

## Converting a Lens to Its Equivalent as Referenced to Pupil Imaging

Hyun Jin Bang and Jong Ung Lee<sup>†</sup>

Department of Laser and Optical Information Engineering, Cheongju University, 298 Daeseong-ro, Sangdang-gu, Cheongju 360-764, Korea

(Received December 18, 2013; Revised manuscript January 29, 2014; Accepted January 29, 2014)

The equivalent of a thick lens is a lens which has the same power of refraction and paraxial imaging characteristics for a reference ray, but with a different axial thickness. In this study, thick lenses of an optical system were converted to their equivalent lenses referenced to pupil imaging. Aberration changes due to the lens conversion were compared to the general equivalent lens conversion referenced to object imaging.

Keywords: Equivalent lens, Lens conversion, Pupil imaging, Optical system design

OCIS codes: (080.2740) Geometric optical design; (080.3630) Lenses; (220.3620) Lens system design

## 동의 결상을 기준으로 한 등가렌즈 변환에 대한 연구

방현진 · 이종웅<sup>†</sup>

청주대학교 레이저광정보공학과  
☎ 360-764 충북 청주시 상당구 대성로 298

(2013년 12월 18일 받음, 2014년 1월 29일 수정본 받음, 2014년 1월 29일 게재 확정)

등가렌즈는 굴절능과 특정한 기준광선에 대한 근축광학적 특성은 같고, 축상두께가 다른 렌즈이다. 이 연구에서는 동의 결상을 기준으로 광학계의 두꺼운 렌즈를 등가렌즈로 변환하고 일반적으로 사용되던 물체의 결상을 기준으로 등가렌즈로 변환한 경우와 Seidel 수치의 변화를 비교하였다.

Keywords: 등가렌즈, 렌즈변환, 동의 결상, 광학설계

OCIS codes: (080.2740) Geometric optical design; (080.3630) Lenses; (220.3620) Lens system design

### I. 서 론

등가렌즈(equivalent lens)는 렌즈의 두께와 곡률은 다르지만, 근축광학적 특성과 전체 굴절능이 동일한 렌즈를 의미하며, 두꺼운 렌즈는 등가렌즈 변환을 이용하면 특정한 기준광선의 근축광학적 특성을 유지시키면서 곡률과 축상두께가 다른 렌즈로 변환할 수 있다. 두꺼운 렌즈에서 축상두께만 변경하면 뒷면의 입사각과 근축각이 변화하면서 렌즈 전체의 굴절능, 횡배율과 각배율, 그리고 3차 수차가 변화하게 된다. 등가렌즈 변환은 렌즈 전체의 굴절능과 특정한 기준광선에 대하여 굴절불변량과 근축각을 유지시킬 수 있으므로 변환된 두꺼운 렌즈(등가렌즈)의 수차는 변환전과 유사하다<sup>1)</sup>. 등가렌즈 변환은 광학계의 초기설계나 설계의 국소적 변경시 유용하게 사용된다<sup>2), 3)</sup>. 등가렌즈 변환방법에는 초기치

로서 주요점의 위치가 변환전과 같다고 근사하여 광선의 입사각이 주어지면 각 면의 굴절능을 계산하고, 새로 계산된 주요점의 위치를 사용하여 면의 굴절능을 다시 계산하는 과정을 반복하여 해에 수렴하게 하는 반복법이 사용되었다<sup>3)</sup>. 최근에 등가렌즈 변환에서 근축광선이 주요면에 입사하는 높리와 전체굴절능은 변화하지 않는다는 것에 착안하여 등가렌즈가 2차 방정식의 해로서 주어지는 해석적인 등가렌즈 변환법이 발표된 바 있다<sup>2)</sup>.

광학계에서는 물체는 상으로 결상하고, 입사동은 출사동으로 결상한다. 축상물체점에서 출사하여 입사동의 끝단을 지나 출사동의 끝단에서 축상 상점으로 입사하는 주변광선(marginal ray, MR)은 물체의 결상을 대표하는 광선으로 볼 수 있고, 물체의 끝단에서 출사하여 입사동의 중심으로 입사하고 출사동의 중심에서 출사하여 상의 끝단으로 입사하는

<sup>†</sup>E-mail: [julee@cju.ac.kr](mailto:julee@cju.ac.kr)

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

주광선(chief ray, CR)은 동의 결상을 대표하는 광선으로 볼 수 있다.

등가렌즈 변환은 전체 굴절능의 변화 없이 특정한 기준 광선에 대하여 근축광학적 특성을 유지시키는 것이다. 주변광선(MR)을 기준으로 등가렌즈를 변환하면 주변광선의 근축각  $u$ 와 굴절불변량  $A$ 는 변화하지 않으므로 두꺼운 렌즈 전체의 횡배율과 각 면의 횡배율을 모두 유지된다. 그러나 두꺼운 렌즈 전체의 각배율은 유지되지만 주광선의 근축각  $\bar{u}$ 와 굴절불변량  $B$ , 각 면의 각배율은 변화하게 된다<sup>4, 5</sup>.

