

초공동 수중운동체의 천이구간 특성을 고려한 동역학 모델링 및 심도제어 연구

김선홍¹ · 김낙완^{1,†}
서울대학교 조선해양공학과¹

Study on Dynamics Modeling and Depth Control for a Supercavitating Underwater Vehicle in Transition Phase

Seon Hong Kim¹ · Nakwan Kim^{1,†}
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering Seoul National university¹

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

A supercavitation is modern technology that can be used to reduce the frictional resistance of the underwater vehicle. In the process of reaching the supercavity condition which cavity envelops whole vehicle body, a vehicle passes through transition phase from fully-wetted to supercavitating operation. During this phase of flight, unsteady hydrodynamic forces and moments are created by partial cavity. In this paper, analytical and numerical investigations into the dynamics of supercavitating vehicle in transition phase are presented. The ventilated cavity model is used to lead rapid supercavity condition, when the cavitation number is relatively high. Immersion depth of fins and body, which is decided by the cavity profile, is calculated to determine hydrodynamical effects on the body. Additionally, the frictional drag reduction associated by the downstream flow is considered. Numerical simulation for depth tracking control is performed to verify modeling quality using PID controller. Depth command is transformed to attitude control using double loop control structure.

Keywords : Supercavitating underwater vehicle(초공동 수중운동체), Transition phase(천이구간), Hydrodynamical modeling(유체력 모델링), Dynamics modeling(동역학 모델링), Partial cavity(부분공동), Ventilated cavity(환기공동), Depth control(심도 제어)

1. 서론

기존의 어뢰와 같은 수중운동체는 물과 완전히 접촉한 상태로 운동하게 되며 이때 물에 의한 마찰저항으로 인해 운동속력의 한계가 존재하게 된다. 1970년대에 들어 러시아과학자들은 수중운동체의 속력을 높이기 위한 방법을 제시하였다. 추진시스템의 향상이 아닌 물과의 접촉으로 인한 항력 자체를 줄이는 방법이다. 수중운동체를 공동(cavitation)으로 감싸 물과의 접촉면을 줄이면 마찰저항 역시 줄어들게 된다. 이러한 공동을 인위적으로 크게 만들어 물과의 접촉면을 완전히 제거하는 초공동(supercavitation) 현상을 이용하면 기존의 수중운동체가 갖는 운동속력의 한계를 극복할 수 있어 군사선진국들을 중심으로 초공동 기술에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 실제로 러시아에서 개발한 초공동 수중로켓 Shkval은 운동속도가 M 에 이르는 것으로 알려져 있다 (Na & Lee, 2011).

최근까지 초공동 수중운동체의 동역학 모델링과 그에 관련된

많은 연구들이 진행되어 왔다. 초공동 수중운동체의 동역학 모델링과 제어에 관한 분야에 대한 연구는 Dzielski and Kurdila (2003)에 의한 기초 연구를 시작으로 Vanek, et al. (2007), Dzielski (2011), Fan, et al. (2011)등에 의해 일정한 속도에 도달한 정상상태의 동역학 모델링 및 제어만 수행되었다. 초공동의 유체역학적 유동에 관한 연구 역시 활발히 이루어지고 있다. 초공동 수중운동체에 형성되는 부분공동(partial cavity)에 대한 연구가 Varghese (2003)에 의해 이루어졌고, 최근 중국에서는 천이 영역에서 환기공동에 대한 수치해석 연구가 활발히 진행되었다. Zou, et al. (2010)은 비정상류에서 환기공동의 가스누수율에 관한 실험식을 개발하고 이를 실험과 비교하였다. 또한 부분공동과 공동 주변 유동에 의한 마찰저항감소 메커니즘이 수치해석적인 방법을 통해 연구되었다 (Xiang, et al., 2011). 초공동 유동에서 뿐만 아니라 기포가 발생하는 일반적인 유동 상황에서 마찰저항 감소에 관한 연구가 수행된바 있다 (Elbing, et al., 2008).

본 연구에서는 천이영역의 특성을 고려한 초공동 수중운동체의 동역학 모델링 및 심도제어에 관한 연구가 수행되었다. 천이

영역에서의 속도 변화에 따른 영향을 고려한 초공동 수중운동체의 동역학 모델링은 공동의 모델링, 공동을 발생시키는 캐비테이터의 모델링, 운동체 후부에 위치하여 제어력을 발생시키는 핀의 모델링 그리고 유체에 의하여 운동체가 받는 유체력 모델링으로 나눌 수 있다. 각각의 모델링을 연결하여 통합 시뮬레이션을 구성하였고, 발사 후부터 속도가 증가하여 운항속도에 도달하기까지의 시뮬레이션을 통해 동역학 모델링의 물리적 타당성 및 특징에 대한 분석이 이루어졌다.

2장에서는 초공동 수중운동체의 동역학 모델링에 대해 서술하였다. 초공동 수중운동체 시스템의 좌표계를 설정하고 천이구간에서 운동체가 받는 힘과 모멘트를 분류하였다. 동역학 모델링은 공동의 모델링이 선행되었고 낮은 속도구간에서도 신속하게 공동을 형성할 수 있는 환기공동 모델을 도입하였다. 초공동 수중운동체의 제어판인 캐비테이터와 핀이 받는 유체력 모델링과 천이구간에서 부분공동에 의한 운동체 액침부에 작용하는 유체력 모델링 및 미찰저항감소 모델링이 2장에 서술되어있다. 3장에서는 천이영역구간에서 운동체가 심도명령을 추종할 수 있도록 하는 제어기 설계 및 제어구조에 대하여 서술하였다. 4장에서는 동역학 모델링 및 제어를 통합하여 천이구간 심도제어 시뮬레이션을 수행한 결과를 나타내었다. 본 연구의 결과와 차후 연구계획 및 연구의 의의를 5장에 기술하였다.

2. 초공동 수중운동체 동역학 모델링

초공동 수중운동체가 발사 이후부터 정상상태에 이르기까지 운동체에 작용하는 힘과 모멘트를 결정하기 위하여 운동체를 구성하는 주요한 부분들에 대한 동역학적 모델링이 수행되었다. 초공동 수중운동체의 제원은 Dzielski and Kurdila (2003)의 논문을 참고하였고 이를 Table 1에 나타내었다. 운동체의 밀도는 일정한 값인 이고 물의 밀도와의 비율을 σ_c 로 정의한다.

Table 1 System parameters

Parameters	Description	Value and Units
g	Gravitational acceleration	$9.81m/s^2$
m	Density ratio	2
R_n	Cavitator radius	$0.0191m$
R	Vehicle radius	$0.0508m$
S_f	Fin span length	$0.1m$
L	Vehicle Length	$1.8m$
C_{x0}	Drag coefficient	0.82
M	Vehicle mass	$23.245kg$
x_g	c.g from cavitator	$1.093m$

2.1 6자유도 운동방정식

본 연구에서는 Fig. 1에 표시한 바와 같이 관성좌표계인 지구

고정좌표계 $0 - X_E Y_E Z_E$ 와 비관성좌표계인 몸체고정좌표계 $0 - X_B Y_B Z_B$ 를 사용한다. 몸체고정좌표계는 운동체의 전진방향이 $+X_B$ 축, 연직 아래 방향이 $+Z_B$ 축, 두 축의 외적 방향을 $+Y_B$ 축으로 두었다. 지구고정좌표계는 $+X_E$ 축과 $+Y_E$ 축이 수면과 일치하게 두었으며 수심이 깊어지는 연직 아래방향을 $+Z_E$ 축으로 두었다. 초공동 수중운동체의 제어판은 전반부에 위치한 캐비테이터와 운동체 후부에 위치한 4개의 핀으로 이루어져 있다. 캐비테이터는 피치축 방향으로 1자유도 운동을 할 수 있고 4개의 핀 역시 각각의 축을 중심으로 한 1자유도 운동을 할 수 있다. 초공동 수중운동체가 받는 힘과 모멘트는 캐비테이터와 핀에서 발생된 제어력과 Thruster에 의한 힘, 중력 및 물에 잠긴 몸체에 작용한 유체력 등이 있다. 초공동 수중운동체의 운동방정식은 식 (1)과 (2)로 표현된다.

