D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 451-474.

English, L. D. (1999). Assessing for structural understanding in children's combinatorial problem solving. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(4), 63-82.

English, L. D. (2005). Combinatorics and the development of children's combinatorial reasoning. In Graham A. Jones(Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 121-141. USA: Springer.

Francisco, J. M. (2013). Learning in collaborative settings: students building on each other's ideas to promote their mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics, 82,* 417-438.

Hoffmann, M. (2006). Seeing problems, seeing solutions. Abduction and diagrammatic reasoning in a theory of scientific discovery. School of public policy Georgia Institute of Technology, working paper, 15.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics, 32,* 101-125.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 30,* 487-519.

Pijls, M., Dekker, R., & Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a collaborative mathematical learning process. *Educational Studies in Mathematics, 65,* 309-329.

Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify key features of Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Mahtematical Thinking and Learning, 4*(4), 285-313.

Radford, L., & Roth, M. W. (2011). Intercorporeality and ethical commitment: An activity persepctive on classroom interaction. *Educational Studies in Mathematics, 77*, 227-245.

Rubel, L. H. (2007). Middle school and high school students' probabilistic reasoning on coin tasks. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(5), 531-556.

Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor. *Learning of Mathematics, 14*(1), 44-55.

Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, And Activity, 8(1),* 42-76.

Sfard, A. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different?: Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction, 23*(2), 237-309.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating.* Cambridge university press.

Soter, A. O., Wilkinson, I. A., Murphy, P. K., Rudge, L., Reninger, K., & Edwards, M. (2008). What the discourse tells us: Talk and indicators of high-level comprehension. *International Journal of Educational Research, 47*, 372-391.

Tarr, J. (2002). Confounding effects of the phrase "50-50 chance" in making conditional probability judgements. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 24*(4), 35-53.

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2003). Fairness of dice: A longitudinal study of students' beliefs and strategies for making judgements. *Journal for Research in Mathematics Education, 34*(4), 270-304.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.

Zahner, D., & Corter, J. E. (2010). The process of probability problem solving: Use of external visual representations. *Mathematical Thinking and Learning, 12*, 177-204.

An Analysis on Objectification of the Concept of Repetition: Focusing on Teacher's and Students' Discourse

Ku, Na Young (Graduate School, Seoul National University)
Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

The term "objectification" has various definitions or perspectives. Nevertheless, it's pursued commonly by groups from various perspectives who emphasize the activities of becoming aware of a process as a totality, realizing that transformations can act on that totality, that is, turning processes into object. The purpose of this study is to identify how students objectify the concept of repetition regarding permutation and combination and find difficulties of objectification focusing on teacher's and students' discourse from common emphasis on previous researches associated with objectification. Students objectified the concept of repetition by replacing talk about processes with talk about objects regarding repetition and using discursive forms that presented phenomena in an impersonal way. The difficulties of objectification were derived from close linkage between the way of using keywords regarding repetition and everyday language.

* Key Words : objectification(대상화), the concept of repetition(중복 개념), permutation(순열), combination(조합), discourse(담론)

논문접수 : 2014. 1. 3
논문수정 : 2014. 2. 7
심사완료 : 2014. 2. 14

<부록 1> 1차시 과제 중 순열·조합 문제

[문제 1]
건강하고 깜찍하면서 주인의 말을 잘 듣는 애완견 선발대회의 최종 라운드에 진돌이, 풍산이, 치돌이, 푸들이 4마리가 올랐다. 이 중에서 1위, 2위에 각각 다른 애완견을 뽑기로 할 때, 1위, 2위에 오르는 애완견을 결정할 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가? 왜 그러한 결과가 나타나는지 설명해보자.

[문제 2]
딸기, 키위, 복숭아, 멜론 네 가지 과일 중에서 두 가지를 선택하여 아이스크림에 넣어 먹으려고 한다. 아이스크림에 서로 다른 두 종류의 과일을 넣는 경우는 모두 몇 가지인가? 왜 그러한 결과가 나타나는지 설명해보자.

[문제 3]
한결이와 은결이는 딸기, 키위, 복숭아, 멜론 네 가지 과일 중에서 하나를 선택해 아이스크림에 넣어 먹으려고 한다. 한결이와 은결이가 아이스크림에 과일을 넣는 경우는 모두 몇 가지인가? 왜 그러한 결과가 나타나는지 설명해보아라.

[문제 4]
어느 선박회사에서는 모양과 크기가 같은 세 개의 깃발을 매달아 신호를 만드는데 깃발은 빨간색, 파란색, 노란색, 주황색, 보라색의 다섯 종류가 있고 깃발은 중복해 사용할 수 있을만큼 충분하다고 한다. 이때 선박회사에서 만들 수 있는 신호의 가짓수는 모두 몇 가지인가? 왜 그러한 결과가 나타나는지 설명해보아라.

[문제 5]
한결이는 최근 꽃꽂이의 매력에 빠져있다. 특히 한결이는 장미꽃을 매우 좋아해 빨간 장미, 노란 장미, 녹색 장미, 분홍 장미가 4송이씩 들어있는 바구니에서 꽃을 임의로 선택해 한 화병에 꽂으려고 한다. 한결이가 꽃 두 송이를 화병에 꽂는 경우는 모두 몇 가지인가? 왜 그러한 결과가 나타나는지 설명해보아라.

[문제 6]
한결, 은결, 나영이는 야구를 매우 좋아해 경기를 직접 보기위해 야구장을 찾았다. 그런데 한결이가 이벤트에 당첨되어 한 음료수 회사에서 5개의 음료수를 받았다. 이 음료수를 한결, 은결, 나영이에게 남김없이 나눠주는 경우는 모두 몇 가지인가? 왜 그러한 결과가 나타나는지 설명해보아라.

[문제 7]
문제 1~6을 가능한 다양한 방법으로 분류해보고, 그렇게 구분한 이유를 설명해보아라.