지금까지의 등가렌즈 변환은 주변광선을 기준으로 이루어져 왔으며, 광학계의 주요한 용도가 물체를 상으로 결상시키는 것이므로 당연한 것으로 볼 수 있다. 광학계에서 주변광선이 축상 물체의 결상 특성을 나타낸다면 주광선은 비축 물체의 결상을 나타낸다고 볼 수 있다<sup>5</sup>. 따라서 넓은 시야를 가진 광학계의 등가렌즈 변환에서는 주광선을 기준으로 하는 것이 주변광선보다 적절할 수도 있다. 이 연구에서는 두꺼운 렌즈를 주광선을 기준으로 축상두께가 다른 등가렌즈로 변환하고, 이를 기존의 경우와 같이 주변광선을 기준으로 하는 경우와 비교하였다. 등가렌즈 변환 결과를 비교하는 예제 광학계로는 1매의 결상 렌즈와 1매의 field flattener로 구성된 2매 렌즈계(Sample Lens 1)와 laser 주사광학계(Sample Lens 2)가 사용되었다. Sample lens 1에서 앞쪽의 결상 렌즈  $L_1$ 은 주변광선의 입사각이 높고 주광선의 입사각이 낮은 예이며, 뒤쪽의 field flattener  $L_2$ 는 주변광선의 입사각이 낮고 주광선의 입사각이 큰 렌즈의 예이다. Laser 주사광학계는 f-수가 크고 시야각이 넓어 광학계 전체적으로 주변광선의 입사각이 낮고 주광선의 입사각이 높은 예이다.

## II. 단렌즈의 결상과 등가렌즈 변환

### 2.1. 단렌즈의 결상과 Seidel 수차

광학계에는 물체의 결상과 동의 결상이 존재하며, 각각의 결상은 주변광선과 주광선을 기준으로 이루어진다.

그림 1에는 물체의 결상과 동의 결상이 동시에 일어나는 단렌즈와 주변광선 및 주광선이 나타나 있다. 주변광선은 유한거리에서 축상물체점에서 출사하여 조리개의 끝단을 지나 축상상점으로 결상하고 있으며, 주광선은 광학결상의 기준광선으로서 물체의 끝단에서 출사하여 조리개의 중심을 지나 상의 끝단에서 결상하고 있다. 이 그림에서의 조리개는

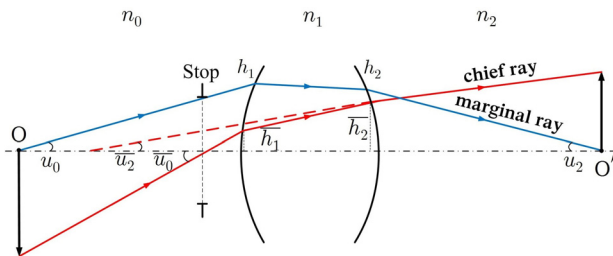


FIG. 1. Optical layout of a thick lens system.

입사동이며, 입사동과 출사동은 공액관계(물체와 상의 관계)를 이루고 있다. 이 그림에는 주변광선과 주광선이 각 렌즈면에 입사하는 높이( $h_1, h_2, \bar{h}_1, \bar{h}_2$ )가 나타나 있으며, 굴절률( $n_0, n_1, n_2$ )와 근축각( $u_0, u_2, \bar{u}_0, \bar{u}_2$ )는 굴절후의 물리량이다<sup>6</sup>. 광학계의 Seidel 수차는 각 면에 입사하는 광선의 입사고( $h_i, \bar{h}_i$ ), 매질의 굴절률( $n_{i-1}, n_i$ ), 근축각( $u_{i-1}, \bar{u}_i$ )의 함수로 표현되며, 광학계의 Seidel 수차의 계수는 다음과 같이 주어진다<sup>7, 8</sup>.

$$S_I = -\sum_i A_i^2 h_i \Delta \left( \frac{u}{n} \right)_i, \quad \Delta \left( \frac{u}{n} \right)_i = \frac{u_i}{n_i} - \frac{u_{i-1}}{n_{i-1}} \quad (1)$$

$$S_{II} = -\sum_i A_i B_i h_i \Delta \left( \frac{u}{n} \right)_i \quad (2)$$

$$S_{III} = -\sum_i B_i^2 h_i \Delta \left( \frac{u}{n} \right)_i \quad (3)$$

$$S_{IV} = H^2 \sum_i P_i, \quad P_i = -\frac{1}{r_i} \left( \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right) \quad (4)$$

$$S_V = \sum_i \frac{B_i}{A_i} \left\{ -B_i^2 h_i \Delta \left( \frac{u}{n} \right)_i + H^2 P_i \right\} \quad (5)$$

