

화력발전소 배관시스템의 운전 및 기후조건에 따른 에너지절감에 관한 시뮬레이션

한 규 일*

부경대학교 기계시스템공학과

A simulation on the energy saving based on different temperature tracing method and weather condition in electrical power plant

Kyu-il HAN*

Department of Mechanical System Engineering, Pukyong National University, Busan 608-739, Korea

Most of steam power plants in Korea are using the method of heating the feed water whenever the ambient temperature around the power plant area below 5° C to prevent freezing water flowing in the pipe in winter time. But this kind of heat supplying system is not useful to save energy. If we take the method that the temperature of the each pipe is controled by direct measure of temperature by attaching sensor on the outside surface of the feed water tubes, then we can expect that a plenty of energy can be saved. In this study, the computer simulation is used to compare the energy consumption loads of both systems. Energy saving rate is calculated for the location of Incheon area in winter season. Four convection heat transfer coefficients for the ambient air and three initial flowing water temperature inside the tube were used. The result shows that the temperature control system using sensor represents more than 95% of energy saving rate in Incheon area. Even in the severe January weather condition, the energy saving rate is almost 75% in two days basis and even 83% in one day basis.

Keywords : Nuclear power plant, Computer simulation, Steady state analysis, Energy consumption load, Temperature measuring sensor

서 론

에너지 소비량을 감소시키기 위한 연구는 1980년대 전 세계에 몰아친 에너지 파동에 의하여 80년대 들어 활발하게 연구되었으며, 특히 요즘은 가장 발전단가가 싸게 든다는 원자력발전도 최근 일본의 사례에서 보는 바와 같이 방사능 피해에 관한 우려가 심각하게 대두되고 있다. 따라서 독일과 일본의 경우 향후 원자력발전소가 동을 멈춘다는 전제하에 신재생에너지 사용에 의한 발

전을 상승을 위하여 많은 노력을 하고 있다 (Faghri, 1995; Duffie and Beckman, 2000). 우리나라의 경우 아직까지는 신재생에너지 비율이 너무 낮고, 원자력 발전을 제외하고는 효율적인 대안이 없다할 수 있다. 하지만 현재도 화력발전의 비율은 60%를 상회하고 있기 때문에 화력발전소 운전에서 부수적으로 사용되어야 하는 동절기의 배관시스템의 결빙방지를 위한 에너지는 피할 수 없다. 현재 일반 화력발전소에서는 겨울철 플랜트 설

*Corresponding author: kihan@pknu.ac.kr, Tel: 82-51-629-6194, FAX: 82-51-629-6188

비 내 배관 내부에 흐르는 물의 결빙을 막기 위하여 일정 대기온도 (5°C) 이하가 되면 배관을 가열한다. 하지만 이 방법은 튜브 내를 흐르는 물의 상태와 상관없이 대기온도만으로 판단하여 가열이 이루어지고 있기 때문에 불필요한 에너지 낭비의 요인이 될 수 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 대기온도 측정 기준으로 되어있는 발전소 플랜트 설비 내 배관의 가열방법을 대상물의 표면에서 직접 제어한다면 불필요한 에너지 사용을 크게 줄일 수 있다는 아이디어가 도출되었다. 하지만 이 새로운 방법이 실제적으로 에너지 사용량을 줄일 수 있는지, 그리고 줄일 수 있다면 어느 정도까지 줄일 수 있는지를 확인하기 위하여 모의실험을 하여 기존 방식과의 에너지 사용량 차이를 확인하였다.

본 연구의 대상지는 인천의 화력발전소를 대상으로 하였으며 주위 환경을 적용하기 위하여 인천의 기상조건을 적용하였다. 도출된 아이디어는 플랜트 설비 내 배관에 직접 RTD 센서를 부착함으로써 동결방지 대상물의 온도를 직접 체크하여 대상물의 실제 설정온도에서 개별로 개폐식 제어하는 방법이며, 본 연구에서는 대상물 표면온도를 기준으로 한 직접제어 방식을 기존 방식과 비교하였을 때 어느 정도의 에너지 절감 효과가 있는지를 검토하기 위한 정상상태의 분석과 아울러 컴퓨터 프로그램을 이용한 시뮬레이션에 의하여 에너지 절감율을 계산하였다.

