韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/mathedu.2014.53.1.111
2014. 02. 제 53권, 제 1호, 111-129.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
February. 2014, Vol. 53, No. 1, 111-129.

안지재의 《상명산법》

이경언(제주대학교)

Ⅰ. 서론

元나라의 학자 안지재(安止齋)가 쓴 《상명산법(詳明算法)》은 元나라의 주세걸(朱世傑)이 쓴 《산학계몽(算學啓夢)》과 南宋의 양휘(楊輝)가 쓴 《양휘산법(楊輝算法)》과 더불어 한국의 근세수학 형성과 깊은 관련이 있다. 특히, 세종실록의 기록을 보면 상정소에서 여러 학의 취재에 관한 과목 중에 산학 과목으로 상명산, 계몽산, 양휘산, 오조산, 지산이 제시되고 있으며 《경국대전》에도 산학 취재의 출전으로 명시되어 있을 만큼 조선 수학의 핵심적인 산학서이다.

> … 산학은 상명산(詳明算)·계몽산(啓蒙算)·양휘산(揚輝算)·오조산(五曹算)·지산(地算)이며 …[1)]

> 산학: 『상명』, 『계몽』, 『양휘』이상은 산학이다.[2)]

《상명산법》의 수학적인 내용은 비슷한 시기에 출간된 《산학계몽》이나 《양휘산법》에 훨씬 미치지 못하지만 이전이나 이후의 산학서에 비하여 책이 얇아 필사에 적당하였을 것으로 생각된다. 또한, 서문에서 "초학자들에게 작은 도움이 되었으면 한다.[3)]"는 표현처럼 기본적이고 쉬운 내용을 담고 있어 산학을 연구해야 하는 초보자들에게 많은 호응이 있었을 것으로 판단된다.

지금까지 여러 연구와 저술에서 《상명산법》이 조선 산학에 많은 영향을 주었음을 밝히고 있지만, 주로 조선 산학서를 연구하는 과정에서《상명산법》에 소개된 내용임을 밝히거나 방정식이나 급수 문제 등과 같은 특정 내용 영역에서 문제의 인용이나 관련성과 같은 수준에서 이루어졌을 뿐이며, 《상명산법》의 내용을 분석한 후 이를 통해 조선 산학에 미친 영향을 분석한 연구는 찾아보기 어렵다.

또한 계명대학교에 소장되어 있는 《신간상명산법(新刊詳明算法)》은 1373년 중국의 여릉 이씨(廬陵李氏)가 경영하는 명경당(明經堂)에서 간행된 중국판을 이용하여, 조선에서 16세기 전반에 을해자(乙亥字)로 인쇄한 상하 2권 1책본인 활자본으로 2011년 2월 25일에 보물 제1704호로 지정되어 사료적 가치가 큼에도 불구하고 국내에서 《상명산법》과 관련된 연구는 찾아보기 어렵다.

한편, 원나라 학자 가형(賈亨)의 《산법전능집(算法全能集)》은 상하 2권으로 구성되어 있으며 장의 구성이나 문제가 《상명산법》과 매우 유사하여 두 저자 중 한 명은 다른 저자의 산학서를 옮겨 적은 것으로 보고 있다(郭書春, 1993; 吳文俊, 1999. 李迪著, 1999).

이에 본 논문에서는 먼저 《상명산법》의 구조와 내용을 살펴보고 중국산학서 및 조선 산학서와의 관계를 분석한다. 이를 바탕으로 가형의 《산법전능집》과 구조와 문제 및 가결에서의 유사점과 차이점을 자세히 살펴본다. 또한 경선징(慶善徵)의 《묵사집산법(默思集算法)》, 황윤석(黃胤錫)의 《산학입문(算學入門)》과 비교를 통해 그 동안 제기되었던 연구 결과를 검토해보고 《상명산법》이 조선 산학에 끼친 영향을 분석해본다.

마지막으로 《상명산법》의 내용과 문제를 중, 고등학교 수학교육에 활용하는 방안을 제언해보고자 한다.

---

* 접수일(2014년 01월 22일), 수정일(2014년 02월 03일), 게재확정일(2014년 02월 15일)
* ZDM분류 : A30
* MSC2000분류 : 97-03
* 주제어 : 안지재(安止齋), 《상명산법(詳明算法)》, 동양 산학, 조선 산학.
* 이 논문은 2013학년도 제주대학교 학술진흥연구비 지원사업에 의하여 연구되었음.

1) 세종 47권, 12년(1430 경술 / 명 선덕(宣德) 5년) 3월 18일(무오) 2번째기사
2) 경국대전, 예전, 취재시험
3) 壽諸梓以傳庶初學之一助

Ⅱ. 이론적 배경

《상명산법》과 관련된 몇 가지 연구에서 《상명산법》의 개략적인 구성과 내용, 조선시대 산사 양성에서 《상명산법》의 중요성을 제시하였으며 또한 조선 산학서인 《묵사집산법》과 비교하였다.

1. 《상명산법》의 구조

김용운과 김용국(2009)은 《상명산법》의 내용을 간략히 분석하여 제시하고 있다. 《상명산법》은 상, 하 2권으로 구성되어 있으며, 〈구장명수〉로부터 〈수책〉까지 모두 27장에서 115문제를 다루고 있다.

이 중 상권에서는 산학을 공부하기 위한 기본 지식 및 그와 관련된 문제를 다루며, 하권에서는 응용지식 및 문제를 다루고 있다. 이는 상권의 첫머리에 "상권을 자세히 연구하면 하권은 저절로 통한다[4]"와 하권의 첫머리에 "상권에 통달한 자가 이것을 배운다[5]"라는 설명에서 알 수 있다.

《상명산법》의 상권은 모두 16장으로 이루어져 있고, 이중 처음 7개의 장인 〈구장명수〉, 〈소대명수〉, 〈구구합수〉, 〈두곡장척〉, 〈근칭전무〉, 〈구결〉, 〈승제견통〉 부분은 일종의 기본 지식이라 할 수 있는데, 내용에 대한 소개와 설명만 있고 문제는 제시되지 않는다. 그 다음 9개의 장은 〈인법〉, 〈가법〉, 〈승법〉, 〈귀법〉, 〈감법〉, 〈귀제〉, 〈구일〉, 〈상제〉, 〈약분〉 장에서 모두 31문제를 다루고 있다.

또한 하권은 〈이승동제〉, 〈취물추분〉, 〈차분〉, 〈화합차분〉, 〈단필〉, 〈근칭〉, 〈퇴타〉, 〈반량창교〉, 〈장량전무〉, 〈전무유량〉, 〈수책〉의 11개의 장으로 구성되어 있으며, 모두 84문제를 제시하고 있는데 상권에서 얻은 지식을 응용하는 문제를 주로 다룬다. 《상명산법》의 상권과 하권의 구성 및 각 장별 주제와 문항수를 정리하면 다음 [표 1]과 같다.

[표 1] 《상명산법》의 구조와 주요 내용

[Table 1] Structure and Contents of 《Xiang Ming Suan Fa》

권	장제목	주요내용	문항수 (번호)
상권	구장명수	구장산술의 목차 소개	0
	소대명수	작은 수와 큰 수의 이름	0
	구구합수	구구단	0
	두곡장척	많고 적음과 길고 짧음에 관한 법	0
	근칭전무	무게와 넓이	0
	구결	승법과 제법	0
	승제견총	대수와 대수의 곱, 소수와 소수의 곱	0
	인법	주어진 수에 2, 3, 4 등을 차례로 곱하는 곱셈	2 (1-2)
	가법	곱하는 수의 첫 자리가 1인 곱셈	5 (3-7)
	승법	두 자릿수 이상의 곱셈	3 (8-10)
	귀법 (구귀)	나누는 수가 1자리인 나눗셈	1 (11)
	감법 (정신제)	나누는 수의 첫 자리가 1인 나눗셈	5 (12-16)
	귀제	나누는 수가 두 자릿수 이상인 나눗셈	4 (17-20)
	구일	나누는 수의 첫 자리를 1로 바꿀 수 있는 나눗셈	5 (21-25)
	상제	현재의 나눗셈 방법	2 (26-27)
	약분	분수의 약분	4 (28-31)
하권	이승동제	비례문제	10 (32-41)
	취물추분	단위에 해당하는 값이 주어진 경우에 전체 양의 값을 계산	2 (42-43)
	차분	비례배분	13 (44-56)
	화합차분	가치가 다른 물건의 전체 값이 주어진 경우 각각의 양을 구하는 문제	2 (57-58)
	단필	옷감의 값을 구하는 문제	7 (59-65)
	근칭	무게의 환산에 관한 문제	14 (66-79)
	퇴타	급수 문제	4 (80-83)
	반량창교	부피 문제	8 (84-91)
	장량전무	넓이 문제[6]	13 (92-104)
	전무유량	땅의 넓이에 대한 생산량 혹은 수확량에 대한 땅의 넓이	2 (105-106)
	수책	성곽이나 제방을 쌓는데 필요한 문제	9 (107-115)
합계			115

2. 《상명산법》과 조선 시대 산사(算士)의 양성

조선시대 산사 양성에 관해서는 두 가지 역사적 기록

4) 熟此卷則下卷自通

5) 須熟上卷方通此卷

6) 97번 규전 문제는 특정한 길이가 주어져 있지 않아 문제에서 제외될 수 있다. 이 경우 〈장량전무〉는 12문제가 되며 전체는 114문제가 된다.

을 찾아 볼 수 있다. 첫째는 세종실록의 기록으로 상정소에서 여러 학의 취재에 관한 과목 중에 산학 과목으로 《상명산》, 《계몽산》, 《양휘산》, 《오조산》, 《지산》을 제시하는 것이며, 둘째는 《경국대전》에서 산학 취재의 출전으로 《양휘산》, 《계몽산》, 《상명산》을 명시한 것이다. 이러한 역사적 사실은 당시 다양한 중국 산학서가 조선에 유입되고 연구되었음을 보여준다.

이러한 역사적 사실을 통하여 김옥자와 김영욱(2009)는 중국 산학서인 《양휘산법》, 《산학계몽》, 《상명산법》은 15세기 전반기에 이미 조선에 전해져 있었지만, 15세기 후반기에는 이를 제대로 이해하는 사람은 결코 많지 않았다고 주장한다. 즉, 조선왕조실록에서 구체적으로 알 수 있는 산학이나 천문학과 관련된 역사적 사실을 바탕으로 볼 때, 세종 때에는 《산학계몽》을 공부한 사람이 있었고 제대로 이해하여 발전시켰으나, 세조 때에 이르러서는 《산학계몽》을 이해하는 사람이 없었다는 것이다. 따라서 산원 취재를 위한 산학서인 《양휘산법》, 《산학계몽》, 《상명산법》 중에서 실제로는 《상명산법》 만이 사용되었고 다른 책들은 유명무실한 상황이었음을 알 수 있다. 즉, 세 권의 산학서를 살펴볼 때, 《상명산법》이 가장 내용은 쉬우면서도 기본적인 지식부터 실제 관청에서 필요한 다양한 문제들을 다루고 있기 때문이다.