$$C_L = \sum_i A_i h_i \Delta \left( \frac{\delta n}{n} \right)_i \quad (6)$$

$$C_T = \sum_i B_i h_i \Delta \left( \frac{\delta n}{n} \right)_i \quad (7)$$

위 식에서  $A_i, B_i$ 는 주변광선의 굴절불변량과 주광선의 굴절불변량이며,  $P_i$ 는 Petzval sum,  $H$ 는 Lagrange 불변량이다. 그림 1에서 주변광선의 굴절불변량  $A_1, A_2$ 와 주광선의 굴절불변량  $B_1, B_2$ 는

$$A_1 = n_0 \left( u_0 + \frac{h_1}{r_1} \right) = n_1 \left( u_1 + \frac{h_1}{r_1} \right) \quad (8)$$

$$A_2 = n_1 \left( u_1 + \frac{h_2}{r_2} \right) = n_2 \left( u_2 + \frac{h_2}{r_2} \right) \quad (9)$$

$$B_1 = n_0 \left( \bar{u}_0 + \frac{\bar{h}_1}{r_1} \right) = n_1 \left( \bar{u}_1 + \frac{\bar{h}_1}{r_1} \right) \quad (10)$$

$$B_2 = n_1 \left( \frac{-}{u_1} + \frac{\overline{h}_2}{r_2} \right) = n_2 \left( \frac{-}{u_2} + \frac{\overline{h}_2}{r_2} \right) \quad (11)$$

로 나타낼 수 있다.

### 2.2. 주변광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환

그림 2는 단렌즈에서 주변광선의 경로와 물체의 결상을 보여주고 있으며, 주변광선의 근축각 ( $u_0, u_2$ )와 주요면에 입사한 높이  $h$ 가 나타나 있다.

축상두께  $d_1$ 의 단렌즈를 축상두께  $d_1^*$ 의 등가렌즈로 변환하고, 변환된 등가렌즈의 물리량은 위첨자 \*를 붙여 표시하도록 하자. 등가렌즈 변환에서는 광학계의 전체 굴절능, 주변광선과 주광선이 주요면에 입사한 높이, 기준광선의 근축각과 굴절률변량은 유지된다. 주변광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환의 조건은 다음과 같다.

$$u_0^* = u_0, \quad u_1^* = u_1, \quad u_2^* = u_2 \quad (12)$$

$$A_1^* = A_1, \quad A_2^* = A_2 \quad (13)$$

등가렌즈의 해석적인 변환방법은 참고문헌 [2]에 소개되어 있으며, 주변광선을 기준으로 한 해석적인 등가렌즈 변환법은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{n_2 u_2 d_1^*}{n_1 K_T} k_1^{*2} + (h - d_1^* u_1) k_1^* + n_1 u_1 - n_0 u_0 = 0 \quad (14)$$

$$k_2^* = \frac{n_1 u_1 K_T - n_2 u_2 k_1^*}{n_0 u_0} \quad (15)$$

등가렌즈는 식 (14)에 나타난 2차방정식의 해이며, 판별식  $D^*$ 의 부호에 따라 해가 없을 수도 있고 최대 2개의 실근을 가질 수 있다.

$$D^* \equiv (h - d_1^* u_1)^2 - \frac{4n_2 u_2 d_1^* (n_1 u_1 - n_0 u_0)}{n_1 K_T} \quad (16)$$

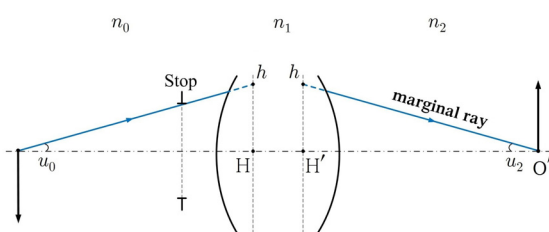


FIG. 2. Marginal ray of a thick lens system.

$$k_{1+}^* = \frac{(-h + d_1^* u_1 + \sqrt{D^*}) n_1 K_T}{2n_2 u_2 d_1^*} \quad (17)$$

$$k_{1-}^* = \frac{(-h + d_1^* u_1 - \sqrt{D^*}) n_1 K_T}{2n_2 u_2 d_1^*} \quad (18)$$

$D^* > 0$ 인 경우 식 (14)는 식 (17), (18)과 같이 2개의 해가 가능하지만, 식 (18)의 해는 렌즈의 모양이 서로 다른 conjugate lens이며<sup>[2]</sup>, 이 연구에서는 렌즈의 형태가 유사한 식 (17)의 해만 사용하였다.

### 2.3. 주광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환

그림 3은 주광선의 경로를 보여주고 있다. 주광선은 동의 결상을 대표하는 광선으로서 입사동의 중심으로 입사하여 출사동의 중심에서 출사하고 있으며, 이 그림에는 주광선의 근축각 ( $\overline{u}_0, \overline{u}_2$ )와 주요면에 입사하는 높이  $\overline{h}$ 가 나타나 있다.

