

2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 4학년 수학 교과서에서의 오목다각형 취급에 대한 비판적 검토

최종현¹⁾ · 최경아²⁾ · 박교식³⁾

2009 초등학교 교육과정에 따라 2014년에 처음으로 출간된 교과서 《수학 4-2》에서는 이전 교육과정에 따른 교과서에서는 취급하지 않았던 오목다각형을 새롭게 취급하고 있다. 그러나 본 논문에서는 오목다각형의 취급을 재고할 필요가 있음을 보이기 위해, 먼저 다각형에 관해 논의한 후에, 2009 초등학교 교육과정은 오목다각형의 취급을 허용하고 있는가와 오목다각형의 취급에서 논리적 비약은 없는가의 두 관점에서 오목다각형 취급과 관련한 문제점에 관하여 논의했다. 그리고 다음과 같은 이유에서 오목다각형을 취급하는 것을 재고할 필요가 있다는 것을 결론으로 제시했다. 첫째, 오목다각형의 취급에 관한 공론화 과정이 없었다. 둘째, 2009 초등학교 교육과정에서 오목다각형의 취급을 정당화해 주는 근거를 찾을 수 없다. 셋째, 오목다각형의 취급에 논리적 비약이 있다. 넷째, 오목다각형의 취급에서 일관성이 없다.

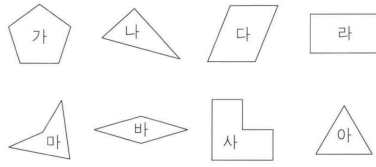
주요용어 : 내각, 다각형, 대각선, 오목다각형, 초등학교 교과서, 초등학교 교육과정

I. 서론

2009년 개정 초등학교 수학과 교육과정(이하, 2009 초등학교 교육과정)에 따라 2014년에 처음으로 발간된 초등학교 수학 교과서 《수학 4-2》(이하, 《2009 개정 수학 4-2》)에서는 오목다각형을 공식적으로 취급하고 있다. 《2009 개정 수학 4-2》 97쪽에 있는 [그림 I-1]에서 다각형을 관찰하는 활동을 통해, ‘마’를 사각형으로, 그리고 ‘사’를 육각형으로 보고 있다. 비록 ‘마’를 오목사각형, ‘사’를 오목육각형이라고 부르고 있지는 않지만, 《2009 개정 수학 4-2 지도서》 217쪽에서 ‘마’와 ‘사’가 각각 사각형, 육각형이라는 것을 분명히 하고 있다. 또, 거기서는 《2009 개정 수학 4-2》 97쪽의 ‘마무리’에 대해 [그림 I-2]와 같은 오목팔각형과 오목십각형을 예시하고 있기도 하다.

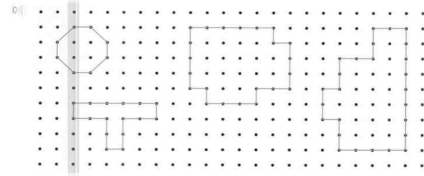
1) 경인교육대학교 대학원(제1저자, duck0808@hanmail.net)
2) 경인교육대학교 대학원(topkyoung@hanmail.net)
3) 경인교육대학교(교신저자, pkspark@gin.ac.kr)

다각형을 관찰해 보시오.



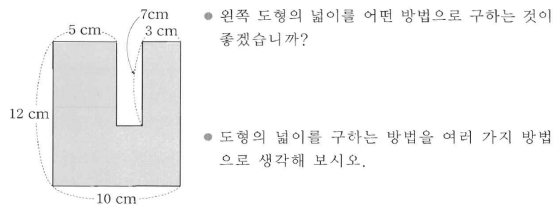
[그림 I-1] 다각형

점 중이에 팔각형과 십각형을 그려 보시오.

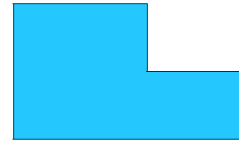


[그림 I-2] 오목팔각형과 오목십각형

이전의 초등학교 교육과정에 따른 교과서에서도 [그림 I-1]의 ‘마’ 또는 ‘사’와 같은 도형을 취급하지 않은 것은 아니다. 예를 들어 《2007 개정 수학 4-2》 76쪽에서는 [그림 I-3]과 같은 ‘도형’의 넓이를 구하는 활동을 하고 있다. 그러나 이때 이 도형을 팔각형이라고 하고 있는 것은 아니며, 실제로는 그것을 직사각형으로 적절히 분할할 수 있는 도형으로 간주하고 있다. 이전 교과서에서 이와 같이 [그림 I-3]의 도형을 팔각형으로 지칭하지 않았던 방침과는 달리, 이번에 발간된 《2009 개정 수학 4-2》에서는 그러한 방침을 과기하고 있다.



[그림 I-3] 직사각형으로 분할할 수 있는 도형



[그림 I-4] 오목육각형
(강완, 2013, p.578)

초등학교 수학에서 오목다각형을 취급하는 것과 관련한 선행 연구로, 강완(2013)과 임예은(2014)이 있다. 후자는 초등학교 영재 학생을 대상으로 한 실험적 지도 연구라는 점에서 본 논문과 직접적인 관련은 없다. 강완(2013)은 오목다각형의 취급을 통해 도형의 변과 꼭짓점의 수를 의식적으로 세어볼 수 있고, 예를 들어 [그림 I-4]의 도형을 두 직사각형의 결합으로 보는 단순한 안목에서 벗어나게 해 주며, 변의 수가 많은 볼록다각형을 그리는데 있어서의 어려움을 해결할 수 있다는 점을 들어, 또 ‘창의성’을 강조하는 2009 초등학교 교육과정의 성격을 감안하여 오목다각형을 긍정적으로 취급할 것을 주장하였다.

본 논문에서는, 《2009 개정 수학 4-2》에서 오목다각형을 취급하는 것을 재고할 필요가 있음을 보이기 위해, 먼저 다각형에 관해 논의한 후에 다음의 두 관점에서 현재의 오목다각형 취급과 관련한 문제점에 관하여 논의한다. 첫째, 2009 초등학교 교육과정은 오목다각형의 취급을 허용하고 있는가? 둘째, 오목다각형의 취급에서 논리적 비약은 없는가?