세종 시대 이후 산사 양성에 사용된 교과서에 대한 연구를 통해 김용운과 김용국(2009)는 취재의 시험범위에 제시된 산학서가 곧 양성과정에서 사용되는 교과서라는 전제하에 《경국대전》이 공포될 무렵에는 이수시기에 차이를 두어 《상명산법》→《양휘산법》→《산학계몽》의 순서로 단계적으로 가르쳤다고 판단하고 있다. 그 근거로 산사 양성의 목적이 여러 관청에서 필요한 업무를 하기 위한 것으로 볼 때, 이와 가장 관련이 깊은 산학서는 각각의 부처에서 필요한 계산술을 다룬 《오조산경》이다. 《오조산경》은 주로 땅의 넓이, 병사의 징집, 급여의 지급, 곡물의 수확이나 저장용 창고의 부피, 물가 등에 대한 문제를 다루고 있는데 산사의 역할을 고려할 때 중요한 교과서임에 틀림없다. 그런데 앞서 살펴본 《상명산법》의 내용 구성에 따르면 《오조산경》에서 다루는 유형의 문제는 모두 《상명산법》에서 다루어지고 있으며 《상명산법》에 훨씬 많은 실제적인 문제들이 제시되고 있다는 점에서 《상명산법》이 《오조산경》을 대신하게 되었다고 볼 수 있다.

3. 《상명산법》과 조선산학서와의 관계

《상명산법》과 조선산학서와의 관계를 연구한 논문을 몇 가지 살펴보면, 우선 김옥자와 김영욱(2009)은 《상명산법》과 경선징의 《묵사집산법》의 구조를 비교하였다. 이에 따르면 경선징은 책의 전반적인 구조와 구성은 《산학계몽》을 모방하였으나, 《상명산법》 가운데 취할 부분을 취한 후에 《산학계몽》을 다수 참고하였다고 주장하였다. 이러한 주장의 근거로 《묵사집산법》의 〈포산선습문〉과 《상명산법》의 〈구장명수〉에서 〈승제견총〉, 《산학계몽》의 〈총괄〉을 비교 분석하여 그 구성의 유사성을 제시하였다.

한편, 허민(2008)은 《산학계몽》과 《묵사집산법》을 비교하여 경선징은 《산학계몽》을 기본 지침서로 삼아 《묵사집산법》을 편성하였음을 주장하였다. 특히 문제를 분석한 결과 《산학계몽》과 완전히 일치하는 문항도 많이 있으며, 수치만을 바꾼 문항도 많다고 밝히고 있다. 다만 《묵사집산법》에는 141개나 더 많은 문항이 있으며, 측량술 및 중국인의 나머지 정리와 같이 《산학계몽》에는 없는 산학의 주요한 주제도 몇 가지 더 추가하였음을 밝힌 후, 경선징은 이러한 보완을 통해 《묵사집산법》을 산학에 대한 충실한 입문서로 편집하려고 시도한 것이라 주장하였다.

또한, 김창일과 윤혜순(2009)는 경선징은 《묵사집산법》의 저술에서 《상명산법》을 기본으로 하였기 때문에 《산학계몽》에 있는 방정식의 해법 중에서 《개방석쇄법》만 사용하고 《증승개방법》을 다루지 못하였다고 주장하면서 결국 이는 《묵사집산법》이 《산학계몽》보다는 《상명산법》을 기본으로 하였다고 주장하였다.

4. 동양 산학의 수학교육에의 활용

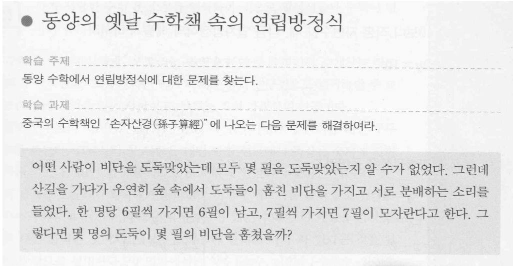
수학사를 수학교육에 활용하는 연구는 오래전부터 수학교육학의 주요한 주제였지만, 주된 내용은 주로 서양 수학사를 배경으로 한 내용들이 대부분이었다. 양성호와 이경언(2010)은 2006 개정교육과정에 따른 중학교 1학년과 고등학교 1학년 수학 교과서 12권과 수학익힘책 12권에서 다루고 있는 동양 및 서양 수학사 관련 내용을 분

석하였다. 그 결과 중·고등학교 동양 수학사의 내용은 전체 수학사 관련 내용 중에서 각각 13%(167개 중 21개)와 10%(185개 중 19개)를 차지하고 있었다. 유사한 연구로 제7차 교육과정의 7단계 수학 교과서 17종에 나타나 있는 수학사부분을 조사하여 각 단원별로 정리, 분석한 김기원과 노현주(2008)의 연구에서는 전체 17종 교과서에서 총 200개의 수학사 관련 내용을 다루고 있으며 이중 동양 수학사와 관련된 내용은 4%(7개)에 그치고 있다고 분석하였다. 두 연구 결과를 비교하면 최근 들어 수학사 내용이 풍부해졌을 뿐만 아니라 특히 동양수학사와 관련된 내용은 2배 이상 증가하였음을 알 수 있다.

실제로, 수학교과서에서 다루어지고 있는 동양수학사와 관련된 내용을 구체적으로 살펴보면 《구장산술》, 《구일집》, 《산학입문》, 《손자산경》 등의 산학서에서 제시하는 문제를 직접적으로 활용하는 형태나 동양 산학 또는 조선 산학과 관련된 일화 또는 산학자나 산학서를 소개하는 내용이 가장 많은 부분을 차지하였으며 이외에 탐구학습 과제나 토론 등을 위한 주제로 활용하였다.

산학서의 문제를 활용하는 예를 보면, 이강섭 외(2010)는 중학교 수학 2의 연립방정식 단원에서 《손자산경》에 나오는 연립방정식 문제를 여러 가지 방법으로 해결하도록 하는 탐구학습 과제로 활용하고 있으며, 황선욱 외(2010)는 《구장산술》에 제시된 추동의 부피를 구하는 공식이 성립함을 정적분을 이용하여 증명하는 문제를 논술형 문제로 다루고 있다. 최용준 외(2010)는 중학교 수학 3에서 조선시대 산학서인 《구수략》의 내용을 읽을거리로 활용하고 있다.

한편, 최근에는 각 대학의 논술고사나 입시에서 동양 산학의 내용을 이용한 문제를 다루는 경우도 있다. 광운대학교 2010 자연계열 논술 모의고사에서는 동아시아의 전통 수학인 산학에서 활꼴의 넓이를 구하는 데 이용했던 근사 공식을 분석하고 그와 같은 공식을 이용하게 된 이유를 설명하는 문제를 제시하고 있다(허민, 2009).


● 동양의 옛날 수학책 속의 연립방정식

학습 주제

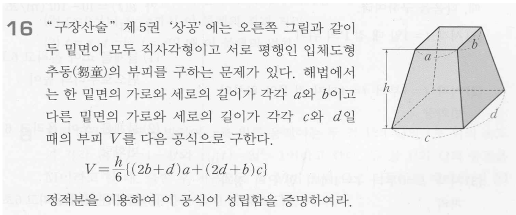
동양 수학에서 연립방정식에 대한 문제를 찾는다.

학습 과제

중국의 수학책인 "손자산경(孫子算經)"에 나오는 다음 문제를 해결하여라.

어떤 사람이 비단을 도둑맞았는데 모두 몇 필을 도둑맞았는지 알 수가 없었다. 그런데 산길을 가다가 우연히 숲 속에서 도둑들이 훔친 비단을 가지고 서로 분배하는 소리를 들었다. 한 명당 6필씩 가지면 6필이 남고, 7필씩 가지면 7필이 모자란다고 한다. 그렇다면 몇 명의 도둑이 몇 필의 비단을 훔쳤을까?

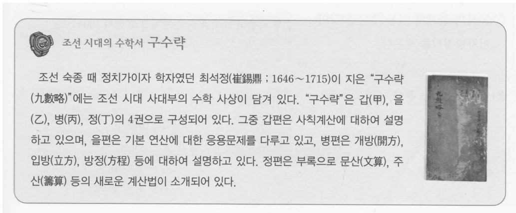
[그림 1] 손자산경의 연립방정식 문제(이강섭 외, 2010)
[Fig. 1] Simultaneous equations problem in 《Sun Zi Suan Jing》(Lee, K. et al., 2010)


16 "구장산술" 제 5권 '상공'에는 오른쪽 그림과 같이 두 밑면이 모두 직사각형이고 서로 평행인 입체도형 추동(芻童)의 부피를 구하는 문제가 있다. 해법에서는 한 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 a와 b이고 다른 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 c와 d일 때의 부피 V를 다음 공식으로 구한다.

$$V=\frac{h}{6}\{(2b+d)a+(2d+b)c\}$$

정적분을 이용하여 이 공식이 성립함을 증명하여라.

[그림 2] 추동의 부피(황선욱 외, 2010)
[Fig 2] Volume of ChuDong (Hwang, S. et al., 2010)

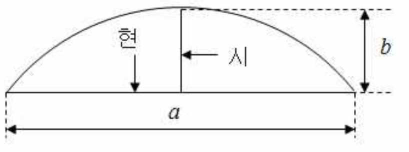

조선 시대의 수학서 구수략

조선 숙종 때 정치가이자 학자였던 최석정(崔錫鼎 ; 1646~1715)이 지은 "구수략(九數略)"에는 조선 시대 사대부의 수학 사상이 담겨 있다. "구수략"은 갑(甲), 을(乙), 병(丙), 정(丁)의 4권으로 구성되어 있다. 그중 갑편은 사칙계산에 대하여 설명하고 있으며, 을편은 기본 연산에 대한 응용문제를 다루고 있고, 병편은 개방(開方), 입방(立方), 방정(方程) 등에 대하여 설명하고 있다. 정편은 부록으로 문산(文算), 주산(籌算) 등의 새로운 계산법이 소개되어 있다.

[그림 3] 조선시대 수학서 《구수략》(최용준 외, 2011)
[Fig. 3] Mathematics book 《GooSuRyak》 of Joseon Danasty(Choi, Y. et al., 2011)

산학에서는 경계의 일부 또는 전부가 곡선인 평면도형의 넓이를 구할 때 근삿값을 얻을 수 있는 공식을 이용했다. 예를 들면, [그림 4]와 같이 현의 길이가 a이고 현의 중심과 호의 중심을 연결한 선분인 시의 길이가 b인 활꼴 모양의 밭의 넓이 S를 다음과 같은 공식으로 구했다.

$$S=\frac{ab+b^2}{2}\ \cdots\cdots\ ①$$



[그림 4] 호시전
[Fig. 4] Segment of a circle

[문제 1] 공식 ①로 넓이의 참값을 구할 수 있는 다각형의 예를 들어라. 그 다각형을 주어진 활꼴과 겹쳐 그려서, 두 도형의 넓이가 비슷함을 설명하시오.

Ⅲ. 연구방법

본 연구는 과거에 활용되었던 자료들을 체계적으로 수집하여 객관적으로 평가하는 역사연구 방법을 적용하였다. 과거에 일어난 사건들은 재연될 수 없기 때문에 역사연구는 제한된 시대에 국한하며 대부분 사료에 의존한다. 역사연구를 위해서는 주로 서류나 서적 등을 참고하며 그렇게 수집된 역사자료에 대한 해석에 중점을 둔다(성태재, 시기자, 2006).

