

상태 궤환을 이용한 H_∞ 반복 제어 시스템의 설계

Design of H_∞ Repetitive Control Systems using State Feedback

도 태 용*
(Tae-Yong Doh^{1,*})

¹Department of Electronic and Control Engineering, Hanbat National University

Abstract: Repetitive control is a specialized control scheme to track and/or attenuate a periodic reference trajectory and/or disturbance. Most researches about repetitive control have been performed in the frequency domain. Recently, several approaches to deal with repetitive control systems in the state space are developed by representing a q filter as a state-space equation. This paper presents a design method of a repetitive control system in the state space to satisfy H_∞ performance. The overall system is composed of a plant, a repetitive controller, and a state-feedback controller, which can be converted to a standard form used in H_∞ control. A LMI (Linear Matrix Inequality)-based stability condition is derived for fixed state-feedback gains. Under a given q filter, another LMI condition is derived to improve H_∞ performance and is employed to find state-feedback gains by solving an optimization problem. Finally, to verify the feasibility of the proposed method, a numerical example is demonstrated.

Keywords: repetitive control, q filter, standard form, Lyapunov-Krasovskii function, LMI (Linear Matrix Inequality), H_∞ performance, stability

I. 서론

반복 제어(repetitive control)는 주기적인 기준 궤적 또는 외란을 갖는 제어 시스템의 추종 오차를 줄이기 위한 제어 구조의 일종이다. 일반적으로 반복 제어기내에 존재하는 주기적인 신호 발생기가 뛰어난 추종 특성을 생성해낸다. 그러나 이 신호 발생기는 정 궤환 루프와 시간 지연항을 가지고 있기 때문에 전체적인 안정 여유를 감소시킨다. 이런 이유로 인해, 반복 제어 시스템의 설계에서는 안정 여유와 추종 성능간의 상충관계가 중요한 요소로 고려된다. Hara 등은 시스템의 안정을 위해서 고주파 영역의 추종 오차 성능을 희생하는 수정된 반복 제어 시스템을 제안하였다[1]. Li와 Tsao는 강인 안정과 강인 성능을 갖는 반복 제어 시스템의 해석과 설계에 대해서 다루었다[2]. Tsai와 Yao는 안정성과 이상적인 성능을 보장하는 반복 제어기 인자의 상한 경계와 하한 경계를 유도하였고[3], 또한 푸리에 해석(Fourier analysis)을 기반으로 한 주기의 추종 오차의 좌승적분에 대한 상한치를 구하였다[4]. Doh와 Ryoo는 성능 가중치 함수를 반복 제어기의 q 필터로 선택하여 강인 제어에서 사용하는 강인 성능 조건으로부터 반복 제어 시스템의 강인 안정 조건을 유도하였다[5]. 또한 [5]의 결과를 확장하여, 일반적인 경우에도 성능 가중치 함수로부터 q 필터를 구할 수 있는 몇 가지 설계 기준과 정상 상태의 추종 오차를 전력 측면에서 해석한 결과를 제시하였다[6,7].

이상과 같이, 반복 제어를 다루는 대부분의 연구들이 전달 함수 표현법과 주파수 영역에서의 접근 방법들을 고려하고 있다. 제어 시스템을 표현하는 방법 중에 하나인 상태 공간에서 반복 제어를 해석하고 설계하는 방법들이 최근에 대두되고 있다. 주파수 영역에서 반복 제어 시스템 설계는 플랜트의 출력만을 이용할 수 있지만, 상태 공간 영역에서는 플랜트의 상태 등을 이용할 수 있어, 상태 궤환, 상태 관측기, 출력 궤환 등 다양한 방법으로 반복 제어 시스템을 설계할 수 있는 장점이 있다. Doh 등은 q 필터를 포함하고 있는 반복 제어를 상태 공간 방정식으로 표현하고 전체 시스템의 안정도를 선형 행렬 부등식(LMI: Linear Matrix Inequality)으로 표현하였다. 또한 LMI 조건을 갖는 최적화 문제를 풀어 q 필터의 최대 주파수를 구함으로써 추종 성능을 극대화하였다[8,9]. 이와 같이, 상태 공간에서 전체 반복 제어 시스템의 안정성을 보장함과 동시에, 추종 성능을 높이려 하는 연구가 진행되어 왔지만, 대부분 1차 저역 통과 필터로 표현되는 q 필터의 최대 주파수를 높여서 추종 성능을 향상시키는 방식을 취하고 있다[10-12]. 그러나 q 필터의 대역이 넓으면 추종 성능이 향상되는 것은 사실이나, 필요 이상으로 증가할 경우 잡음 등의 영향으로 성능이 저하될 가능성이 있다. 반복 제어 시스템에서 DC 이득 1인 저역 통과 필터인 q 필터의 차단 주파수는 기준 궤적 또는 외란의 주기와 비주기적인 외란과 잡음 등의 영향에 따라 정해지는 것이 일반적이어서, 반복 제어기가 주어진 상태에서 전체 시스템의 안정도를 보장하면서도 추종 성능을 향상시킬 수 있는 방법이 필요하다.