두께  $d_1$ 의 두꺼운 렌즈를 주광선을 기준으로 두께  $d_1^*$ 의 등가렌즈로 변환하고, 등가렌즈의 물리량은 \*를 붙여 표시하도록 하자. 주광선을 기준으로 하는 등가렌즈 변환의 조건은 다음과 같다.

$$\overline{u}_0^* = \overline{u}_0, \quad \overline{u}_1^* = \overline{u}_1, \quad \overline{u}_2^* = \overline{u}_2 \quad (19)$$

$$B_1^* = B_1, \quad B_2^* = B_2 \quad (20)$$

주광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환은 다음과 같은 2차방정식과 선형방정식으로 주어진다.

$$\frac{n_2 \overline{u}_2 d_1^*}{n_1 K_T} k_1^{*2} + (\overline{h} - d_1^* \overline{u}_1) k_1^* + n_1 \overline{u}_1 - n_0 \overline{u}_0 = 0 \quad (21)$$

$$k_2^* = \frac{n_1 \overline{u}_1 K_T - n_2 \overline{u}_2 k_1^*}{n_0 \overline{u}_0} \quad (22)$$

식 (21)의 2차방정식은 판별식  $D^*$ 의 부호에 최대 2개의 실근을 가질 수 있다.

$$D^* \equiv (\overline{h} - d_1^* \overline{u}_1)^2 - \frac{4n_2 \overline{u}_2 d_1^* (n_1 \overline{u}_1 - n_0 \overline{u}_0)}{n_1 K_T} \quad (23)$$

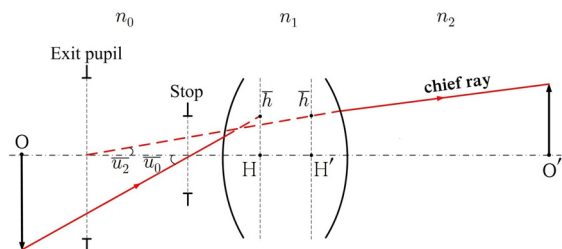


FIG. 3. Chief ray of a thick lens system.

$$k_{1+}^* = \frac{(-\bar{h} + d_1^* \bar{u}_1 + \sqrt{D^*}) n_1 K_r}{2n_2 u_2 d_1^*} \quad (24)$$

$$k_{1-}^* = \frac{(-\bar{h} + d_1^* \bar{u}_1 - \sqrt{D^*}) n_1 K_r}{2n_2 u_2 d_1^*} \quad (25)$$

$D^* > 0$  일 때 식 (25)는 참고문헌 [2]의 conjugate lens이며, 이 연구에서는 렌즈의 형태가 유사한 식 (24)의  $k_{1+}^*$  을 등가렌즈로 사용하였다.

### III. 등가렌즈 변환 사례검토

#### 3.1. Sample Lens 1: 2매 렌즈계

등가렌즈 변환에서 기준광선의 선택에 따른 등가렌즈의 특성 변화를 살펴보기 위하여 주변광선과 주광선의 광경로가

뚜렷하게 차이가 나는 그림 4의 2매 렌즈계를 등가렌즈 변환의 첫 번째 예제렌즈(Sample Lens 1)로 사용하였다. 앞의 렌즈  $L_1$ 은 주변광선의 입사각이 높고, 주광선의 입사각이 낮은 렌즈이며, 뒤의 렌즈  $L_2$ 는 반대로 주변광선의 입사각이 낮고 주광선의 입사각이 높은 렌즈이다. 이 연구에서는 주변광선

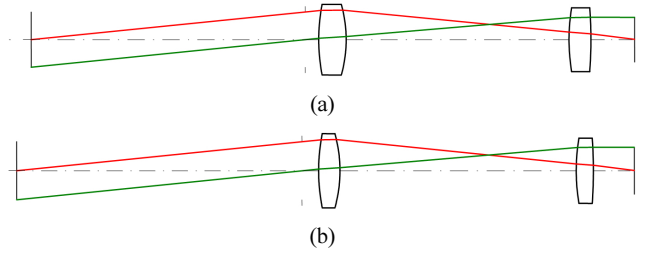


FIG. 4. Optical layouts of the sample lens 1 and its equivalent lens. (a) Sample lens 1, (b) Equivalent lens EL 1A.

