

교통량 제어 시스템을 위한 퍼지 관측기 설계

Fuzzy Observer Design for Traffic Control System

맹 건 표, 최 한 호*
(Gunpyo Maeng¹ and Han Ho Choi^{1,*})
¹Div of EEE, Dongguk University-Seoul

Abstract: We propose a nonlinear observer design method for traffic control systems based on T-S fuzzy approach. We parameterize the observer gains in terms of the solution matrices of LMIs. We also give a simple algorithm to compute the observer gain matrices. Finally we give simulation results to show the effectiveness of the proposed fuzzy observer design method.

Keywords: nonlinear system, fuzzy system, LMI, traffic control, observer

I. 서론

교통 혼잡은 도로 이용의 비효율화, 물류비용 증가, 공기 오염의 심화 등 산업, 사회, 경제적인 부작용을 야기한다. 특히 서울을 포함한 7대 도시의 2006년도 교통혼잡비용이 총16조4,8885억원으로 추정되었으며 전국적인 교통혼잡비용은 매년 꾸준히 증가해오고 있으며 1998년에 비해 10년이 지난 2008년에 2배 이상이 증가하여 30조원에 육박하고 있음에 유의해야 한다[1,9]. 진입로 신호등 제어 방법은 도로의 효율성을 증가시켜 교통 혼잡을 줄여주는 효율적인 방법으로 미국과 유럽 등 선진국에서 많이 사용되고 있는 방법이다. 진입로 신호등 제어는 진입 램프의 적, 녹색등의 점등 주기를 조정함으로 도로로 진입하는 교통량을 조절하는 방법으로 실시간 교통량을 고려하는지 여부에 따라 Open-loop 방식의 정주기식 방법과 폐환(Feedback) 방식으로 교통량에 감응하는 방법으로 분류할 수 있다. 고정주기식 신호등 제어 방식은 비용측면에서 매우 효율적인 방법으로 쉽게 구현할 수 있어 많이 쓰일 수 있으나 Open-loop 방식의 제어 방식이라 교통혼잡 원인의 50% 이상을 차지하는 교통사고, 기상이변, 도로공사 등 비정기적인 이유로 인한 교통혼잡에 효과적으로 대응하지 못하는 단점이 있다. 피드백 방식의 교통량 감응 방법은 교통량을 실시간으로 측정하여 이에 따라 진입로 신호등의 점등 주기를 제어한다[1-4].

교통 모델 동역학은 교통량 밀도와 속도를 상태값으로 하는 비선형 방정식으로 일반적으로 차량의 속도는 현존하는 가장 높은 검지율을 자랑하는 루프감지기를 통해 정확하게 검지할 수 있는데 반해 차량의 밀도를 측정하기 위해서는 값비싼 부가적인 검지시스템을 요구하므로 본 논문에서는

차는 차량의 속도만 출력으로 주어진다고 가정하고 차량 밀도값을 추정하기 위한 관측기를 T-S 퍼지제어 이론에 따라 제안할 것이다. T-S 퍼지제어 이론은 기존의 제어기법으로 해결하기 힘든 복잡한 비선형 또는 불확실한 시스템에 성공적으로 적용되어 왔다[5,6]. 본 논문에서는 우선 교통 모델 방정식의 T-S 퍼지 모델을 구할 것이다. LMI를 사용하여 퍼지 관측기가 존재할 조건을 구하여 관측기 이득을 매개변수화할 것이다. 관측기의 안정성을 증명해 보이고 LMI에 기반한 설계알고리즘을 예제와 함께 제공할 것이다.

II. 문제 설정

이전 결과 [1-4]를 참조하여 다음과 같은 단순화된 2차의 거시적인 교통 모델 비선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -k_1 x_1 x_2 - k_2 x_1 - k_3 x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= -k_4 x_1 - k_5 x_2 - k_1 x_2^2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 x_1 은 교통량 밀도오차, x_2 는 평균속도 오차, u 는 제어입력으로 정규화된 차량 진입률을 의미한다. 그리고 $k_i, i=1, \dots, 5$ 는 고려하는 단위 도로의 길이, 최고 속도, 설정 교통량 밀도, 설정 평균속도, 포화 교통량 밀도 등 값들에 의존하는 상수값들이다.

