

가속도 측정법을 이용한 외부긴장재의 장력 추정 시 경계조건 연구

A Study on the Boundary Condition of Extenral Tendons in Tension Measurement Using Vibration Method



정수형¹⁾

Jung, Soo Hyung



박성우^{2)*}

Park, Sung Woo



김창연³⁾

Kim, Chang Yeon



백남철⁴⁾

Baek, Nam Cheol

1. 머리말

PSC 교량의 안전진단에 있어서 텐던의 상태와 긴장력을 확인하는 것은 교량의 안전성 확인에 핵심적인 사항이나 실제로는 그 상태를 확인할 수 있는 방법이 제한적이어서 진단 시 어려움을 겪어왔다. PSC 교량 중에 PSM (Precast Segmental Method) 공법으로 시공된 교량과 같이 외부텐던으로 지지되고 있는 경우 간접적으로 텐던의 상태를 확인할 수 있는 방법이 있으나 현실적인 어려움이 따르기 때문에 아직까지는 정밀안전진단 실무 시에 긴장력을 확인하는 과정이 일반화 되어 있지 않은 실정이다.

외부텐던의 긴장력을 확인할 수 있는 평가 방법으로는 가속도센서를 활용하여 텐던의 고유진동수를 측정하고 장력을 추정하는 방법과 EM(elasto-magnetic) 센서를 활용하여 평가하는 방법 등이 있다.

이 중 가속도 센서를 활용하는 방법은 측정이 비교적 간단하고 경제적이므로 실무에서 적용이 용이하나 그라우팅의 질량과 텐던의 경계가 되는 격벽 또는 Deviation Block 과 맞닿는 부분의 경계조건이 불확실하여 EM 센서에 비하여 신뢰도가 떨어지는 단점이 있다. 외부텐던은 PE관에

강선을 배치하고 그 내부가 그라우팅 되어 있는 경우 PE 관과 강선의 질량은 변화가 없으나 그라우팅과 관련한 시공 정보가 없는 경우가 많고 그라우팅이 실시되지 않은 빈공간이 존재할 수 있으므로 그라우팅의 질량은 정확하게 추정이 어렵다. 질량을 정확하게 추정하지 못한다면 그만큼 측정오차가 발생할 수 있다. 그러나, 질량의 문제보다 더 큰 변수는 텐던 양 끝단의 경계조건 변화에 따라 장력 추정값의 큰 차이가 발생하며 이러한 차이는 텐던의 길이가 짧아질수록 두드러진다. 케이블의 길이가 긴 현수교나 사장교의 장력 추정 시 경계조건 변화의 영향이 크지 않을 수 있다. 그러나 PSC 거더교의 외부텐던은 Deviation Block 및 격벽사이의 길이가 비교적 짧기 때문에 케이블 교량에 비하여 경계의 영향을 많이 받는다고 볼 수 있다.

따라서, 본 기사에서는 PSC 교량의 외부텐던의 장력을 추정함에 있어서 다양한 가속도 측정방법을 분석하고 격벽 및 Deviation Block으로 이루어진 텐던 경계부의 거동을 파악하여 보다 정확한 추정 방법을 연구하기 위한 방향을 제시하고자 한다.

2. 가속도 센서를 활용한 텐던의 장력 추정기법

케이블 또는 텐던과 같은 현의 거동을 하는 부재는 케이블의 휨강성과 처짐(Sag), 케이블 양쪽 끝단의 경계조건에 따라 거동 특성이 달라지게 된다. 이러한 조건의 변화

1) 한국시설안전공단 진단본부 고속도로실 실장, 공학박사

2) 한국시설안전공단 진단본부 일반도로실 차장

3) 한국시설안전공단 진단본부 고속도로실 직원

4) 한국시설안전공단 진단본부 고속도로실 직원

* E-mail : sungwoo@kistec.or.kr

에 따라 케이블 및 텐던의 장력을 구하는 이론적인 방법을 분석하였다.

2.1 외부텐던의 가속도 분석

외부텐던은 Fig. 1과 같이 길이 L에 대하여 양쪽 끝단은 격벽 및 Deviation Block으로 지지되어 있으며, 지지 끝단의 경계조건이 명확하지 않은 상태이다. 격벽이나 Deviation Block으로 강선이 연속되어 있으므로 고정조건에 가깝다고 볼 수 있으나 현의 거동은 보의 거동과 차이가 있어 긴 장재 양쪽 끝단을 지지하고 있는 휨강성의 추정이 어렵기 때문에 명확한 경계조건의 파악은 간단한 문제는 아니다.