역사연구의 목적은 새로운 지식을 발견하거나 기존의 지식을 명료화하고, 통합하고, 확장하는 것이다. 역사연구에서는 문헌검토가 매우 중요하다. 일반적으로 역사연구를 위한 자료는 1차 사료와 2차 사료로 구분된다. 즉, 어떤 사건이나 일에 대하여 관련된 사람이 직접 기술한 문서, 자서전, 일기, 일지, 협정서 등이 1차 사료에 해당한다. 2차 사료는 어떤 사건이나 일에 대하여 직접적인 관계가 아닌 2차적인 관계가 있는 자료를 말한다. 역사적 자료들을 수집하고 분석한 후에는 이를 종합적으로 조직해야 한다. 역사적 자료의 종합은 통계적 분석보다는 논리적 분석에 의존하기 때문에 연구자는 자료를 종합할 때 최대한 객관적이어야 한다(전평국, 박성선, 2009).

본 논문은 조선시대 산학 취재의 교과서로 채택되었던 산학서 중 《상명산법》의 구조와 내용을 분석하고 이를 조선시대 산학서와 비교하는 연구로 논문의 작성에서 중국 및 조선 산학서는 가능한 1차 사료를 이용하여 작성하였다. 《상명산법》의 원문은 《중국과학기술전적통휘(中國科學技術典籍通彙)(郭書春 主編, 1993)》을 주로 이용하였으며, 《묵사집산법》과 《산학입문》의 원문은 《한국과학기술사자료대계(韓國科學技術史資料大系) 數學編(김용운, 1985)》을 이용하였다. 2차 사료로는 《묵사집산법(유인영, 허민, 2006)》, 《산학입문(강신원, 장혜원, 2006)》, 《산학계몽 상, 중, 하(허민, 2009)》, 《양휘산법(차종천, 2006)》과 같은 번역서를 참고하였으며, 중국산학사에 대한 일반적 자료는 《중국수학사대계 제6권 서하금원명(吳文俊 主編, 1999)》과 《중국수학통사 송원권(李迪著, 1999)》를 이용하였다.

산학서의 서명은 《상명산법》과 같이 표현하였으며, 각 산학서의 내용 중 장 부분은 〈개방석쇄문〉과 같이 구분하여 제시하였다. 가능한 한 한문이나 전문적 용어의 사용은 줄이고자 하였으나 그 뜻이 불분명하여 한자 등의 원문을 제시할 필요가 있을 경우에는 본문에 직접 제시하거나 각주를 활용하여 설명하였다.

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

1. 《상명산법》의 문제

〈인법〉에서는 곱셈으로 풀 수 있는 2 문제가 있다. 각 문제마다 각각 2~9까지를 곱하여 값을 구하는 문제로 확장하고 있다. 풀이는 산가지를 놓아 푸는 포산의 방법을 설명하고 있다. 1~2번 문제는 서로 반대의 상황을 묻고 있다. 1번이 물건의 양이 주어지고 단위당 가격이 주어졌을 때 전체 필요한 금액을 묻고 있다면, 2번은 전체 돈이 있고 1량으로 구입 가능한 물건의 양이 주어지는 경우 구입 가능한 전체 물건의 양을 구하는 문제이다.

<가법>에서는 모두 5문제가 있는데, 문제는 모두 곱하는 수의 첫 자리가 1인 경우이다. 즉, 10, 100, 1000, 10000과 같은 수의 곱셈의 경우로 자릿값을 한 자리 옮기면 되는 문제이다. 3번 문제는 어떤 물건 268근을 파는데 1斤의 가격이 1兩 1錢, 1兩 3錢, 1兩 5錢, 1兩 7錢, 1兩 9錢인 경우에 1전, 3전, 5전, 7전, 9전의 경우를 포산으로 구하고 1량의 경우는 1전에서 구한 값의 자릿값만

옮겨서 더하여 전체 물건의 가격을 구하고 있다.

4번 문제는 돈이 54兩 5錢이 있는 경우에 1兩으로 쌀을 1斗 2升을 구입할 수 있을 때 구입 가능한 전체 쌀의 양을 구하는 문제이다. 5번과 6번 문제는 서로 반대 상황을 가정하는 문제로 각각 전체 돈과 1兩으로 살 수 있는 비단의 양이 주어지는 경우와 전체 비단의 양이 주어지고 1疋의 가격이 주어지는 경우 전체 돈의 양을 구하는 문제이다. 7번 문제는 쌀 46751石 2斗가 있고 여기에 1石당 세금으로 7升씩 추가되는 경우에 전체 쌀의 양을 구하는 문제이다.

〈승법〉에는 두 자리 이상의 수의 곱셈에 관한 3문제가 있다. 8번은 은이 36兩 5錢이 있고 은 1兩으로 지폐(鈔) 2兩 5錢을 살 수 있을 때, 구입할 수 있는 전체 지폐의 양을 묻는 문제로 36.5×2.5를 구하는 문제이다. 곱하는 수가 2자리에 해당하며 추가로 곱하는 수가 3자리, 4자리인 문제로 확장하고 있다. 9번 문제는 반대로 지폐가 48兩 6錢이 있고 지폐 1兩으로 은 4錢 7分을 구입할 수 있을 때 구입 가능한 은의 총량을 묻는 문제로 마찬가지로 곱하는 수가 4錢 7分에서 4錢 5分 5釐, 4錢 3分 7釐 5毫로 확장하고 있다. 10번 문제는 한 사람이 하루에 5分 3釐 5毫의 사금을 채취할 수 있을 때, 24명이 32일 동안 채취할 수 있는 사금의 양을 묻는 문제로 $0.532\times24\times32$를 구하는 문제이다.

〈귀법〉은 목차에서는 귀법으로 본문에서는 구귀로 소개되어 있는데, 나누는 수가 한 자리인 경우의 나눗셈 문제이다. 이 장에는 1문제가 제시되어 있는데 지폐가 265兩 3錢이 있을 때 이것을 2명이 나누는 경우에서 시작해서 9명이 나누는 경우까지 확장하고 있다.

〈감법〉은 목차에서는 감법으로 본문에서는 정신제라고 소개하고 있으며 나누는 수의 첫 자리가 1인 경우의 나눗셈을 다룬다. 12번은 67兩 9錢 8分로 살 수 있는 쌀이 11石일 때, 1石당 가격을 묻는 문제로 같은 돈에 대하여 13石, 15石, 17石, 19石의 경우로 확장하고 있다. 13번에서 16번 문제 역시 곡식, 비단, 실과 같은 물건을 구입하는 과정에서 나눗셈을 이용하여 계산하는 문제로 모두 나누는 수의 첫 자리가 1인 경우를 다룬다.

〈귀제〉는 나누는 수의 첫머리가 2~9의 경우의 나눗셈에 관한 내용이다. 17번 문제는 만약 55명이 지폐 658兩 9錢을 나누어 가질 때, 한 사람이 갖는 양을 구하는 문제로 $658.9\div55$를 계산하는 문제이다.

18번 문제는 옷감 86장 4척을 짜는데 실이 320량이 사용될 때, 실 1량으로 짤 수 있는 옷감의 양을 묻는 문제이며, 19번과 20번 문제 역시 같은 유형의 문제이다.

〈구일〉에서는 나누는 수의 첫 자리를 1로 바꾸어 나누는 방법을 설명하고 관련된 문제를 풀이하고 있다. 즉, 나누는 수의 첫 자리가 2나 3이면 2로 먼저 나누어 계산한다. 즉, $46\div28=\frac{46}{2}\div\frac{28}{2}=23\div14$로 바꾸면 정신제법을 이용할 수 있는 형태로 바꾸어 푸는 문제이다. 〈구일〉의 가결을 보면 나누는 수의 첫 자리가 2나 3이면 절반을 구하고, 4이면 3을 곱하고, 5이상의 경우는 2를 곱하여 첫 자리가 1인 수로 바꾸어 정신제법을 이용하는 방법을 제시하고 있다. 즉, $a\div b$를 계산할 때, b의 첫 자리가 2나 3이면 $a\div b=\frac{a}{2}\div\frac{b}{2}$로 바꾸어 계산하고, b의 첫 자리가 4이면 $a\div b=3a\div3b$로 바꾸어 계산하고, b의 첫 자리가 5 이상이면 $a\div b=\frac{2a}{2b}$로 바꾸어 계산하는 방식이다.

〈상제〉에서는 현재의 나눗셈과 같은 방법을 설명한다. 즉, 나누어지는 수를 놓고 나머지가 없어질 때까지 나누는 수를 빼는 방식이다. 예를 들면, 26번 문제에서 군인이 600명이 있고 배급할 쌀이 모두 394石 2斗의 경우에 한 명이 배급받는 쌀의 양을 구하는 문제이다. 먼저, $6\times6=36$이므로, $3942-3600=342$이고 다시 $6\times5=30$이므로 $342-300=42$이고, $6\times7=42$이므로 $42-42=0$이다. 그러므로 결과는 657이 되고, 단위에 맞게 쓰면 6斗 5升 7合이다.

〈약분〉은 분수를 기약분수로 바꾸는 방식을 설명하고 있다. 현재의 유클리드 호제법에서처럼 먼저 최대공약수를 구하고, 구한 최대공약수로 분자와 분모를 나누어 기약분수로 나타내고 있다. 예를 들어, 28번 문제는 $\frac{42}{98}$를 약분하는 문제로 풀이를 보면, 98과 42를 따로 놓고 98에서 $2\times42=84$를 빼면 14가 남는다. 다시 42에서 $14\times2=28$을 빼면 14로 같은 수가 남아서 분자와 분모에 남는 수가 같다. 유클리드 호제법에 따르면 이 수가 두 수의 최대공약수가 된다. 이제 이 수로 분자와 분모를 나누면 $98\div14=7$, $42\div14=3$이므로

$\dfrac{42}{98}=\dfrac{3}{7}$ 이다.

〈이승동제〉는 비례 문제를 다루고 있다. 즉, $a:b=c:d$에서 a,b,c가 주어진 경우에 d를 구하는 형식의 문제로 모두 10문제가 제시되어 있다. 예를 들어, 33번 문제는 은 1兩 2錢 9分으로 쌀을 1石 7斗 2升을 살 수 있다고 할 때, 은이 4兩 3錢 8分이 있다면 쌀을 얼마나 살 수 있는가를 묻는 문제이다.

〈취물추분〉에서는 비단의 염색 또는 물건의 운반에서 염료나 운반비를 비단 또는 물건 중에서 일정한 비율로 지불하는 경우에 실제로 염색한 비단의 양이나 염료 구입을 위해 사용한 비단의 양을 구하는 문제이다. 《구장산술》의 〈균수〉장에서 비슷한 유형의 문제를 다룬다. 또한 《산학계몽》에서는 〈절변호차문(折變互差門)〉에서 다루어지는 문제들이다. 즉, 〈취물추분〉의 문제는 단위 수량의 값이 주어지하거나 운반하는 경우에 전체 양의 값을 계산 계산하는 문제이다. 예를 들어, 43번 문제는 비단 67丈 5尺이 있는데 이중에서 1丈 7尺 5寸으로 염색을 위한 염료를 사서 6丈 2尺 5寸을 염색할 수 있을 때, 염색할 수 있는 비단과 염료를 구입하기 위한 비단의 양을 각각 구하는 문제이다. 풀이 방법은 전체 비단에 염색한 비단의 수를 곱하여 $67.5\times6.25=421.875$를 얻는다. 또, 염료 구입을 위한 비단에 염색할 수 있는 비단의 수를 더하면 $6.25+1.75=8$을 얻는다. 이제 421.875를 8로 나누면 염색할 수 있는 비단의 양으로 52.734375를 얻고, 염료를 구입하기 위한 비단의 양은 14.765625를 얻는다. 이 풀이는 다음과 같은 비례식에서 얻어진 결과이다. 즉, 염색할 수 있는 비단의 양을 x라 하면

$$6.25+1.75:6.25=67.5:x$$

에서

$$x=\frac{67.5\times6.25}{6.25+1.75}=\frac{421.875}{8}=52.734375$$

이다.