일반적으로 차량의 속도는 현존하는 가장 높은 검지율을 자랑하는 루프감지기를 통해 정확하게 검지할 수 있는데 반해 차량의 밀도를 측정하기 위해서는 값비싼 부가적인 검지시스템을 요구하므로 본 논문에서는 x_2 만 출력으로 주어진다고 가정할 것이다. 퍼지 관측기를 설계하기 위해서는 교통 모델 방정식을 퍼지모델로 표현해야 할 필요가 있다. T-S 퍼지 모델은 일반적으로 대상시스템의 적절한 동작점들을 선정하고, 선정된 동작점에 대응하는 단순한 국부적인 선형모델들을 얻고, 마지막으로 이들 선형모델들을 적절히 조합하여 얻을 수 있다[5,6,8]. 이전의 결과들 가운데 [8]의 Sector nonlinearity 방법을 참조하여 다음처럼 r 개의 규칙을 갖는 퍼지모델로 교통 모델 비선형 방정식을 근사화할 수 있겠다.

* Corresponding Author

Manuscript received January 3, 2013 / revised March 12, 2013 / accepted April 9, 2013

맹건표, 최한호: 동국대학교 전자전기공학부

(gunp1224@dongguk.edu/hhchoi@dongguk.edu)

* 이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2012R1A1A2001439).

System Rule i : If y is F_i , Then

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -k_1 W_i x_1 - k_2 x_1 - k_3 x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= -k_4 x_1 - k_5 x_2 - k_1 W_i x_2\end{aligned}$$

여기에서 $i = 1, \dots, r$ 이며 F_i 는 퍼지 집합들을 의미하며, r 은 퍼지규칙의 갯수, W_i 는 i 번째 동작점을 의미한다. 결국 일반적인 추론방법에 의하여 다음의 전역적인 퍼지 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(y) A_i x + Bu, \quad y = Cx \quad (2)$$

여기에서 $x = [x_1, x_2]^T$ 이고, $h_i(\cdot) = m_i(\cdot) / \sum_{j=1}^r m_j(\cdot)$ 이며, $m_i : R^2 \rightarrow [0, 1]$ 는 멤버십 함수이다. h_i 는 정규화된 가중값으로 간주될 수 있으며 $h_i(y) \geq 0, \sum h_i(y) = 1$ 이 성립한다. 그리고 A_i, B 는 다음처럼 정의 된다.

$$A_i = \begin{bmatrix} -k_1 W_i - k_2 & -k_3 \\ -k_4 & -k_1 W_i - k_5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

결국 본 논문에서 해결해야 할 문제를 퍼지 모델 (2)에 대한 점근적인 안정성을 보장하는 퍼지 관측기를 설계하는 것으로 설정할 수 있다.

주 1: $r=2$ 로 $W_1 = -W_0 < W_2 = W_0$ 이라 가정하고 h_1, h_2 를 다음처럼 설정한 경우를 고려해보자.

$$h_1 = \begin{cases} 0, & \text{if } y \leq -W_0 \\ 0.5(y + W_0) / W_0, & \text{if } -W_0 \leq y \leq W_0 \\ 1, & \text{if } y \geq W_0 \end{cases}$$

$$h_2 = 1 - h_1$$

그러면 $y \in [-W_0, W_0]$ 영역에서 위의 퍼지모델 (2)와 비선형 시스템 (1)간의 모델링오차가 없음을 보일 수 있다.

III. 주요 결과

주어진 퍼지 모델 (2)에 대하여 다음의 국부적인 선형 관측기를 고려하자.

Observer Rule i : If y is F_i , Then

$$\dot{x}_e = A_i x_e + Bu + L_i(y - Cx_e)$$

여기에서 $x_e = [x_{e1}, x_{e2}]^T$ 는 상태 x 의 추정치이며 $L_i \in R^{2 \times 1}$ 는 관측기 이득행렬이다. 위의 국부적인 관측기로부터 전역적인 비선형 퍼지 관측기를 가중평균에 의해 다음처럼 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_e = \sum_{i=0}^r h_i(y) [A_i x_e + L_i(y - Cx_e)] + Bu \quad (4)$$

결국 (2)와 (4)로부터 다음의 오차방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{e} = \sum_{i=0}^r h_i(y) (A_i - L_i C) e \quad (5)$$

여기에서 $e = x - x_e$ 이다. 다음의 LMI 조건을 고려해보자.

$$P > 0, \quad PA_i + A_i^T P - Y_i C - C^T Y_i^T < 0 \quad (6)$$

그러면 다음의 안정도 정리를 얻을 수 있다.