본 논문에서는 이와 같은 문제점을 해결하고자, 주어진 주기적 기준 궤적 또는 외란에 대해서, 추종 오차를 감소시

* Corresponding Author

Manuscript received August 27, 2013 / revised September 27, 2013 / accepted October 29, 2013

도태용: 한밭대학교 전자·제어공학과(dolerite@hanbat.ac.kr)

* 본 논문은 2011년 한밭대학교 교내학술연구비의 지원으로 수행되었음.

켜 추종 성능을 향상시킬 수 있는 반복 제어 시스템의 설계 방법을 제안한다. 반복 제어 시스템을 상태 궤환 제어 시스템으로 구성하고, 먼저 LMI로 표현되는 안정 조건을 구한다. 추종해야 하는 기준 입력과 제거해야 하는 외란이 주기 신호이기 때문에, 파워-세미 노름(power semi-norm) 측면에서 추종 성능을 만족하는 상태 궤환 이득을 구한다. 이를 위해, 반복 제어 시스템을 강인 제어에서 주로 사용되는 정규형(standard form)으로 표현한 후, H_∞ 성능에 대한 LMI 조건을 구한다. 이로부터 H_∞ 최적화 문제를 구성하고, 전체 시스템의 안정도를 보장하면서 추종 성능을 높일 수 있는, 즉, H_∞ 성능을 만족하는 상태 궤환 이득을 구한다. 최종적으로 제시한 방식의 타당성을 보이기 위해, 컴퓨터 시뮬레이션 연구를 수행한다.

II. 문제 설정과 안정 조건

본 논문에서는 그림 1로 표현되는 상태 궤환 제어를 통해 시스템의 안정도와 성능을 보장하는 연속 시간 영역의 반복 제어 시스템을 고려한다. 플랜트는 식 (1)의 상태 공간 방정식들로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p(u(t) + d(t)) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 (A_p, B_p) 은 가제어성(controllable)이고, (A_p, C_p) 는 가관측성(observable)이다. 그리고 $x_p(t) = [x_{p1} \ x_{p2}]^T \in \mathbf{R}^p$ 는 플랜트의 상태 변수이고, $d(t)$, $u(t)$, $y_p(t) \in \mathbf{R}$ 는 각각 주기 T 을 가진 주기적인 외란, 제어 입력과 플랜트 출력이다. $v(t) \in \mathbf{R}$ 는 반복 제어기 $C_R(s)$ 의 출력이다. 이 때, 반복 제어기의 q 필터인, $q(s)$ 는 다음과 같이 차단 주파수 ω_c 인 1차 저역 통과 필터라고 가정한다.

$$q(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (2)$$

식 (2)을 이용하여 $e(t) = -y_p(t)$ 에서 $v(t)$ 까지의 전달 함수를 구하면 식 (3)과 같다.

$$V(s) = \frac{1}{1 - q(s)e^{-Ts}} E(s) \quad (3)$$

이를 역 라플라스(Laplace) 변환을 하면, 반복 제어기를 식 (4)과 같은 상태 공간 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= -\omega_c x_r(t) + v(t - T) \\ v(t) &= \omega_c x_r(t) - y_p(t) \end{aligned} \quad (4)$$

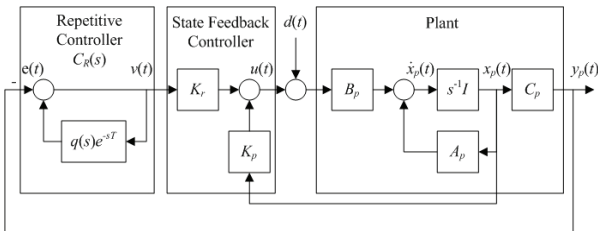


그림 1. 상태 궤환을 갖는 반복 제어 시스템.