〈차분〉에서는 비례배분에 관한 문제를 다룬다. 어떤 제한된 돈으로 단위 가격이 서로 다른 물건들을 일정 비율로 구입하는 문제나 어떤 일정한 돈이나 물건을 계급 또는 신분에 따라 차등적으로 나누는 13문제를 다루고 있다. 이 장의 내용은 《구장산술》의 〈속미〉장과 〈최분(衰分)〉[7]장의 내용과 유사하다. 예를 들어, 《구장산술》〈최분〉 첫 번째 문제는 대부, 불경, 잠뇨, 상조, 공사 5사람이 있을 때, 이들이 공동으로 잡은 사슴 다섯 마리를 작위의 순서에 따라 나누려고 할 때, 각각 몇 마리씩 갖게 되는지를 묻고 있다.

44번 문제를 살펴보면, 현재 돈이 121兩 1錢 5分 6釐 5毫가 있을 때, 쌀은 1, 보리는 2, 콩은 3의 비율로 사고자 한다. 이때, 쌀 1斗의 가격은 9分2釐, 보리 1斗의 가격은 8分 5釐, 콩 1斗의 가격은 3分 6釐일 때 각 곡식의 양과 각 곡식을 구입하는데 쓰인 돈을 구하는 문제이다. 풀이를 보면, 먼저 보리와 콩 1斗의 가격에 각각 2와 3을 곱하여 얻은 값을 모두 더하면

"9分2釐 + 1錢 7分 + 1錢 8釐 = 3錢 7分"이고, 전체 돈 121兩 1錢 5分 6釐 5毫를 3錢 7分으로 나누면 쌀의 양을 구할 수 있다. 이 값에 2를 곱하면 보리의 양이며, 3을 곱하면 콩의 양이 되며, 각각의 곡식의 양에 1斗의 가격을 곱하면 각 곡식을 사는데 쓴 돈이 구해진다.

그리고 49번에서 54번까지는 모두 관아에서 물건들을 나누어주는 상황을 바탕으로 한 문제이며, 45번, 55번, 56번 문제는 갑을병 세 사람이 어떤 양을 조건에 맞게 나누어 갖는 문제이다. 56번 문제를 보면, 갑을병 세 사람이 돈 100兩을 나누어 갖는데, 갑은 을보다 5兩이 많고, 병은 을이 갖는 돈의 $\dfrac{5}{7}$을 갖는다고 할 때, 각 사람이 갖는 돈은 얼마인가를 묻는 문제이다. 풀이는 우선 전체 100兩에서 5兩을 빼면 95兩이 남는다. 5兩을 뺐으므로 갑과 을이 같다고 보면 갑 7, 을 7, 병5의 비율이므로 모두 더하면 19가 된다. 이제 95兩을 19로 나누면 1은 5兩에 해당한다. 즉, 을은 $7\times5=35$兩, 병은 $5\times5=25$兩, 갑은 $35+5=40$兩을 얻는다.

〈화합차분〉에서는 두 가지 물건의 총 개수와 그것을 구입하는데 드는 전체 비용이 주어지고, 각 물건의 1단위당 가격이 주어지는 경우 각각의 물건의 개수와 각 물건을 사는데 드는 비용을 각각 구하는 문제를 다룬다. 모두 2문제가 있는데 58번 문제를 보면, 은이 57량 9전이 있고 은 1전으로 복숭아를 164개, 자두 128개를 살 수 있다고 한다. 이때 복숭아와 자두를 합해 83220개를 샀다고 하면 각각을 사는데 든 비용과 각각의 개수를 구

---

[7] 〈衰分〉은 보통 〈쇠분〉으로 번역되나 衰가 일정한 비율로 줄어든다는 의미인 경우에는 "최"로 읽는 것이 옳다.

하는 문제이다. 풀이를 보면 가지고 있는 은 전체의 양에 복숭아의 개수 164를 곱하여 94956을 얻고, 여기에서 83220을 빼면 11736개가 남는다. 또 복숭아의 개수에서 자두의 개수를 빼면 36개가 되는데, 11736을 36으로 나누면 32량 6전을 얻는데 이것은 자두를 사는데 쓴 은의 양이다. 57량 9전에서 32량 6전을 빼면 25량 3전을 얻는데 이것은 복숭아를 사는데 쓴 돈이다. 각각의 구입비용에 164와 128을 곱하면 구입한 복숭아와 자두의 개수를 구할 수 있다.

〈단필〉은 비단과 같은 옷감을 구입하는데 단(端)이나 필(疋)로 주어진 단위를 척(尺)으로 변환하여 구하는 7문제를 다룬다. 1端을 52尺, 1疋을 42尺으로 하여 문제를 풀고 있다. 59번 문제를 보면 베 1尺을 사는데 1錢 9分 3釐가 필요하다. 1단을 5丈2尺으로 계산하면 1단을 구입하는데 모두 얼마가 필요한가? 풀이는 52尺에 1錢 9分 3釐를 곱하여 10兩 3分 6釐를 얻는다.

〈근칭〉은 무게단위인 斤과 兩을 환산하는 것이나 환산을 통해 해결할 수 있는 문제를 다루는데 가장 많은 14문제를 다룬다. 16兩을 1斤으로 할 때, 1兩에서 15兩까지가 주어질 경우 이를 斤으로 바꾸는 공식을 설명하고 있다. 예를 들어, 5; 3125라는 말은 $\frac{5}{16}=0.3125$ 즉, 5兩은 0.3125斤이라는 의미이다. 또한 1兩은 24銖이다. 예를 들어 72번 문제를 보면, 실이 123斤 5兩 18銖가 있는데, 비단 1疋을 짜는데 11兩 6銖가 필요하다. 1疋을 42尺이라고 할 때 짤 수 있는 비단의 양을 구하는 문제이다. 斤과 兩 사이의 관계에 따라 123斤을 兩으로 고치면 1968兩이 되고 15兩을 더하면 1983兩이 된다. 여기에 兩과 銖 사이의 관계에 따라 24를 곱하면 47592銖가 되고 18銖를 더하면 총 실의 무게는 47610銖가 된다. 11兩 6銖를 銖로 환산하면 270銖가 된다. 47610을 270으로 나누면 176疋과 90銖가 남는다. 이제 남은 90수를 필법에 따라 42를 곱하면 3780을 얻고 270으로 나누면 1丈 4尺을 얻는다. 그러므로 모두 176疋 1丈 4尺을 만들 수 있다.

〈퇴타〉는 현대적 의미로 급수와 관련된 문제이다. 중국에서 급수의 개념, 즉 퇴타술은 이미 《구장산술》에서부터 시작되었다. 그 후 계차수열을 이용한 수열은 7세기부터 시작하여 역법에 응용되었다. 특히 북송의 심괄의 《몽계필담(夢溪筆談)》, 남송 양휘의 《상해구장산법(詳解九章算法)》, 《양휘산법》, 원 주세걸의 《산학계몽》과 《사원옥감》, 안지재의 《상명산법》 등에서 급수가 취급되었는데 이들은 단순한 등차급수나 등비급수를 뛰어 넘는 것으로 거의 모든 산서에서 이들을 취급하였다(홍성사, 2006).

《상명산법》에서 부병일타(缶瓶一垜)는 그 다음 문제에서는 주병일타(酒瓶一垜)라 하였다. 이는 심괄의 급수에서 윗면의 직사각형 모양의 한 변이 1인 것을 뜻한다. 부병퇴타의 경우는 아랫면의 가로와 세로의 개수만 주어지면 한 층이 올라갈 때마다 가로와 세로의 개수가 각각 1개씩 줄어들게 쌓는 형태이므로 아랫변의 가로와 세로의 개수만으로 전체 모양을 결정할 수 있다. 이러한 부병퇴타는 특히 조선 시대 대부분의 산학서에서 다루고 있는 내용이다(이경언, 2011).

《상명산법》에는 모두 4개의 퇴타문제가 제시되어 있다. 주병일타, 평첨초, 삼각타, 사각타의 문제가 각각 1문제씩 제시되고 있다. 80번 주병일타 문제를 보면 밑면의 가로가 8개, 세로가 13개인 경우에 전체 개수를 묻는 문제이다. 산대를 이용한 풀이를 제시하고 있는데, 먼저 세로에서 가로의 개수를 빼면 $13-8=5$ 개가 되고 2로 나누면 $2\frac{1}{2}$ 가 된다. 여기에 $\frac{1}{2}$ 를 더하면 3개를 얻는다. 이를 세로의 개수에 더하면 16을 얻고 다시 가로의 개수와 곱하면 $16\times 8=128$ 을 얻는다. 따로 가로 8개에 1개를 더하면 9개가 되고 128에 곱하면 $128\times 9=1152$ 개를 얻는다. 이를 3으로 나누어 384 를 얻는다. 이 풀이는 심괄의 급수에의 특수한 경우이다. 양휘와 주세걸은 추맹타로 다루고 있다. 즉, 추맹타는 사각뿔대 모양의 입체에서 윗면이 하나의 선분으로 나타나는 경우이다. 술병 등을 쌓아가다 보면 제일 위쪽 줄은 하나의 선분 형태가 된다. 여기서는 윗면의 가로의 개수를 c, 세로의 개수를 d (단, $d>c$)라고 할 때,

$$\text{술병의 개수} = \left[\left\{\frac{(d-c)}{2}+d+\frac{1}{2}\right\}\cdot c\cdot(c+1)\right]\div 3$$

으로 계산한 결과이다.

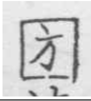
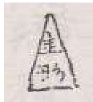
〈반량창교〉에서는 직육면체(方倉), 원기둥(圓倉), 각뿔대(方窖)), 원뿔대(圓窖) 모양의 창고의 부피를 구하는 4문제와 원뿔(平地堆) 그리고 벽에 기대어 쌓은 곡물의 부피[8]를 구하는 4개의 문제를 합하여 모두 8문제를 다룬다. 일반적으로 동양 산학에서 방(方《)은 정사각형을

의미하나 여기서는 직사각형 형태의 문제를 다루고 있다. 《산학계몽》 〈창돈적속문〉에는 벽에 기대어 쌓은 벼의 부피뿐만 아니라 벽의 모퉁이에 쌓은 벼의 양 측, 원뿔의 $\frac{1}{4}$ 인 경우의 부피를 구하는 문제도 다루고 있다.

〈장량전무〉에서는 여러 가지 모양의 땅의 넓이를 구하는 문제를 다룬다. 문제로 다루는 땅의 모양으로는 방전(方田), 직전(直田), 제전(梯田), 구고전(句股田), 삼광전(三廣田,) 규전(圭田), 사부등전(四不等田,) 릉전(棱田), 미전(眉田), 우각전(牛角田), 원전(圓田), 환전(環田), 복월전(覆月田)으로 모두 13가지이다. 이외에도 사형전(蛇形田,) 대고전(大皷田), 말각전(抹角田), 서시전(鼠矢田), 반릉전(半棱田) 등의 모양이 제시된다. 장의 마지막 부분에서는 여러 가지 땅의 모양을 그 해법을 기준으로 구분하여 제시하고 있다. 예를 들어, 사전(斜田,) 기전(箕田,) 제전(梯田,) 소전(簫田)은 모두 두 개의 가로의 길이를 더하고 세로의 길이의 반을 곱하면 되며, 규전, 구고전, 우각전은 모두 가로의 길이의 반에 세로의 길이를 곱하면 된다.