텐던 내부는 Fig. 2와 같이 그라우팅되어 있고 외부는 PE관으로 둘러싸여 있다. 그라우팅이 밀실하게 채워져 있는 경우 강선과 그라우팅, PE관이 일체화 거동을 한다고 볼 수 있으므로 PE관 외부에 부착된 가속도 센서는 충분히 텐던 전체의 고유진동수를 반영한다고 판단할 수 있다.

텐던의 질량을 고려함에 있어서 시공 당시의 자료가 부족한 공용중인 교량의 경우 그라우팅의 정확한 질량을 반영하기 어렵고 Deviation Block으로 인하여 텐던의 방향 전환이 이루어 지면서 텐던의 배열이 한쪽으로 치우칠 수 있어 각 단면마다 휨강성이 일정하지 않을 수 있다.

본 기사의 시험에 적용된 텐던의 물성은 Table 1과 같다.

Table 1에서 덕트 PE관의 단위중량은 $1,000\text{kgf/m}^3$ 로 적용하고 그라우트의 밀도는 정확한 추정이 어려워 기존의 연구에서 사용한 동등한 텐던에 적용된 그라우트의 유효단



Fig. 1 외부긴장재의 구속형태

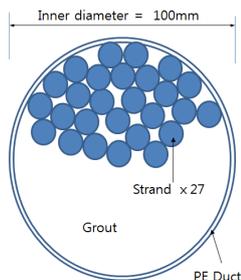


Fig. 2 외부 텐던의 단면

위중량 $1,850\text{kgf/m}^3$ 을 적용하였다(Sagués et al, 2006). 이에 따라 텐던의 단위길이당 중량은 30kgf/m 을 적용하였다.

가속도 추정방법에 따른 분석을 위해서 선택한 텐던은 외부 강선 지지길이가 긴 23.2m의 텐던과 지지길이가 짧은 3.84m의 텐던을 적용하였다. 각각의 텐던은 동일한 긴 장력을 갖도록 설계되어 있으므로 길이의 변화와 상관없이 유사한 값을 갖는다.

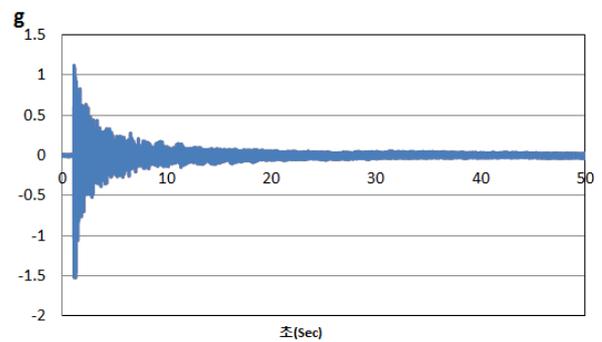
텐던의 가속도 측정은 센서를 3/8L 지점에 부착하여 고차모드의 분석이 용이하도록 하였다. U1과 U2에 센서를 부착하고 3/4L 지점에 햄머로 타격하여 획득한 가속도 응답은 Fig. 3과 같다.

Table 1 외부 텐던의 적용 물성

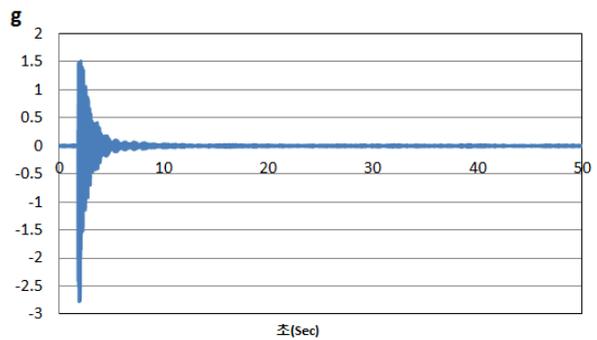
강연선 개수(EA)	27	강연선 직경(mm)	12.7
강연선 단면적(mm ²)/EA	98.71	강연선의 단위중량(kgf/m)	0.774
PE관의 외경(mm)	110	PE관 내경(mm)	100
추정된 그라우팅 밀도(kg/m ³)	1,850	단위길이당 텐던의 중량(kgf/m)	30