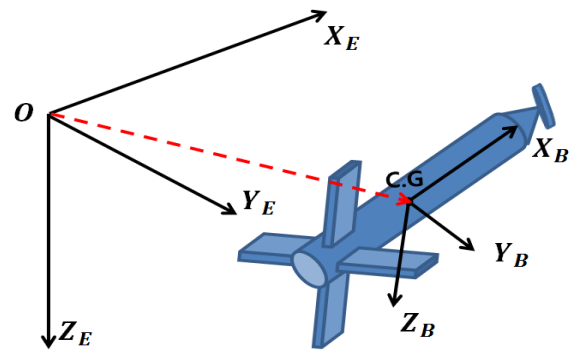


Fig. 1 Coordinate system

$$M \begin{bmatrix} \dot{u} + qw - vr \\ \dot{v} + ur - pw \\ \dot{w} + pv - uq \end{bmatrix} = F_{Thrust} + F_{Cavitator} + F_{Fins} + F_{Gravity} + F_{Wet} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} I_x \dot{p} + qr(I_z - I_y) \\ I_y \dot{q} + pr(I_x - I_z) \\ I_z \dot{r} + pq(I_y - I_x) \end{bmatrix} = M_{Thrust} + M_{Cavitator} + M_{Fins} + M_{Wet} \quad (2)$$

여기서, F_{Thrust} 는 추력, $F_{Cavitator}$ 는 캐비테이터에 의한 힘, F_{Fins} 는 핀에 의한 힘, $F_{Gravity}$ 는 중력, F_{Wet} 는 운동체의 침수된 부분에 작용하는 힘을 의미한다. 또한 모멘트 역시 같은 의미를 갖는다.

2.2 공동 모델링

공동은 초공동 수중운동체의 동역학적 특징을 나타내는 가장 중요한 요소이다. 운동체 앞쪽에 달린 캐비테이터에 의해 생성된 공동은 캐비테이터의 운동방향과 수직인 방향으로 원을 그리며 형성된다. 공동의 전체적인 형태는 이 원을 캐비테이터 궤적에 따라 적분하여 얻어진다. 공동은 생성된 이후에 운동체의 상태와 독립적으로 팽창/수축한다는 특징이 있다. 공동의 동역학적 특징을 결정하는 중요한 파라미터는 공동수 σ_c 이고 이는 식 (3)와 같이 표현된다.

$$\sigma_c = \frac{p_\infty - p_c}{0.5\rho V^2} \quad (3)$$

p_∞ 와 p_c 는 각각 동일수심을 갖는 유체의 정압과 공동 내 압력이고 단위는 N/m^2 이다. 공동수는 공동이 얼마나 잘 형성되는 지에 대한 지표가 된다. 공동수가 작을수록 공동은 비교적 잘 형성이 된다.

본 연구에서는 비교적 낮은 속도에서도 신속하게 공동을 형성하기 위하여 환기공동(ventilated cavitation)모델을 도입하였다. 환기공동은 캐비테이터 부근에서 가스 또는 공기를 인위적으로 분사하여 공동을 형성시키는 것이다. 공동의 형상에 대한 모델링은 Logvinovich (1972), Garabedian (1956), Savchenko (1998), May (1975) 등 여러 과학자에 의해 행해졌다. Logvinovich 모델은 가장 널리 쓰이는 공동 모델로써 공동의 단면은 캐비테이터의 궤적을 따라 팽창하고 시간이 지나면 수축하며 이는 운동체의 움직임과는 독립적으로 표현된다는 아이디어에 바탕을 두고 있다. Garabedian은 공동수와 캐비테이터 반지름에 따른 공동의 최대 길이 및 반지름을 계산하였다. 본 논문에서는 Savchenko의 공동 모델을 이용하였고 이 모델은 공동의 시작점에서부터 떨어진 거리 x 에 따른 공동의 반지름을 나타낸다. Savchenko의 공동 모델은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$R_c(x) = R_n \left(2 \sqrt{\frac{C_{x0}}{\ln(1/\sigma_c)} \frac{x}{R_n} - \frac{\sigma_c}{\ln(1/\sigma_c)} \frac{x^2}{R_n^2}} \right)^{1/2} \quad (4)$$

여기서, n 는 캐비테이터 궤적에 수직인 방향으로 형성되는 공동의 반지름이다. 4 가지 모델에 대하여 공동수의 변화에 의한 공동의 형상을 Fig. 2에 나타내었다. 공동수는 0.05, 0.1, 0.2의 값을 가진다. x 축은 공동의 길이를 운동체의 길이로 무차원화하였고 y 축은 공동의 반지름을 캐비테이터의 반지름으로 무차원화하였다.

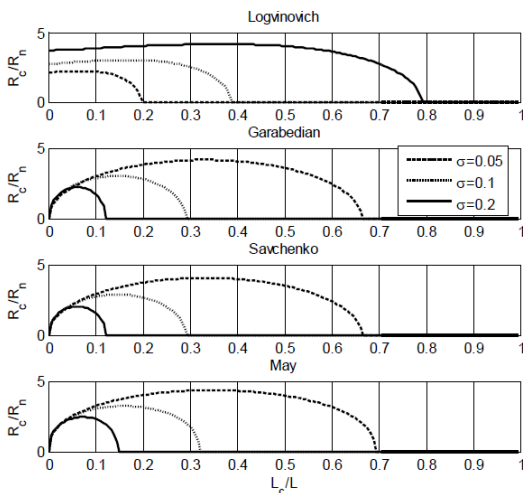


Fig.2 Cavity profile according to cavitation number varying

환기공동의 경우 공동수를 구하는 식은 Logvinovich and Syeryebryakov (1975)의 식을 따랐고 이를 식(5)에 나타내었다.

$$\overline{Q_{in}} = \frac{0.27}{\sigma_c(\sigma_c F_r^4 - 2)} \quad (5)$$

여기서 F_r 은 Froude수이고, $\overline{Q_{in}}$ 은 가스공급율계수로 식 (6)으로 정의된다.

$$\overline{Q_{in}} = \dot{Q}_{in}/4(VR_n^2) \quad (6)$$

\dot{Q}_{in} 은 가스공급율을 나타내며 단위는 m^3/s 이다. 가스공급율이 결정되면 공동수가 식(5)에 의해 계산되고 식 (4)에 의하여 공동의 형상을 결정할 수 있다.