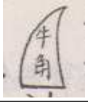
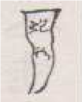
마지막 부분에는 원전의 여러 가지 해법을 정리하고 있다. 원의 둘레의 길이를 a, 지름의 길이를 b라 할 때, $\frac{a}{2}\times\frac{b}{2}$ 로 계산하는 방법, $(a\times b)\div 4$로 풀이하는 방법, $b^2\times 3\div 4$로 계산하는 방법, $a^2\times\frac{1}{12}$로 계산하는 방법을 제시하고 있는데 세 번째와 네 번째 해법은 원주율을 3으로 보는 고법에 따른 해법이다[9]. 이외에 원주율을 $\frac{157}{50}$ 으로 계산하는 유휘의 휘술(徽術), 원주율을 $\frac{22}{7}$ 로 계산하는 조충지의 밀률(密率)이 있음을 밝히고 있다. 102번 원전 문제의 해법을 보면, 둘레의 길이를 a, 지름을 b라 할 때, 그 넓이를 $\frac{a}{2}\times\frac{b}{2}$ 로 구하고 있다. 그러나 이 문제에서는 원둘레의 길이가 72보, 지름이 24보라 가정하고 있어 원주율이 1.5가 되는 문제점을 가지고 있다.

[표 2] 〈장량전무〉에 제시된 여러 가지 모양
[Table 2] The figures in 〈Zhang liang tian mu〉

이름	땅 모양	해법
방전		a^2 a:한 변의 길이
직전		ab a:가로, b:세로
제전		$\left\{(a+b)\times\frac{1}{2}\right\}\times h$ a:윗변, b:아랫변, h:높이
구고전		$\frac{1}{2}a\times h$; a:밑변, h:높이
삼광전		$\left\{(2c+a+b)\times\frac{1}{4}\right\}$ c:중간 길이, a:윗변 b:아랫변, h:높이
규전		구고전과 같다.
사부등전		$\frac{1}{2}(a+b)\times\frac{1}{2}(c+d)$ a:동, b:서, c:남, d북
릉전		$\frac{c}{2}\times h$ c: 중간, h:높이
미전		$\frac{1}{2}(a+b)\times\frac{c}{2}$ a:위쪽 둘레, b:아래쪽 둘레, c: 중간 두께

8) 원뿔을 회전축을 포함하는 면(벽)으로 반으로 나눈 형태가 된다.

9) 두 식은 서로 다른 식처럼 보이지만 반지름을 r, 원주율을 π라 하면, $b^2\div 4\times 3=(2r)^2\div 4\times 3=r^2\cdot 3=r^2\pi$ 이고, $a^2\div 12=(2r\pi)^2\div 12=4r^2\pi^2\div 12=r^2\pi$가 되어 두 공식은 일치할 뿐만 아니라 현재의 원의 넓이를 구하는 공식과 일치한다.

우각전		$\frac{1}{2}(a+b)\times\frac{d}{2}$ a:동쪽, b:서쪽, d:북쪽
원전		$\frac{a}{2}\times\frac{b}{2}$; a:둘레, b:지름
환전		$\frac{1}{2}(a+b)\times c$ a:바깥 원둘레, b:안쪽 원둘레, c:지름
복월전 (호시전)		$\{(a\times b)\div 4\}\times 3$ a:현의 길이, b:반지름
사형전		삼릉전과 같다.
대고전		삼릉전과 같다.
말각전		사부등전과 같다.

〈전무유량〉에서는 일정한 넓이의 땅에서 수확되는 곡식의 양을 이용하여 땅 1畝에서 얻을 수 있는 곡식의 양을 구하거나 일정한 곡식을 얻는데 필요한 땅의 넓이를 제시하고 곡식 1斗를 얻는데 필요한 땅의 넓이를 구하는 2개의 문제를 다룬다. 여기서 제시되는 두 개의 문제는 서로에 대한 환원으로 두 문제에서 주어진 땅의 넓이와 곡식의 수확량에 대한 조건은 같다.

〈수책〉에서는 모두 9개의 문제가 제시되어 있다. 이중 107~113번 까지 7문제는 성곽과 제방 등을 쌓을 때 필요한 부피, 높이를 구하는 문제이고, 114~115번 문제는 어떤 성곽을 쌓는데 필요한 사람 수(114번), 필요한 날의 수를 구하는 문제(115번)이다.

2. 《상명산법》과 《산법전능집》의 비교

1) 구조 비교

가형의 《산법전능집》은 상, 하 2권이며, 21장에서 모두 127개의 문제를 다루고 있다[10]. 상권의 첫 부분에는 〈총설오항〉에서 당시의 〈전〉, 〈량〉, 〈단필〉, 〈근칭〉, 〈전무〉의 단위와 환산법을 다루고 있으며, 그 다음으로 〈상용법이십항〉에서는 당시 사용되었던 산법을 〈인법〉, 〈가법〉, 〈승법〉, 〈감법〉, 〈귀법〉, 〈귀제〉, 〈구일〉, 〈상제〉, 〈이승동제〉, 〈취물추분〉, 〈차분〉, 〈화합차분〉, 〈단필〉, 〈근칭〉, 〈퇴타〉, 〈반량창교〉, 〈장량전무〉, 〈수책〉, 〈약분〉, 〈개평방〉의 20가지 유형으로 나누어 설명하고 문제를 풀이하고 있다.

[표 3] 《상명산법》과 《산법전능집》 비교

[Table 3] Comparison of 《Xiang Ming Suan Fa》 and 《Suan Fa Quan Neng Ji》

《상명산법》			《산법전능집》			
권	장제목	문항수	권	장제목		문항수
상권	구장명수	0	상권	총설오항	전	0
	소대명수	0			량	0
	구구합수	0			단필	0
	두곡장척	0			근칭	0
	근칭전무	0			전무	0
	구결	0			-	-
	승제견총	0			-	-
	인법	2		인법		2
	가법	5		가법		5
	승법	3		승법		3
	귀법(구귀)	1		감법		5
	감법(정신제)	5		귀법		1
	귀제	4		귀제		4
	구일	5		구일		5
	상제	2		상제		3
	약분	4		-		-
하권	이승동제	10		이승동제		10
	취물추분	2		취물추분		3
	차분	13	하권	차분		13
	화합차분	2		화합차분		2
	단필	7		단필		7
	근칭	14		근칭		15
	퇴타	4		퇴타		4
	반량창교	8		반량창교		8
	장량전무	13		장량전무		24

10) 〈총설오항〉을 5개의 장으로 보는 경우이다. 이를 하나의 장으로 보면 21장이다. 《상명산법》과의 유사성을 강조하기 위하여 〈총설오항〉을 5개의 장으로 보았다.

	전무유량	2		-	-
	수책	9		수책	9
	-			약분	2
	-			개평방	2
합계		115	합계		127

두 산학서 모두 상, 하 2권으로 구성되어 있는데 《상명산법》은 〈약분〉까지 상권으로 〈이승동제〉에서 〈수책〉까지가 하권인 반면에 《산법전능집》은 〈취물추분〉까지를 상권으로 〈차분〉부터 〈개평방〉까지를 하권으로 하고 있다. 특히 《상명산법》에서 상권 마지막에 있는 〈약분〉이 《산법전능집》에서는 하권의 마지막에서 두 번째 장으로 제시되고 있다. 포함하고 있는 내용 중에서 〈개평방〉은 《산법전능집》에만 있고, 〈전무유량〉은 《상명산법》에만 있다. 나머지 유형은 《상명산법》과 《산법전능집》에 위치만 다르게 제시되고 있을 뿐 모두 똑같이 내용과 문제를 다루고 있다. 또한 이러한 20가지 산법에 대하여 모두 각각에 구결(口訣)을 첫머리에 제시하였는데, 이러한 제시방법은 《상명산법》도 동일하다.

2) 문제 비교

《상명산법》과 《산법전능집》은 대부분의 문제가 동일하다. 문제의 표현에서 눈에 띄는 차이점으로는 두 산학서에서 숫자 영(0)을 표현하는 방법이 다르다는 점이다. 《상명산법》에서는 대부분 "○"을 이용하고 표현한 반면에 《산법전능집》에서는 글자 "㑦"을 사용하여 나타내었다. 또한 《상명산법》에서는 疋자를 쓰는 반면에 《산법전능집》에서는 匹자를 쓰고 있다. 또한 〈방전〉 제1문에서 《상명산법》에서는 橫直皆84로 가로와 세로가 모두 84라고 표현한 반면에 《산법전능집》에서는 自方 84로 표현하였다. 이밖에 달리 사용한 단어로는 脂麻와 芝麻의 차이, 羅와 細羅의 차이 정도가 있을 뿐 제시된 수치나 묻는 내용이 모두 동일하다. 〈퇴타〉장을 보면 《산법전능집》은 가결과 2, 3, 4문에서 모두 저각(底脚)이란 용어를 사용하는데 반해 《상명산법》은 가결과 3문에서는 각저(脚底)를 사용하고 2, 4문에서는 저각(底脚)을 사용하고 있다. 또한 《산법전능집》은 가결과 문제에서 항담(缸罈)과 주담(酒罈)이라는 용어를 쓰는 반면에 《상명산법》에서는 부병(缶瓶)과 주병(酒瓶)이라는 용어를 쓰고 있다.

《상명산법》이 《산법전능집》에 비하여 많은 문제를 제시하고 있는 장은 〈약분〉장과 〈전무유량〉장 뿐인데, 이 중 〈전무유량〉장은 《산법전능집》에 없으므로 우선 〈약분〉장에서 《상명산법》에만 제시되는 문제를 살펴보면 다음과 같다.

[제3문] 실이 $\frac{144}{252}$ 斤이 있는데 약분하면 얼마인가?

[제4문] 쌀이 $\frac{75}{135}$ 斛이 있는데 약분하면 얼마인가?[11]

반대로, 《산법전능집》에는 제시되어 있지만 《상명산법》에는 제시되지 않은 문제는 모두 16문제인데 우선 〈개평방〉장은 《산법전능집》에만 포함되어 있고 2문제가 있으며 〈장량전무〉장에는 11문제가 있다. 특히, 추가된 11문제는 모두 직전(直田)에 대한 문제이며, 그 중 5문제는 개평방법을 이용하고 나머지 6문제는 고법을 이용하여 제곱근을 구하고 있다.

[상제 제3문] 보리 172근 2량을 25량 5전에 팔았다. 1량에 판 보리는 얼마인가?[12]

[취물추분 제2문] 지금 창고와 배에 보리가 79석 7두 8승 6합 5조가 있는데, 각맥(脚麥)으로 1석당 2두3승7합을 뽑았다. 각맥과 보리는 각각 얼마인가?

[근칭 제15문] 33량 2전 5푼으로 실을 2근 12량 8수를 샀다. 1근당 얼마인가?[13]

[장량전무 제2문] 방전이 6무 4보이다. 한 변의 길이는 몇 보인가?

[장량전무 제4문] 직전이 3무138보 있는데 그 길이(長가) 39보라고 한다. 너비(활)는 얼마인가?

[장량전무 제5문] 직전이 16무 192보가 있는데 너비가 32보라고 한다. 길이는 얼마인가?