재료 및 방법

시뮬레이션을 하기 위한 전초단계로서 적용할 대략적인 온도의 범위, 적합한 물성치의 선택 등 연구의 방향 설정을 위한 정상상태 분석 (Kreyszig, 2011)을 우선적으로 시행하였다. 정상상태란 시간이 경과해도 분석하고자 하는 대상인 온도, 열유속, 계산을 위한 물성치 등 (Holman, 1997)이 변화하지 않는 상태를 말한다. 본 정상상태 분석에서의 유동수의 온도는 화력발전소의 실 상황에서 사용하고 있는 초기온도가 10.5°C 또는 20°C 인 점을 감안하여 20°C 인 경우를 먼저 적용하여 보고, 다음으로 두 온도의 평균인 15°C 를 사용하였다. 대기온도는 인천의 2009년 1월중 가장 대기온도가 낮았던 날의 일평균 온도와, 극단적 경우로서 -20°C 로 계속 유지되는 두 가지 경우를 분석하였다. 대기온도가 매우 낮은 온도로 변하지 않고 계속 지속되어도 단열재의 열전도계수가 매우 낮으면 한파가 튜브 외부표면까지 침

투하는 데는 매우 긴 시간이 소요된다 (Myers, 2001; Haberman, 1983).

Fig. 1은 화력발전소가 있는 인천에서의 어떤 설정한 해의 1월중 대기온도가 가장 낮았던 날의 실제 대기온도의 변화를 그래프로 표시한 것이다. 하루 동안 시간에 대한 대기온도의 변화를 보면, 하루 중 최고온도와 최저온도를 보이는 시각의 차는 10시간 이내이며 일평균 온도의 교차점에서도 각각 5시간이 안된다. 따라서 대기온도를 시간함수가 아닌 하루의 평균온도로 적용하여도 오차는 크지 않으리라 사료된다.

튜브 내를 흐르는 물과 튜브 내 표면과의 열전달을 산출하기 위하여 사용되는 대류열전달계수는 보통 물이 흐름속도를 가진 강제대류인 경우는 $100\sim 20000\text{ W/m}^2\text{K}$ 이고, 물이 정지되었을 때의 자유대류인 경우 $50\sim 1000\text{ W/m}^2\text{K}$ 범위의 값을 가지나 (Kreith and Bohn, 2001), 강제대류인 경우에서의 가장 낮은 값인 $100\text{ W/m}^2\text{K}$ 을 채택하였다. 이는 유동속도가 없는 자유대류라 할지라도 하위범위에 해당되는 값에 해당된다. 튜브 외부에 싸여진 단열재의 외부 표면과 대기와의 열전달 산출을 위한 대기의 대류열전달계수는 강제대류인 경우 $25\sim 250\text{ W/m}^2\text{K}$ 이고, 자유대류의 경우 $2\sim 25\text{ W/m}^2\text{K}$ 의 범위이나, 여기에서도 냉각이 더 빨리 일어날 수 있는 조건인 바람이 많이 부는 경우를 적용하여 강제대류의 중간 범위 값 정도인 $100\text{ W/m}^2\text{K}$ 를 사용하였다.

Fig. 2는 분석에 사용된 튜브 및 단열재의 내부구조를 나타낸다. 는 유동수온도로서 15°C 와 20°C 를 적용하였고, 는 대기온도로서 인천의 1월중 가장 대기온도가 낮았던 날의 일평균 온도와 극단적인 경우로서 -20°C 를 사용하였다.

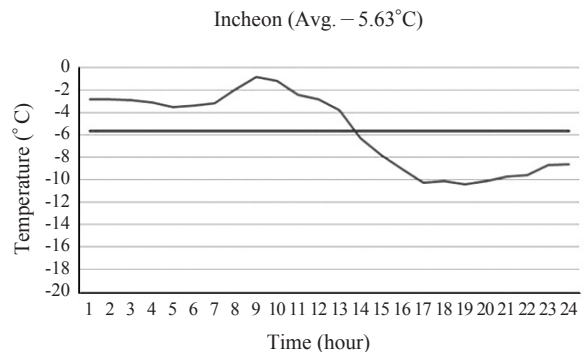


Fig. 1. Ambient air temperature variation of January's coldest day in Incheon.

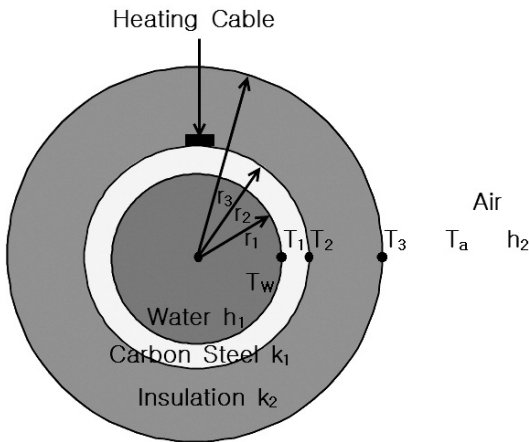


Fig. 2. Internal structure of tube and insulation.