이러한 논의를 위해 본 논문에서는 관련 문헌을 분석하는 문헌 연구 방법을 사용한다. 먼저 다각형을 취급하는 중국, 북한, 미국, 일본의 교과서 등을 살펴본다.⁴⁾ 그리고 오목다각형

4) 본 논문에서는 오목다각형을 취급하는 중국, 북한, 미국의 교과서와 취급하지 않는 일본의 교과서를 선택하였

취급에서의 문제점을 보이기 위해 첫째 관점과 관련해서는, 2009 초등학교 교육과정과 그것의 개발 과정을 살펴볼 수 있는 3종의 문헌 즉, 황선욱 외(2011)의 《창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구》, 한국과학창의재단(2011)의 《2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료》, 신이섭 외(2011)의 《2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구》를 분석 대상으로 한다.⁵⁾ 둘째 관점과 관련해서는, 2009 초등학교 교육과정에 따라 2014년에 처음으로 발간된 《2009 개정 수학 4-1》, 《2009 개정 수학 4-2》, 《2009 개정 수학 4-1 익힘책》, 《2009 개정 수학 4-2 익힘책》, 《2009 개정 수학 4-1 지도서》, 《2009 개정 수학 4-2 지도서》를 분석 대상으로 한다.

II. 다각형

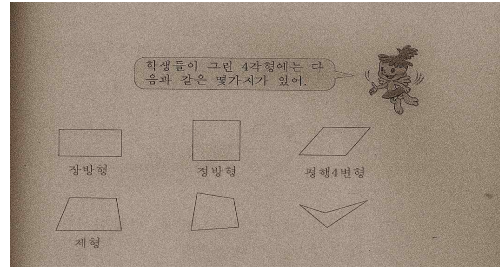
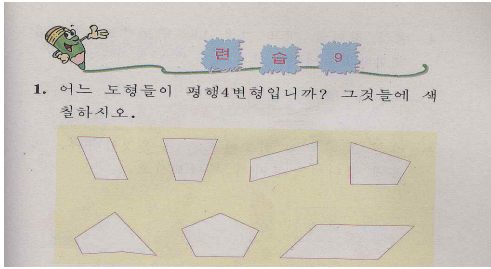
《2009 개정 수학 4-2》에서는 “선분으로만 둘러싸인 도형을 다각형이라고 합니다(p.96). “다각형은 변의 수에 따라 변이 3개이면 삼각형, 변이 4개이면 사각형, 변이 5개이면 오각형 등으로 부릅니다(p.97).”와 같이 다각형과 사각형을 각각 정의하고 있다. 여기서 ‘둘러싸인’의 의미가 명확한 것은 아니지만(박교식, 임재훈, 2004), 그것이 암묵적으로 ‘닫힌(closed)’을 염두에 둔 것으로 볼 수는 있다. 이러한 정의를 바탕으로 《2009 개정 수학 4-2》에서는 다각형에 오목다각형을 포함시키고 있다. 그러나 다각형의 내각이나 대각선을 취급할 때는 오목다각형을 취급하고 있지 않다. 또한, 《2009 개정 수학 4-2 익힘책》에서도 오목다각형을 제시하고 있지 않다. 이 점에서 보면, 《2009 개정 수학 4-2》와 《2009 개정 수학 4-2 익힘책》은 서로 일관되지 않는다.

우리나라 《2009 개정 수학 4-2》와 유사하게 중국 교과서 《중국 수학 3-1》 및 《중국 수학 4-1》에서도, 각각 [그림 II-1], [그림 II-2]와 같이 사각형에 오목사각형을 포함시키고 있는 것을 볼 수 있다.⁶⁾ 그러나 중국 교과서에서 오목다각형을 다각형에 본격적으로 편입시켜 취급하고 있는 것으로 보기는 어렵다. [그림 II-2]에서 오목사각형을 사각형으로 보는 것 이외에는 오목다각형을 다각형으로 부르는 경우를 찾기 어렵다. 우리나라 교과서와 마찬가지로 다각형의 내각이나 대각선과 관련해서는 오목다각형을 제시하고 있지 않다. 넓이를 구하는 맥락에서는 오목다각형이 나타나고 있지만, 그 경우에도 그것을 다각형으로 지칭하고 있지는 않다.

다. 특별히 그 교과서들을 분석할 목적으로 선택한 것은 아니며, 단지 오목다각형을 취급한다면 어떤 식으로 취급하는 것이 가능한지 알아보기 위해, 그리고 오목다각형을 취급하지 않는 교과서도 있다는 것을 보이기 위해 임의로 선택한 것이다.

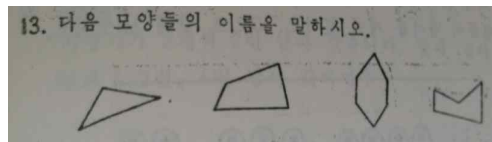
5) 이 3종의 문헌 이외에 2009 초등학교 교육과정의 개발 과정을 살펴 볼 수 있는 문헌은 없다.

6) 본 논문에서 참고한 중국 교과서는 연변 조선족이 사용하는 한글판이다. 이 교과서는 중국어로 된 것을 거의 그대로 한글로 옮긴 것이다. 본 논문에서는 《수학 3학년 상권》과 《수학 4학년 상권》을 각각 《중국 수학 3-1》, 《중국 수학 4-1》로 나타내었다.