TABLE 1. Design data of the sample lens 1 and its equivalent lenses (EL 1A, EL 1B)

Surface #	Sample Lens 1			Equivalent Lens 1A		Equivalent Lens 1B	
	$r$ (mm)	$d$ (mm)	$n$	$r^*$ (mm)	$d^*$ (mm)	$r^*$ (mm)	$d^*$ (mm)
0	-	100.000		-	100.000	-	100.000
1 (stop)	-	5.000		-	5.886	-	5.623
2	50.000	10.000	1.500	50.422	7.500	56.225	7.500
3	-50.000	81.362		-50.463	82.804	-45.761	82.940
4	70.000	8.000	1.500	67.226	6.000	70.317	6.000
5	-150.000	7.278		-166.619	8.084	-150.000	8.211
6	-			-		-	

$$EFL = 80.843 \text{ mm}, NA = 0.1, FOV = 11.42^\circ, u_0 = 0.1, \bar{u}_0 = 0.1$$

TABLE 2. Seidel aberrations of the sample lens 1 and its equivalent lenses (EL 1A, EL 1B)

	Lens Surface #	$L_1$		$L_2$		Sum
		2	3	4	5	
$S_I$	Sample Lens 1	0.103147	0.114439	-0.000664	0.001061	0.217983
	EL 1A	0.104017	0.115499	-0.000638	0.001178	0.220057
	EL 1B	0.085159	0.138519	-0.000657	0.001214	0.224234
$S_{II}$	Sample Lens 1	0.036601	-0.021883	0.001494	0.000441	0.016652
	EL 1A	0.037471	-0.022692	0.001474	0.000441	0.016694
	EL 1B	0.032542	-0.024769	0.001465	0.000501	0.009740
$S_{III}$	Sample Lens 1	0.012987	0.004185	-0.003360	0.000183	0.013995
	EL 1A	0.013498	0.004458	-0.003406	0.000165	0.014716
	EL 1B	0.012435	0.004429	-0.003268	0.000207	0.013804
$S_{IV}$	Sample Lens 1	0.006667	0.006667	0.004762	0.002222	0.020317
	EL 1A	0.006611	0.006606	0.004958	0.002001	0.020175
	EL 1B	0.005929	0.007284	0.004740	0.002222	0.020175
$S_V$	Sample Lens 1	0.006974	-0.002075	-0.003153	0.001000	0.002746
	EL 1A	0.007244	-0.002174	-0.003588	0.000810	0.002292
	EL 1B	0.007018	-0.002094	-0.003284	0.001004	0.002643

을 기준으로 변환된 등가렌즈는 EL 1A(equivalent lens 1A), 주광선을 기준으로 변환된 등가렌즈는 EL 1B (equivalent lens 1B)로 표시하였다.

2매 렌즈계의 두께를 75%로 줄이는 과정에서 등가렌즈 변환법을 적용하였으며, Sample Lens 1과 등가렌즈 EL 1A, EL 1B에 대한 설계 제원은 표 1에 나타나 있다.

원래의 설계는 초점거리 80.843 mm, NA 0.1, FOV 11.42° 이고 횡배율이 -0.8인 렌즈계이며, 등가렌즈 변환을 통해 곡률반경과 면간의 간격이 변화한 것을 볼 수 있다.

표 2에는 Sample Lens 1과 이의 등가렌즈 EL 1A, EL 1B의 Seidel 수차가 정리되어 있다. 변환 결과에 대한 Seidel 수차를 비교해보면  $S_I$ 의 경우, EL 1A의 수차 변화가 주광선을 기준으로 한 EL 1B보다 적었다. 앞의 렌즈  $L_1$ 과 뒤의 렌즈  $L_2$  모두 같은 경향을 보여 주변광선과 주광선의 입사각에 영향을 받지 않는 것으로 보인다.  $S_{II}$ 의 경우에서도 EL 1A가 EL 1B보다 수차 변화가 적었으며, 렌즈 별로 비교하여도 같은 경향을 보였다.  $S_{III}$ 에서는  $L_1$ 의 수차 기여분이 가장 크고 EL 1A보다 EL 1B에서 수차 변화가 더욱 적게 일어나는 것을 알 수 있으며, 전체 수차에서도 EL 1A보다 EL 1B가 원래의 설계에 잘 근사하고 있음을 확인할 수 있다.  $S_{IV}$ 에서  $L_1$ 은 EL 1A가 EL 1B보다 수차 변화가 적으며,  $L_2$ 는 EL 1B가 EL 1A보다 수차 변화가 적게 발생하였다. 각 렌즈에서 기준광선의 선택에 의한 등가렌즈의 수차 특성이

뚜렷하게 나타나고 있다.  $S_V$ 의 경우에는  $L_1, L_2$  모두에서 EL 1B의 수차 변화가 적은 것을 알 수 있다.