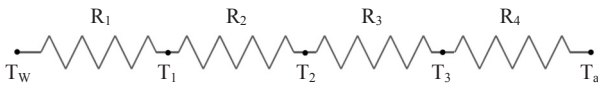


Fig. 3. Thermal resistance from water in the tube to ambient air.

튜브는 외경 6인치의 탄소강으로 만들어진 튜브이며 단열재의 재질은 칼슘 실리케이트 (calcium silicate)로 이루어져 있고, 단열재의 두께는 30 mm를 사용하였다 히팅 케이블 (heating cable)은 Raychem사의 모델인 10BTV2-CR로서 구리에 니켈이 도금된 16 AWG 사이즈 인 2개의 버스 와이어 (nickel-plated copper bus wire)가 네겹의 자켓으로 포장되어 있으며 제원은 단면의 가로 세로가 16.5 mm×6.6 mm의 크기를 갖고 있다. 단위길이 당 발열량 (30.9W/m)을 시뮬레이션시 단위체적 당으로 환산한 값을 공급열량으로 사용하였다. 탄소강과 단열재의 물성치인 열전도계수, 밀도, 정압비열 등은 참고서적 (Baumeister, 1978)을 사용하여 채택하였다.

Fig. 3는 정상상태 분석에서 온도와 열전달을 계산하기 위하여 배관시스템 내부의 물에서 대기로의 열이 흐르는 방향의 열저항을 보여주는 그림이다. 여기서 R_1 은 물과 튜브 내표면과의 대류 열저항이고 R_2 와 R_3 는 각각 튜브와 단열재 내의 전도 열저항이며, R_4 는 단열재 외표면과 대기와의 대류 열저항이다. R_{tot} 을 전체열저항 ($\sum R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$)이라고 하면 원통의 열저항식을 적용하여 각각의 열저항을 구할 수 있다. 또한 튜브 내부의 물에서 대기로의 전체 열전달은 다음 식으로 계산할 수 있다 (Incropera and Dewitt, 2013).

$$q = \frac{\Delta T_{tot}}{R_{tot}} = \frac{T_w - T_a}{R_{tot}} \quad (1)$$

ΔT_{tot} ; 물의 온도와 대기온도의 차

시뮬레이션은 상용 프로그램 패키지 (package)인 플루언트 (Fluent)를 사용하여 분석하였다. 실제 실험은 아직 실행하지 않았으며 차후 실험을 실행한다면 본 시뮬레이션의 결과와 실험값을 비교하여 시뮬레이션의 정확도를 판단할 수 있으리라 사료된다. 튜브는 종 방향으로 매우 긴 상태이기 때문에 2D 방법을 적용하였다. 원통형의 튜브가 종 방향으로 길이가 길면 2차원을 적용한 결과치와 3차원을 적용한 결과치가 차이가 없기 때문에 2차원 적용으로 많은 변수를 채택할 수 있는 것이 훨씬 효율적이라 할 수 있다 (Gerald, 2002). 시뮬레이션에서 사용한 물성치는 정상상태 분석에서 사용한 물성치와 같은 값을 사용하였다.

프로그램을 통하여 분석한 경우의 수는 다음과 같다. 장소는 인천의 기후를 사용하여 2009년 1월중 가장 추웠던 날의 평균온도와 동절기인 11월부터 3월까지 각 월별의 평균온도를 적용하였다. 탄소강 튜브 상부에 병렬로 길게 부착된 히팅 케이블의 가열 열량 공급 조건으로는 열공급이 없을 때에 물, 튜브 외표면, 단열재 외표면 온도가 시간에 따라 어떻게 변하는지를 알아보기 위한 $Q=0 \text{ W/m}^3$ 인 경우와, 일정한 열량이 공급되어 불감대역 (dead band) 범위 내에서 가열 시스템이 온 (on)과 오프 (off)를 반복하는 경우이다. 발열량은 히팅 케이블의 단위길이 당 발열량을 단위체적 당으로 환산한 값을 적용하였다.