[그림 II-1] 오목다각형(중국 수학 3-1, p.39) [그림 II-2] 오목다각형(중국 수학 4-1, p.83)

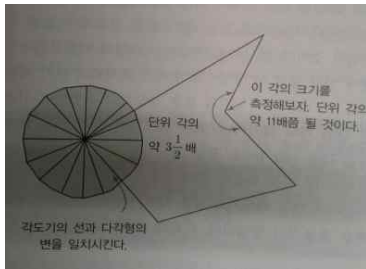
북한 교과서 《수학 소학교 2》에서도 [그림 II-3]과 같이 오목다각형이 나타나고 있다.⁷⁾ 이 문제에서 가장 오른쪽에 있는 도형의 이름을 ‘5각형’이라고 하는 것 이외의 답은 없어 보인다. 그러나 이 도형을 5각형으로 부르는 예를 포함하여, 오목다각형을 다각형으로 부르는 예는 제시되지 않고 있다. 이 문제로 보면 북한 교과서에서 오목다각형을 취급하고 있다고 보아야 하지만, 넓이를 구하는 맥락이 아닌 다각형 맥락에서 제시하고 있는 오목다각형은 [그림 II-3]이 유일하다. 또한, 우리나라 및 중국 교과서와 마찬가지로 다각형의 내각이나 대각선과 관련해서는 오목다각형을 제시하고 있지 않다. 이런 점에서 북한 교과서에서는 중국 교과서에서와 마찬가지로 오목다각형을 본격적으로 취급하고 있다고 보기는 어렵다.



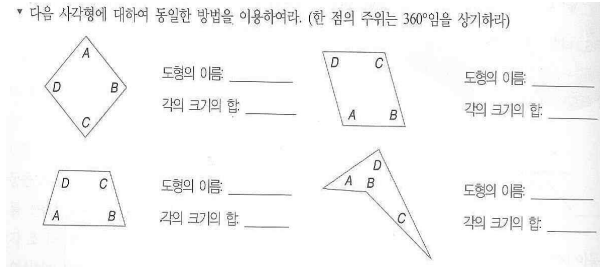
[그림 II-3] 오목다각형(북한 2, p.71)

초등교사를 대상으로 하는 미국의 초등수학교육 관련 문헌에서는 오목다각형을 본격적으로 취급하고 있는 것을 볼 수 있다. 예를 들어 de Walle(2008)는 오목의 직관적인 정의는 ‘모양이 안으로 움푹 팬 곳을 가진 것’이지만, 초등학교 고학년에서 오목의 보다 엄밀한 정의를 탐구할 수 있다고 보고 있다. [그림 II-4]와 같이 오목다각형에서 180°보다 큰 내각의 크기를 측정하는 것도 취급하고 있다. 다만 대각선은 사각형으로 한정해서 취급하고 있는 것을 볼 수 있다. 또한 Reys, Lindquist, Lambdin, Smith(2012)도 오목, 볼록이라는 용어를 소개하고 있으며, [그림 II-5]와 같이 오목다각형을 취급하고 있는 것을 볼 수 있다. 여기서도 크기가 180°보다 큰 각을 취급하고 있지만, 오목다각형의 대각선은 취급하고 있지 않다. 이 두 책이 비록 수학 교과서는 아니지만, 초등교사를 대상으로 초등학교에서 지도 가능한 내용을 제시하고 있다는 것으로부터, 미국의 초등학교 수학에서 오목다각형을 본격적으로 취급하고 있다는 것을 알 수 있다.

7) 자료 수집의 한계로 최근에 발행된 북한 교과서를 구할 수 없어서, 본 논문에서는 2002년에 발행된 것을 참고하였다.

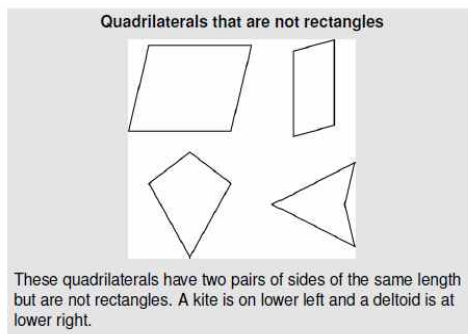


[그림 II-4] 오목다각형
(de Walle, 2008, p.411)

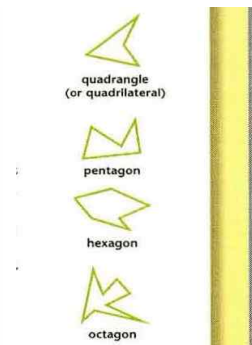


[그림 II-5] 오목사각형
(Reys, Lindquist, Lambdin, Smith, 2012, p.416)

2010년 6월 2일에 미국의 주지사 협회(National Governors Association, NGA)와 주정부 학교교육 협의회(Council of Chief State School Officers, CCSSO)는 유치원부터 12학년까지의 핵심적인 수학 내용을 제시한 The Common Core State Standards for Mathematics(이하, CCSSM)를 발표하였다(CCSSI, 2010).⁸⁾ 미국의 많은 주에서 현재 이 CCSSM을 채택하고 있는 만큼, CCSSM의 내용을 살펴보는 것이 우리나라의 차후의 교육과정 및 교과서 개발에도 의미가 있다고 할 수 있다(김지원, 박교식, 이정은, 2014). CCSSM 자체로는 오목다각형의 취급 여부를 알 수 없지만, CCSSM의 원활한 이행을 위해, The Common Core Standards Writing Team에서 2012년 6월 23일에 발표한 <Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics>의 초안 중에 K~6의 기하와 관련한 내용 중에는 [그림 II-6]과 같이 오목사각형이 포함되어 있다.⁹⁾ 이것으로 보아도 미국의 초등학교 수학에서 오목다각형을 취급하고 있는 것으로 보인다. 실제로 [그림 II-7]은 미국에서 사용하고 있는 교과서의 하나인 《Everyday mathematics》의 Student's Reference Book(CCSS edition) 97쪽에서 찾은 것이다(Bell, et al.2012).



[그림 II-6] 오목사각형



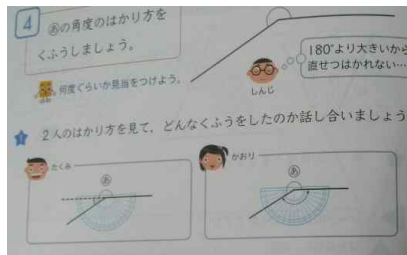
[그림 II-7] 오목다각형

한편, 2008년에 개정된 일본의 초등학교 교육과정(文部科學省, 2008)에서는, 우리나라의 2009 초등학교 교육과정과 마찬가지로, 볼록다각형만 취급한다는 또는 오목다각형을 취급하

8) CCSSI는 Common Core State Standards Initiative를 간단히 한 것이다.

