Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 40, No. 1, pp. 118-127, February 2014.
ISSN 1225-0988 | EISSN 2234-6457
http://dx.doi.org/10.7232/JKIIE.2014.40.1.118
© 2014 KIIE
<Original Research Paper>

중복설계 및 예방정비를 고려한 수리가능 $k-out-of-n$ 시스템 신뢰도 최적화 전략

이연호† · 정광균 · 윤태동 · 권기상

LIG Nex1, ILS 연구센터

Optimal Reliability Strategy for $k-out-of-n$ System Considering Redundancy and Maintenance

Youn-ho Lee · Kwang-kyun Jung · Tae-dong Yoon · Ki-sang Kwon

ILS(Integrated Logistics Support) R&D Lab, LIG Nex1

The configuration such as series, parallel and k-out-of-n of a repairable system directly affects its reliability. The maintenance strategy can also affect the overall performance of the system. The objective of this work is to investigate the possible trade-off between the configuration of a repairable k-out-of-n system and its maintenance strategy. The redundancy is considered to be the design decision variables, whereas the preventive maintenance period is considered to be the maintenance decision variables. The optimization model is used to minimize the overall life cycle cost associated with the system, considering constraint on reliability. Finally, genetic algorithm is used to find the optimal values for the decision variables. The result is compared with optimal values for considering redundancy and maintenance respectively.

Keywords: Preventive Maintenance Period, Redundancy Allocation, Repairable System, Genetic Algorithm(GA)

1. 서 론

신뢰도(Reliability)란 임의의 시스템이 주어진 사용조건 아래에서 의도된 임무기간 동안 고유의 기능을 고장발생 없이 성공적으로 수행할 수 있는 능력 또는 확률이다.

근래 시스템의 대형화 및 성능 고도화에 따라 복잡 시스템(complex System)의 수명주기 동안 목표대로 동작을 지속하는 것이 어려워졌다. 더욱이, 철도, 플랜트, 비행기, 군 무기체계 등과 같이 시스템의 고장 또는 비정상 동작이 비용뿐만 아니라 인원에도 큰 영향을 미치는 산업에서는 시스템 수명주기 동안의 고 신뢰도 유지 및 신뢰도 향상이 중요 사항으로 대두되고 있다. 이러한 시스템 신뢰성 향상을 위해 설계단계에서부터 운용유지 단계에 이르기까지 많은 신뢰도 향상 활동이 수행되고 있다.

설계단계에서 수행되는 대표적인 신뢰도 향상 활동으로는 (1) 시스템 구성품 자체의 신뢰도를 향상시키는 방법과 (2) 중복(Redundancy)전략을 적용하여 설계하는 방법이 있다. 구성품 자체의 신뢰도를 향상시키는 방법은 이를 위한 추가적인 기술, 인력, 비용 투입을 통해 별도 개발 사업을 수행하여야 하며, 반드시 성공한다는 보장이 없기 때문에 실패에 대한 위험부담을 가지게 된다. 중복 설계 방법은 요구하는 신뢰도를 만족시키기 위해 예비 구성품을 추가하는 것으로 기술개발에 대한 부담은 적으나 정비소요 증가로 인해 운용유지 비용 증가를 초래할 수 있다. 가장 일반적인 중복설계 형태는 예비부품을 포함한 $k-out-of-n$ 구조의 시스템이며, 직렬/병렬 시스템을 혼합한 $k-out-of-n$ 시스템은 많은 분야에서 널리 적용되고 있다.

수리가능 시스템의 경우 운용유지 단계에서의 신뢰도 향상 활동을 통해 일정수준 이상의 신뢰도를 유지할 수 있다. 가장 대표적인 활동으로는 주기적/지속적인 예방정비 활동을 수행

† 연락저자 : 이연호 선임연구원, 463-400 경기 성남시 분당구 삼평동 702 판교테크노밸리 내 LIG넥스원, Tel : 031-8026-4938, Fax : 031-8026-7096, E-mail : younho.lee@lignex1.com
2013년 7월 4일 접수; 2013년 8월 7일 수정본 접수; 2013년 9월 26일 게재 확정.

하는 것으로, 이를 통해 시스템의 품질을 유지하고 항시 가용한 상태로 만드는 것이다(Ben-Daya and Duffuaa, 1995). 하지만 시스템의 신뢰도, 비용 그리고 예방정비 주기는 서로 밀접한 관계에 있다. 따라서 예방정비를 수시로 하게 될 경우 시스템은 높은 신뢰도를 유지하지만 그에 상응하는 높은 비용을 필요로 하고, 반대로 예방정비 주기가 길어지면 비용은 감소하지만, 신뢰도 역시 감소하게 된다.