물의 초기온도는 10°C, 15°C, 20°C로 3가지 경우를 사용하였고 값은 대기의 대류열전달계수로 정상상태 분석 시에는 통상 100 W/m²K를 사용하였으나, 가장 추운 날의 평균 대기온도를 적용했을 때에는 비교를 위하여 유동수의 초기온도 15°C인 경우에 한하여 15, 25, 50, 100 W/m²K로서 4가지 값을 각각 적용하였고 설정온도는 5°C±2°C로 셋팅하였다. 위에서 언급한 조건으로 분석하여 가열시간을 계산하였으며 각 상황이 초기의 조건에서부터 하루 동안 지속되었을 때와 2일 동안 지속되었을 때의 총 가열시간을 각각 구하여 보았다.

결과 및 고찰

화력발전소에서 적용되는 급수인 유동수의 초기온도가 10.5°C 또는 20°C라고 하였으므로 그 평균온도인

Table 1. Temperature and heat transfer rate with respect to tube's each point

	$T_a(^{\circ}\text{C})$	$T_w(^{\circ}\text{C})$	$T_1(^{\circ}\text{C})$	$T_2(^{\circ}\text{C})$	$T_3(^{\circ}\text{C})$	$q(\text{W})$
Average temperature of January's coldest day in Incheon (-5.63°C)		15	14.54	14.54	-5.32	22.06
Temperature of severe case (-20°C)		15	14.23	14.22	-19.20	37.43

15°C 정도로 하고 인천의 1월중 가장 추웠던 날의 기상 조건과 극단적인 경우 (-20°C)를 적용하여 각각의 열전달율과 온도를 구한 후 그 결과를 종합하면 다음과 같다.

Table 1에서 보는 바와 같이 튜브의 내부와 외부의 표면온도는 거의 같은 것을 알 수 있으며, 물의 온도와의

큰 차이를 보이지 않는다. 특히 튜브 표면의 온도를 가리키는 의 온도차이도 0.3°C 에 지나지 않는 것을 알 수 있다. 이를 분석해 보면 튜브 내 유동수의 결빙에 대한 대비는 유동수의 유입 초기온도가 5°C 이하일 때나, 보수나 점검의 목적으로 물의 유동속도가 없을 경우에만 고려의 대상이 될 수 있으므로 시뮬레이션에서는 유동수의 흐름이 정지해 있을 경우를 분석하였다.

시뮬레이션 분석결과로서 먼저 히팅 케이블이 가동하지 않을 경우의 결과는 다음과 같다. Fig. 4는 인천의 1월 중 가장 추웠던 날 (외기온도 -5.63°C)일 때 배관 내 물의 초기온도가 15°C 로 유입된 후 배관 내에서 흐르지 않고 정지되어 있을 경우, 초기 상태에서부터 48시간이 경과하기까지의 물, 튜브 외부표면, 단열재 외부표면 온

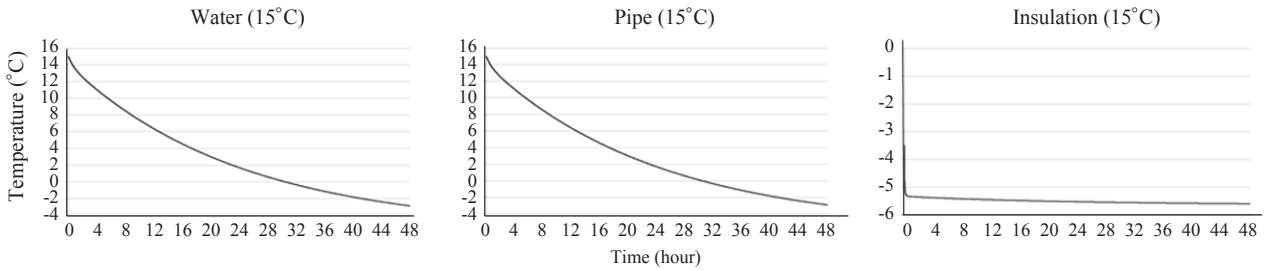


Fig. 4. Temperature vs. time (average temperature of January's coldest day, Incheon).