9) <http://commoncoretools.me/tools/> & <http://ime.math.arizona.edu/progressions/>

지 않는다는 언급은 찾을 수 없다. 그러나 본 논문에서 참고한 3종의 일본 교과서 藤井齊亮, 飯高茂 외(2013b)의 《新しい算數 5下》, 清水静海, 船越俊介 외(2013)의 《わくわく算數 5下》, 澤田利夫 외(2013)의 《小學算數 5上》에서는 다각형을 취급하면서 볼록다각형만 취급하고 있을 뿐 오목다각형을 취급하지는 않는다.¹⁰⁾ 물론 넓이를 구하는 경우에는 오목다각형이 나타나지만, 이 경우에는 우리나라의 《2007 개정 수학 4-2》에서 볼 수 있는 것처럼 볼록다각형으로 분할할 수 있는 도형으로 처리하고 있다. 이것으로 보면, 일본의 2008 개정 초등학교 수학과 교육과정에서는 오목다각형을 취급하지 않는다고 할 수 있다. 그러나 일본 교과서에서는 [그림 II-8]과 같이 크기가 180°보다 큰 각을 취급하고 있다.



[그림 II-8] 크기가 180°보다 큰 각
(藤井齊亮, 飯高茂 외, 2013a, p.20)

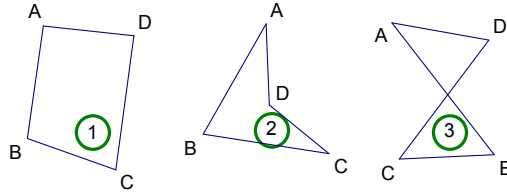
지금까지 오목다각형을 취급하는 중국, 북한, 미국의 교과서와 오목다각형을 취급하지 않는 일본의 교과서를 살펴보았다. 우리나라, 중국, 북한, 미국에서 오목다각형을 취급하기는 하지만, 미국의 경우를 제외하고는 오목다각형의 내각 및 대각선을 거론하고 있지 않다.

이제 오목다각형을 포함하는 일반적인 다각형에 관해 논의하기로 하자. 여기서 일반적인 다각형에 관해 논의하는데 있어서 사각형을 예로 드는 것으로 충분하다. 사각형은 평면도형으로 간주되지만, 일반적으로는 그렇지 않다. 삼각형은 항상 한 평면 위에 있지만, 사각형이 반드시 한 평면에 있는 것은 아니다. 예를 들어 사각형의 세 꼭짓점은 한 평면 위에 있고, 다른 한 꼭짓점은 그 평면 위에 있지 않은 경우에는 이 사각형을 평면도형으로 볼 수 없다. 이런 사각형을 skew quadrilateral이라고 하며(wolfram, 2014), 대한수학회(2014)에서는 그것을 ‘꼬인 사변형’으로 번역하고 있다.¹¹⁾ 그러나 일반적으로 사각형이라고 하면, 평면도형으로 본다(wolfram, 2014)는 점에서, 본 논문에서도 이하 사각형은 평면도형으로 취급한다.

사각형에는 [그림 II-9]와 같이 세 종류가 있다. ①이 볼록사각형, ②가 오목사각형, ③이 crossed quadrangle(또는 crossed quadrilateral 또는 butterfly 또는 bow-tie)이다(wolfram, 2014; Coxeter & Greitzer, 1967). 대한수학회(2014)에서는 아직 그 번역어를 제시하고 있지 않다.

10) 일본에서 2008 개정 교육과정에 따라 2013년에 발행된 초등학교 수학 교과서는 모두 6종이다. 본 논문에서 참고한 3종의 일본 교과서는 임의로 선택한 것이다.

11) 본 논문에서 wolfram(2014)은 Wolfram에서 제공하는 인터넷 사이트를 의미한다. 대한수학회(2014)는 대한수학회에서 인터넷으로 제공하는 수학용어집을 의미한다.



[그림 II-9] 사각형

한편, 다각형의 보다 엄밀한 정의로 Coxeter & Greitzer(1967, p.51)의 다음 정의를 제시할 수 있다. 이 정의는 wolfram(2014)에서도 인용하고 있다.

다각형은 (꼭짓점이라고 불리는) 몇 개인가의 점과 그와 같은 개수의 (변이라고 불리는) 선분으로 이루어지는 것으로 정의될 수 있다. 즉, 한 평면에서 점의 순환적인 순서 집합으로, 점의 연속된 쌍을 잇는 선분으로 이루어지고, 연속된 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않다. 다시 말해, 다각형은 평면에 놓인 닫힌 꺾은선이다.¹²⁾

특히 사각형은 변이 4개인 다각형이다. [그림 II-9]의 ①, ②, ③은 이러한 정의에 따라 모두 사각형임을 알 수 있다. 특히 ③도 네 꼭짓점 A, B, C, D와 네 변 AB, BC, CD, DA로 구성되는 사각형 ABCD이다. Dennis(1978)에서는 [그림 II-9]의 ①과 ②를 각각 단순(simple) 볼록사변형, 단순 오목사변형이라 부르고 있고, ③을 비단순(nonsimple) 사변형으로 부르고 있다. 즉, ①과 ②는 단순 사변형이다.¹³⁾ 위상수학적으로 말하면, ①과 ②는 단순폐곡선에 해당하고, ③은 비단순폐곡선에 해당한다. 이렇게 보면 《2009 개정 수학 4-2》에서는 다각형의 범위를 단순폐곡선으로 확장하고 있는 셈이다.

III. 2009 교육과정에서의 다각형 관련 내용 검토

현재 《2009 개정 수학 4-2》에서 오목다각형을 취급하고 있지만, 사실상 그 취급 근거를 2009 초등학교 교육과정에서 찾을 수는 없다. 2009 초등학교 교육과정 3~4학년군 도형 영역에서 다각형과 관련한 학습 내용 성취 기준은 “다각형, 정다각형과 대각선의 뜻을 안다.”이다. 이 성취 기준 자체로는 다각형에 ②와 같은 오목다각형이 포함된다고 또는 포함되지 않는다고 단정할 수 없다. 그래서 이 성취 기준을 근거로 오목다각형의 취급이 잘못된 것은 아니라는 주장을 할 수 있다. 그러나 더 나아가 ③과 같은 다각형도 포함된다고 또는 포함되지 않는다고 단정할 수도 없으므로, 같은 논리라면 이 성취 기준을 근거로 ③과 같은 다

12) 원문은 다음과 같다. A polygon may be defined as consisting of a number of points (called vertices) and an equal number of line segments (called sides), namely a cyclically ordered set of points in a plane, with no three successive points collinear, together with the line segments joining consecutive pairs of the points. In other words, a polygon is closed broken line lying in a plane.