정리 1: LMI (6)을 만족시키는 해 (P, Y_i) 가 존재한다고 가정하자. 그리고 퍼지관측기 (4)의 이득 L_i 가 다음처럼 주어진다고 가정하자.

$$L_i = P^{-1} Y_i \quad (7)$$

그러면 관측기오차 e 는 지수적으로 0에 접근한다.

증명: 만약 (6)을 만족시키는 해가 존재하면 다음을 만족시키는 양한정 행렬 Q 가 존재한다.

$$PA_i + A_i^T P - Y_i C - C^T Y_i^T \leq -Q < 0 \quad (8)$$

리아푸노프함수를 $V = e^T P e$ 를 정의하면 \dot{V} 는 다음처럼 주어진다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= 2e^T P \dot{e} = 2e^T \sum_{i=1}^r h_i(y) P (A_i - L_i C) e \\ &= 2e^T \sum_{i=1}^r h_i(y) [PA_i - Y_i C] e \leq -e^T Q e \leq 0\end{aligned} \quad (9)$$

결국 위의 부등식은 관측오차 $e(t)$ 가 지수함수적으로 0에 수렴하게 됨을 의미한다. Q.E.D.

주 2: 이전 결과들로부터 부가적인 LMI식을 첨가하면 그에 해당하는 성능지수를 만족시키는 관측기의 설계가 용이함을 알 수 있다. 만약 LMI (6)을 다음으로 대체한다면 α -안정도를 보장하는 관측기를 설계할 수 있다.

$$P > 0, \quad P(A_i + \alpha I) + (A_i + \alpha I)^T P - Y_i C - C^T Y_i^T < 0 \quad (9)$$

이 이외에도 [7]에 주어진 LQ 성능지수, H_2/H_∞ 등 시간영역, 주파수 영역의 LMI로 나타낼 수 있는 유용한 성능지수를 관측기 설계시 고려할 수 있다.

주 3: 교통 모델 비선형 방정식 (1)을 $x=0$ 부근에서 선형화해서 얻어지는 다음과 같은 선형시불변 시스템에 대하여 Kalman-Bucy 관측기를 설계하여 사용할 수도 있겠다.

$$\dot{x} = A_o x + Bu, \quad y = Cx \quad (10)$$

여기에서 B, C 는 (3)에 정의되었고 A_o 는 다음과 같다.

$$A_o = \begin{bmatrix} -k_2 & -k_3 \\ -k_4 & -k_5 \end{bmatrix}$$

다음의 리카치 방정식을 고려하자.

$$A_o P_o + P_o A_o^T - \frac{1}{\rho} P_o C^T C P_o + Q_o = 0 \quad (11)$$

여기에서 $\rho > 0, Q_o \geq 0$ 이다. 그리고 다음의 선형 관측기를 고려하자.

$$\dot{x}_e = A_o x_e + \frac{1}{\rho} P_o C^T (y - Cx_e) + Bu \quad (12)$$

그러면 위의 관측기 (12)는 비선형 방정식 (1)을 $x=0$ 부

근에서 선형화해서 얻어진 (10)에 다음처럼 불확실성을 첨가한 모델에 대한 관측오차의 분산값, 즉 $E(e^T e)$, 을 최소화하는 Kalman-Bucy 최적 관측기임에 유의해야 한다.

$$\dot{x} = A_o x + Bu + d, \quad y = Cx + z$$

여기에서 $d \in R^2, z \in R$ 는 독립적인 백색 가우시안 잡음으로 $E(d) = 0, E(z) = 0, E(d^T d) = Q_o, E(z^2) = \rho$ 를 만족시키고 $E(\cdot)$ 는 평균값을 의미한다. 제안된 퍼지 관측기에서 $r=1$ 로 하고 동작점을 $x=0$ 으로 하여 (10)의 선형모델을 사용한다고 가정하면 (11)을 만족시키는 양한정 해행렬 P_o 를 이용해서 $P = P_o, Y_i = \frac{1}{\rho} C^T$ 로 선정했을 때 이들은 LMI식 (6)을 만족시킨다. 결국 이는 제안된 퍼지 관측기 (4)가 (12)에 주어진 Kalman-Bucy 최적 관측기를 포괄하는 더 일반적인 형태의 관측기임을 의미한다.

IV. 수치적 예

이전 결과 [1-4]를 참조하여 (1)의 상수 $k_i, i=1, \dots, 5$ 들이 다음처럼 주어진다고 하자.

$$k_1 = 2, k_2 = 160, k_3 = 160, k_4 = 399.92, k_5 = 533.3$$

규칙의 개수 $r=2$ 로 하여 다음 2개의 규칙을 사용한 퍼지 모델을 사용하도록 하자.