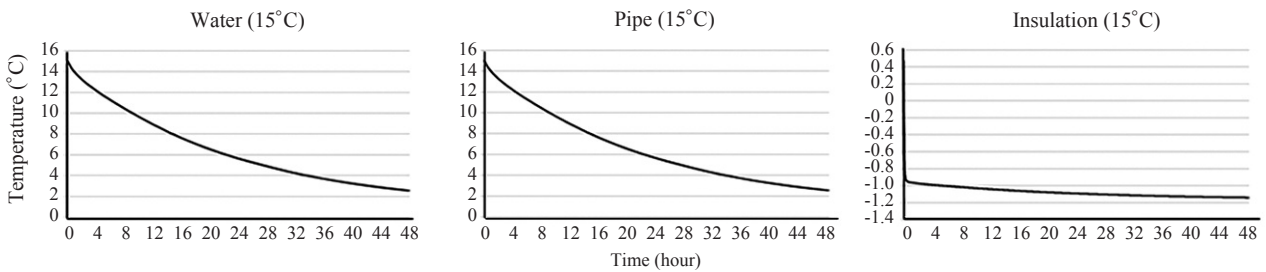


Fig. 5. Temperature vs. time (average temperature of January, Incheon).

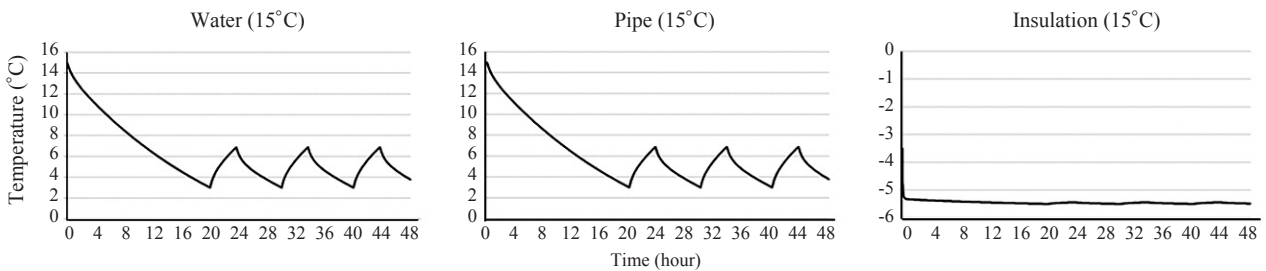


Fig. 6. Temperature vs. time with dead band (average temperature of January's coldest day, Incheon).

화력발전소 배관시스템의 운전 및 기후조건에 따른 에너지절감에 관한 시뮬레이션

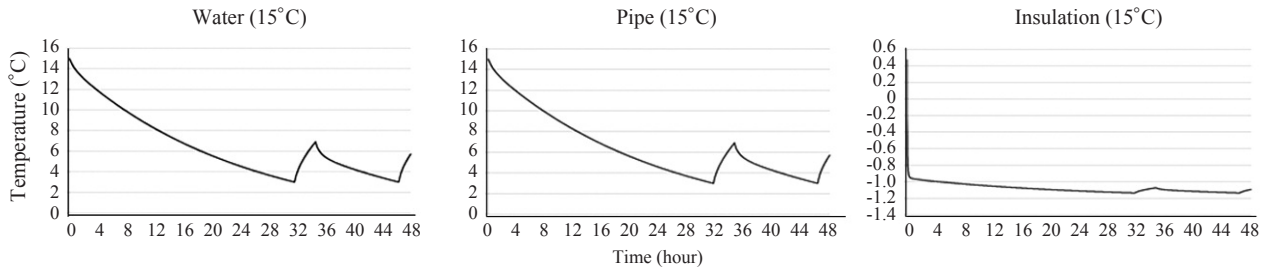


Fig. 7. Temperature vs. time with dead band (average temperature of January, Incheon).