13) 본 절에서는 사각형과 사변형을 혼용하고 있다. 이것은 인용 문헌을 존중하기 위한 것이다. 사변형은 영어 quadrilateral을 번역한 것이고, 사각형은 quadrangle을 번역한 것이다. 이것은 대한수학회(2014)를 참고한 것이다. 그러나 사각형과 사변형이 다른 것은 아니다. 변에 주목한 표현이 사변형이고, 각에 주목한 표현이 사각형이다. 본 절 이후로는 사각형으로 통일해서 사용한다.

각형을 취급해도 잘못된 것은 아니라는 주장을 할 수 있다. 따라서 이 성취 기준만으로는 《2009 개정 수학 4-2》에서의 오목다각형의 취급이 정당하다는 주장을 하기는 어렵다. 또한, 지금까지의 관례에 따르면, 우리나라의 초등학교 수학에서는 선분으로만 둘러싸인 도형을 다각형이라고 정의할 때, 오직 ①과 같은 다각형만을 취급해 왔다고 할 수 있다. 2009 초등학교 교육과정에서 그런 관례를 깨고 ②와 같은 오목다각형이 포함된다고 주장하기 위해서는 나름대로 근거가 있어야 하지만, 2009 초등학교 교육과정에서 그 직접적인 근거를 찾을 수 있는 것은 아니다.

강완(2013)은 2009 교육과정 1~2학년군의 도형 영역에서 다음의 교수·학습상의 유의점 ④, ⑤를 진향적으로 ‘해석’하여, 이 두 항이 오목다각형과 볼록다각형을 함께 다루는 것이 효과적인 교육 방법의 하나임을 암시한다고 주장하였다. 2009 초등학교 교육과정에 볼록다각형만 취급한다는 제한이 없으니, 그와 같은 해석이 불가능한 것은 아니겠지만, 그가 이러한 해석을 뒷받침하는 어떤 근거를 제시하고 있는 것은 아니다. 또, 사각형의 예가 아닌 것으로 오목오각형을 제시할 수 있다는 해석을 할 수 있지만, 이전의 교육과정에서 그와 같은 해석을 했던 것은 아니다. 강완(2013)의 주장은 차후의 교육과정을 염두에 둔 것이다. 현재의 《2009 개정 수학 2-1》에서는 오목사각형 등을 제시하고 있지 않다. 또, 《2009 개정 수학 4-1》에서도 사각형을 취급하지만, 오목사각형을 제시하고 있지 않다.

- ④ 삼각형, 사각형, 원은 예인 것과 예가 아닌 것을 인식하고 분류하는 활동을 통하여 직관적으로 이해하게 한다.
- ⑤ 삼각형과 사각형에 대한 직관적 이해를 통해 도형의 이름과 변 또는 꼭짓점의 개수와의 관계를 파악하고, 그 관계를 일반화하여 오각형과 육각형을 구별하여 이름 지을 수 있게 한다.

2007 개정 초등학교 수학과 교육과정(이하, 2007 초등학교 교육과정) 4학년 도형 영역에서 다각형과 관련한 내용은 “간단한 다각형과 정다각형을 이해한다.”이다. 이에 근거해서 《2007 수학 4-2》에서는 오목다각형을 취급하지 않았다. 이것과 2009 초등학교 교육과정에서의 성취 기준을 비교해 보면, 후자에서 ‘간단한’이 사라진 것을 알 수 있다. 이것을 근거로 ‘간단한 다각형’은 볼록다각형을, 그리고 ‘다각형’은 볼록다각형뿐만 아니라 오목다각형까지를 의미한다고 주장할 수도 있다. 그러나 2009 초등학교 교육과정 해설서가 출판되지 않았기 때문에(신이섭 외, 2011), 이러한 주장을 공식적으로 뒷받침할 수 있는 근거는 없다.

2009 초등학교 교육과정의 초안을 연구한 황선욱 외(2011)의 《창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구》, 한국과학창의재단(2011)의 《2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료》 및 2009 초등학교 교육과정의 최종안을 연구한 신이섭 외(2011)의 《2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구》는 교육부에서 발행한 공식적인 문서는 아니지만, 2009 초등학교 교육과정의 개발 과정을 제시하고 있다는 점에서, 그것과 직접적으로 관련된다. 이 세 문헌에서 다각형 관련 성취 기준은 <표 III-1>에서 볼 수 있듯이 모두 동일하다. 즉, 황선욱 외(2011)에서 제시한 성취 기준이 공청회, 신이섭 외(2011)를 거치면서 2009 초등학교 교육과정 성취 기준으로 그대로 확정되었음을 알 수 있다. 이때 2007 초등학교 교육과정에서의 ‘간단한 다각형’이 ‘다각형’으로 바뀌었지만, 이 중 어느 것에서도, 그 변화를 설명하고 있지는 않다.

<표 III-1> 2009 초등학교 교육과정 관련 문헌에서의 다각형 성취 기준

황선욱 외(2011)	다각형, 정다각형과 대각선의 뜻을 안다.
한국과학창의재단(2011)	다각형, 정다각형과 대각선의 뜻을 안다.
신이섭 외(2011)	다각형, 정다각형과 대각선의 뜻을 안다.