기준광선의 선택에 따른 등가렌즈의 Seidel 수차를 비교해보면  $S_I$ 과  $S_{II}$ 는 EL 1A의 수차 변화가 적어 원래 설계의 특성을 잘 근사하고 있으며,  $S_{III}$ 와  $S_V$ 에서는 EL 1B의 수차 변화가 EL 1A보다 적고 수차 특성이 원래의 설계와 매우 유사함을 볼 수 있다.  $S_{IV}$ 는 주변광선의 입사각이 높은  $L_1$ 에서 EL 1A가 보다 수차 변화가 적었고, 주광선의 입사각이 높은  $L_2$ 는 EL 1B의 수차 변화가 적어 기준 광선의 입사각이 영향을 준다고 볼 수 있다. 2매 렌즈로 구성된 Sample Lens 1의 등가렌즈 변환에서 기준광선의 선택에 따른 Seidel 수차의 변화는 각 렌즈로 입사하는 광선의 높이보다는 수차의 종류에 의존하는 것으로 보인다. 따라서 이 특성을 활용한다면 f-수는 작고 시야가 좁은 광학계에서는  $S_I$ 과  $S_{II}$ 의 변화가 적은 주변광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환이 유리하고, 반면에 f-수가 크고 넓은 시야를 가진 광학계에서는  $S_{III}$ 와  $S_V$ 의 변화가 적은 주광선을 기준으로 하는 변환이 보다 유용한 것으로 볼 수 있다.

### 3.2. Sample Lens 2: 광각 Laser 주사광학계

앞 절의 Sample Lens 1에 대한 등가렌즈 변환에서 주광선을 기준으로 변환하면  $S_{III}$ ,  $S_V$ 의 변화가 적음을 볼 수 있었다. 이 절에서는 앞 절의 분석결과를 확인하기 위하여 f-수

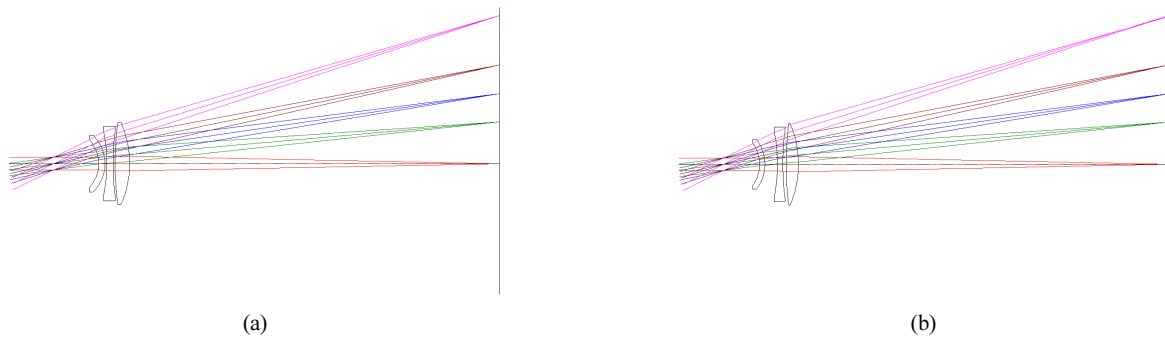


FIG. 5. Optical layouts of the sample lens 2 and it's equivalent lens. (a) Sample lens 2, (b) Equivalent lens EL 2A.

TABLE 3. Design data of the sample lens 2 and it's equivalent lenses (EL 2A, EL 2B)

Surface #	Sample Lens 2			Equivalent Lens 2A		Equivalent Lens 2B	
	$r$ (mm)	$d$ (mm)	$n$	$r^*$ (mm)	$d^*$ (mm)	$r^*$ (mm)	$d^*$ (mm)
1 (stop)	-	72.000		-	58.063	-	65.870
2	-56.661	10.000	1.754	-56.661	8.500	-51.837	8.500
3	-64.226	3.000		-63.546	20.159	-58.199	11.280
4	-255.834	10.000	1.644	-255.888	8.500	-256.799	8.500
5	412.623	3.310		411.549	5.393	409.227	5.369
6	494.737	23.200	1.754	498.183	19.720	504.842	19.720
7	-163.143	591.809		-163.286	592.327	-162.608	592.364
8	-			-		-	

EFL = 510 mm, F/25.5, FOV = 52°

TABLE 4. Seidel aberrations of the sample lens 2 and its equivalent lenses (EL 2A, EL 2B)