[장량전무 제6문] 직전이 13무 5푼 6리 2호 5사가 있는데 길이와 너비를 더한 것이 128보라고 한다. 길이와 너비는 각각 얼마인가?

---

11) 《상명산법》에서는 답으로 $\frac{4}{7}$를 제시하고 있는데, 풀이를 보면 최대공약수를 36으로 잘못 구하여 풀이하고 있다.

12) 1근은 16량, 1량은 24수로 고쳐서 계산하면 답은. 6근 12량이다.

13) 근삿값으로 약 12량을 구하고 있다.

[장량전무 제7문] 직전의 길이가 30보이고 너비가 16보라고 한다. 대각선의 길이는 얼마인가?

[장량전무 제8문] 직전의 길이가 35보이고 대각선이 37보이다. 너비는 얼마인가?

[장량전무 제9문] 직전의 너비가 39보이고 대각선이 89보이다. 길이는 얼마인가?

[장량전무 제10문] 직전의 대각선이 34보이고 활이 장보다 14보 짧다고 한다. 전의 넓이는 얼마인가?[14)]

[장량전무 제11문] 직전의 길이와 너비를 더하면 119보이고 대각선이 89보이다. 넓이는 얼마인가?[15)]

[장량전무 제12문]직전의 길이가 30보이고 너비와 대각선을 더하면 50보이다. 넓이는 얼마인가?

또한, 《상명산법》〈장량전무〉 제11문[16)]과 《산법전능집》〈장량전무〉 제21문은 같은 원전의 넓이를 묻는 문제인데, 원의 둘레의 길이를 a, 원의 지름을 b라 할 때 《상명산법》에서는 $\frac{a}{2}\times\frac{b}{2}$의 해법만을 제시하는 반면에 《산법전능집》에서는 이 외에도 원주율을 고법 3으로 보고 원의 넓이를 $b^2 \div 4 \times 3$와 으로 풀이하는 방법도 제시하고 있다.

한편, 《상명산법》〈장량전무〉 제13문과 《산법전능집》〈장량전무〉 제23문은 모두 호의 길이가 24보이고 지름이 12보인 복월전(覆月田)의 넓이를 구하는 문제이다. 해법은 두 책에서 모두 호의 길이와 지름을 곱하고 4로 나눈 후 3을 곱하여 구하고 있다. 이 풀이는 복월전을 반원으로 생각하고 원주율을 고법 3을 이용하여 풀이한 것이다. 즉, 원의 반지름을 r이라고 하면, 지름은 $2r$로 두고 위 풀이를 적용하면,

$$r \times 2r \div 4 \times 3 = \frac{1}{2}r^2 \cdot 3$$

이다.

그런데, 이렇게 구한 답은 216보인데, 《상명산법》의 답은 옳지만. 《산법전능집》은 166보라는 틀린 답을 제시하고 있다.

14) 밑변 a, 높이 $a+14$, 빗변 c인 직각삼각형에서 $c^2-a^2=(a+14)^2$에서 $a(a+14)=\frac{c^2-14^2}{2}$

15) 밑변 a, 높이 b, 빗변 c인 직각삼각형에서 $(a+b)^2-c^2=2ab$

16) [문제] 원전이 있는데 둘레가 72보이고 지름이 24보이다. 넓이는 얼마인가?

마지막으로 《산법전능집》의 〈개평방〉에서 제시하고 있는 두 문제는 다음과 같다.

[개평방 1문] 지금 넓이가 55696척안 정사각형 모양의 땅이 있다. 한 변의 길이는 얼마인가?

[개평방 2문] 지금 넓이가 9604척안 정사각형 모양의 땅이 있다. 한 변의 길이는 얼마인가?

지금까지 《상명산법》과 《산법전능집》의 문제를 비교 분석하여 보았다. 몇 군데 차이가 있는 문제가 있지만 대부분의 문제는 동일한 문제이다. 이러한 점은 결국 두 책이 서로 상대의 책을 옮긴 것이라는 의미가 된다.

그렇다면 어느 쪽이 옮겨 적은 것일까? 우선 《산법전능집》은 〈개평방〉 장을 포함하고 있는 반면에 《상명산법》에서는 〈개평방〉에 대하여 전혀 다루고 있지 않다. 이 사실을 통해 두 가지를 생각할 수 있다. 즉, 안지재가 가형의 산학서를 옮겨 적으면서 〈개평방〉에 관한 내용을 뺐는지, 아니면 가형이 안지재의 글을 옮기면서 부족한 〈개평방〉을 추가하였을 것이라고 생각할 수 있다. 또한 가형은 왜 〈개평방〉에 대한 내용을 2군데로 나누어 제시하였는지 즉, 〈장량전무〉에서 개평방과 관련된 문제를 마지막 〈개평방〉 장에서 다루지 않은 이유는 무엇인지 더 조사할 필요가 있다. 덧붙여 서로 다른 용어를 사용하는 경우에 대한 검증을 더한다면 더욱 확실한 결과를 얻을 수 있을 것이다.

3) 가결 비교

가결(歌訣)은 구결(口訣)이라고도 하며, 이미 당나라 시대의 산학서부터 나타났다.

《상명산법》에서는 〈인법〉에서 〈수책〉까지에서 〈전무유량〉 장을 제외하고는 모든 장이 가결로 내용이나 공식을 설명하면서 시작한다. 《상명산법》의 가결은 칠언절구(七言絶句: 7자로 된 4개의 구)와 칠언율시(七言律詩: 7자로 된 8개의 구)의 형식을 띈다. 상권에서는 〈귀제〉를 제외하면 모두 칠언절구의 형식이며, 하권의 〈차분〉과 〈단필〉은 칠언절구 형식이고, 〈퇴타〉와 〈반량창교〉는 7언 율시를 2개 모아놓은 형태로 16개의 구로 구성된 형식을 보이며, 나머지는 모두 칠언율시의 형식으로 가결이 제시되고 있다.

한편, 《상명산법》과 《산법전능집》의 유사성은 두 산학서의 가결에서도 찾을 수 있다. 예를 들어 《상명산법》과《산법전능집》의 〈퇴타〉 가결을 비교해보자.

〈퇴타〉 가결은 모두 16구로 구성되어 있는데, 1구~6구까지는 부병퇴타의 구결이며, 7~8구는 평첨초(교초타), 9~12구는 삼각타, 13~16구는 사각타에 대한 내용을 담고 있다. 그런데, 두 산학서의 퇴타 가결을 보면 4개의 단어를 제외하고는 그 내용이나 표현이 모두 같은 한자로 표현되고 있다.

[표 4] 《상명산법》 과《산법전능집》의 가결 비교
[Table 4] Comparison of Gagyeol between 《Xiang Ming Suan Fa》and 《Suan Fa Quan Neng Ji》

주제	《상명산법》	《산법전능집》
부병퇴타	缶瓶堆垛要推祥 脚底先將闊減長 餘數折來添半箇 併歸長內闊乘相 再將闊搭一乘實 三以除之數便當	缸罈堆垛要推祥 底脚先將闊減長 餘數折來添半箇 併歸長內闊乘相 再將闊搭一乘實 三以除之數便當
평첨초	若算平尖只添一 乘來折半法如常	若算平尖只添一 乘來折半法還强
삼각타	三角菓垛也須知 脚底先求幾箇兒 一二添來乘兩遍 六而取一不差池	三角菓垛也須知 底脚先求幾箇兒 一二添來乘兩遍 六而取一不差池
사각타	要知四脚盤中菓 添半仍添一箇隨 乘此數來以爲實 如三而一去除之	要知四脚盤中菓 添半仍添一箇隨 乘此數來以爲實 如三而一去除之

위의 부병퇴타의 가결을 현대적인 기호를 이용하여 나타내보자. 아랫면의 가로(활)에 놓인 술병의 개수를 c, 세로(장)에 놓인 술병의 개수를 d개라고 하자(단, $d>c$). 그러면 두 번째 층의 가로와 세로에는 각각 $c-1$개, $d-1$개가 있고, 그 다음 층에는 $c-2$개, $d-2$개이므로 전체 술병의 개수는 다음과 같다(이경언, 2011).

$$S = dc+(d-1)(c-1)+\cdots+\{d-(c-1)\}\cdot 1$$

$$= dc+dc-(d+c)\cdot 1+1^2+ \cdots+dc-(d+c)\cdot(c-1)+(c-1)^2$$

$$= c\cdot dc-(d+c)\cdot\frac{c(c-1)}{2}+\frac{c(c-1)(c-\frac{1}{2})}{3}$$

$$= \frac{1}{3}c\left\{3dc-\frac{3}{2}(d+c)(c-1)+(c-1)(c-\frac{1}{2})\right\}$$

$$= \frac{1}{3}c\left(dcc-\frac{3}{2}dc+\frac{3}{2d}-\frac{3}{2}c^2+\frac{3}{2}c+c^2-\frac{3}{2c}+\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}c\left(\frac{3}{2}dc+\frac{3}{2}d-\frac{1}{2}c^2+\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}c\left\{\frac{3}{2}d(c+1)-\frac{1}{2}(c-1)(c+1)\right\}$$

$$= \frac{1}{3}c(c+1)\left(\frac{3}{2}d-\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}c(c+1)\left\{\frac{(d-c)}{2}+\frac{1}{2}+d\right\}$$

$$= \frac{\left\{\frac{(d-c)}{2}+\frac{1}{2}+d\right\}\cdot c\cdot(c+1)}{3}$$

위 부병퇴타의 공식을 가결과 비교하여 풀어보면, 먼저 제1구에서 풀어야 할 문제의 유형을 발제하고 있다. 즉, “술병이나 항아리가 쌓여 있는 것에 대하여 자세히 살펴보자(缶瓶堆垛要推祥)”. 제2구부터 공식을 설명하는데 “밑면을 먼저 살펴 장(d)에서 활(c)을 뺀다(脚底先將闊減長)”고 하였다. 즉, 공식에서 $(d-c)$에 해당한다. 제3구에서는 “남은 수를 2로 나누고 $\frac{1}{2}$를 더한다(餘數折來添半箇)”. 즉, $\frac{(d-c)}{2}+\frac{1}{2}$에 해당한다. 제4구에서는 “3구에서 구한 것에 장(d)을 더하고 그 결과와 활(c)을 곱한다(併歸長內闊乘相)”. 즉, $\left\{\frac{(d-c)}{2}+\frac{1}{2}+d\right\}\cdot c$에 해당한다. 제5구에서는 “제4구에서 구한 것에 다시 활(c)에 1을 더한 것($c+1$)을 곱하여 전체를 실(분자)로 한다(再將闊搭一乘實)”. 마지막 제6구에서는 “3으로 이것을 나누면 구하고자 하는 수이다(三以除之數便當)”.

이처럼 산학서에서 가결을 활용하여 풀이 방법 등을 설명하는 방식은 《상명산법》 이외에도 《양휘산법》이나 《산학계몽》에서도 볼 수 있으며, 이외에 《산법통

종》이나 《산학보감》도 각각의 내용에 대하여 가결을 통해 그 방법을 설명하고 있다.

송, 원 시대 이후에 많은 산학서에서 이와 같은 구결의 형식으로 풀이법을 표현하였으며, 명나라 중기 이후에는 시가 형식의 가결이 많아졌다. 동양 산학에서 이러한 구결 또는 가결을 사용하여 나름대로 해법이나 문제의 유형을 정의하고 있는데, 이러한 표현법은 동양 산학의 보급에 큰 역할을 하였다(이경언, 2011).