그런데 위의 세 문헌에서 제시하고 있는 중학교 교육과정 시안에서는 오목다각형과 오목다면체를 취급하지 말 것을 제안하고 있다. 그리고 그 시안을 바탕으로 만들어진 2009 중학교 교육과정 1~3학년군 기하 영역 교수·학습상의 유의점에서도 실제로 “⑤ 다각형과다면체는 그 모양이 불룩인 경우만 다룬다.”와 같이 오목다각형을 취급하지 않는다는 것을 분명히 하고 있다. 이전의 2007 중학교 교육과정의 기하 영역에서는 이러한 유의점을 제시하지 않았지만, 2009 중학교 교육과정에서는 이러한 유의점을 특별히 추가하고 있다. 이렇게 보면, 초등학교에서 오목다각형을 취급하는 것은 중학교에서 오목다각형을 취급하지 않는 것과 명백히 상충된다는 것을 알 수 있다. 그리고 이러한 불일치는 차후의 초등학교 교육과정과 그에 따른 교과서에서 오목다각형을 취급하기 위해서는 반드시 해결되어야 한다.

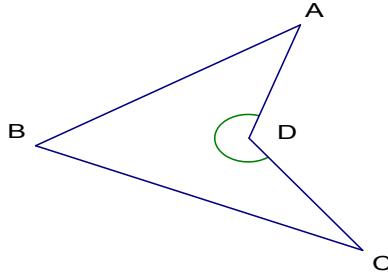
IV. 오목다각형 취급에서의 문제점

《2009 개정 수학 4-2》의 오목다각형 취급에서의 문제점을 내각의 크기와 대각선의 위치라는 두 관점에서 각각 논의할 수 있다. 본 절에서 이것을 위해 오목사각형을 예로 하여 설명하는 것으로 충분하다.

1. 내각의 크기

[그림 IV-1]의 오목사각형 ABCD의 내각 ADC에 주목해 보자. 이 각의 크기는 180° 보다 크다. 이와 같이 크기가 180° 보다 큰 각은 오목사각형을 취급하면서 처음으로 나타난다. 2009 초등학교 교육과정에 따르면 각과 각의 크기는 3~4학년군에서 취급한다. 이에 따라 《2009 개정 수학 3-1》에서 각을 처음으로 취급한다. 이때 사각형에 네 각이 있다는 것도 취급한다. 각의 크기는 《2009 개정 수학 4-1》에서 취급한다. 《2009 개정 수학 4-1》 및 《2009 개정 수학 4-1 익힘책》에서 취급하는 각은 180° 보다 작거나 같은 각, 크기가 360° 인 각이며, 크기가 180° 보다 크고 360° 보다 작은 각은 취급하지 않는다.¹⁴⁾ 그럼에도 불구하고 《2009 개정 수학 4-2》에서는 크기가 180° 보다 큰 각을 내각으로 하는 사각형을 제시하고 있다. 이것은 앞에서 본 미국의 예에서 오목다각형과 관련해서 크기가 180° 보다 큰 각을 취급하고 있는 것과 대비된다.

14) 2009 초등학교 교육과정에서 크기가 180° 인 각(평각) 및 크기가 360° 인 각의 취급을 명시하고 있는 것은 아니다. 그러나 《2009 개정 수학 4-1》 82쪽에서 크기가 180° 인 각과 크기가 360° 인 각을 취급한다. 《2009 개정 수학 4-1 지도서》 246쪽에서는 직각, 예각, 둔각과 함께 평각을 구분하는 것을 활동의 주안점으로 제시하고 있다.



[그림 IV-1] 오목사각형의 내각

2009 초등학교 교육과정 3~4학년군 측정 영역에서 180° 보다 큰 각의 취급을 허용하는가? 이와 같은 질문에 답하기 위해, 먼저 2007 초등학교 교육과정과 2009 초등학교 교육과정을 비교해 보기로 한다. <표 IV-1>에서 볼 수 있듯이, 두 교육과정에서 180° 보다 큰 각을 취급한다는 명시적인 언급은 없다. 두 교육과정을 비교해 보면, 2009 초등학교 교육과정에 ‘여러 가지 각도를 어렵하고’라는 표현이 있지만, ‘여러 가지 각도’가 크기가 180° 를 넘는 각을 염두에 둔 것이라고 볼 근거는 없다. 2009 초등학교 교육과정 개발과 관련된 세 문헌(황선욱 외, 2011; 한국과학창의재단, 2011, 신이섭 외, 2011)에서도 그것을 시사하는 어떤 단초도 찾을 수 없다. 한편, <<2009 개정 수학 4-1 지도서>>에서 “각도를 다룰 때 보통 180° 이상은 잘 다루지 않지만 활동을 통해 90° , 180° , 360° 의 크기를 직관적으로 느끼는 것이 필요하다(p.216).”라고 하고 있는 바, 이에 따르면 2009 초등학교 교육과정에서는 사실상 크기가 180° 보다 크고 360° 보다 작은 각은 취급하지 않는 것으로 보아야 한다.

<표 IV-1> 2007 및 2009 초등학교 교육과정에서의 각도 관련 내용

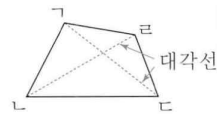
2007 초등학교 교육과정	① 각의 크기의 단위인 1° 를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기를 측정할 수 있다. ② 주어진 각도와 크기가 같은 각을 그릴 수 있다. ③ 삼각형과 사각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.
2009 초등학교 교육과정	① 각의 크기의 단위인 1° 를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기를 측정할 수 있다. ② 주어진 각도와 크기가 같은 각을 그릴 수 있다. ③ 여러 가지 각도를 어렵하고 직접 재어보는 활동을 통해 각도에 대한 양감을 기른다. ④ 여러 가지 방법으로 삼각형과 사각형의 내각의 크기의 합을 추론하고, 자신의 추론 과정을 설명할 수 있다.

2007 초등학교 교육과정에서도 각도의 취급 범위가 사실상 명확하지 않았지만(박교식, 2010), 2009 초등학교 교육과정에서도 여전히 각도의 취급 범위는 명확하지 않다. 크기가 180° 보다 큰 각을 내각으로 갖는 오목다각형을 취급하기 위해서는, 크기가 180° 보다 큰 각을 취급하는 것의 근거를 2009 초등학교 교육과정에서 찾을 수 있어야 하지만, 그러한 근거는 찾을 수 없다.