Table 2 적용 텐던의 길이

텐던 ID	U1	U2
지지길이(m)	23.2	3.84

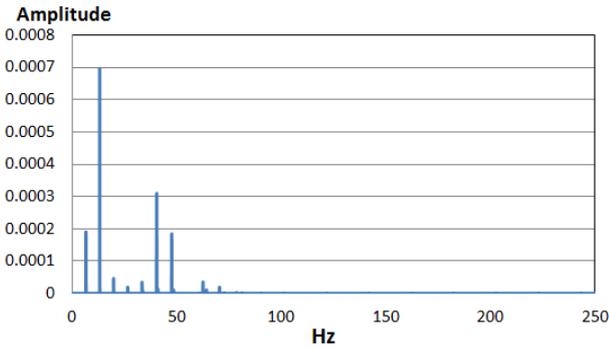


(a) U1의 가속도 응답

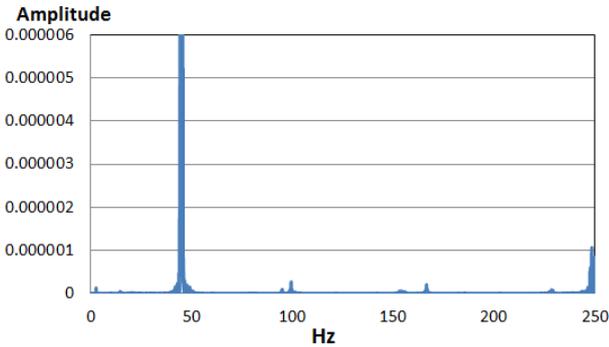


(b) U2의 가속도 응답

Fig. 3 외부 텐던의 가속도 응답



(a) U1



(b) U2

Fig. 4 가속도 분석 결과

Table 3 외부텐던의 고유진동수

텐던 ID	U1	U2
지지길이(m)	23.2	3.84
1차모드(Hz)	6.531	45.41
2차모드(Hz)	13.123	99.304
3차모드(Hz)	19.745	166.443
4차모드(Hz)	26.489	248.383
5차모드(Hz)	33.325	-
6차모드(Hz)	40.344	-
7차모드(Hz)	47.546	-

획득한 가속도 응답으로부터 햄머 타격 후 5초 이후의 자유진동 신호를 이용하여 FFT 분석을 실시하였다. 가속도는 500Hz의 샘플링을 실시하였으므로 250Hz의 신호까지 FFT 분석이 가능하며 그 결과는 Fig. 4와 같다.

가속도 신호는 텐던의 길이가 긴 U1의 경우 7차 모드까지 명확한 피크치를 얻을 수 있으나 텐던의 길이가 짧아져 고유진동수가 증가하게 되면 1차 모드의 피크치가 두드러지는 반면 2차 이상의 고차모드의 피크는 상대적으로 낮아지고 피크치가 다소 불안정해지는 경향을 알 수 있다.

위의 분석 방법에 따라 고유진동수를 정리하면 Table 3

Table 4 텐던의 휨강성을 고려하지 않을 경우 추정 장력

텐던 ID	양단힌지에 의한 추정 장력 (kN)	
	U1	U2
1차모드	2755	3649
2차모드	2781	4362
3차모드	2798	5447
4차모드	2832	6823
5차모드	2869	-
6차모드	2920	-
7차모드	2980	-

과 같다.

이상과 같은 주파수 분석으로부터 다양한 분석 방법을 통해 해당 텐던의 장력을 추정할 수 있다.

2.2 양단의 휨강성을 고려하지 않은 경우

텐던의 휨강성이 0에 가까워 텐던 양측의 경계가 힌지인 조건과 텐던의 새그효과를 무시할 수 있는 경우 현의 운동 방정식(equation of motion of a string)으로부터 다음과 같은 식 (1)을 적용하여 텐던의 장력을 추정할 수 있다.

$$T = \left(\frac{2f_n}{n} \right)^2 mL^2 \quad (1)$$

여기서, T : 텐던 장력

f_n : 측정된 n 차 고유진동수

m : 단위길이당 텐던의 질량

L : 텐던의 길이

이 방법은 텐던의 휨강성을 무시하였기 때문에 지지하는 양쪽 끝단의 경계조건이 힌지로 거동함을 의미한다.