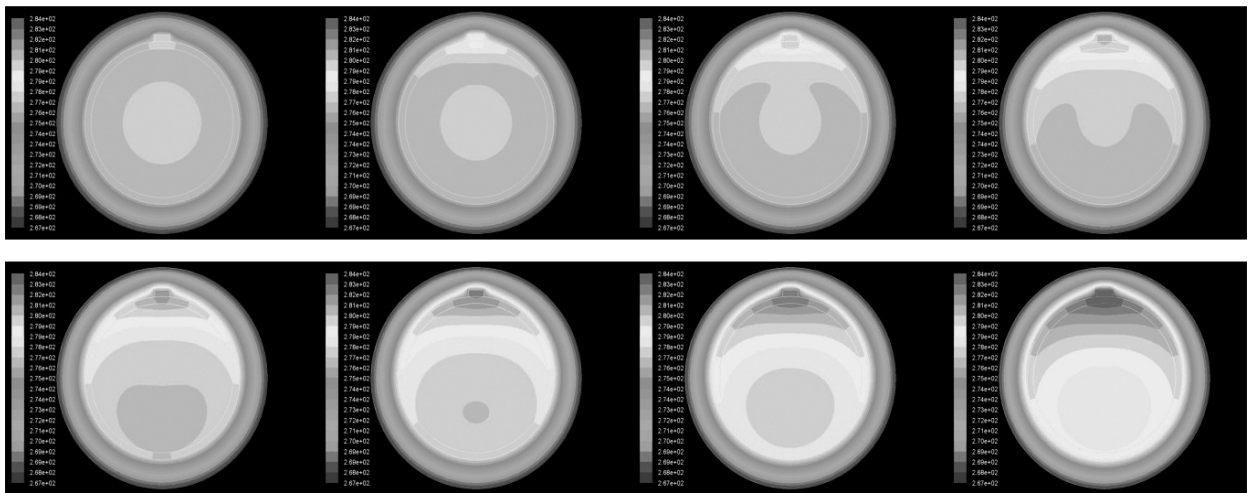


Fig. 8. Internal temperature variation map when heating cable is on (5 minutes' interval).

도의 시간에 관한 변화를 보여주는 그래프이다. 외기의 대류열전달계수는 $100 \text{ W/m}^2\text{K}$ 의 경우이다. 그림에서 보는 바와 같이 물 온도와 튜브 외표면 온도는 유사하게 변하는 것을 알 수 있다. 이는 정상상태에서의 분석에서 이미 확인된 바 있다. Fig. 5는 1월의 평균온도 (-1.2°C) 일 경우이다.

그림에서 볼 수 있듯이 가장 추운 날의 기상조건에서도 24시간 이상이 경과하여야 물의 온도가 빙점에 도달하였으며, 1월 평균온도로 유지 시에는 하루가 지나도 5°C 이상을 보이는 것을 알 수 있다.

히팅 케이블이 온과 오프를 반복하며 튜브 외표면 온도가 불감대역 사이에 있을 경우는 다음과 같다. 배관 내 물의 결빙을 막기 위하여 히팅 케이블은 설정온도를 5°C 를 기준으로 하여 3°C 가 되면 작동하고 7°C 가 되면 작동을 멈추는 경우를 설정하였다. 대기온도는 1월중 가장 추운 날의 평균온도, 동절기 각월의 평균온도를 적용하였다.

Fig. 6과 Fig. 7은 15°C 의 물 초기 온도인 경우를 대표적

으로 보여주고 있다. 각 그래프는 물이 정지된 상황에서 초기상태부터 48시간이 경과할 때까지 불감대역 내의 온도의 변화를 나타내고 있다. 히팅 케이블이 가동하지 않을 때의 그래프와 마찬가지로 물, 튜브 외표면, 단열재 외표면의 시간에 따른 온도 변화를 보여주었다.

나중에 Table 3에서 나타낸 바와 같이, 본 그래프들의 분석을 바탕으로 하여 1일 기준으로의 가열시간과 2일 기준으로의 가열시간을 각각 계산하였으며, 2일 기준으로의 가열시간은 단지 참고사항으로 행하였다.

히팅 케이블 온-오프 시의 온도 변화 맵은 다음과 같다. Fig. 8과 Fig. 9는 물의 초기온도 15°C , 외기온도 -5.63°C (인천, 1월 가장 추웠던 날), $h=100 \text{ W/m}^2\text{K}$ 의 조건에서 히팅 케이블이 동작될 때와 동작을 멈췄을 때를 시점으로 5분 간격으로 온도가 변화되는 과정을 색 윤곽으로 보여준다.

이상 모든 경우를 종합하여 가열시간을 비교하였다. Table 2와 Table 3에 각각의 경우를 요약하였다. Table 2는 인천에서의 외기조건 6가지를 분석 요약한 것이다.