2.3 캐비테이터 모델링

캐비테이터는 디스크 형태로 피치축(Y 축)으로만 회전하는 1자유도 운동을 한다. 캐비테이터의 전면부는 물과 접촉으로 인해 항력 및 양력을 발생시켜 운동체를 제어함과 동시에 공동을 형성한다. 캐비테이터에 의한 항력계수(C_{x0})는 공동수에 의해 결정되며 본 논문에서는 Kirschner, et al. (2002)에 의한 실험값인 0.82를 사용하였다. 캐비테이터에 걸리는 항력 및 양력계수는 식 (7)과 (8)로 표현된다 (May, 1975). 식 (9)는 캐비테이터의 받음각을 나타낸다. 식 (10)은 캐비테이터 중심에 작용하는 항력과 양력이다.

$$C_D(\sigma, \alpha_c) = \frac{D_n(\sigma, \alpha_c)}{1/2\rho V_c^2 A_c} \cong C_{x0}(1 + \sigma)\cos^2\alpha_c \quad (7)$$

$$C_L(\sigma, \alpha_c) = \frac{L_n(\sigma, \alpha_c)}{1/2\rho V_c^2 A_c} \cong C_{x0}(1 + \sigma)\cos\alpha_c\sin\alpha_c \quad (8)$$

$$\alpha_c = \tan^{-1}\left(\frac{w}{V}\right) + \delta_c \quad (9)$$

$$F_{Cavitator} = [-D_n \ 0 \ L_n]^T \quad (10)$$

A_c 는 캐비테이터의 면적이고 V_c 는 캐비테이터의 속도이다. α_c 는 캐비테이터의 받음각이고 이는 캐비테이터 명령각 δ_c 와 상하동요속도 w 에 의해 결정된다. D_n 과 L_n 은 각각 항력과 양력의 크기를 나타내며 항력은 캐비테이터와 면과 수직인 방향, 양력은 항력과 수직인 방향으로 작용하며 받음각에 의해 부호가 결정된다. 캐비테이터에 작용하는 유체력은 캐비테이터의 중심에 작용하며 좌표변환을 통해 몸통좌표계의 힘으로 변환된다. 캐비테이터에 걸리는 부가질량에 의한 영향은 Uhlman, et al (2001)의 계수를 사용하였다.

2.4 핀 모델링

핀은 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 수중운동체 뒷부분에 열 십자(+) 모양으로 4개가 달려있으며 수평핀을 엘리베이터, 수직핀을 러더로 명명한다. 핀에 의한 힘과 모멘트는 핀좌표계에서 식 (11), (12)와 같이 표현된다. 힘과 모멘트계수는 Kirschner, et al. (2002)의 실험값을 보간법을 사용하여 구하였다.

$$F_f = \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_f^2 \begin{pmatrix} C_x(\alpha_f, d_f) \\ C_y(\alpha_f, d_f) \\ C_z(\alpha_f, d_f) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$M_f = \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_f^3 \begin{pmatrix} C_{mx}(\alpha_f, d_f) \\ C_{my}(\alpha_f, d_f) \\ C_{mz}(\alpha_f, d_f) \end{pmatrix} \quad (12)$$

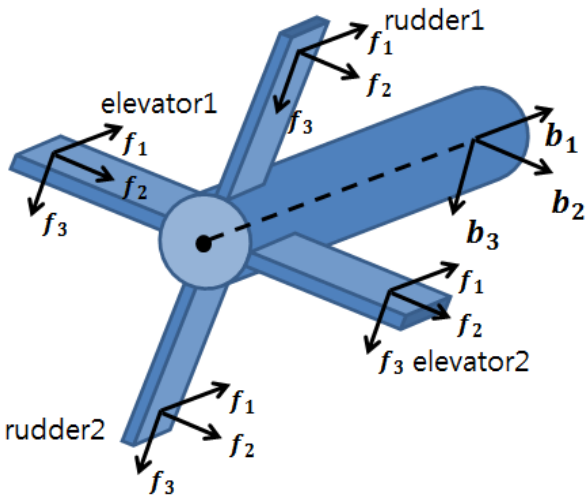


Fig.3 Fin coordinate notation

여기서 V_f 는 핀좌표계의 중심에서의 속도벡터, S_f 는 핀의스팬길이다. 본 연구에서는 핀에 작용하는 유체력의 압력중심(액침깊이의 중간이라고 가정)에 핀좌표계의 중심이 위치하게 하였다. 따라서 핀의 액침 깊이에 따라 핀좌표계의 중심은 변하게 되고 식 (12)에 의한 핀좌표계의 모멘트는 0이 된다. Fig. 4는 수직핀 러더의 경우 핀좌표계와 몸체고정좌표계의 관계를 나타낸다. Z축은 서로 일치하지만 핀 명령각이 있는 경우에는 X축과 Y축은 Z축을 기준으로 만큼 회전하게 된다. 4개의 핀은 각각의 핀좌표계를 가지고 있으며 명령각이 없는 경우 몸체고정좌표계와 동일한 방향을 가리킨다. 핀에 의한 힘과 모멘트는 좌표변환을 통해 핀좌표계에서 몸체고정좌표계로 변환된다.

핀에 작용하는 힘과 모멘트는 핀의 받음각(α_f)과 액침깊이(d_f)에 의해 결정된다. 받음각은 핀의 변위각과 핀좌표계의 중심에서의 속도를 이용하여 구할 수 있다. 핀좌표계의 중심에서의 속도벡터와 받음각은 식 (13), (14)에 의해 계산된다.

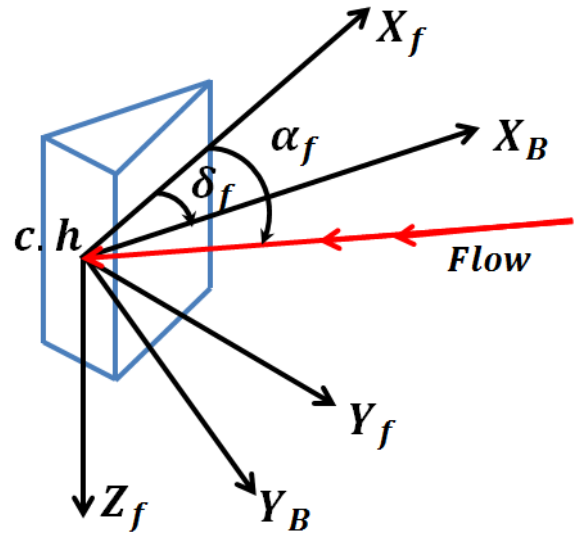


Fig.4 Fin angle of attack and deflection angle

$$V_f = \begin{bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \vec{l}_{fin} \quad (13)$$

$$\alpha_{f,rudder} = \arctan(v_f/u_f) + \delta_{rudder} \quad (14)$$

$$\alpha_{f,elevator} = \arctan(w_f/u_f) \delta_{elevator}$$

\vec{l}_{fin} 은 무게중심으로부터 핀좌표계중심까지의 위치벡터이다. 러더와 엘리베이터는 90도만큼 차이가 있기 때문에 받음각을 계산하는 방식이 다르다. 러더의 경우 양력이 핀좌표계의 X-Y평면에서 발생하며 엘리베이터는 X-Z평면에서 발생한다.