이 방법을 통하여 앞선 U1과 U2 텐던의 장력을 추정하면 Table 4와 같다.

길이가 짧은 U2의 경우 1차모드의 추정장력 자체도 U1에 비하여 크고 고차모드로 갈수록 추정장력이 급격히 증가하는 경향을 볼 수 있다. 이는 텐던의 길이가 짧아 경계면의 영향을 많이 받기 때문이며, 텐던의 경계에서의 휨강성이 텐던의 거동에 큰 영향을 미치고 있기 때문이다. 따라서 이러한 경우에는 반드시 휨강성을 고려하여 장력을 추정하여야 한다. 비교적 길이가 긴 U1의 경우 모드의 차수가 증가할수록 추정장력이 점차 증가하나 U2와 비교해서는 증가폭이 크지 않음을 알 수 있다. 이는 경계면에서

의 휨강성이 존재하지만 텐던의 길이가 길어지면 그만큼 경계면의 영향을 덜 받는다는 것을 의미한다.

휨강성을 고려하지 않아 양단이 힌지거동을 하는 장력추정방법은 텐던의 길이가 비교적 짧은 PC텐던에 적용하기에는 오차가 있는 방법으로 평가된다.

2.3 다중모드를 이용한 장력추정 방법

텐던의 휨강성을 고려하여 장력을 추정하는 방법 중 텐던의 다중진동모드를 이용하는 방법은 고유진동수 차수의 제곱과 고유진동수를 차수로 나눈 값은 비례관계에 있다는 것에 착안하여 장력을 구하는 방법으로 다음 식으로부터 구할 수 있다(Cho et al, 2013).

$$T = \left(\frac{2f_n}{n}\right)^2 mL^2 - \frac{S\pi^2}{L^2}n^2 \quad (2)$$

여기서 S 는 텐던의 휨강성을 나타낸다. 위 식에서 비례관계에 있는 $(f_n/n)^2$ 과 n^2 의 함수로 나타내어 정리하면 다음 식과 같다.

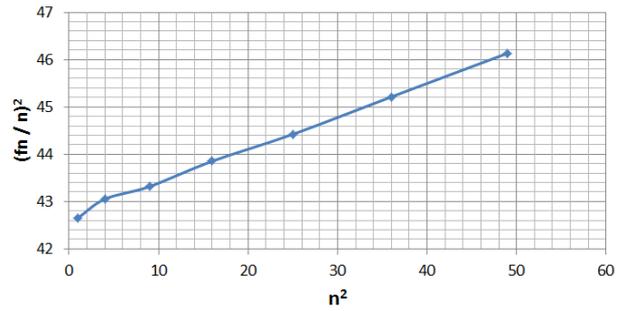
$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{S\pi^2}{4mL^4}n^2 + \frac{T}{4mL^2} = a \cdot n^2 + b \quad (3)$$

측정된 n 차 모드의 고유진동수로 반복계산을 수행하여 a 와 b 값을 구할 수 있으며, 결정된 a 와 b 를 식 (3)에 대입하면 장력 T 와 휨강성 S 를 구할 수 있다.

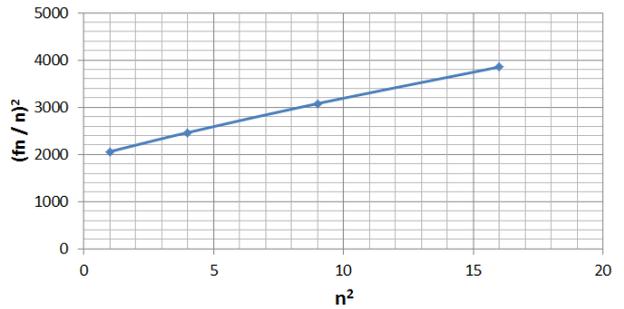
U1과 U2에 대해 식 (3)을 그래프로 도시하면 Fig. 5와 같다.

위의 그림으로부터 관계식은 직선 형태로 도시되며 추정 장력은 y 절편값이 b 값과 관계가 있다. 이와 같은 방법으로 다중모드법에 의한 추정 장력을 구할 수 있으며 다중모드법에 의한 추정 장력은 Table 5와 같다.