Fig. 1. Repetitive control system with state feedback

여기서 $x_r(t) \in \mathbf{R}$ 은 내부 상태 변수이다. 그리고 상태 궤환 제어기는 식 (5)로 표현된다.

$$u(t) = K_p x_p(t) + K_r v(t) = K[x_p^T(t) \ v(t)]^T \quad (5)$$

여기서 $K = [K_p \ K_r]$ 는 시스템의 안정도와 추종 성능을 향상시키기 위한 상태 궤환 이득이다.

안정 조건을 구하기 위해서, 외부 입력인 외란 $d(t)$ 을 0이라고 가정하자. 이 때 페루프 시스템은 다음의 상태 공간 방정식으로 표현된다.

$$\dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + A_h x_d(t - T) \quad (6)$$

여기서 $x_d(t) = [x_p^T(t) \ x_r(t)]^T$ 이고, 각 시스템 행렬은 다음과 같다.

$$A_d = \begin{bmatrix} A_p + B_p(K_p - K_r C_p) & \omega_c B_p K_r \\ 0 & -\omega_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -C_p & \omega_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

정리 1: 만약 식 (9)의 LMI 조건을 만족시키는 양한정 대칭 행렬 P 과 Q 가 존재한다면, 식 (6)의 반복 제어 시스템은 안정하다.

$$\begin{bmatrix} A_d^T P + P A_d + Q & P A_h \\ A_h^T P & -Q \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

증명: 참고 문헌 [13] 참조하여 증명한다. 안정도 해석에 필요한 Lyapunov-Krasovskii 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$V(x_d(t), t) = x_d^T(t) P x_d(t) + \int_{t-T}^t x_d^T(\tau) Q x_d(\tau) d\tau \quad (10)$$

안정성을 보장하기 위해서는 $x_d(t) \neq 0$ 인 모든 $x_d(t)$ 에 대해서, $\dot{V}(x_d(t), t)$ 가 0보다 작아야 한다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_d, t) &= \dot{x}_d^T P x_d + x_d^T P \dot{x}_d + x_d^T Q x_d \\ &\quad - x_d^T(t - T) Q x_d(t - T) < 0, \forall x_d \neq 0 \end{aligned}$$

위의 식을 간략하게 정리하면 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_d, t) &= \\ &\begin{bmatrix} x_d^T \\ x_d^T(t - T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_d^T P + P A_d + Q & P A_h \\ A_h^T P & -Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_d(t - T) \end{bmatrix} < 0, \quad (11) \\ &\forall x_d \neq 0 \end{aligned}$$

식 (11)을 항상 만족하기 위해서는 식 (9)의 부등식이 항상 만족되어야 한다. ■

다음 보조 정리는 다음 장의 H_∞ 성능 조건을 구하기 위하여 사용된다.

보조 정리 1 [Bounded Real Lemma, 14]: 다음과 같은 일반적인 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Dw(t) \end{aligned} \quad (12)$$

이 때, 다음 두 조건은 동일하다.

- 1) A 는 안정하고 $w(t)$ 에서 $z(t)$ 까지 전달 함수 $T_{zw}(s)$ 의 H_∞ 놈(norm)은 γ 보다 작다. 즉, $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$.
- 2) 다음 LMI를 만족하는 양한정 대칭 행렬 P 가 존재한다.