3. 《상명산법》과 《묵사집산법》의 비교

17세기 중인 산학자 경선징(1616~?)이 쓴 《묵사집산법》은 우리나라 산학서 중에 현존하는 가장 오래된 산학서이다. 천・지・인 3권에 모두 400문제를 포함한다(장혜원, 2006). 《묵사집산법》의 목차를 보면 상중하 3권을 천지인 3권으로 구성한 것이나 〈종횡인법문〉, 〈이승동제문〉이라는 장제목은 분명히 《산학계몽》의 영향을 받았음을 알 수 있다.

[표 6] 《묵사집산법》, 《상명산법》, 《산학계몽》 비교
[Table 5] Comparison among 《Mook Sa Jib San Bub》, 《Xian Ming Suan Fa》, 《Suan Fa Qi Meng》

《묵사집산법》 〈포산선습문〉	《상명산법》	《산학계몽》 〈총괄〉
구구합수	구구합수	석구수법
소대명수	소대명수	대수지류, 소수지류
두곡법	두곡	두곡법기율
장척법	장척	단필기율
근칭법	근칭	근칭기율
전무법	전무	전무기율

또한, [표 5]에서 《묵사집산법》은 《상명산법》에서 〈구구합수〉와 〈소대명수〉 2개의 명칭을 취하였다. 하지만 중요한 것은 명칭보다는 내용을 소개하는 방식이다. 즉, 〈구구합수〉의 경우를 보면 《상명산법》과 《산학계몽》, 《양휘산법》은 모두 "일일여일"에서 시작하지만 《묵사집산법》은 홀로 "구구팔십일"에서 시작한다. 또한 〈소대명수〉는 《묵사집산법》과 《상명산법》이 명칭이 같지만 그 내용은 《상명산법》뿐만 아니라《산학계몽》의 내용도 포함하고 있다. 즉, 대수의 명칭에서 "만만왈억" 이전의 내용은 《상명산법》의 내용이지만 그 이후의 내용은 《산학계몽》의 내용을 그대로 옮기고 있다.

또한 《묵사집산법》과 《산학계몽》에는 있으나 《상명산법》에는 없는 부분으로 〈명종횡결〉, 〈고금원율〉, 〈유휘신술〉, 〈충지밀율〉, 〈명이명결〉은 그 내용이 동일한 예로 제시하고 있는데 책의 구조나 목차를 볼 때 《상명산법》보다는 《산학계몽》의 영향을 더 욱 많이 받은 것은 틀림없다.

또한 앞서 김창일과 윤혜순(2009)의 연구에서 경선징은 《묵사집산법》의 저술에서 《산학계몽》보다는 《상명산법》을 기본으로 하였다고 주장하였다. 하지만 이 주장에는 문제가 있다. 왜냐하면 이 주장이 옳다면 《상명산법》이 〈개방석쇄법〉을 활용하여 풀이하는 문제를 다루고 있어야 한다. 하지만, 앞서 《산법전능집》과의 비교에서도 보았듯이 《산법전능집》에는 개평방법이나 고법을 이용하는 문제가 있었지만 《상명산법》에는 이러한 유형의 문제를 다루고 있지 않다.

한편, 《묵사집산법》의 〈퇴타개적문>에서 삼각타와 사각타를 표현하는 용어는 《상명산법》을 참고했다는 증거가 될 수 있다. 왜냐하면, 《묵사집산법》과 《상명산법》에서는 평첨초, 삼각타, 사각타를 각각 "평첨초일타", "삼각타일타", "사각타일타"로 제시하는 반면에 《산학계몽》에서는 "교초". "삼각타과자", "사각타과자"로, 《양휘산법》에서는 "규타", "삼각타", "사각타"로 표현하고 있다. 또한 《묵사집산법》에서는 밑면을 저각(底脚)이라고 표현하였는데, 《산학계몽》에서는 저자(底子)로 《양휘산법》에서는 저면(底面) 또는 저층(底層)으로 표현하고 있다.

4. 《상명산법》과 《산학입문》의 비교

황윤석의 《산학입문》은 1744년 완성한 총 23권의 백과사전적 편저인 《이수신편》의 일부이다. 전체 23권 중 수학에 관한 것은 제21~23권인데, 21권과 22권은 《산학입문》, 제23권은 《산학본원》이다. 이 책들에는 "서명산인 황윤석 편집"이라고 쓰여 있는데, 그 말처럼 황윤석은 중국과 조선의 산학서들의 내용을 발췌하여 옮겨 적은 것이 대부분이다. 《산학입문》이 《상명산법》을 인용하였다는 사실은 책의 곳곳에서 발견할 수 있다.

이수신편 제21권 《산학입문》의 〈구장명수〉에서

방전에 대한 설명에 《상명산법》에 나와 있음을 명시하고 있으며, 《상명산법》과 안지재에 대한 간략한 설명을 추가 하고 있다. 특히, 곱셈 부분의 〈인법〉, 〈가법〉, 〈승법〉과 나눗셈의 〈구귀〉, 〈귀제〉, 〈정신제〉 부분은 《상명산법》의 내용뿐만 아니라 문제까지도 그대로 인용하고 있다.

이외에 《상명산법》에서 발췌 내용들은 주로 21권의 앞쪽에 제시되는 것들이 많다. 이 부분에서는 어렵고 수준이 높은 이론을 제시하기 보다는 이후의 학습을 위한 기초 학습의 의미가 강한 부분이다. 이러한 점은 앞서 《상명산법》의 서문에서 보았듯이 초학자들을 위한 책으로서 비슷한 시기의 《양휘산법》이나 《산학계몽》에 비하여 쉬운 내용을 다루고 있다는 점과 일맥상통한다.

황윤석은 《산학입문》의 〈퇴적환원〉에서 퇴타술을 다루었다. 〈퇴적환원〉이란 장의 이름은 분명히 《산학계몽》의 영향을 받은 것이다. 또한 첫 번째 주제인 교초저자를 교면 "교초"와 "저자"라는 용어나 "삼각타과자", "사각타과자"는 《산학계몽》에서 사용되는 용어이지만 황윤석은 여기서 저자(底子)라는 용어가 《상명산법》에서 말하는 "각저"라고 설명하고 있으며, 부병퇴타 역시 《상명산법》의 용어이다. 한편, 퇴타술에 관한 《상명산법》의 가결에서 각각 부병퇴타, 삼각타, 사각타에 해당하는 내용을 분리하여 이들을 설명하는데 활용하고 있다.

5. 《상명산법》의 수학교육적 활용

동양수학사를 수학교육에 활용하는 연구에서 가장 많이 활용되는 형태는 고대 산학서에서 다룬 문제를 직접 인용하여 문제로 제시하는 형태이다. 《상명산법》 하권에서는 주로 응용문제들을 다루는데, 이러한 문제들은 중, 고등학교 수학내용에 따라 직접적으로 이용 가능하다.

다른 활용 방안으로는 산학서에서 제시하고 있는 풀이를 문자 등을 도입하여 현대적으로 표현해보고 이러한 해법의 타당성을 검증해보는 방법이다. 예를 들어, 〈화합차분〉에 제시된 다음 문제와 풀이를 보자.

[제2문] 은이 57량 9전이 있다. 은 1량으로 복숭아를 164개를 살 수 있고, 자두는 128개를 살 수 있다. 가진 돈으로 복숭아와 자두를 합하여 83220개를 샀다고 할 때, 각각을 사는데 쓴 은은 얼마이며, 복숭아와 자두는 각각 몇 개씩 샀는가?

이 문제의 풀이[17]를 문자를 이용하여 나타내보자. 전체 비용을 M, 단위 금액 당 구입 가능한 복숭아의 개수를 a, 자두의 개수를 b라고 하고(단, $a > b$), 두 가지를 합하여 모두 p개를 구입했다고 하자. 그러면, 풀이는

자두의 구입 비용 $= (Ma-p) \div (a-b)$

복숭아의 구입 비용 $= M -$ 자두 구입비용

과 같이 표현할 수 있다.

이 풀이가 어떻게 유도될 수 있는지 생각해보자.

복숭아를 구입하는데 쓴 비용을 x, 자두를 구입하는데 쓴 비용을 y라고 하면

$$x+y=M \cdots ①$$
$$ax+by=p \cdots ②$$

이다. ① 식의 양변에 a를 곱하고 ②식을 빼면

$$(a-b)y=aM-p$$

이고, 양변을 $a-b$로 나누면

$$y=\frac{aM-p}{a-b}$$

이다. 즉, 이 문제에 대한 《상명산법》의 풀이는 이와 같은 미지수가 2개인 연립방정식의 풀이라 생각할 수 있다.

또한, 《상명산법》〈장량전무〉의 복월전에 관한 다음 문제와 《구일집》〈전무형단문〉의 반월전, 《구장산술》〈방전〉의 호전에 대한 다음 문제를 생각해보자.

〈장량전무〉 [제13문] 복월전 혹은 호시전이 있다. 너비는 24보이고 반지름은 12보이다. 밭의 넓이는 얼마인가?

[풀이] 너비(a)와 반지름(r)을 곱한 것을 4로 나눈 후 3을 곱한다. 즉, $\{(a \times r) \div 4\} \times 3$

〈전무형단문〉 [제11문] 호시전이 있다. 너비는 12보이고 반지름은 4보이다. 밭의 넓이는 얼마인가?

[풀이] 너비(a)와 반지름(r)을 더하고 2로 나눈다. 이것에 반지름(r)을 곱하면 넓이다. 즉, $\{(a+r) \div 2\} \times r$

〈방전〉 [제36문] 호전이 있다. 너비는 30보, 반지름은

17) 풀이는 본 논문의 Ⅳ. 결과분석 및 논의의 1. 상명산법의 문제 중 〈화합차분〉의 내용을 참조.

15보이다. 넓이는 얼마인가?

[풀이] 너비(a)와 반지름(r)을 곱한 것에 반지름의 제곱(r^2)을 더하고 2로 나눈다. 즉, $(ar+r^2)\div 2$

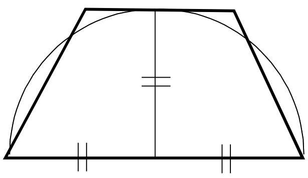
세 산학서의 풀이에서 〈장량전무〉의 풀이를 반원의 넓이, 〈전무형단문〉의 풀이를 사다리꼴의 넓이를 이용하여 설명하여 보자.

먼저, 〈장량전무〉의 풀이를 반원의 넓이로 생각하는 경우를 살펴보자. 이 풀이는 복월전을 반원으로 생각하는 것이다. 즉, 너비를 원의 지름으로 보면, 너비는 지름이므로 $2r$이다. 따라서 〈장량전무〉의 풀이는

$$\{(a\times r)\div 4\}\times 3 = 2r\times r\div 4\times 3 = \frac{3r^2}{2}$$

이고, 원주율을 고법 3으로 생각하면 반지름이 r인 반원의 넓이가 된다.

한편, 〈전무형단문〉의 풀이를 사다리꼴의 넓이로 생각하면 반원을 아래의 그림과 같이 밑변의 길이가 너비이고 윗변의 길이와 높이가 반지름의 길이와 같은 사다리꼴에 근사시킬 수 있다.