다중모드법에 의한 장력의 추정은 U1의 경우 휨강성을 고려하지 않은 추정방법에 따른 결과와 거의 유사하나, U2의 경우 휨강성을 고려하지 않은 추정방법보다 장력이 다소 줄어들었다. U1과 U2는 설계 당시 Jacking force가 동일하므로 손실량의 불일치 등을 고려하더라도 U1과 U2의 장력 차이가 크게 발생하는 것을 볼 수 있으며 이는 휨강성을 고려하지 않을 경우와 다중모드법으로 장력을 추정할 경우 길이가 짧아질수록 추정장력의 오차가 커짐을 의



(a) U1



(b) U2

Fig. 5 다중모드법에서 모드차수와 고유진동수와의 관계

Table 5 다중모드법을 이용한 추정 장력

텐던 ID	U1	U2
y절편 b	42.7	1942.5
추정장력(kN)	2757	3437

미한다.

2.4 양단고정 경계조건의 휨강성을 고려한 장력 추정 방법

미국 플로리다의 세그멘탈 PSC 교량에 대해서 외부텐던에 가속도 센서를 부착하고 장력을 추정한 방법(Sagués et al., 2006) 텐던의 양 끝단이 세그멘탈의 Deviation block이나 격벽으로 인하여 회전이 발생하지 않는 것으로 보고 이에 따른 경계조건을 부여하여 현의 방정식의 해를 도출하였다. 이 방법은 텐던의 휨강성에 대한 장력의 비를 나타내는 무차원 휨강성(σ)의 개념을 도입하여 무차원 진동수(v_n)와 진동모드와의 관계를 분석하는 단계를 거치며 반복계산을 통하여 텐던의 휨강성과 장력을 추정하는 방법이다. 무차원 휨강성(σ) 및 무차원 진동수(v_n)는 식 (4), (5)와 같다.

$$\sigma = S/(TL^2) \quad (4)$$

$$v_n = 2\pi u_n [\sigma u_n^2 + 1/(4\pi^2)]^{1/2} \quad (5)$$

여기서, u_n 은 n 차 모드에 대한 초월함수로서 홀수차 모드($n = 1, 3, 5, \dots$) 및 짝수차 모드($n = 2, 4, 6, \dots$)에 대한 값은 각각 식 (6)와 식 (7)과 같다.

$$\tan(\pi u_n) = -[1 + 1/(4\pi^2 u_n^2 \sigma)]^{1/2} \times \tanh\pi[u_n^2 + 1/(4\pi^2 \sigma)]^{1/2} \quad (6)$$

$$[1 + 1/(4\pi^2 u_n^2 \sigma)]^{1/2} \tan(\pi u_n) = \times \tanh\pi[u_n^2 + 1/(4\pi^2 \sigma)]^{1/2} \quad (7)$$

위 공식의 해를 얻기 위해서는 반복계산을 수행해야하고 무차원 휨 강성에 대한 무차원 진동수 및 모드에 대한 관계를 그래프로 나타내면 Fig. 6과 같다.

여기서, 무차원 휨강성(σ)이 0에 가까울수록 v_n/n 의 값이 모드차수 n 과 관계없이 0.5의 값에 수렴되며 이는 경계조건이 힌지인 현의 방정식과 같은 결과를 나타내게 된다. 텐던의 강성이 증가하거나 텐던의 길이가 짧아지게 되면 고차모드로 진행할수록 진동수가 가파르게 증가하는 것을 알 수 있다. 고유진동수를 실제 측정하여 n 차 모드를 추출하게 되면 식 (11)과 같은 주파수 비(R)를 얻을 수 있다.

$$R = f_n / v_n \quad (11)$$

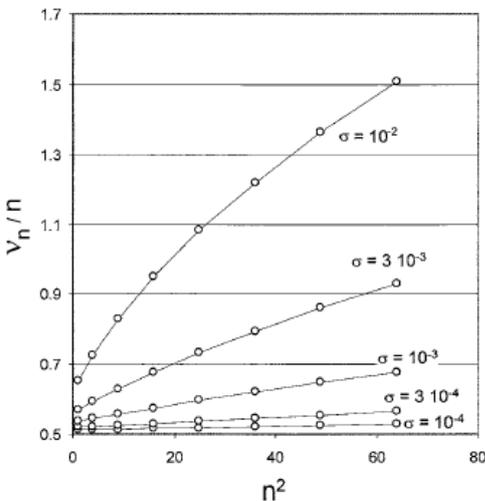


Fig. 6 무차원 휨강성과 무차원 진동수 v_n (divided by n)와의 관계 (Sagüés et al, 2006)