2.5 핀 액침 깊이

핀에 의해 발생하는 힘과 모멘트는 앞에서 언급한 바와 같이 받음각과 핀의 액침깊이에 따라 결정된다. 물에 잠겨 액침이 일어난 부분은 식 (11), (12)와 같은 힘과 모멘트를 발생시키는 반면 액침이 되지 않은 부분, 즉 공기에 노출되어 있는 부분은 힘과 모멘트를 발생시키지 않지만 그 크기는 매우 작다. 본 연구에서는 물에 완전히 잠겨있는 부분에서만 핀의 양력과 항력이 발생한다고 가정하였다. Fig. 5은 운동체 뒤에서 바라본 공동의 중심과 운동체 및 핀의 위치에 따른 액침을 나타낸다. 둥근 점선은 핀의 뿌리부분에서 바라본 공동의 단면이고 실선은 운동체의 몸통이다.

그림에서 알 수 있듯이 핀의 액침은 공동의 중심과 반지름 및 운동체의 중심을 이용하여 구할 수 있다. 공동의 중심을 구하기 위해서는 캐비테이터의 궤적과 부력에 의한 효과를 고려해야 한다.

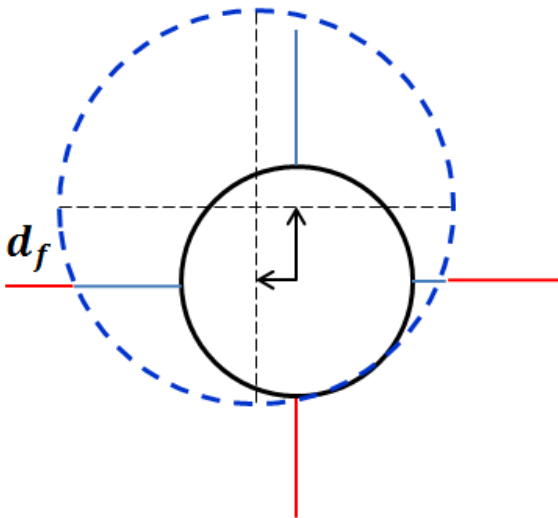


Fig. 5 Relative position of vehicle and cavity centerline

Fig. 6은 캐비테이터에서 생성된 공동이 핀의 뿌리부분에 오면서 부력에 의해 상승하는 모습을 보여준다. 공동의 중심은 캐비테이터의 궤적과 일치한다. 하지만 공동이 생성되어 핀의 뿌리 부분까지 오는 데 걸리는 시간 τ 가 지남에 따라 공동은 부력의 영향으로 상승하게 된다. 따라서 공동의 중심은 시간 τ 초 전의 캐비테이터 궤적에 부력의 효과를 더해준 값이 된다. 공동의 중심은 식 (15)에 의해 계산된다.

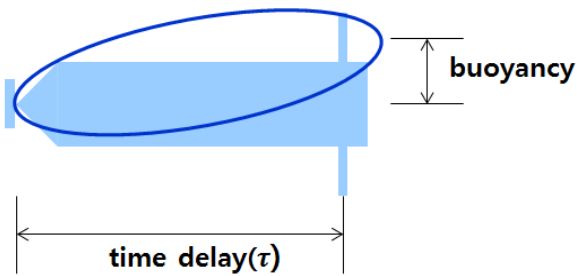


Fig. 6 Buoyancy effect causing by time delay

$$X_{cav,E}(t) = X_{c,g,E}(t - \tau) + R_{B \rightarrow E}(t - \tau) \begin{bmatrix} l_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.5a_{buoy}\tau^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서 $X_{cav,E}$ 는 핀의 뿌리 부분에 있는 공동의 중심선의 위치이고 $X_{c,g,E}$ 는 무게중심의 좌표이다. 모든 좌표는 지구고정좌표계에서 바라본 것이다. $R_{B \rightarrow E}$ 는 몸체고정좌표계와 지구고정좌표계 사이의 변환행렬이다. a_{buoy} 는 물속에서 부력에 의한 기포의 상승 가속도를 나타내는 실험식 (Waid, 1957)을 이용하여

구할 수 있다. 식 (15)을 통해 공동의 중심선의 위치를 구하고 그 때 운동체의 위치를 통해 핀의 액침을 계산한다.

2.6 운동체 몸체에 작용하는 유체력

초공동 수중운동체가 천이영역을 지날 때 부분공동에 의해 물과의 접촉이 일어나고 이로 인해 유체력을 받게 된다. 운동체 액침부위에 작용하는 유체력은 부력에 의한 힘과 모멘트, 압력저항 및 마찰저항, 부가질량에 의한 영향 등이 있다. 정유체력인 부력의 크기는 식 (16)와 같이 표현되며 운동체의 액침 부피에 의해 결정된다. 식 (17)은 몸통좌표계에서 표현한 부력에 의한 힘과 모멘트이다. $[x_b, y_b, z_b]$ 는 무게중심에서 부력중심까지의 거리벡터이다.

$$B = \rho g V_{wet} \quad (16)$$

$$F_B = \begin{bmatrix} -B \sin \theta \\ B \cos \theta \sin \phi \\ B \cos \theta \cos \phi \\ y_b B \sin \theta \cos \phi - z_b B \cos \theta \sin \phi \\ -z_b B \sin \theta - x_b B \cos \theta \cos \phi \\ x_b B \cos \theta \sin \phi + y_b B \sin \theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

본 논문에서는 천이구간에서 운동체에 작용하는 동유체력을 작용하는 방향에 따라 2가지로 분류하였다. 초공동 수중운동체는 Y축과 Z축에 작용하는 동유체력에 대해서는 동일한 형상을 가지기 때문에 X축에 작용하는 동유체력과 Y, Z축에 작용하는 동유체력으로 분리하여 모델링을 수행하였다.

Fig. 7은 X축방향으로 작용하는 동유체력을 보여준다. X축 방향으로 작용하는 동유체력 중 부가질량에 의한 동유체력과 압력저항은 캐비테이터에만 작용한다. 캐비테이터에 작용하는 동유체력은 2.3절에서 서술하였다. 운동체 침수부에 작용하는 압력저항은 캐비테이터에 작용하는 압력저항에 비해 매우 작기 때문에 무시하였다. 마찰저항은 운동체 몸체의 침수부에 작용하며 Hughes line (Newman, 1977)을 통해 계산할 수 있다. 식 (18)은 마찰저항의 크기를 나타내며 식 (19)은 Hughes line을 통해 구한 마찰저항계수를 나타낸다.

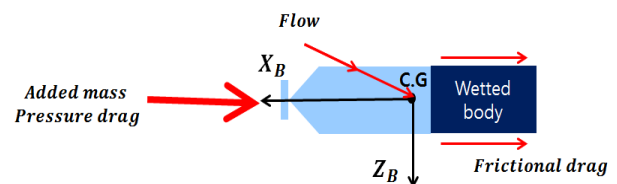


Fig. 7 Hydrodynamics force acting on X-axis

$$D_F = \frac{1}{2} \rho S_{wet} V^2 C_F \quad (18)$$

$$C_F = \frac{0.066}{(\log_{10}Re - 2.03)^2} \quad (19)$$

Re는 레이놀드수이다. ρ 는 유체의 밀도를 나타내며 여기에서는 물의 밀도이다.