앞서 언급한 신뢰도 향상 활동에 대한 개별적인 연구는 많은 분야에서 진행되어 왔으며 그 중에서도 대표적으로 최적 중복 전략 및 예방정비 주기 설정에 대해 연구가 주로 이루어졌다. 하지만 이들 신뢰도 향상 활동을 종합하여 시스템 수명주기간 신뢰도 향상 및 유지를 고려한 연구는 거의 수행되지 않았으며 보다 현실적인 상황을 고려하였을 때 시스템 설계단계에서부터 운용유지 단계에 이르기까지를 고려하여 최소의 비용으로 요구 신뢰도를 유지할 수 있는 최적 전략이 필요하다. 운용유지 단계에서 적절한 예방정비를 수행하는 시스템의 경우에는 설계 단계에서 무리한 중복설계를 할 필요가 없으며, 예방정비 수행이 어려운 시스템에서는 충분한 중복설계를 통해 시스템 고유의 신뢰도을 향상 시킬 필요가 있다.

본 논문에서는 수리가능 $k-out-of-n$ 시스템에 대해 중복설계 중 하나의 방법인 활성 중복과 예방정비 수행을 함께 고려하여 시스템의 수명 주기간 최소한의 비용으로 시스템 요구 신뢰도를 만족하는 최적 중복설계 및 예방정비 주기를 설정한다. 하지만 예방정비 정책 수립을 위한 시스템의 주기 정비 문제(PMP : Periodic Maintenance Problem) 및 직렬, 병렬, $k-out-of-n$등 여러 시스템 구조에 대한 부품 선택 및 중복 수량에 대한 최적해(Global Optima) 탐색을 다루는 중복할당문제(RAP : Redundancy Allocation Problem)는 모두 NP-hard 문제인 것으로 알려져 있다(Bar-Noy *et al*., 2002), Chern(1992). 따라서 본 논문에서는 문제 해결을 위해 휴리스틱 기법 중 가장 일반적인 유전자 알고리즘을 이용하였다. 유전자 알고리즘은 적자생존이라는 자연현상을 모델링한 탐색방법으로 생명공학뿐만 아니라 다양한 분야의 학문에 적용되어왔다(Godlberg, 1989; Beasley *et al*., 1992). 또한 수많은 구성품으로 이루어진 복합 시스템의 경우 유전자 알고리즘을 통해 보다 빠른 시간 안에 해를 도출할 수 있으며 이는 군 무기체계 및 철도 산업과 같이 수많은 구성품으로 이루어진 시스템의 예방정비 주기를 산출하는데 있어서 효과적이다(Wang *et al*., 1996; Marseguerra and Zio, 2000).

본 논문에서는 알고리즘의 속도 향상을 위해 결정변수 중 하나인 하부 시스템 구성품 개수(중복 개수 포함)에 대한 상한/하한을 설정하였다. 또한 시스템 전체에 요구되는 신뢰도를 하부 시스템으로 할당하여 하부 시스템의 구조에 따른 최적 예방정비 주기를 산출하는 수식을 사전에 모델링하였다. 이를 통해 유전자 알고리즘의 최종 해는 알고리즘 진행에 따라 생성되는 중복설계 해 집합에 대한 최적 예방정비 주기 및 소요비용을 적합도로 판단하여 결정하였다.

2. 관련 연구

2.1 중복설계

복잡 시스템(complex system)의 중복 최적화 문제는 각 분야에서 많은 연구가 진행되었지만 그에 비해 수리가능 시스템에 대한 연구는 미흡하다. Kuo and Prasad(2000)에서는 시스템의 최적 중복 설계에 대한 관련 문헌들을 종합하여 정리하였다. 대부분의 논문들은 예산, 공간등의 주어진 제약사항을 만족하는 범위내에서 시스템 성능 척도인 신뢰도 또는 가용도 등을 최대화하는 문제에 대해 연구하였다. 또한 비용효과 측면에서는 초기 구성품 비용 및 정비 비용 그리고 불가동 비용 등을 고려한 총 소요비용을 최소화하는 최적화 문제의 해를 도출하였다.

Amari and Hoang(2007)에서는 수리가능 시스템의 예비 구성품 개수 탐색에 대한 알고리즘을 제시하였다. Baek and Jeon(2013)은 다른 중복형태를 가지는 혼합중복 $k-out-of-n$ 시스템의 MTTF를 최대로 하는 최적화 문제에 대해 수리모형을 적용하고 Harmony Search Algorithm을 이용하여 최적해를 산출하였다.