Table 6 다중모드법을 이용한 추정 장력

텐던 ID	휨강성과 양단 고정조건을 고려한 추정장력	
	U1	U2
추정장력(kN)	2612	2446

여기서 각 n 차 모드에 대한 실측치인 f_n 과 v_n 이 일정한 값을 갖도록 무차원 강성 σ 의 값을 변화시키며 반복계산을 수행하고 모드별 R 값의 차이가 최소가 되는 무차원 강성을 결정한 후 모드별 R 값의 평균치(R_{avg})를 결정하면 추정된 장력 및 휨강성은 식 (12) 및 식 (13)과 같다.

$$T = R_{avg}^2 L^2 m \quad (12)$$

$$S = \sigma_e T L^2 \quad (13)$$

여기서, σ_e 는 반복계산에 의해 결정된 텐던의 무차원강성이다. 이와 같은 방법을 통하여 장력을 추정된 결과는 Table 6과 같다.

Table 6의 결과는 앞선 두 가지의 추정방법과 비교할 때 길이가 짧은 U2의 추정장력이 줄어들었고 U1보다도 낮은 값을 보이고 있다. 그러나 U1과 U2가 10% 이내의 차이로서 길이 변화에 따른 추정장력의 오차는 상당히 개선되는 것을 볼 수 있다. 다만 U2의 장력이 U1의 장력보다 낮아져서 오히려 경계조건의 휨강성을 과도하게 평가할 가능성이 있는 것으로 판단된다.

2.5 가속도 센서를 이용한 장력 추정방법의 분석

준공당시 Load Cell 측정 data가 존재하는 텐던에 대하여 Load Cell로 계측된 장력과 현의 공식, 양단고정 경계조건의 휨강성을 고려한 무차원 휨강성 장력 추정 방법에 의해 추정된 장력을 비교분석한 결과, 양단고정조건에 의한 장력 추정값은 시공당시 Load Cell 측정치보다 10% 이내의 차이로 작고, 현의 공식에 의한 추정값은 Load Cell 계측치보다 30% 가량 큰 것으로 분석되었다(박성우 등, 2014). 즉, 실제 긴장제는 양단이 힌지인 것과는 차이가 크다. 또한, 다양한 반복 계측의 결과 Table 6과 같이 무차원 휨강성에 의한 장력 추정방법에 의한 길이가 짧은 텐던의 추정장력이 전반적으로 낮게 평가되는 경향이 있고 이는 경계조건은 완전 고정상태가 아니라는 것으로 해석할 수도 있다. 따라서 경계조건은 고정보다는 약한 반강절

Table 7 Tendon의 길이 (단위: m)

ID	Tendon1	Tendon2	Tendon3	Tendon4	Tendon5	Tendon6	Tendon7
길이	23.2	17.68	12.2	6.75	4.56	4.55	4.50

Table 8 단계별 하중증가 및 하중합계

단 계	하중증가(kgf)	비 고
1	0 (비재하)	Tendon 3는 하중재하 여간상 일시에 78kgf를 재하
2~11	15	
12	8	
하중 합계	158	

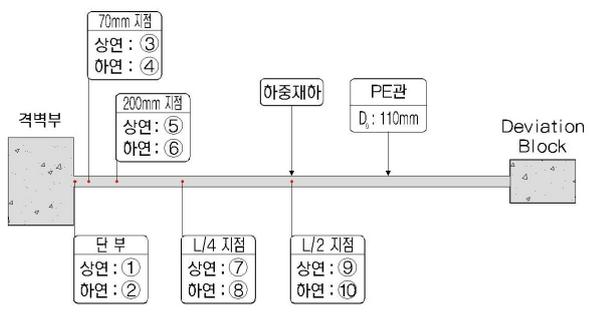


Fig. 7 측정 개요도

(Semi rigid joint)에 가까울 수 있다. 이에 본 기사에서는 경계조건 가정의 합리성을 판단하기 위해 실제 공용중인 교량의 외부긴장재에 하중을 재하하여 변형률을 측정하고 실제 거동을 분석한 후 현재의 고정조건 가정에 대한 수정의 필요성을 검토하였다.