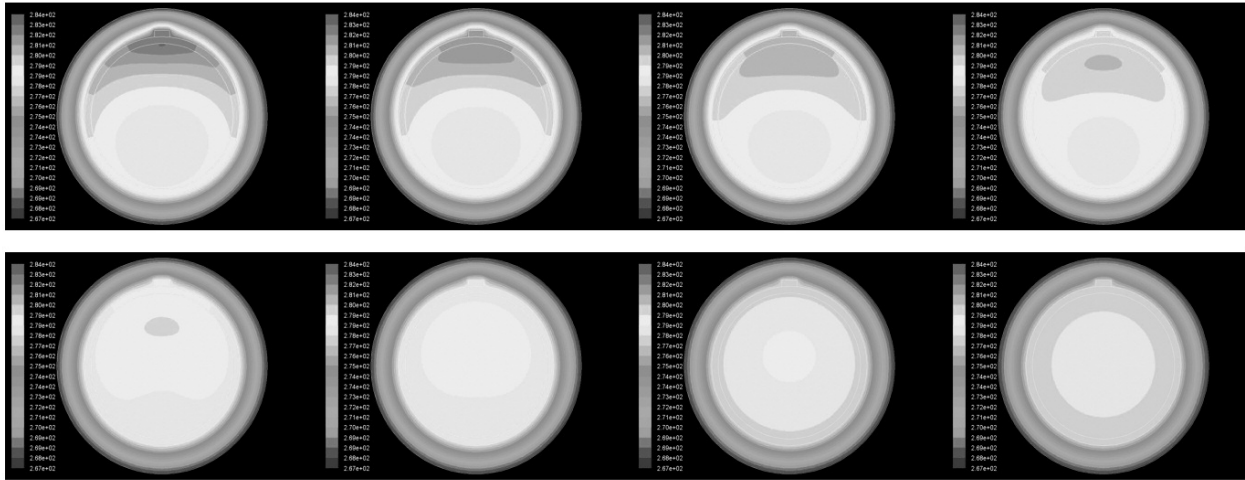


Fig. 9. Internal temperature variation map after heating cable is off (5 minutes' interval).

Table 2. Heating time with various operation condition

Location	Operation condition			Heating time				
	Amb. temperature [°C]	Water temperature [°C]	h [W/m ² K]	1 day [min] (hrs)	2 days [min] (hrs)	1 month		
						1 day basis	2 days basis	
Incheon	-5.63°C (January's coldest day)	10	100	262 (4.4h)	885 (10.1h)	136.4h	229.4h	
			15	129 (2.2h)	628 (5.2h)	68.2h	161.2h	
		15	25	181 (3h)	637 (5.3h)	93h	164.3h	
			50	218 (3.6h)	651 (5.4h)	102.3h	167.4h	
			100	220 (3.7h)	659 (5.5h)	114.7h	170.5h	
	-1.2°C (Jan. average)	20	100	0	599 (5h)	0	155h	
			15	100	0	280 (2.3h)	0	71.3h
		15	100	0	0	0	0	0
			100	0	0	0	0	0
			100	0	0	0	0	0
0.1°C (Dec. average)	15	100	0	169 (1.4h)	0	43.4h		

첫번째로, 1월 중 가장 추웠던 날의 대기조건이 한 달 내 내 지속한다고 보았을 경우에서 가열시간을 계산한 것에 대한 설명은 다음과 같다. 물 초기온도는 10°C, 15°C, 20°C의 세 가지 경우이며, 평균 물 초기온도를 15°C로 가정한 경우 각각 4가지의 대류열전달 계수를 채택하였다.

1일 기준이란 초기온도를 시작으로 1일이 경과된 상황에서 가열시간을 계산한 것이고, 2일 기준이란 초기온도를 시작으로 48시간이 경과하였을 때 2일 동안의 총 가열 시간을 계산한 후 이를 반으로 나누어 1일로 환산한 것이다. 앞에서 설명하였듯이 2일 기준의 계산은

Table 3. Comparison of heating time with air temperature basis (water temperature 15°C, h=100W/m²K)

Location	Month	Air temperature basis (hrs)	Tube outer temperature basis (hrs)		Energy saving rate(%)	
			1 day basis	2 days basis	1 day basis	2 days basis
Incheon	Jan.	680	0	71	100	90
	Feb.	473	0	0	100	100
	March	327	0	0	100	100
	April	15	0	0	100	100
	Oct.	0	0	0	100	100
	Nov.	229	0	0	100	100
	Dec.	534	0	43	100	92
	total	2258	0	114	100	95
	*(January's coldest day basis)	680	*(115)	*(171)	*(83)	*(75)

단지 참고사항으로 행하였다.

나머지 5가지의 대기조건은 동절기 각 월의 평균온도로 각 월마다의 가열시간을 계산한 것이다. 이때 물의 초기온도는 15°C, 대류열전달계수는 100 W/m²K을 사용하였다.