	Lens	L <sub>1</sub>		L <sub>2</sub>		L <sub>3</sub>		Sum
		Surface #	2	3	4	5	6	
$S_I$	Sample Lens 2	-0.013473	0.010143	-0.000078	-0.002549	0.002413	0.002930	-0.000614
	EL 2A	-0.013473	0.010036	-0.000078	-0.002542	0.002430	0.002932	-0.000695
	EL 2B	-0.017595	0.013613	-0.000077	-0.002554	0.002405	0.002959	-0.001249
$S_{II}$	Sample Lens 2	-0.010080	0.009635	0.000693	-0.025143	0.024664	0.000424	0.000195
	EL 2A	-0.000921	0.002043	0.000692	-0.025057	0.024880	0.000382	0.002018
	EL 2B	-0.012043	0.011732	0.000686	-0.025147	0.024685	0.000427	0.000340
$S_{III}$	Sample Lens 2	-0.007541	0.009153	-0.006165	-0.248031	0.252124	0.000061	-0.000399
	EL 2A	-0.000063	0.000416	-0.006143	-0.246995	0.254783	0.000050	0.002048
	EL 2B	-0.008243	0.010112	-0.006128	-0.247601	0.253370	0.000062	0.001571
$S_{IV}$	Sample Lens 2	-0.180481	0.159223	-0.036414	-0.022577	0.020670	0.062683	0.003104
	EL 2A	-0.180481	0.160925	-0.036406	-0.022636	0.020527	0.062628	0.004557
	EL 2B	-0.197276	0.175712	-0.036277	-0.022764	0.020256	0.062889	0.002540
$S_V$	Sample Lens 2	-0.140668	0.159945	0.378877	-2.669537	2.788563	0.009090	0.526269
	EL 2A	-0.012348	0.032850	0.377880	-2.657792	2.819284	0.008157	0.568031
	EL 2B	-0.140668	0.160156	0.378935	-2.662015	2.808563	0.009089	0.554060

가 크고 시야각이 넓은 예제렌즈 2(Sample Lens 2)를 사용하여, 주변광선을 기준으로 변환한 등가렌즈 EL 2A와 주광선을 기준으로 변환한 등가렌즈 EL 2B의 Seidel 수차를 비교하였다. 그림 5의 예제렌즈 2는 laser 주사광학계이며, 등가렌즈 변환에서 렌즈의 두께를 원설계의 85%로 줄였다. Sample Lens 2와 등가렌즈 EL 2A, EL 2B의 설계 제원은 표 3에 정리되어 있다.

그림 5의 (a)는 원래의 주사광학계이며, 그림 5(b)에는 주변광선을 기준으로 등가렌즈로 변환된 광학계 EL 2A가 나타나 있다. 등가렌즈 EL 2A와 EL 2B의 모양은 거의 같다. Sample Lens 2의 원설계와 등가렌즈 EL 2A, EL 2B의 Seidel 수차는 표 4에 정리되어 있다.

Sample Lens 2의 등가렌즈 변환에서  $S_I$ 은 예상과 같이 EL 2A의 수차 변화가 EL 2B보다 적고 원래의 설계와 매우 유사함을 확인할 수 있다.  $S_{III}$ ,  $S_V$ 의 경우에도 EL 2B의 수차 변화가 EL 2A보다 적어 원래 설계의 수차 특성을 잘 근사하고 있다.  $S_{II}$ 의 경우에는 앞의 Sample Lens 1의 경우와는 달리 EL 2B가 EL 2A보다 수차의 변화가 작다. 이것을 표 4에서 각 면단위로 상세하게 살펴보면  $S_{II}$ 의 발생이 큰 제5면과 제6면에서 EL 2B의 수차 변화가 작기 때문이며, 제5면과 제6면은 다른 면과 비교하여 주광선의 굴절률변량  $B$ 가  $A$ 보다 약 10배 정도 큰 공통점이 있었다. 이것은 식 (2)의 Seidel 수차식과 일치한다. 앞서의 Sample Lens 1에서는 광학계 전체적으로 주변광선의 굴절률변량  $A$ 가 주광선의 굴절률변량  $B$ 보다 큰 값을 가졌기 때문에 EL 1A가 EL 1B보다  $S_{II}$ 의 변화가 적었으나, Sample Lens 2의 경우는 광각의 주사광학계여서 주광선의 굴절률변량  $B$ 가 주변광선의 굴절률변량  $A$ 보다 큰 면이 많았기 때문에 EL 2B가 EL 2A보다 원

래의  $S_{II}$ 를 잘 근사하고 있는 것으로 이해된다.  $S_{IV}$ 의 경우, 각 면의 수차 기여분만 비교하면 EL 2A가 EL 2B보다 수차 변화가 적게 일어나고 있으나 광학계 전체의 수차는 EL 2B의 변화가 적었다. 이것을 상세하게 분석하여 보면 주변광선을 기준으로 변환한 EL 2A는 각 면에서의 변화가 주로 ‘+’ 방향으로 발생하여 전체의 합이 원설계보다 커진 반면, 주광선을 기준으로 변환한 EL 2B에서는 면 단위의 변화는 크지만 ‘+’ 방향의 변화와 ‘-’ 방향의 변화가 서로 상쇄하여 광학계 전체적으로는 변화가 더 적은 것으로 나타나고 있다.

광각 laser 주사광학계의 등가렌즈 변환에서  $S_I$ 은 EL 2A의 수차 변화가 적었으며, 비축 수차는 EL 2B의 수차 변화가 적게 일어나 원래 설계의 수차 특성을 잘 근사하였다. 이를 통해서 넓은 시야를 가진 광학계에서는 주광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환이 주변광선을 기준으로 한 등가렌즈의 변환보다 더욱 유리한 것을 확인할 수 있었다.