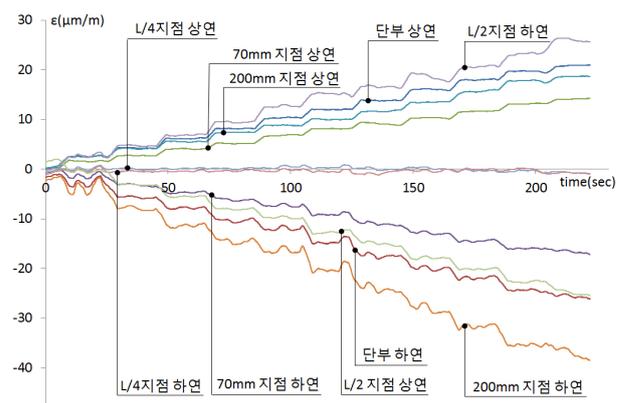
3. 긴장재의 변형률 측정

3.1 개요

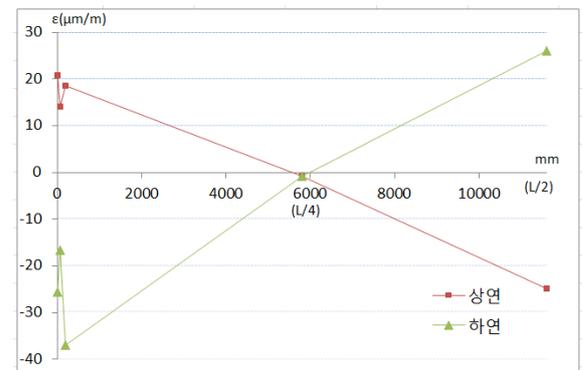
긴장재 경계면에서의 거동을 파악하기 위하여 실제 공용 중인 PSC 박스교량의 외부 긴장재 7본을 대상으로 변형률을 측정하였다. 긴장재를 둘러싸고 있는 표면에 단부로부터 거리 0mm, 70mm, 200mm, 1/4L, 1/2L 떨어진 지점의 PE관 상하연에 변형률계를 부착하고 1/2L 지점에 하중을 단계별로 증가시켜 변형률을 측정하였다.