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

III. H_∞ 성능 최적화

유한한 전력을 갖는 주기적인 신호의 성능 지수로 사용되는 파워 세미 놈은 식 (14)와 같이 정의된다[14].

$$\|f\|_p = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^T(t) f(t) dt} \quad (14)$$

알려진 바와 같이 유한한 전력을 입출력 신호를 갖는 시스템의 유도된 놈(induced norm)은 H_∞ 놈으로, H_∞ 놈을 최소화 또는 최대화함으로써 주기적인 외부 입력을 갖는 시스템의 성능을 높이는 것이 일반적이다. 본 논문에서는 주기적인 외란 $d(t)$ 에 대해서 플랜트 출력 $y_p(t)$ 를 최소화하기 위하여, $d(t)$ 와 $y_p(t)$ 간 전달 함수의 H_∞ 놈을 최소화하는 문제를 설정한다. 이를 위해, 먼저 그림 1의 반복 제

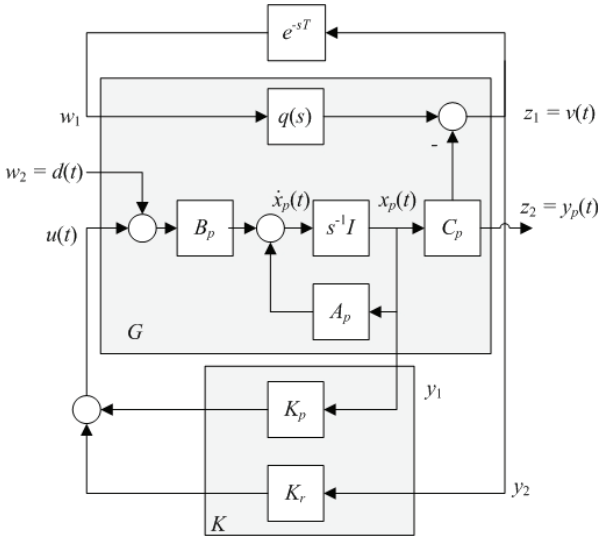


그림 2. 반복 제어 시스템의 정규형.

Fig. 2. A standard form of the repetitive control system.

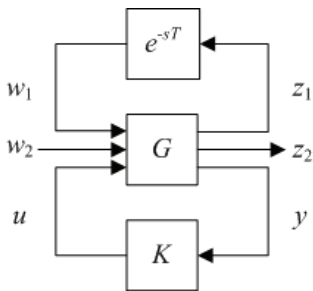


그림 3. 그림 2의 단순화.

Fig. 3. Simplification of Fig. 2.

어 시스템을 그림 2와 같이 H_∞ 제어에서 사용하는 정규형(standard form)으로 나타낸다. 그림 3은 그림 2를 단순하게 표현한 것이다.

$d(t)$ 와 $y_p(t)$ 간 전달 함수 $T_{z_2 w_2}$ 의 H_∞ 놈을 최소화하는 문제는 강인 제어 이론의 강인 성능 조건, 즉, $\|F_u(F_l(G, K), e^{-Ts})\|_\infty$ 을 최소화시키는 문제와 동일하다. 여기서 $F_u(\cdot, \cdot)$ 와 $F_l(\cdot, \cdot)$ 은 각각 상위 선형 변환(upper linear fractional transform, upper LFT)과 하위 선형 변환(lower LFT)를 의미하며, 다음과 같이 정의된다[14].

정의 1 [14]: 복소 행렬 M 은 다음과 같이 분할되고, $\Delta_l \in C^{q_2 \times p_2}$ 와 $\Delta_u \in C^{p_1 \times q_1}$ 은 또 다른 복소 행렬이라고 하자.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \in C^{(p_1 + p_2) \times (q_1 + q_2)}$$

이 때 $(I - M_{11}\Delta_u)^{-1}$ 이 존재한다면, Δ_u 에 대한 상위 선형 변환은

$$F_u(M, \Delta_u) = M_{22} + M_{21}\Delta_u(I - M_{11}\Delta_u)^{-1}M_{12}$$

와 같이 정의된다. 또한 $(I - M_{22}\Delta_l)^{-1}$ 이 존재한다면, Δ_l 에 대한 하위 선형 변환은

$$F_l(M, \Delta_l) = M_{11} + M_{12}\Delta_l(I - M_{22}\Delta_l)^{-1}M_{21}$$

와 같이 정의된다.