Y,Z축에 작용하는 동유체력은 모리슨 방정식을 통해 계산하였다 (Newman, 1977). 모리슨 방정식은 식 (20)와 같이 표현된다.

$$F = F_I + F_D \quad (20)$$

$$dF = \rho C_m \pi \frac{R^2}{4} \int \vec{V} ds + \frac{1}{2} \rho C_D R \int \vec{V} |V| ds$$

여기서 F_I 는 가속도에 비례하는 동유체력을 나타내고 F_D 는 속도의 제곱에 비례하는 동유체력, 즉 마찰저항과 압력저항을 더한 저항을 나타낸다. C_m 과 C_D 는 각각 부가질량과 저항계수를 나타내며 본 논문에서는 원통형 단면에 대한 값인 1과 1.3을 사용하였다. \vec{V} 와 \vec{V}' 은 Y,Z축 평면에서 본 유체의 상대속도 및 상대가속도를 나타낸다. 미소 단면(ds)에서 상대속도 및 가속도는 운동체의 종/횡동요 속도에 따라 달라지게 되며 이를 식 (21)과 Fig. 8에 나타내었다.

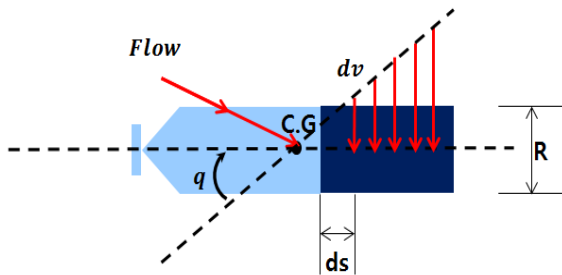


Fig. 8 Velocity distribution in wetted body

$$d\vec{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ds \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Fig. 9과 같이 공동 후류의 유체는 완전한 물이 아닌 물과 공기가 섞여있는 형태이다. 따라서 공기 기포에 의한 마찰저항감소를 고려해야 한다.



Fig. 9 Supercavitating underwater vehicle, picture taken from Wosnik, et al. (2003)

2.7 마찰저항 감소 모델

공동에서 떨어져나온 기포의 시간당 부피를 가스누수율로 정의하였다. 가스누수율은 Logvinovich (1972)의 실험식을 통해 식 (22)와 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{Q}_{out} = \gamma V_{\infty} S_c \left(\frac{\beta}{\sigma} - 1 \right) \quad (22)$$

여기서 γ 는 실험상수로써 0.01~0.02의 값을 가지며 본 연구에서는 중간값인 0.015를 사용하였다. S_c 는 공동의 증강단면의 면적이다. β 는 공동수의 비를 나타내는 변수이고 식 (23)과 같이 정의된다.

$$\beta = \frac{\sigma_v}{\sigma_c} \quad (23)$$

공동의 크기 및 길이를 정의하는데 이용되는 공동수는 σ_c 이고 σ_v 는 식 (3)의 공동내 압력 P_c 대신 유체의 증기압 P_v 를 이용하여 구할 수 있다. $\bar{\sigma} = \sigma_c / \sigma_0$ 는 초기 공동수(σ_c)와 공동수의 비를 나타내는 변수로써 $\bar{\sigma}$ 로 표현된다. 식 (22)에 의해 공동에서 떨어져 나온 기포는 운동체 액침부에 공급되는 기포가 된다.

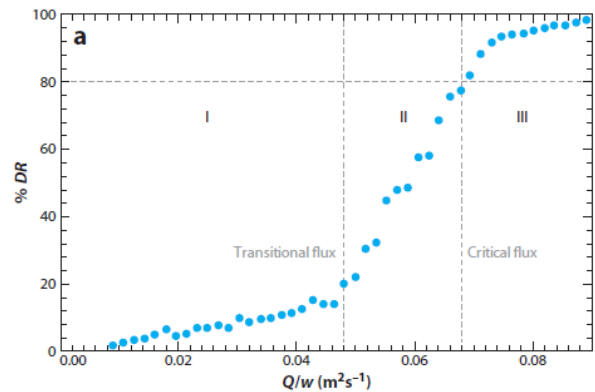


Fig. 10 The percentage of drag reduction versus the volumetric gas injection rate per unit span. Figure taken from Elbing et al. (2008)

수중운동체에 가스를 공급할 때 일어나는 마찰저항의 감소는 Elbing, et al. (2009)의 실험을 적용하였다. Fig.10은 공급하는 가스의 부피에 따른 마찰저항의 감소율을 보여준다. x축은 가스 공급율을 마찰저항을 받는 부분의 단면 길이로 나눈 값이다. y축은 마찰저항의 감소율이다. Elbing의 연구에 따르면 마찰저항의 감소는 3가지 영역으로 나누어진다. Fig. 10를 통해 단위 길이당 가스공급율이 커지면 마찰저항감소를 또한 커짐을 확인할 수 있으며 각 영역에서 마찰저항의 감소율은 선형적으로 증가함을 확

인할 수 있다. 각 영역별 가스 감소율은 0~20%, 20%~80%, 80%~100%이다.

Fig. 11는 단위길이당 가스공급율과 속도에 따른 마찰저항감소 영역을 나타내었다. 액침부위의 유체속도와 가스공급율을 통해 마찰저항감소 영역을 결정하고 영역 내에서 선형보간을 통해 마찰저항감소율을 계산하였다. 마찰저항의 감소가 일어나지 않은 경우의 마찰저항은 식 (18)와 같다.

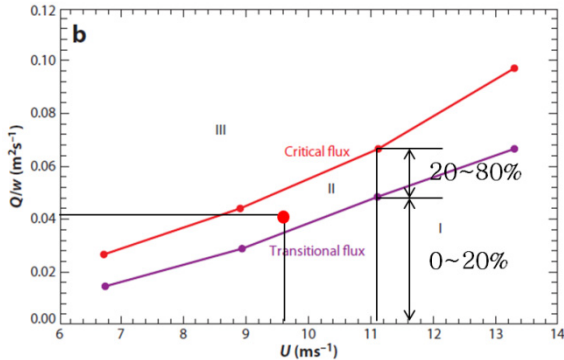


Fig. 11 The gas injection rate versus free-stream speed. Figure taken from Elbing et al. (2008)

3. 제어기 설계

초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 시뮬레이션을 통해 분석하기 위하여 제어기를 설계하였다. 본 연구의 목적은 초공동 수중운동체의 동역학 모델링이기 때문에 간단한 PID제어기를 통해 운동체를 제어하였다. 제어입력은 캐비테이터만을 사용하였다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체의 심도 및 자세를 제어하기 위하여 이중루프 구조를 통한 제어시스템을 구성하였다. Fig. 12에서 볼 수 있듯이 운동체는 내부루프와 외부루프 두 가지 피드백루프에 의해 제어된다. 내부루프는 PID제어기를 사용하여 운동체의 자세(종동요각)를 제어하고 외부루프는 PI제어기를 통하여 원하는 심도를 추종하기 위한 자세명령을 생성한다.

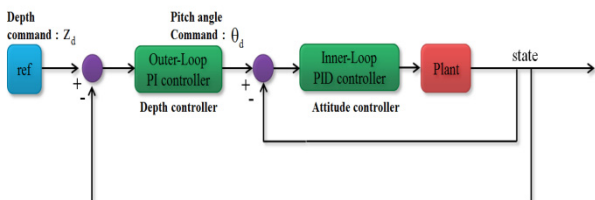


Fig. 12 Block diagram of double-loop control system

종동요각의 오차는 식 (24)과 같이 표현되며 내부루프에서 캐비테이터 명령(δ_c)는 PID 제어이득을 이용하여 식 (25)와 같이 표현된다.

$$\tilde{\theta} = \theta_d - \theta \tag{24}$$

$$K_p \theta + K_D \dot{\theta} + K_I \int_0^T \tilde{\theta}(t) dt = \delta_c \tag{25}$$

여기서 θ_d 는 외부루프에서 계산된 종동요각명령이고 θ 는 운동체의 종동요각이다. K_p, K_D, K_I 는 각각 비례, 미분, 적분 gain이다.