2. 대각선의 위치

《2009 개정 수학 4-2》 100쪽에서는 대각선을 [그림 IV-2]에서 볼 수 있듯이 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분으로 정의하고 있다. 이때 정의와 함께 볼록사각형을 제시하고 있는 바, 이러한 사각형을 제시함으로써 대각선이 다각형의 내부에 있고, 그리고 서로 만난다는 것을 암묵적으로 시사할 수 있다. 그러나 오목다각형에서는 대각선이 항상 다각형의 내부에 있게 되는 것은 아니다. 2009 초등학교 교육과정에서 대각선을 취급하는 경우에는 그것이 내부에 있는 다각형만 취급해야 한다는 제한을 한 것도 아니다. 2009 초등학교 교육과정 개발과 관련된 세 문헌(황선옥 외, 2011; 한국과학창의재단, 2011, 신이섭 외, 2011)에서도 그와 같은 제한을 찾을 수 없다.

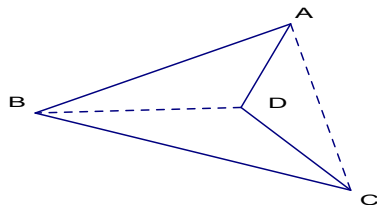
다각형에서 선분 AC , 선분 BD 과 같이 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분을 대각선이라고 합니다.



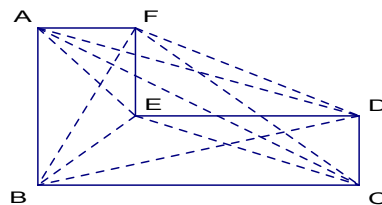
[그림 IV-2] 대각선의 정의

[그림 IV-3]의 오목사각형 ABCD의 두 대각선 AC와 BD에 주목해 보자. 대각선 BD는 사각형 내부에 있는 반면, 대각선 AC는 사각형의 외부에 있다. 오목사각형을 사각형으로 취급하게 되면, 이와 같이 사각형의 외부에 있는 대각선도 취급해야 한다. 《2009 개정 수학 4-2》에서는 오각형의, 그리고 《2009 개정 수학 4-2 익힘책》에서는 육각형의 대각선의 수를 구하는 것을 취급하고 있다. 그러나 이때는 오목오각형이나 오목육각형을 제시하지 않고 있을 뿐만 아니라, 오목사각형도 제시하고 있지 않다. 《2009 개정 수학 4-2 익힘책》에서는 일관되게 오목다각형을 제시하지 않고 있지만, 《2009 개정 수학 4-2》에서는 오목사각형과 오목육각형을 제시하면서, 대각선을 취급하는 상황에서는 오목사각형이나 오목육각형을 제시하지 않고 있다.

[그림 IV-4]와 같은 오목육각형의 대각선을 그려보면, 대각선 AE와 같이 육각형의 내부에 있기도 하고, 대각선 DF와 같이 육각형의 외부에 있기도 하며, 대각선 AC와 같이 육각형의 내부와 외부에 걸쳐 있기도 하다. 다각형의 범주에 오목다각형을 포함시킨다면, 다각형의 대각선을 취급하는 맥락에서 [그림 IV-3]이나 [그림 IV-4]와 같이 다각형의 내부뿐만 아니라 외부 및, 내부와 외부에 걸쳐 있는 대각선도 취급하는 것이 일관적이라고 할 수 있다. 이에 대한 명확한 입장 없이 오목다각형을 취급하는 것은 혼란을 가져올 수 있다.



[그림 IV-3] 오목사각형의 대각선



[그림 IV-4] 오목육각형의 대각선

V. 결론

2009 초등학교 교육과정에 따라 2014년에 처음으로 출간된 《2009 개정 수학 4-2》에서는 오목다각형을 취급하고 있다. 그러나 본 논문에서는 다음과 같은 이유에서 오목다각형을 취급하는 것을 재고할 필요가 있다는 것을 결론으로 제시하고자 한다.

첫째, 오목다각형의 취급에 관한 공론화 과정이 없었다. 《2009 개정 수학 4-2》에서 오목다각형을 취급하는 것과 관련하여, 《2009 개정 수학 4-2》 연구진 및 집필자들 사이에 그런 논의가 있었을 수 있지만, 절차적으로 보면 연구진 및 집필자들의 논의 이전에 2009 초등학교 교육과정 개발 과정에서 이미 그러한 논의가 있어야 했다. 그러나 2009 초등학교 교육과정 개발 과정을 살펴볼 수 있는 3종의 문헌에서는 그러한 논의가 있었다는 것을 찾을 수 없다. 앞서 강완(2013)이 2009 교육과정 1~2학년군의 특정 교수·학습상의 유의점을 전향적으로 해석하는 것도, 애초에 2009 초등학교 교육과정의 개발 과정에서 그러한 논의가 없었기 때문이라고 할 수 있다. 그의 주장은 차후의 초등학교 교육과정과 그에 따른 교과서 개선을 위해 이제부터 오목다각형의 취급에 관한 공론화가 필요하다는 것이라 할 수 있다.

둘째, 2009 초등학교 교육과정에서 오목다각형의 취급을 정당화해 주는 근거를 찾을 수 없다. 아울러 2009 초등학교 교육과정의 개발 과정을 살펴볼 수 있는 3종의 문헌에서도 오목다각형의 취급을 정당화해 주는 근거를 찾을 수 없다. 또, 2009 중학교 교육과정에서는 오목다각형을 취급하지 않는다는 것을 교수·학습 상의 유의점으로 명확히 제시하고 있다. 이런 점에서, 2009 초등학교 교육과정에서 오목다각형의 취급을 암묵적으로 허용하고 있다는 주장은 가능하지 않다. 2009 초등학교 교육과정에서 오목다각형 취급의 근거를 찾을 수 없음에도 불구하고 오목다각형을 취급하는 것은 그 범위를 넘는 것이다. 그런 만큼 이러한 실상을 고려하여, 차후의 교육과정을 위하여 오목다각형의 취급에 관한 논의를 이제부터 시작해야 한다. 이때 2009 중학교 교육과정에서의 오목다각형 취급 불가 입장과의 상충부터 해결해야 할 것이다.

셋째, 오목다각형의 취급에 논리적 비약이 있다. 오목다각형은 크기가 180° 보다 큰 내각을 가지지만 《2009 개정 수학 4-2》에서 오목다각형을 취급하기 이전에 크기가 180° 보다 큰 각을 취급한 적이 없다. 오목다각형을 취급하기 위해서는 그 전에 크기가 180° 보다 큰 각을 취급하는 것에 관한 분명한 입장을 초등학교 교육과정에 명확하게 제시할 필요가 있다.