더 나아가 반복 제어기의 시간 지연 항이 $\|e^{-Ts}\|_\infty \leq 1$ 의 특성을 만족하므로, small gain 이론에 따라, $\|F_u(F_l(G, K), e^{-Ts})\|_\infty$ 을 최소화하는 문제는 $\|F_l(G, K)\|_\infty = \gamma < 1$ 을 만족하는 가장 작은 γ 를 찾는 일반적인 H_∞ 제어 문제로 변환된다[14]. 즉, $q(s)$ 가 주어졌을 때, H_∞ 제어 문제를 해결하여, 추종 오차를 최소화시키는 폐환 제어기 K 를 찾는 것이다. 증강된(Augmented) 플랜트 G 와 제어기 K 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) \end{aligned} \quad (15)$$

$$u(t) = Ky(t) \quad (16)$$

여기서 상태 변수 $x(t)$ 와 제어 출력 $z(t)$ 는 각각 $x(t) = [x_r(t) \ x_p^T(t)]^T$ 이고, $z(t) = [v(t) \ y_p^T(t)]^T$ 이다. 또한 외부 입력은 $w(t) = [w_1(t) \ d(t)]^T$ 로 정의된다. 상태 폐환 제어기의 입력은 $y(t) = [x_p^T(t) \ v(t)]^T$ 로 정의된다. 시스템 행렬들은 다음과 같이 정의된다.

$$A = \text{diag}(-\omega_c, A_p), \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & B_p \end{bmatrix}, \quad B_2 = [0 \ B_p^T]^T$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \omega_c & -C_p \\ 0 & C_p \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \omega_c & -C_p \end{bmatrix}$$

식 (15)와 식 (16)으로부터 구해진, 폐루프 시스템은 다음

과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A+B_2KC_2)x(t)+B_1w(t) \\ z(t) &= C_1x(t) \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)과 보조 정리 1를 이용하여 다음 정리를 얻는다.

정리 2: 식 (15)로 표현되는 시스템을 고려하자. 만약 식 (18)의 LMI 조건을 만족하는 양한정 대칭 행렬 X 와 적절한 차원의 행렬 W 가 존재한다면, H_∞ 성능 γ 를 달성할 수 있는, 즉, $\|T_{z,w}\|_\infty < \gamma$ 를 보장하는 상태 제환 제어 이득 K 는 식 (20)으로 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \Pi & B_1 & XC_1^T \\ B_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_1X & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\Pi := AX+B_2W+XA^T+W^TB_2^T \quad (19)$$

$$F=KC_2, \quad W=FX \quad (20)$$

증명: 보조 정리 1에 의해, 그림 3의 페루프 시스템의 안정성과 H_∞ 성능 γ 를 보장하는 필요 충분 조건은 다음 LMI 조건을 만족하는 양한정 대칭 행렬 P 가 존재하는 것이다.

$$\begin{bmatrix} \Xi & PB_1 & C_1^T \\ B_1^TP & -\gamma I & 0 \\ C_1 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

여기서, Ξ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\Xi = P(A+B_1KC_2) + (A+B_1KC_2)^TP \quad (22)$$

KC_2 를 F 로 치환하고, 식 (21)의 양변에 $X=P^{-1} > 0$ 을 포함한 $\text{diag}(X, I, I)$ 를 곱한다. 이를 정리하면

$$\begin{bmatrix} (A+B_2F)X+X(A+B_2F)^T & B_1 & XC_1^T \\ B_1^T & -\gamma I & 0 \\ C_1X & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

가 된다. 식 (23)에서 FX 를 W 로 치환하면 식 (18)을 얻을 수 있다. ■

정리 2를 이용하여 H_∞ 성능 최적화 문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Minimize } \gamma \text{ over } X, W, \gamma \text{ satisfying (18)} \quad (24)$$

식 (24)을 풀어냄으로써, 그림 1의 반복 제어 시스템의 H_∞ 성능 γ 를 보장하는 상태 제환 이득 K 를 구할 수 있다.

IV. 시뮬레이션 연구

제안된 방법의 타당성을 보이기 위하여, 시뮬레이션을 수행한다. 고려할 플랜트는 다음과 같다.