System Rule 1 : If y is about W_1 , Then

$$\dot{x} = A_1 x + Bu, \quad y = Cx$$

System Rule 2 : If y is about W_2 , Then

$$\dot{x} = A_2 x + Bu, \quad y = Cx$$

여기에서

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2W_1 - 160 & -160 \\ -399.92 & -2W_1 - 533.3 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -2W_2 - 160 & -160 \\ -399.92 & -2W_2 - 533.3 \end{bmatrix}$$

$$m_1 = e^{-\mu(y+W_0)^2}, \quad m_2 = e^{-\mu(y-W_0)^2}$$

그리고 $W_1 = -W_0 = -W_2, W_0 = 20, \mu = 0.01$ 이다. LMI 조건식 (6)을 풀어 다음 이득을 얻을 수 있다.

$$L_1 = \begin{bmatrix} -37.862 \\ 30.748 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} -3.268 \\ 3.143 \end{bmatrix} \quad (13)$$

초기조건을 $x_1(0) = -x_2(0) = 10, x_{e1}(0) = x_{e2}(0) = 0$ 이라고 하고 입력을 $u=0$ 이라 가정했을 때 위의 이득 (13)을 사용한 퍼지 관측기의 시간에 따른 오차신호 e 의 변화 모양을 그림 1이 보여준다. 비교를 위해서 부가적으로 $x=0$ 부근에서 선형화한 모델에 대하여 $Q_o = I, \rho=1$ 으로 가정했을 때 구해진 Kalman-Bucy 최적 관측기를 다음처럼 구했다.

$$\dot{x}_e = \begin{bmatrix} -160 & -160 \\ -399.92 & -533.3 \end{bmatrix} x_e + \begin{bmatrix} -0.0081 \\ 0.0070 \end{bmatrix} (y - Cx_e) + Bu \quad (14)$$

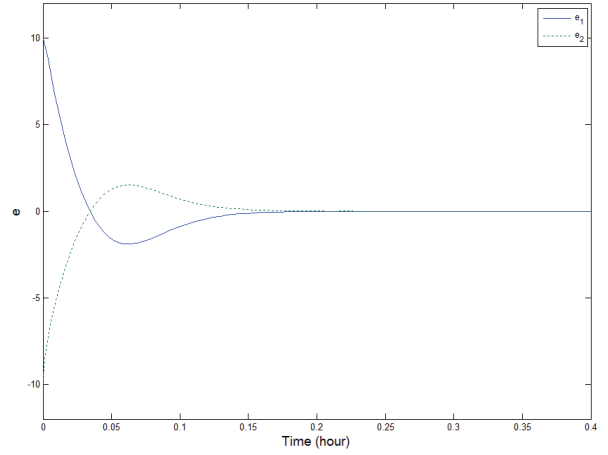


그림 1. 퍼지 관측기에 의한 결과.

Fig. 1. Results by fuzzy observer.

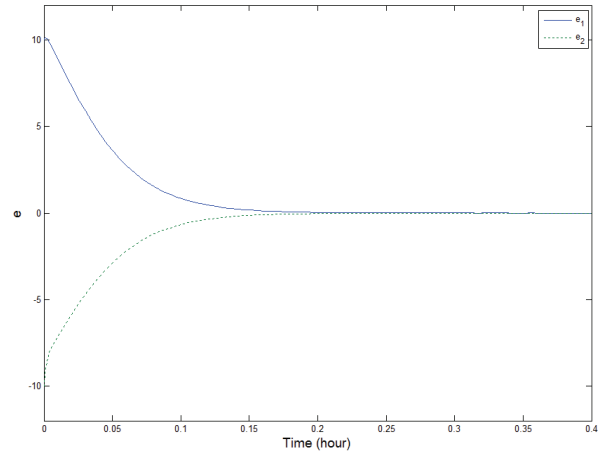


그림 2. 선형 최적관측기 (14)에 의한 결과.

Fig. 2. Results by linear optimal observer (14).