3.2 변형률 측정결과 및 분석

본 기사에서는 긴장재의 휨강성의 기여도와 단부의 완전 고정 여부를 알아보기 위해 길이와 경사각이 다른 7본의



(a) 하중재하에 따른 변형을 변화



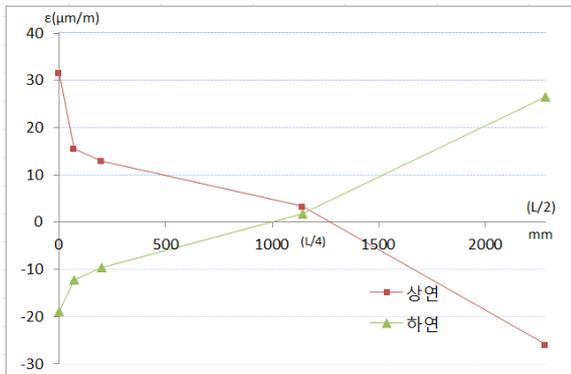
(b) 위치별 변형을 분포

Fig. 8 Tendon1의 변형률

긴장재내 5개소에서 상하연의 변형률을 측정하였다. 그 중 위의 Fig. 8과 Fig. 9는 길이가 긴 긴장재와 짧은 긴장재 중 대표적인 Tendon1과 Tendon6의 변형률 측정치와 분포를 보인 것이다. Fig. 8과 Fig. 9의 (b) 위치별 변형률 분포를 보면 긴장재의 길이에 관계없이 <단부~L/4구간>과 <L/4~L/2구간>에서 L/4지점을 전후로 변형률 부호가 상반되게 나타나 L/4지점에 변곡점이 나타났으며, Fig. 10의 하중(P)-단부 회전변위(θ) 관계에서 보이는 바와 같이 단부에서의 하중증가에 따른 회전변위도 미소하나 선형적으로 증가하는 것으로 나타났다. 그러므로, 긴장재는 양단에 회전스프링이 부착된 보에 준하는 거동을 하는 것으로 판단된다. 길이가 긴 긴장재와 짧은 긴장재의 경우 단부에서의 변형률 분포가 서로 다소 상이한 형태가 나타나는데 이는 격벽부에 설치된 강관과 외부긴장재를 싸고 있는 PE관이 접합되는 부분으로 강성이 변하는 지점이기 때문에 나타난 현상으로 판단된다. 이상과 같은 분석 결과로부터, 양단고정조건의 장력 추정 조건식은 보다 세밀한 추정을 위해서는 수정 보완해야 할 필요성이 있는 것으로 판



(a) 하중재하에 따른 변형률 변화



(b) 위치별 변형률 분포

Fig. 9 Tendon6의 변형률

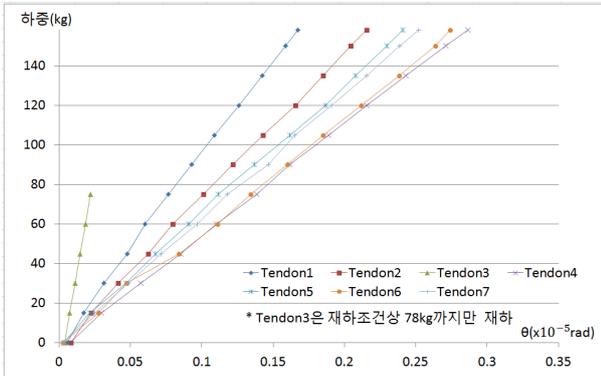


Fig. 10 하중(P)-단부 회전변위(θ) 관계

단된다.

4. 결론

본 기사에서는 PC교량의 외부텐던에 가속도센서와 변형

률계를 부착하여 고유진동수와 변형률을 획득하고 다양한 조건에 대한 분석을 실시하였고 이에 따라 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 장력추정 기법 중 현의 방정식 및 다중모드법은 짧은 길이의 텐던에 대하여 장력을 과대평가하는 경향이 있으므로 PC텐던에 적용하기에는 적절하지 않은 것으로 판단된다.
- (2) 양단고정 경계조건의 휨강성을 고려한 현의 공식 장력 추정 방법(Sagüés et al, 2006)은 텐던의 불확실한 물성치 중 하나인 휨강성을 고려하지 않더라도 장력을 추정할 수 있는 방법으로 실무 적용에 적절하며, Deviation Block으로 분리된 단일 긴장 텐던에 대하여 그 적용성을 평가한 결과 다른 방법보다 결과의 신뢰가 높은 것으로 분석되었다. 단, 경계조건을 고정점으로 가정하고 접근한 방법으로서 보다 정확한 장력 추정을 위해서는 경계조건의 고려를 다소 개선할 필요가 있다고 판단된다.
- (3) 실제 PS 외부긴장재 PE관 상하연의 변형률을 측정한 결과, 긴장재 단부에서 미소한 회전이 발생하며, L/4지점에서 상하연 변형률의 부호가 바뀌는 것으로 보아 긴장재는 단부가 회전을 일으키는 보로 거동할 가능성이 있다. 이와 같은 분석을 추가적으로 수행하여 양단고정 조건식을 수정 보완할 필요가 있다고 판단된다.

참고문헌

1. 박성우, 정상모, 김일순, 정하태, 정수형, “가속도 측정법을 이용한 외부강선 장력 추정 방법 연구”, 2014 한국구조물진단유지관리공학회 봄 학술발표회, 2014.
2. Cho, S., Shin, S. W., Jung, H. J., Yun, C. B., Wang, M. L. “Comparative Field Study of Cable Tension Measurement for a Cable-Stayed Bridge”, Journal of Bridge Engineering, Vol. 18, No. 8, 2013, pp.748-757.
3. Sagüés, A. A., Kranc, S. C., Eason, T. G., “Vibrational Tension Measurement of External Tendons in Segmental Posttensioned Bridges”, Journal of Bridge Engineering, Vol. 11, No. 5, 2006, pp.582-589.

담당 편집위원: 박성우
 (한국시설안전공단 진단본부 차장)
 sungwoo@kistec.or.kr