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}, \quad B_p = [0 \quad 1]^T, \quad C_p = [2 \quad 0] \quad (25)$$

그리고 식 (1)의 $q(s)$ 는 차단 주파수 ω_c 가 50 rad/sec이다. MATLAB LMI Toolbox [15]를 이용하여, 식 (24)의 최적화

문제를 풀면, H_∞ 성능 지수 γ 는 0.7079로 구해지고, X 와 W 는 다음과 같이 구해진다.

$$X = \begin{bmatrix} 0.02823 & 0.3516 & 0.1256 \\ 0.3516 & 15.00 & -1881 \\ 0.1256 & -1881 & 4.497 \times 10^7 \end{bmatrix} > 0 \quad (26)$$

$$W = [-22 \quad -4.476 \times 10^7 \quad 9.204 \times 10^7] \quad (27)$$

식 (26)과 식 (27)의 결과와 식 (20)을 이용하여 상태 제환 이득 K_p 와 K_r 를 구할 수 있다.

$$WX^{-1} = KC_2 = [K_p \quad K_r] \begin{bmatrix} 0 & I \\ \omega_c & -C_p \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$[\omega_c K_r \quad K_p - K_r C_p] = [Z_1 \quad Z_2] = WX^{-1} \quad (29)$$

여기서 Z_1 과 Z_2 는 각각 K_p 와 K_r 과 차원이 같다. 식 (29)로부터 얻은 두 개의 연립 방정식을 풀어냄으로써, K_p 와 K_r 를 구한다.

$$K_p = [-2.135 \times 10^6 \quad -175.8], \quad K_r = 1.057 \times 10^6$$

두 가지 종류의 외란에 대해서 출력 결과를 비교한다. 먼저, $d(t) = 10\sin(\pi t)$ 인 경우, 즉, 주기 $T=2$ sec인 정현파 형태의 외란이 인가된 경우이다. 반복 제어기는 한 주기가 지난 후, 즉, 2초후부터 동작한다. 그림 4에서 보는 바와 같이 반복 제어기가 동작하기 시작한 2초부터 플랜트의 출력 $y_p(t)$ 는 급격하게 감소하고 있다. 반복 제어기가 동작함에 따라, 주기적의 외란의 영향이 빠르게 사라지고 있음을 알 수 있다. 좀 더 정량적으로 살펴 보면, 반복 제어기가 동작하기 전의 $y_p(t)$ 의 최대 크기는 8.65×10^{-6} 이었으나, 반복 제어기가 동작 후 정상 상태에 도착했을 때, $y_p(t)$ 의 최대 크기는 5.57×10^{-7} 으로 급감한다. 즉, 반복 제어기 동작 전보다 6% 정도의 크기로 감소한다. 플랜트의 상태 변수 $x_p(t)$ 의

두 번째 경우는 외란이 단순한 정현파가 아니라, 다음과 같은 고조파로 구성되어 있다.

$$d(t) = 10 \left(\sin(\pi t) + \frac{1}{3} \sin(3\pi t) + \frac{1}{5} \sin(5\pi t) \right) \quad (30)$$

이 경우에서도 반복 제어기는 한 주기가 지난 후부터 동작한다. 그림 5에서 보는 바와 같이, 반복 제어기가 동작한 2초후부터 플랜트 출력에 나타나는 외란의 영향이 급격하게 줄어드는 것을 알 수 있다. 정량적 분석 결과를 보면, 반복 제어기 동작 전, $y_p(t)$ 의 최대 크기는 7.92×10^{-6} 이고, 동작 후에는 1.79×10^{-6} 으로 급격히 감소한다. 즉, 반복 제어기 동작 전보다 22.5% 정도 감소한다. 앞의 경우에 비해, 외란의 영향이 줄어드는 정도가 적은 것은 외란중 주기 2초의 기본 주파수 신호 성분에 비해 고조파 성분이 충분히 제거되지 못했기 때문이다. 물론 $q(s)$ 의 차단 주파수를 높이면 보다 좋은 성능을 얻을 수 있으나, 성능 지수 γ 가 상승하고, 결국에는 H_∞ 성능 조건을 만족하지 못하는 경우가 발생한다.