그림 2는 선형관측기 (14)에 의한 시뮬레이션 결과를 보여준다. 한편 (1)의 모델을 $x = [1, -1]^T$ 에서 선형화하면 다음의 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -158.00 & -162.00 \\ -399.92 & -529.33 \end{bmatrix} x + Bu + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$y = Cx$$

위의 선형화된 모델은 (10)의 모델에서 A_o 와 Bu 가 다음처럼 대체된 것이다.

$$A_o \leftarrow \begin{bmatrix} -158.00 & -162.00 \\ -399.92 & -529.33 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$Bu \leftarrow Bu + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

위의 식들과 주 3을 참조하여 $Q_o = I, \rho=1$ 으로 가정하고 다음의 Kalman-Bucy 최적 관측기를 구할 수 있다.

$$\dot{x}_e = \begin{bmatrix} -158.00 & -162.00 \\ -399.92 & -529.33 \end{bmatrix} x_e + \begin{bmatrix} -0.0092 \\ 0.0079 \end{bmatrix} (y - Cx_e) + Bu + \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

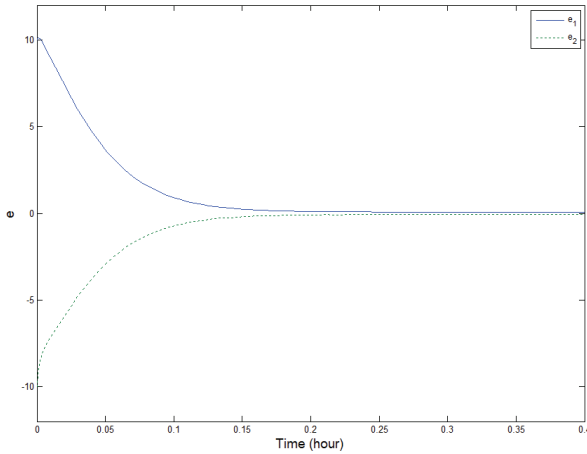


그림 3. 선형 최적관측기 (17)에 의한 결과.
Fig. 3. Results by linear optimal observer (17).

표 1. 수치적인 비교.

Table 1. Numerical comparison.

	퍼지 관측기	선형 관측기 (14)	선형 관측기 (17)
$\int_0^{0.4} \ e(t)\ dt$	0.3375	0.5928	0.6270
$\int_0^{0.4} t\ e(t)\ dt$	0.0137	0.0220	0.0293
$\int_0^{0.4} \ e(t)\ ^2 dt$	1.8347	4.5132	4.5753

그림 3은 선형관측기 (17)에 의한 시뮬레이션 결과를 보여준다. 표 1은 수치적인 결과값들을 정리해 비교해 놓은 것이다. 표에서 보듯이 제안된 비선형 제어기가 최적관측기 (14)나 최적관측기 (17)에 비해 30% 이상 개선된 결과를 보여주는 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 진입로 신호등 제어 시스템을 위한 퍼지 관측기 설계 문제에 대하여 다루었다. LMI를 사용하여 관측기 이득을 매개변수화하였고 수치적인 예를 통해 효용성을 보였다.

REFERENCES

[1] M. Papageorgiou, C. Duakaki, V. Dinopoulou, A. Kotsialos, and Y. Wang, "Review of road traffic control strategies," *Proc. of the IEEE*, vol. 91, no. 12, pp. 2043-2067, Dec. 2003.

[2] H. H. Choi, "SDRE-based near optimal traffic controller design," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 12, pp. 1086-1089, Dec. 2012

[3] B. Sridhar, S. R. Grabbe, and A. Mukherjee, "Modeling and optimization in traffic flow management," *Proc. of the IEEE*, vol. 96, no. 12, pp. 2060-2080, Dec. 2008.

[4] R. R. Kohan, R. Becerril, and A. G. Aghdam,

"Decentralized nonlinear traffic control-I: variable structure linearizing control," *Proc. of the 43rd IEEE conference on Decision and Control*, vol. 69, pp. 14-17, Dec. 2004.

[5] T. A. Johansen, R. Shorten, and R. Murray-Smith, "On the interpretation and identification of dynamic Takagi-Sugeno fuzzy models," *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, vol. 8, no.3, pp. 297-313, Jun. 2000.

[6] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Transaction on System, Man, Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, Jan./Feb. 1985.

[7] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM, Philadelphia, PA, 1994.

[8] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*, John Wiley & Sons, New York, NY, 2001.

[9] W.-K. Hong and W.-S. Shim, "Traffic signal control scheme for traffic detection system based on wireless sensor network," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 18, no. 8, pp. 719-724, Oct. 2012.



맹 건 표

2012년 8월 동국대학교 공과대학 전자전기공학부 졸업(공학사). 2012년 9월~현재 동 대학원 전자전기공학부 석박사 통합 과정.

최 한 호

제어 · 로봇 · 시스템학회 논문지 제16권 제12호 참조.