#### IV. 결 론

광학설계에서 등가렌즈는 축상두께는 다르지만 전체 굴절능과 근축광학적 특성이 같고 수차 특성이 유사한 렌즈를 의미한다. 광학계는 물체의 결상과 동 의 결상이 동시에 일어나고 있으며, 주변광선은 물체의 결상을 대표하고 주광선은 동 의 결상을 대표하는 광선으로 볼 수 있다. 지금까지의 등가렌즈 변환은 주변광선을 기준으로 하는 등가렌즈 변환법이 적용되어 왔었다. 이 연구에서는 2종의 예제렌즈를 주광선을 기준으로 등가렌즈로 변환하고 주변광선을 기준으로 하는 기존의 등가렌즈 변환과의 차이점을 분석하였다.

주변광선의 입사각이 높고 주광선의 입사각이 낮은 1번 렌즈와 주변광선의 입사각이 낮고 주광선의 입사각이 높은 2

번 렌즈로 구성된 2매 광학계의 등가렌즈 변환에서는  $S_I$  과  $S_{II}$  는 주변광선을 기준으로 변환한 경우가 수차의 변화가 적었으며  $S_{III}$ ,  $S_V$  는 주광선을 기준으로 변환한 경우가 수차의 변화가 적다.  $S_{IV}$  의 경우에는 주변광선의 입사각이 높은 1번 렌즈는 주변광선을 기준으로 한 경우가 수차 변화가 적었으며 주광선의 입사각이 높은 2번 렌즈의 경우는 주광선을 기준으로 한 경우가 수차 변화가 적었다. Seidel 수차식을 살펴보면 주변광선의 굴절불변량  $A$ 의 제곱에 비례하는  $S_I$  은 주변광선을 기준으로 변환하고, 주광선의 굴절불변량  $B$ 의 제곱에 비례하는  $S_{III}$  와  $S_V$  는 주광선을 기준으로 하는 것이 보다 적절한 것으로 예상되며 이것은 Sample Lens 1의 등가렌즈 변환 결과와 일치한다.  $S_{II}$  의 경우는 Sample Lens 1에서 전체적으로 주변광선의 굴절불변량  $A$ 가 주광선의 굴절불변량  $B$ 보다 큰 면이 많았기에 주변광선을 기준으로 변환한 경우가 수차의 변화가 적은 것으로 설명할 수 있다.

Sample Lens 2는 단순한 구조의 2매 광학계인 Sample Lens 1에서 얻은 결과를 검증하기 위하여 f-수가 크고 시야 각이 넓은 laser 주사광학계를 선택하였다. Sample Lens 2의 등가렌즈 변환에서는  $S_I$  은 예상과 같이 주변광선을 기준으로 변환한 경우가 수차의 변화가 적었으나 비축수차인  $S_{II}$ ,  $S_{III}$ ,  $S_{IV}$ ,  $S_V$  는 모두 주광선을 기준으로 한 등가렌즈 변환이 수차의 변화가 적었다. Seidel 수차식과 2종의 Sample Lens의 등가렌즈 변환에서 얻어진 결과를 본다면 구면수차의 보정이 중요한 f-수가 작고 시야가 좁은 광학계의 설계에서는 주변광선을 기준으로 하는 등가렌즈 변환이 적절하며, 반대로 f-수가 크고 시야가 넓은 광학계의 설계에서는 주광선을 기준으로 하는 등가렌즈 변환이 적절할 것으로 볼 수 있다.

## 감사의 글

이 논문은 2012학년도 청주대학교 연구장학의 지원에 의해 연구되었습니다.

## References

1. Y. S. Chun, "A study on the design of optical system by using equivalent lens," Master's Thesis, Cheongju University (1999).
2. J. U. Lee, "A study for an analytic conversion between equivalent lenses," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **23**, 17-22 (2012).
3. J. U. Lee and K. S. Kim, "Generalization of equivalent lens conversion and third order aberration formulae of the generalized equivalent lens system," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **7**, 305-313 (1996).
4. J. U. Lee and S. C. Park, "Generalized lens group conversion to their equivalent lenses," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **9**, 251-257 (1998).
5. K. Miyake, *Renzu Sekkeino Kenri (Japanese, Principles of Lens Design)* (Kodansha, Tokyo, Japan, 1981), Chapter 8.
6. Y. S. Chun, H. S. Kim, and J. U. Lee, "Optical design of cemented doublets by using equivalent lens system," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **9**, 282-290 (1998).
7. W. T. Welford, *Aberrations of the Symmetrical Optical System* (Academic Press INC, London, UK, 1974), Chapter 7.
8. W. J. Smith, *Modern Optical Engineering*, 4th ed. (McGraw Hill, New York, USA, 2008), Chapter 6.