외부루프의 PI제어기는 심도오차()를 종동요각명령으로 바꾸어 주는 전달함수의 역할을 한다. 심도오차는 식 (26)과 같이 표현되며 식 (27)는 주파수영역에서 심도오차와 종동요각의 전달함수를 표현한 식이다.

$$\tilde{z} = z_d - z \tag{26}$$

$$\frac{\theta_d(s)}{\tilde{Z}(s)} = \frac{K_{P,out}s + K_{I,out}}{s} \tag{27}$$

Z_d 와 z 는 심도명령과 운동체의 심도이고 $\theta_d(s)$ 와 $\tilde{Z}(s)$ 는 종동요각과 심도오차의 라플라스변환이다. 내부루프와 마찬가지로 비례이득 $K_{P,out}$ 과 적분이득 $K_{I,out}$ 에 의해 종동요각 명령이 결정되며 이를 식 (28)에 나타내었다.

$$\theta_d = K_{P,out} \tilde{z} + K_{I,out} \int_0^T \tilde{z}(t) dt \tag{28}$$

4. 시뮬레이션

초공동 수중운동체의 천이구간 동역학 모델링 및 제어기의 성능검증을 위해 시뮬레이션이 수행되었고 MATLAB/SIMULINK R2013a버전을 이용하여 프로그래밍하였다. 시뮬레이션은 개루프와 폐루프에 대하여 각각 수행하였다. 시뮬레이션에 사용된 입력값과 초기값을 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Input and initial values for simulation

Input & initial value	Description	Value and Units
T	Thrust force	$100(N/\pi\rho R^2 mL)$
\dot{Q}	Gas-supply rate	$1(m^3/s/\pi R^2 L)$
z_0	Initial depth	10m
u_0	Initial forward velocity	1m/s

추력은 수중운동체와 같은 반지름을 갖는 실린더의 질량 $\pi\rho R^2 mL$ 로 표준화하면 $100(N/\pi\rho R^2 mL)$ 으로 일정하다. 환

기가스공급율은 $\dot{Q}=0.0146(m^3/sec)$ 이고 이는 추력과 마찬가지로 같은 반지름을 갖는 실린더의 부피로 표준화하면 $1(\dot{Q}/\pi R^2 L)$ 이 된다. 초기 심도는 이고 초기 전진속도는 특이점을 피하기 위해 $1m/s$ 로 정하였다. 이 외에 초기값은 모두 0이다.

4.1 개루프 시뮬레이션

Fig. 13는 x,z방향 위치와 종동요각의 개루프 시뮬레이션 결과를 보여준다. 전진속도에 의해 x방향 위치는 계속해서 증가하고 종동요각은 음의 값을 가지며 증가한다. 이 때문에 심도 역시 깊어지는 것을 알 수 있다. 종동요각이 음의 값을 가지는 이유는 공동이 초공동상태에 도달하지 못하여 발생하는 운동체 후부의 역침에 의한 부력의 영향이다.

Fig. 14에 전진속도와 상하동요속도 및 종동요각의 변화율을 나타내었다. 종동요각 변화율과 상하동요속도는 반응초기 큰 값을 가지다가 핀과 캐비테이터에서 발생하는 복원력의 영향으로 점점 줄어들게 된다.

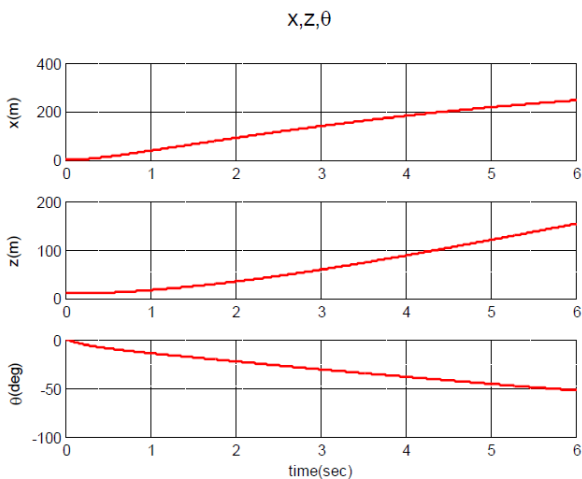


Fig. 13 Open-loop time response of position and pitch angle

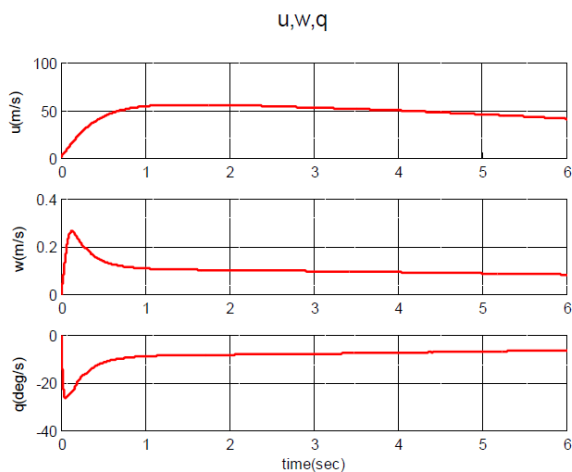


Fig. 14 Open-loop time response of velocity and pitch rate

4.2 폐루프 시뮬레이션

초공동 수중운동체의 천이구간 및 초공동 구간까지의 심도제어 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 시나리오는 다음과 같다.

- (1) 1차제어 : 천이구간에서 작용하는 힘과 모멘트를 제어하여 초기심도를 유지
- (2) 2차제어 : 천이구간을 지나 운동체의 자세 및 심도가 안정되면 목표심도를 추종하는 제어 수행

1차제어시기와 2차제어 시기를 나누어 제어를 수행한 이유는 1차제어시기에는 공동이 완전히 생성되지 않기 때문에 무리한 심도 변경은 오히려 비효율적인 제어가 될 수 있고 실제로 초공동 수중운동체의 활용에 있어 목표심도는 초기심도에서 크게 벗어나지 않는 범위이기 때문이다. 2차제어를 통해 심도변경제어를 통해 초공동 수중운동체의 조종성능을 확인할 수 있다.

Fig. 15는 수중운동체의 위치와 종동요각의 시간에 따른 변화를 보여준다. 점선은 심도명령과 종동요각명령을 나타낸다. 1차제어는 약 3초까지 수행되며 초기에 생성되는 불안정한 힘과 모멘트를 캐비테이터를 통해 발생하는 제어력으로 상쇄시켜 심도를 유지하는 것을 볼 수 있다. 3초 이후에는 2차 제어가 이루어지면서 심도가 로 변경된다. 현재심도보다 낮은 심도로 가기 위하여 종동요각을 양의 값으로 변경시키는 것을 알 수 있다.