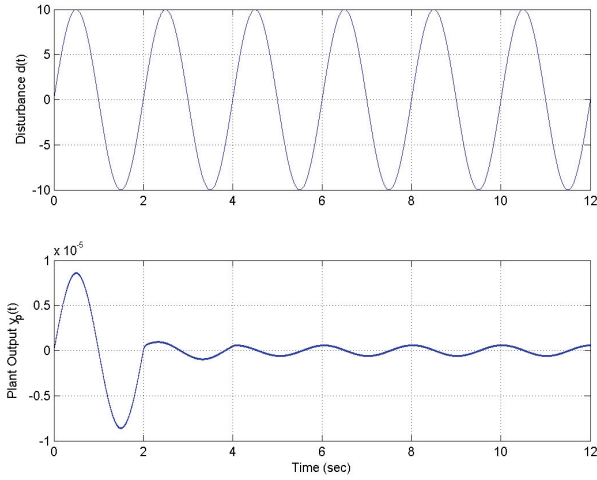
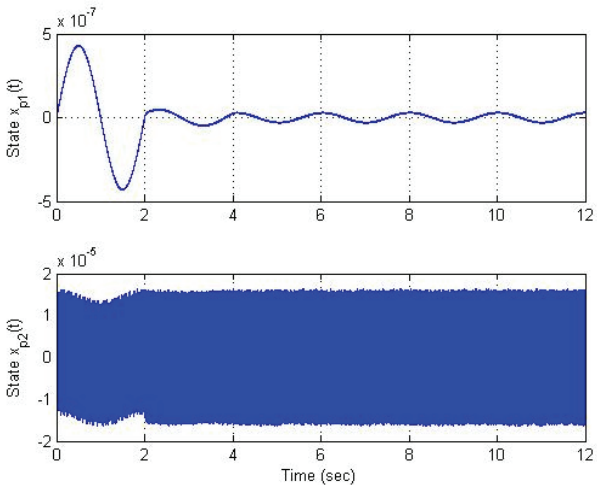
(a) Disturbance $d(t)$ and plant output $y_p(t)$.(b) State variable $x_p(t)$.

그림 4. 외란 $d(t)$ 가 $10\sin(\pi t)$ 인 경우의 시뮬레이션 결과.

Fig. 4. Simulation results in case of $d(t) = 10\sin(\pi t)$.

V. 결론

본 논문에서는 상태 공간에서 반복 제어 시스템을 설계하는 방법을 제시하였다. 반복 제어는 주로 주파수 영역에서 연구되어왔다. 그 결과, 출력 궤환 등을 통해서만 시스템을 설계할 수 있었다. 본 논문에서는 이런 단점을 극복하고자 상태 공간에서 플랜트와 반복 제어기를 모델링하고 상태 궤환 제어기를 이용하여 전체 시스템을 안정화시킬뿐만 아니라, 주기적인 외란에 대해서 H_∞ 성능도 만족하는 반복 제어 시스템을 설계하는 방법을 제시하였다. LMI 조건을 포함한 H_∞ 성능 최적화 문제를 풀어냄으로써, 상태 궤환 이득을 구할 수 있고, 이와 같은 방법의 타당성을 시뮬레이션 연구를 통해 확인하였다.

본 논문은 반복 제어기내에 존재하는 q 필터, 즉, $q(s)$ 를 1차 저역 통과 필터로 가정하였다. 따라서 다양한 형태의 $q(s)$ 를 갖는 반복 제어기에 대해서 적용하기 어렵다. 따라서 추후에 이와 같은 문제를 극복하기 위하여, 일반적인 반복 제어기에 대해서 상태 궤환 제어기를 설계할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다.

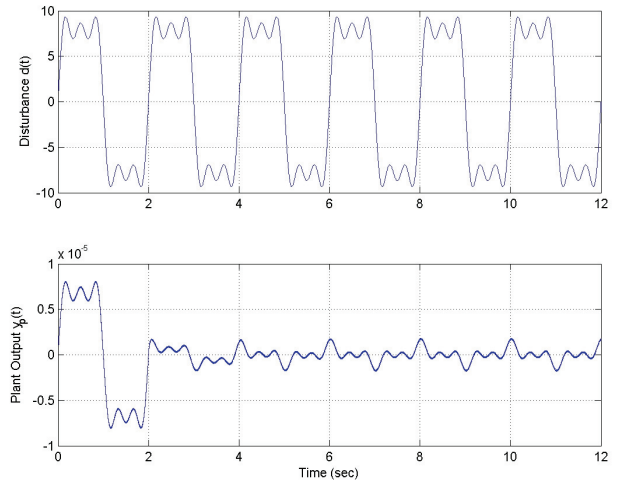
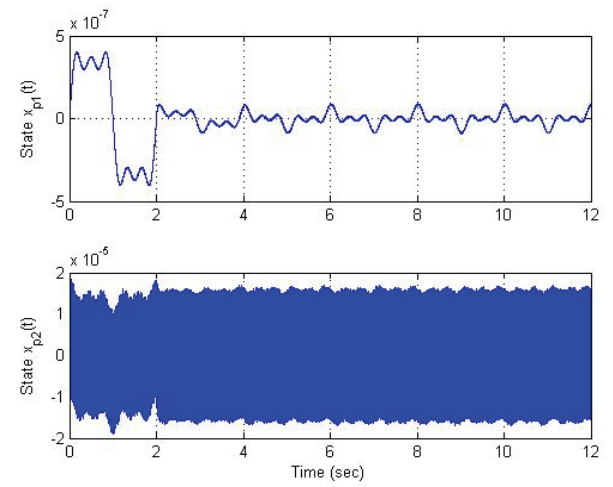
(a) Disturbance $d(t)$ and plant output $y_p(t)$.(b) State variable $x_p(t)$.