넷째, 오목다각형 취급에서 일관성이 없다. 《2009 개정 수학 4-2》에서는 오목다각형을 제시하고 있지만, 《2009 개정 수학 4-2 익힘책》에서는 오목다각형을 제시하지 않고 있다. 또, 《2009 개정 수학 4-2》에서 대각선과 관련해서는 오목다각형을 취급하고 있지 않다. 오목다각형을 취급하기 위해서는 그 전에 오목다각형의 대각선의 취급 여부를 초등학교 교육과정에 명확하게 제시할 필요가 있다.

참고 문헌

- 강완 (2013). 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서 분석: 개선을 위한 네 가지 문제점, 학교수학, 제15권 3호, 569-583.
- 과정교재연구소, 소학교수학과정교재연구개발센터(편저) (2010a). 수학 3학년 하권. 연길 : 연변교육출판사.

2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 4학년 수학 교과서에서의 오목다각형 취급에 대한 비판적 검토

- 과정교재연구소, 소학교수학과과정교재연구개발센터(편저) (2010b). 수학 4학년 상권. 연길: 연변교육출판사.
- 교육과학기술부 (2008). 초등학교 교육과정 해설 IV: 수학, 과학, 실과. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육과학기술부 (2010). 수학 4-2. 서울: 두산동아.
- 교육부 (2014a). 수학 2-1. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014b). 수학 3-1. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014c). 수학 4-1. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014d). 수학 4-1 익힘책. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014e). 수학 4-1 지도서. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014f). 수학 4-2. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014g). 수학 4-2 익힘책. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2014h). 수학 4-2 지도서. 서울: 천재교육.
- 김영건, 고재의 (2002). 수학 소학교 2. 교육도서출판사.
- 김지원, 박교식, 이정은 (2014). 2011 개정 초등학교 수학과 교육과정과 미국 CCSSM 비교·분석 연구. 한국초등수학교육학회지, 제18권 2호, 275-291.
- 박교식 (2010). 우리나라 초등학교 수학과에서의 각도 관련 내용의 분석과 비판. 학교수학, 제12권 1호, 45-60.
- 박교식, 임재훈 (2004). 다각형, 다면체, 면에 대한 교수학적 분석. 수학교육학연구, 제14권 1호, 19-37.
- 신이섭 외 25명 (2011). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구. 한국과학창의재단.
- 임예은 (2014). 초등수학영재들의 오목사각형 정의 구성 분석. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.
- 한국과학창의재단 (2011). 2011 개정 수학과 교육과정 공청회 자료. (2011년 6월 11일 서울 교육대학교 전산교육관 교육공학실)
- 황선욱 외 23명 (2011). 창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구, 한국과학창의재단.
- 藤井齊亮, 飯高茂 외 40명 (2013a). 新しい算數 4上. 東京: 東京書籍.
- 藤井齊亮, 飯高茂 외 40명 (2013b). 新しい算數 5下. 東京: 東京書籍.
- 文部科學省 (2008). 小學校學習指導要領解説 算數編. 東京: 東洋館出版社.
- 澤田利夫 외 27명 (2013). 小學校算數 5上. 東京: 教育出版.
- 清水靜海, 船越俊介 외 49명 (2013). わくわく算數 5下. 大阪: 啓林館.
- Bell, M., et al. (2012). Everyday Mathematics 4th grade Student's Reference Book(CCSS edition). Chicago: McGraw-Hill.
- Coxeter, H. S. M. & Greitzer, S. L. (1967). Geometry revisited. Washinton, D. C. : The Mathematical Association of America.
- de Walle, J. A. (2008). 수학을 어떻게 가르칠 것인가? 남승인, 서찬숙, 최신화, 강영란, 홍우주, 배혜진(역). 서울: 경문사. (영어 원작은 2004년 출판)
- Dennis, J. R. (1978). computer classification of triangles and quadrilaterals - a challenging application. Mathematics Teacher 71(5). 452-458.
- Reys, R. E, Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2012). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 역. 서울: 경문사. (영어 원작은 2008년 출판)

<인터넷 자료>

대한수학회 (2014). <http://www.kms.or.kr>

Common Core State Standards Initiative (2010). Common core standards for mathematics.

http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf

Progressions Documents for the Common Core Math Standards.

<http://commoncoretools.me/tools/> & <http://ime.math.arizona.edu/progressions/>

wolfram (2014). <http://mathworld.wolfram.com>

A critical review of handling the concave polygons in elementary 4th grade mathematics textbooks according to 2009 revised curriculum

Choi, Jong Hyeon¹⁵⁾ · Choi, Kyoung A¹⁶⁾ · Park, Kyo Sik¹⁷⁾

Abstract

Elementary textbook «Mathematics 4-2» first published in 2014 according to the 2009 elementary mathematics curriculum has been dealing with concave polygons which were not treated in elementary textbooks according to the previous curriculum. However, in the present paper, to show that there is a need to reconsider the handling of the concave polygons, after discussions about the polygon, problems in handling the concave polygons were discussed in next two viewpoints: Does 2009 elementary mathematics curriculum allow handling of the concave polygons? are there any logical leaps in handling of the concave polygon? And the following reasons to reconsider the handling of the concave polygons are presented as conclusions. First, there was no process of publicizing the handling of the concave polygon. Second, the evidences that will justify the handling of the concave polygon can not be found in 2009 elementary mathematics curriculum. Third, there are logical leaps in the handling of the concave polygons. Fourth, there is no consistency in handling the concave polygons.

Key word : concave polygon, diagonal line, elementary mathematics curriculum, elementary textbook, interior angle, polygon

Received October 31, 2014
Revised December 17, 2014
Accepted December 25, 2014

15) Gyeongin National University of Education, Graduate school(duck0808@hanmail.net)
16) Gyeongin National University of Education, Graduate school(topkyoung@hanmail.net)
17) Gyeongin National University of Education(Corresponding author, pkspark@gin.ac.kr)