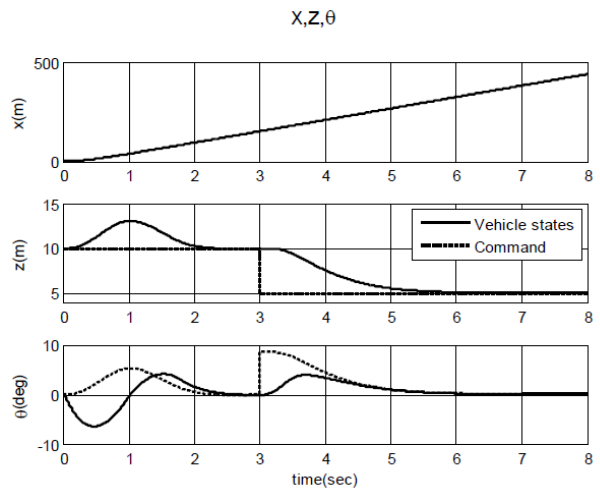


Fig.15 Closed-loop time response of position and pitch angle

Fig. 16는 수중운동체의 속도 및 종동요각변화율을 보여준다. 정상상태에서 종동요각의 변화율이 0에 수렴할 때 상하동요속도가 0이 아닌 이유는 정상상태에서 운동체의 종동요각이 0이 아닌 값을 갖기 때문이다. 2차제어 이후 운동체가 정상상태에 도달했을 때 트림값을 Table 3에 나타내었다. 종동요각은 로 정상상태로 갖는다.

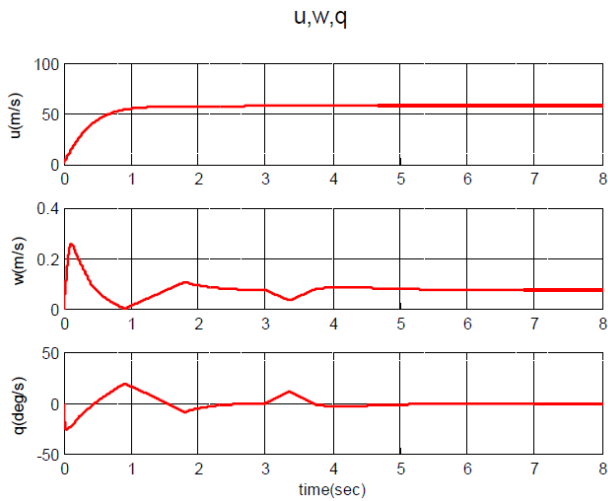


Fig. 16 Closed-loop time response of velocity and pitch rate

Table 3 Trim values

States	Description	Value and Units
u	Surge velocity	$52.45m/s$
w	Heave velocity	$0.056m/s$
q	Pitch rate	$-9.55 \times 10^{-5}deg/s$
z	Depth	$5.08m$
θ	Pitch angle	$0.063deg$

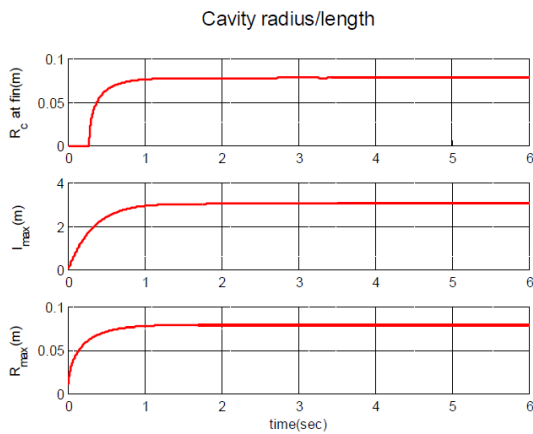


Fig. 17 Cavity radius at fin and cavity maximum radius/length

Fig. 17의 첫 번째 그래프는 핀뿌리부분에서 공동의 반지름이고 두 번째와 세 번째 그래프는 공동의 최대 길이와 반지름이다. 핀뿌리부분에서 공동의 반지름을 통해 공동이 핀에 도달할 만큼 발달했는지를 판별할 수 있으며 시뮬레이션 시간 약 0.2초정도에 핀뿌리부분에서 공동의 반지름이 0이 아닌 값을 가진다. 비슷한 시간에 두 번째 그래프에서 공동의 최대 길이는 운동체의 길이인

보다 길어지게 되며 초공동상태에 이르렀음을 알 수 있다. 세 번째 그래프를 통해 공동의 최대 반지름이 운동체의 반지름보다 큰 값을 가지며 공동은 운동체를 완전히 감싸고 있는 형태임을 알 수 있다.

Fig. 18은 공동수에 따른 공동의 길이(L_s) 및 최대 반지름(D_s)을 캐비테이터의 직경(D_c)로 무차원한 값을 보여준다. 비점성 유동해석법을 바탕으로한 경계요소법의 수치해석결과 (Ahn, et al., 2013)와 비교하여 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Fig.19은 핀의 액침과 마찰저항감소율을 나타낸다. 핀의 액침은 핀의 전체길이 중 물에 잠긴 길이를 비율로 나타내었다. 반응 초기에는 핀이 완전히 물에 잠겨있다가 공동이 완전히 형성된 이후에는 약 72%의 액침을 가진다. 마찰저항의 감소율은 운동체의 속도와 가스누수율에 따라 결정된다. 식 (22)에 의해 가스누수율은 심도가 깊어지면 줄어드는 경향을 보이고 이를 3초이후 마찰저항감소율의 감소를 통해 확인할 수 있다.

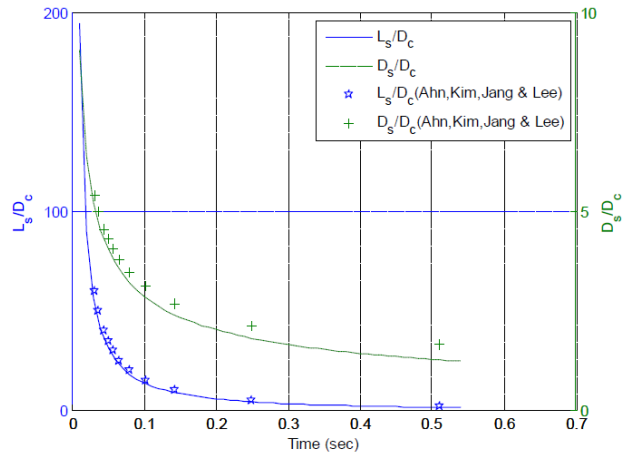


Fig. 18 Length and Maximum diameter of cavities according to cavitation numbers

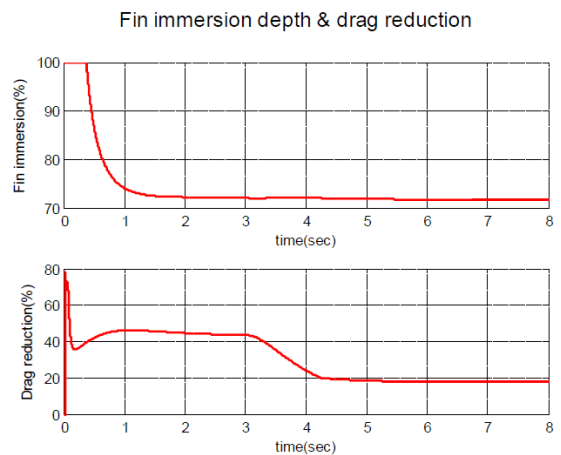


Fig. 19 Fin immersion depth and frictional drag reduction

Fig. 20은 시간에 따른 제어입력의 변화를 보여준다. δ_c 는 캐비테이터의 편향각이고 δ_e 는 수평핀 엘리베이터의 편향각이다.

핀의 제어입력은 0이고 캐비테이터 각도가 초기에 일정한 기울기를 갖는 이유는 각도변화율의 최대값을 10deg/s로 정함으로써 기계적인 제한을 반영했기 때문이다.