그림 5. 외란 $d(t)$ 가 식 (30)인 경우의 시뮬레이션 결과.

Fig. 5. Simulation results in case that $d(t)$ is given as Eq. (30).

REFERENCES

- [1] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata, and H. Nakano, "Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 7, pp. 659-668, 1988.
- [2] J. Li and T.-C. Tsao, "Robust performance repetitive control systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 123, no. 3, pp. 330-337, 2001.
- [3] M.-C. Tsai and W.-S. Yao, "Design of a plug-in type repetitive controller for periodic inputs," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 4, pp. 547-555, 2002.
- [4] M.-C. Tsai and W.-S. Yao, "Analysis and estimation of tracking errors of plug-in type repetitive control system," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 8, pp. 1190-1195, 2005.
- [5] T.-Y. Doh and J. R. Ryoo, "Robust stability condition

- and analysis on steady-state tracking errors of repetitive control systems,” *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 6, no. 6, pp. 960-967, 2008.
- [6] K. S. Kim and T.-Y. Doh, “Repetitive controller design for a robust feedback control system,” *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 7, pp. 668-673, Jul. 2010.
- [7] T.-Y. Doh and J. R. Ryoo, “Robust approach to repetitive controller design for uncertain feedback control systems,” *IET Proc. Control Theory and Applications*, vol. 7, no. 3, pp. 431-439, 2013.
- [8] T.-Y. Doh and M. J. Chung, “Repetitive control design for linear systems with time-varying uncertainties,” *IEE Proc. - Control Theory and Applications*, vol. 150, no. 4, pp. 427-432, Jul. 2003.
- [9] T.-Y. Doh, J. R. Ryoo, and M. J. Chung, “Design of repetitive control: an application to the track-following servo system of optical disk drives,” *IEE Proc. - Control Theory and Applications*, vol. 153, no. 3, pp. 323-330, May 2006.
- [10] Q. Quan, D. Yang, K.-Y. Cai, and J. Jiang, “Repetitive control by output error for a class of uncertain time-delay systems,” *IET Control Theory and Applications*, vol. 3, no. 9, pp. 1283-1292, 2009.
- [11] W. Chen, S. Chang, and W. Zhang, “Linear matrix inequality-based repetitive controller design for linear systems with time-varying input delay,” *IET Control Theory and Applications*, vol. 4, no. 6, pp. 1071-1078, 2010.
- [12] J.-H. She, M. Wu, Y.-H. Lan, and Y. He, “Simultaneous optimization of the low-pass filter and state-feedback controller in a robust repetitive-control system,” *IET Control Theory and Applications*, vol. 4, no. 8, pp. 1366-1376, 2010.
- [13] M. S. Mahmoud, *Robust Control and Filtering for Time-delay Systems*, Marcel Dekker, Inc., 2000.
- [14] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, 1996.
- [15] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox User's Guide*, The MathWorks, Inc., 1995.



도 태 용

1992년 경북대학교 전자공학과 졸업.
 1994년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사. 1999년 동 대학원 박사.
 1997년~2001년 삼성전자 디지털 미디어 연구소 책임연구원. 2002년 3월~현재 국립한밭대학교 전자제어공학과 교수.

관심분야는 강인제어, 학습제어, 반복제어, 디지털 제어 시스템.