Table 3은 현재 발전소에서 적용하고 있는 대기온도를 기준으로 한 가열시간과 튜브 표면온도를 기준으로 한 가열시간과의 비교도이다. 물의 초기온도는 15°C, 대류열전달계수는 100 W/m²K인 경우이며, 인천의 동절기 각 월의 평균온도를 사용한 결과를 나타내었다. 참고적으로 1월 가장 추웠던 날의 기상조건이 한달 간 지속되었다고 가정했을 때의 결과도 추가하여 표시하였다. 그와 동시에 튜브 표면온도를 기준으로 하였을 때의 절감비율도 아울러 계산하여 나타내었다. 절감 비율을 계산한 방법은 식 (2)와 같다.

$$\text{절감비율 (\%)} = (1 - \text{튜브표면온도 기준 가열시간} / \text{대기온도 기준 가열시간}) \times 100 \quad (2)$$

Table 3에서 보는 바와 같이 2일 기준으로 계산했을 경우에도 95%의 높은 에너지 절감 비율을 보이는 것을 알 수 있다. 1일 기준으로 계산했을 경우에는 100%의 절감 비율을 보여준다. 1월 중 가장 추웠던 날의 기상조건이 한 달간 계속된다는 가정 하에 실시한 분석 결과도 2일 기준으로 계산하였을 때, 75%의 절감 비율을 나타내었으며, 1일 기준으로 계산하면 83%의 높은 에너지 절감 비율을 나타내었다.

물이 정지하고 있을 때의 결과임에도 이상의 높은 절감 비율을 보이므로 물이 유동한다면 히팅 케이블은 거

의 작동을 하지 않아도 문제가 없으리라 생각되며 튜브 표면 제어를 통한 방법은 에너지 절감효과가 매우 크다고 사료된다.

결론

정상상태 분석 결과와 시뮬레이션 결과를 종합하여 분석해 보았을 때, 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다. 정상상태의 분석에 의하면 튜브 내의 물이 일정한 유속을 가지고 흐를 때 튜브 외표면의 온도는 물의 온도보다 약간 낮을 뿐 거의 동일하다. 따라서 배관 내의 물이 초기온도 10°C 이상으로 계속 유동한다면 단열재의 열저항이 높은 상황에서는 낮은 대기온도에서도 결빙되지 않는다. 실제의 초기온도를 적용한 시뮬레이션의 결과, 인천에서의 동절기 에너지 절감 비율은 2일 기준으로 계산하였을 때 95%였으며, 1일 기준으로 계산했을 때는 절감비율이 100%인 것을 알 수 있다. 1월 중 가장 추웠던 날의 기상조건이 한달 간 계속된다는 가정 하에 실시한 분석 결과도 2일 기준으로 계산하였을 때는 75%, 1일 기준의 경우에는 83%의 절감 비율을 나타내었다. 따라서, 플랜트 설비 내 배관에 직접 RTD 센서를 부착하여 동결방지 대상물의 온도를 직접 체크하면서 적당한 설정온도로 각각의 배관을 히터의 개폐방법으로 직접 제어한다면 현재 화력발전소에서 적용하고 있는 대기온도 기준의 제어방법에 비하여 매우 높은 에너지 절감을 할 수 있다고 생각된다. 실제 실험은 아직 실행하지 않았으며 차후 실험을 실행한다면 본 시뮬레이션의 결과와 실험값을 비교하여 시뮬레이션의 정확도를 판단할 수 있으리라 사료된다.

사 사

이 논문은 2012학년도 부경대학교의 지원을 받아 수행된 연구임 (PK-2012-065)

References

- Baumeister T. 1978. Marks' standard handbook for mechanical engineers. McGraw-Hill, New York, U.S.A., 6.1 – 6.196.
- Duffie JA and Beckman WA. 2000. Solar engineering of thermal processes. John Wiley & Sons, Singapore, 22 – 135.
- Faghri A. 1995. Heat pipe science and technology. Taylor & Francis, U.S.A., 41 – 55.
- Gerald C.F. 2002. Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley Publishing Company, U.S.A. 25 – 45.
- Haberman R. 1983. Elementary Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems. Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1 – 15.
- Holman JP. 1997. Heat transfer. McGraw-Hill, New York, U.S.A., 26 – 47.
- Incropera FP and Dewitt PD. 2013. Fundamentals of heat transfer. John Wiley & Sons, Singapore, 136 – 141.
- Kreith F and Bohn MS. 2001. Principles of heat transfer. Brooks/Cole, Pacific Groove, 233 – 300.
- Kreyszig E. 2011. Advanced engineering mathematics. John Wiley & Sons, Singapore, 46 – 99.
- Myers GE. 2001. Analytical methods in conduction heat transfer. McGraw-Hill, New York, U.S.A., 105 – 155.

2013.12.12 Received

2014.1.10 Revised

2014.1.27 Accepted