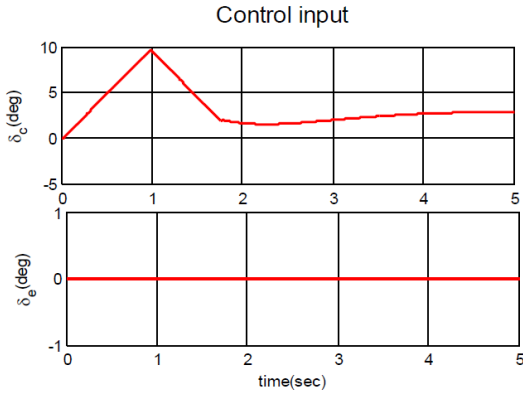


Fig.20 Control input for closed-loop system

5. 결론

본 연구에서는 초공동 수중운동체의 천이영역 및 정상상태 동역학 모델링과 자세제어 및 심도제어에 관한 연구를 수행하였다. 시뮬레이션을 통해 다음의 사실들을 확인할 수 있었다.

- (1) 초공동 수중운동체의 천이구간 동역학 모델링이 물리적으로 타당하게 수행되었다.
- (2) 개루프 시뮬레이션 결과를 통해 천이구간의 운동특성을 확인하였고 페루프 시뮬레이션 결과를 통해 이중루프구조를 적용한 천이구간제어 및 심도변경제어가 가능함을 확인하였다.
- (3) 비교적 낮은 속도구간에서도 환기공동을 통해 공동의 신속한 생성이 가능하다.
- (4) 초공동 수중운동체는 천이구간 및 초공동상태를 지나 정상상태에 도달한 후 일정한 트림값을 가진다.

초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 수행하는 과정에 있어 가정 및 한계점은 다음과 같다.

- (1) 환기가스공급율은 천이구간에서 신속한 초공동의 형성이 가능한 수치로 결정하였고 환기가스공급율에 따른 진동과 같은 안정성 문제는 고려하지 않았다.
- (2) 제어기설계 시 동역학적 모델링의 불확실성은 없다는 가정에 제어기를 설계하였다.

본 연구에서는 캐비테이터만을 이용한 제어를 수행하였다. 차후 천이구간의 과도응답개선을 위하여 핀과 추력벡터를 추가 제어핀으로 사용하고 본 연구에서 수행된 심도제어 이외에도 방위 각 및 좌우동요 제어가 연구될 수 있다. 또한 캐비테이터와 핀 및 운동체의 기본 제원을 결정하는 최적형상설계와 환기, 추진시스템 등을 결정하는 최적설계를 위한 기초연구로 이용될 수 있다.

후 기

본 연구는 2012년도 정부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No. 2012R1A1A2008683)임과 동시에 국방과학연구소(과제번호 : 09-01-3-27)의 지원으로 수행되었습니다. 아울러 서울대학교 공학연구소(ERI)의 지원에도 감사를 드립니다.

References

- Ahn, B.K. Kim, J.H Jang, H.G & Lee, C.S., 2013. A Numerical Analysis of the Supercavitating Flow around Three-Dimensional Axisymmetric Cavitators. *Journal of the Society of Naval Architecture of Korea*, 50(3), pp.160-166
- Dzielski, J. & Kurdila, A., 2003. A Benchmark Control Problem for Supercavitating Vehicles and an Initial Investigation of Solutions. *Journal of Vibration and Control*, 9(7), pp.791-804.
- Dzielski, J., 2011. Longitudinal Stability of a Supercavitating Vehicle. *Journal of Oceanic Engineering*, 36(4), pp.562-570.
- Elbing, B.R. Winkel, E.S. Lay, K.A. Ceccio, S.L. Dowling, D.R & Perlin, M., 2008. Bubble-induced skin-friction drag reduction and the abrupt transition to air-layer drag reduction. *Journal of Fluid Mechanics*, 612, pp.201-236.
- Fan, H. Zhang, Y. & Wang, X., 2011. Longitudinal dynamics modeling and MPC strategy for high-speed supercavitating vehicles. *Electric Information and Control Engineering (ICEICE), International Conference on*, Wuhan, China, 15-17 April 2011, pp.5947-5950
- Garabedian, P., 1956. Calculation of axially symmetric cavities and jets. *Pacific Journal of Mathematics*, 6, pp.611-684
- Kirschner, I.N. Kring, D.C. Stokes, A.W. Fine, N.E & Uhlman, J.S., 2002. Control Strategies for Supercavitating Vehicles. *Journal of Vibration and Control*, 8, pp.219-242.
- Logvinovich, G., 1972. *Hydrodynamics of free-boundary flows, Naukova Dumka*. translated from Russian by the Israel Program for Scientific Translations: Jerusalem, pp.104.
- Logvinovich, G. & Syeryebryakov, V.V., 1975. On Methods of Calculations of Slender Axisymmetric Cavities. *Gidromenhanika*, 32, pp.47-54.

- May, A., 1975. NAVSEA *Hydrodynamics Advisory Committee, Water entry and the cavity-running behavior of missiles, No.SEAHAC/TR-75-2*. NAVSEA HYDROBALLISTICS ADVISORY COMMITTEE SILVER SPRING MD.
- Na, Y.I. & Lee, S.Y., 2011. Research on core technology and development trends of a supercavitating rocket torpedo system. *2011 Joint Conference of the Korean Association of Ocean Science and Technology Societies*, Busan, Korea, 2-3 Jun 2011, pp.436-443.
- Newman, J.N., 1977. *Marine Hydrodynamics*. MIT Press: Massachusetts.
- Savchenko, Y.N., 1998. *Investigation of High Speed Supercavitating Underwater Motion of Bodies, In: High-speed Motion in Water*. AGARD Report 827, 20-1-20-12. NASA, 19980020552.
- Uhlman, J.S. Fine, N.E. & Kring, D.C., 2001. Calculation of the added mass and damping forces on supercavitating bodies, *Fourth International Symposium on Cavitation*, Pasadena, CA USA, 20-23 June 2001, sessionB3.006(Unpublished).
- Vanek, B. Bokor, J. Balas, G.J. & Arndt, R.E.A., 2007. Longitudinal Motion Control of a High-Speed Supercavitation Vehicle. *Journal of Vibration and Control*, 13(2), pp.159.
- Varghese, A.N., 2003. High-Speed bodies in partially cavitating axisymmetric flow. In proceedings of *Fifth International Symposium on Cavitation(CAV2003)*, Osaka, Japan, 1-4 November 2003.
- Waid, R.N., 1957, *Cavity Shapes for Circular Disk at Angle of Attack, CIT Hydrodynamics Report E-73.4*, CA: California Institute of Technology.
- Wosnik, M. Schauer, T. & Arndt, R.E.A., 2003, Experimental study on a ventilated supercavitating vehicle. *Fifth International Symposium on Cavitation(CAV2003)*, Osaka, Japan, 1-4 November 2003, pp.1-4.
- Xiang, M. Cheung, S.C.P. Tu, J.Y. & Zhang, W.H., 2011. Numerical Research on Drag Reduction by Ventilated Partial Cavity based on Two-Fluid Model, *Ocean Engineering*, 38, pp.2023-2032
- Zou, W. Yu, K. & Wan, X., 2010. Research on the gas-leakage rate of unsteady ventilated supercavity. *Journal of Hydrodynamics, Ser.B*, 22(5), pp.778-783.



김선홍



김낙완