[그림 5] 반월전의 넓이

[Fig. 5] Area of a half-moon

그러면, 밑변 a, 윗변 r, 높이 r인 사다리꼴이므로 넓이는 $(a+r)r\div 2$로 표현된다. 또한, 〈전무형단문〉의 풀이에서 $a=2r$로 두고 정리하면 $\frac{3r^2}{2}$가 되고, 〈방전〉의 풀이 역시 반지름이 r인 반원의 넓이 $\frac{3r^2}{2}$과 같아진다.

한편, 〈전무형단문〉과 〈방전〉의 풀이는 간단한 대수적 조작을 통해 서로 같음을 확인할 수 있다.

Ⅴ. 결론 및 제언

안지재의 《상명산법》은 주세걸의 《산학계몽》과 양휘의 《양휘산법》과 더불어 조선 시대 산학의 발전에 많은 영향을 끼친 산학서이다. 특히, 이들 산학서는 산학 취재에 관한 과목으로 《경국대전》 명시되어 있어 산사의 양성에 있어서도 매우 중요한 산학서였다.

《상명산법》은 상, 하 2권 27장에서 115문제를 다루고 있다. 상권에서는 산학을 공부하기 위한 기본 지식 및 그와 관련된 문제를 다루며, 하권에서는 응용지식 및 문제를 다루고 있다. 특히 《양휘산법》이나 《산학계몽》에 비하여 내용이 쉬웠으며 기본적인 내용을 담고 있어 산학을 연구해야 하는 초보자들에게 많은 호응이 있었을 것으로 판단된다. 특히, 산사(算士)의 교육에서 중요한 《오조산경》의 내용을 모두 포함하고 있다는 점에서 조선시대 산학자들에게는 필수적인 교재가 되었다고 본다.

《상명산법》과 《산법전능집》을 비교한 결과 두 산학서는 책의 구조뿐만 아니라 포함된 문제까지도 동일한 것이 많았다. 《산법전능집》에는 제시되어 있지만 《상명산법》에는 제시되지 않은 문제는 모두 16문제인데 우선 〈개평방〉장은 《산법전능집》에만 포함되어 있고 2문제가 있으며 〈장량전무〉장에는 11문제가 있다. 특히, 추가된 11문제는 모두 직전에 대한 문제인데 이 문제의 해결을 위해서 개평방법을 이용하거나 고법을 이용하여 제곱근이나 이차방정식을 풀어야 하는 문제였다. 이를 통해 안지재가 가형의 산학서를 옮겨 적으면서 개평방에 관한 내용을 뺐거나, 아니면 가형이 안지재의 글을 옮기면서 부족한 개평방을 추가하였을 것이라는 두 가지 가능성을 생각할 수 있다. 이에 대한 검증을 위해서는 좀 더 깊이 있는 연구가 필요하다.

경선징의 《묵사집산법》의 전반적인 구조와 구성은 《산학계몽》을 모방하였으나, 《상명산법》 가운데 취할 부분을 취한 후에 《산학계몽》을 다수 참고하였다는 주장이 있었지만, 두 산학서의 내용을 분석한 결과를 보면 책의 구조나 목차를 볼 때 《상명산법》보다는 《산학계몽》의 영향을 더욱 많이 받은 것은 틀림없다. 또한 《상명산법》에서는 〈개방석쇄법〉을 활용하여 푸는 유형의 문제가 없으므로 《묵사집산법》이 《산학계몽》보

다는 《상명산법》을 기본으로 하였다는 주장 역시 다시 검토할 필요가 있다.

황윤석의 《산학입문》에는 "서명산인 황윤석 편집"이라고 쓰여 있는데, 그 말처럼 황윤석은 중국과 조선의 산학서들의 내용을 발췌하여 옮겨 적은 것이 대부분이며, 실제 책의 내용 중에 《상명산법》을 인용하였다는 사실을 밝힌 부분도 여러 곳에서 찾을 수 있다. 하지만 인용한 내용들이 주로 책의 앞부분에 제시되는 것들이 많은데, 이는 《상명산법》이 이후의 학습을 위한 초학자를 위한 성격을 갖는다는 점과 일맥상통한다.

최근 동양 산학에 대한 연구가 활발해짐에 따라 동양 산학의 여러 가지 내용을 학교 수학의 학습에 활용하려는 시도가 많아지고 있다. 우선 수학 교과서에서 다루어지고 있는 동양 산학 내용이 과거에 비해 많이 증가하였다는 것은 환영할 만한 일이다. 앞으로 동양 산학의 활용적 측면에서 단순히 동양 산학의 문제를 그대로 활용하거나 산학자나 산학서를 간략히 소개하는 것을 넘어 동양 산학의 다양한 주제를 활용하여 탐구하는 문제, 토론을 유도할 수 있는 문제가 더욱 개발될 필요가 있다.

이러한 문제의 개발은 수학교육을 담당하고 있는 많은 교사와 연구자들이 접근해야 하는 문제이다. 하지만 한자 해독의 어려움은 동양 산학에 대한 접근을 어렵게 하는 큰 문제이다. 현재 많은 산학서들이 한글로 번역되어 출판됐지만 《상명산법》은 국문으로 번역되어 있지 않다. 이를 국문으로 번역하는 작업을 한다면 다른 많은 연구자들에게 산학서를 접할 기회를 제공함으로써 이를 수학교육에 적용하고 활용하는 다양한 연구를 기대할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

김기원, 노현주 (2008). 수학사를 도입한 수학교육-7단계 일차방정식을 중심으로-, 교육과학 연구 13, 17-28.

Kim. K. & No, H. (2008). Mathematics education using history of mathematics-centered on a linear equation in 7th grade mathematics-, *Education Research studies* 13, 17-28.

강신원, 장혜원 (2006). 산학입문, 서울: 교우사.

Kang, S. & Chang, H. (2006). *SanHakYibMoon*, Seoul: Kyowoosa.

김옥자, 김영욱 (2009). 17세기 朝鮮 算學과 默思集算法, 한국수학사학회지 22(4), 15-28.

Jin, Y. & Kim, Y. (2009). Chosun mathematics in the 17th Century and Muk Sa Jib San Beob, *The Korean Journal for History of Mathematics 22*(4), 15-28.

김용운 (1985). 한국과학기술사자료대계, 수학편, 서울: 여강출판사.

Kim, Y. (1985). *Series of History of Korean Science and Technology, Mathematics Volume*, Seoul: Yeogang Publishing Co.

김용운, 김용국 (2009). 한국수학사, 서울: 살림Math.

Kim Y. & Kim Y. (2009). *A History of Korean Mathematics*, Seoul: SallimMath.

김창일, 윤혜순 (2009). 朝鮮算學의 방정식 解法, 한국수학사학회지 22(4), 29-40.

Kim, C. & Yun, H. (2009). Solutions of Equations in Chosun Mathematics, *The Korean Journal for History of Mathematics 22*(4), 29-40.

양성호, 이경언 (2010). 수학 교수-학습에서의 동양수학사 활용에 관한 연구, 한국수학교육학회지 49(1), 15-37.

Yang. S. & Lee, K. (2010). A Study on The Application of Oriental History of Mathematics in School mathematics, *The Mathematical Education 49*(1), 15-37.

유인영, 허민 (2006). 묵사집산법, 서울: 교우사.

Ryu. Y. & Her, M. (2006). *MookSaJipSanBub*. Seoul: Kyowoosa.

이강섭, 왕규채, 송교식, 이강희, 안인숙 (2010). 중학교 수학 2, 서울: 도서출판 지학사.

Lee, K., Wang, G., Song, K., Lee, K. & Ahn, Y. (2010). *Middle School Mathematics 2*, Seoul: Jihaksa publishing Co., Ltd.

이경언 (2011). 동양 산학의 유한급수론, 박사학위논문, 한국교원대학교.

Lee, K. (2011). *Finite Series in East Asian Mathematics*. Doctoral dissertation, KNUE.

장혜원 (2006). 산학서로 보는 조선수학, 서울: 경문사.

Chang, H. (2006) *Joseon Mathematics with mathematics texts*, Seoul: Kyungmunsa.

차종천 (2006). 양휘산법, 서울: 교우사.

Cha, J. (2006). *YangHuiSuanFa*, Seoul: Kyowoosa.

최용준, 한대희, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2011).

중학교 수학 3, 서울: 천재문화.

Choi, Y., Han, D., Park, J., Kim K., Shin, T. & Bae, M. (2011). *Middle School Mathematics 3*, Seoul: Chunjaemunhwa Co., Ltd.

허민 (2008). 산학계몽과 묵사집산법의 비교, 한국수학사학회지 21(1), 1-16.

Her. M. (2008). A Comparison between Suanxue qimeng(Introduction to Mathematical Studies) and Muksa-jipsanbup, *The Korean Journal for History of Mathematics 21*(1), 1-16.

허민 (2009). 산학의 교육적 활용 방안, 한국수학사학회지 22(4), 53-66.

Her. M. (2009). On the educational using of geometric problems of east-asian mathematics, *The Korean Journal for History of Mathematics 22*(4), 53-66.

허민 (2009). 산학계몽 상, 중, 하, 서울: 소명출판.

Her, M. (2009). *SanHakgeimong sang, Joong, ha*, seoul: Somyong Publishing Co.

홍성사 (2006). 朝鮮 算學의 堆垜術, 한국수학사학회지 19(2), 1-24.

Hong, S. (2009). Finite Series in Chosun Dynasty Mathematics, *The Korean Journal for History of Mathematics 19*(2), 1-24.

황선욱, 강병개, 허민, 최수창, 신동윤, 장경성, 김수영, 한용익, 황세호, 김창일, 정상일, 이문호, 박진호 (2010). 고등학교 적분과 통계 익힘책. 서울: 좋은책 신사고.

Hwang, S., Kang, B., Her, M., Choi, S., Shin, D., Jang, K., Kim, S., Han, Y., Hwang, S., Kim, C., Jung, S., Lee, M. & Park, J. (2010). *High School Integrations and Statistics workbook*, Seoul: Truebook Sinsago Co., Ltd.

郭書春 主編 (1993). 中國科學技術典籍通彙 數學卷, 河南教育出版社.

吳文俊 主編 (1999). 中國數學史大系 第六卷 西夏金元明, 北京師範大學出版社.

李迪著 (1999). 中國數學通史 宋元卷, 江蘇教育出版社.

[참고사이트]

경국대전(Gyeonggukdaejeon)

http://www.krpia.co.kr/pcontent/?svcid=KR&proid=50

조선왕조실록(The True Record of the Joseon Dynasty)

http://sillok.history.go.kr/main/main.jsp

한국민족문화대백과사전(All Kinds of Learning of Korean Culture)

http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=794909&cid=1608&categoryId=1608

Ahn Ji-Jae's 《Xiang Ming Suan Fa》

Lee, Kyung Eon
Dept. of Mathematics Education, Jeju National University
E-mail : lee0622@jejunu.ac.kr

《Xiang Ming Suan Fa》 written by Ahn Ji-Jae, a scholar of Yuan Dynasty, is a very important mathematics text in development of mathematics in Joseon Dynasty. Also, 《Xiang Ming Suan Fa》 in possession of Keimeung university was designated as a Korean National Treasure on February 25, 2011.

In this paper, we analyzed the structure and contents of 《Xiang Ming Suan Fa》. Also, we studied the influences of 《Xiang Ming Suan Fa》 on Joseon Dynasty's mathematics according to the comparing with mathematics books such as 《Mook Sa Jib San Bub》 and 《San Hak Yib Moon》.

* ZDM Classification : A30
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97-03
* Key words : Ahn Ji-Jae, Xiang Ming Suan Fa, East Asian Mathematics, Joseon Mathematics