2.2 정비주기 산출

Chaudhuri and Sahu(1977)에서 예방정비 수행 후 시스템 신뢰도가 새것이 되는 것이 아니라 일정수준 만큼 이전 시점으로 회복, 즉 시스템의 나이가 감소되는 정비의 불완전성(Imperfect maintenance)을 소개하였으며, Nakagawa *et al*.(1983)에서는 예방정비 기간 중 고장과정은 비균질 포아송 과정(NHPP)을 따른다는 것을 증명하고, 각 고장에 대해서 최소 고장수리를 수행하는 최적의 예방정비 주기를 산출하였다. Jun *et al*.(1998)에서는 Nakagawa *et al*.(1983)의 개념을 이용하여 각 예방정비 간 고장에 대한 최소 고장수리와 불완전 예방정비가 복합적으로 발생하는 시스템에 대한 최적 예방정비 주기를 산출하였으며, Ji(1999)에서는 Jun *et al*.(1998)의 연구를 이용하여 군 무기체계의 최적 Overhaul 주기를 산출하였다. Bar-Noy *et al*.(2002)에서 예방정비 주기 문제(PMP)가 NP-hard라는 것이 증명되었으며, 이 문제의 하한과 9/8-근사 알고리즘이 제안되었다. 또한 시스템의 복잡도 및 제약사항이 많아지면 그에 비례해 예방정비 주기 산출 문제의 계산 복잡도 역시 기하급수적으로 증가한다는 사실이 알려지면서 이와 같은 문제 대한 한계를 극복하기 위해 휴리스틱 기법을 적용한 연구들이 많이 진행되었다(Lee *et al*., 2011).

최근 들어 수리가능 시스템 설계와 정비활동을 함께 고려한 시스템 신뢰도 최적 전략에 많은 연구가 진행되고 있으며 Moghaddass and Zuo(2011) 역시 그 중 하나이다. 하지만, Moghaddass and Zuo(2011)에서는 단일 시스템에 대해 고장간 평균시간(MTBF: Mean Time Between Failure) 동안의 비용을 최소화하기 위한 설계전략을 수립하였으며, 정비활동은 고장수리만 고려하였다. 따라서 본 논문에서는 보다 현실적인 제반사항들을

고려하여 고장 발생 분포가 다른 여러 하부 시스템으로 구성된 시스템의 총 수명주기 간 비용을 최소화하는 설계전략을 수립하였다. 또한, 정비활동은 고장수리 뿐만 아니라 예방정비를 함께 고려하여 적절한 예방정비 주기를 설정함으로써 과도한 중복설계를 방지하는 신뢰도 최적화 전략을 수립하였다.

3. 신뢰도 확률 모형

부품의 고장시간 분포가 지수분포(Exponential) 를 따른다고 고려하면, 고장시간 분포 함수인 $f(t)$와 누적분포 함수인 $F(t)$, 그리고 신뢰도 함수 $R(t)$는 다음과 같다.

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) \quad (1)$$

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t) \quad (2)$$

$$R(t) = \exp(-\lambda t), \quad (3)$$

$\lambda : failure \ \ rate$

하부 시스템이 직렬구조로 배치된 시스템의 신뢰도는 식 (4)와 같이 하부 시스템의 수가 증가할수록 시스템의 신뢰도는 저하된다. 따라서 시스템 신뢰도 향상을 위해서는 각 하부 시스템 예비 구성품의 병렬배치가 필요하다.

$$R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i \quad n \in N \quad (4)$$

R_S: 시스템 신뢰도

R_i : i번째 하부 시스템의 신뢰도

N: 하부 시스템의 개수

일반적으로 고려되는 예비 구성품의 병렬적 배치로는 $k-out-of-n$ 구조이며, 이는 시스템을 구성하는 구성품의 총 개수는 n개이며 이 중 시스템의 정상적인 동작을 위해서는 최소 k이상의 구성품이 정상 동작을 해야 함을 의미한다. 즉, $n-k$개의 구성품이 $k-out-of-n$ 구조의 시스템에 예비 구성품으로 중복되는 것이다. 중복의 형태로는 크게 활성중복과 대기중복으로 분류할 수 있다. 활성중복은 모든 구성품등이 동일한 가동상태를 유지하며 부하를 분담하는 형태이며 대기중복은 주 동작 구성품의 고장시 대기 중인 예비 구성품으로 부하를 전이하여 시스템의 동작을 유지하는 형태이다. 본 논문에서는 시스템의 중복형태를 활성중복으로 고려하였으며, 활성중복으로 구성된 $k-out-of-n$ 시스템의 운용시간 t에서의 신뢰도는 총 n개의 구성품 중 k개 이상의 구성품이 동작하고 있을 확률을 계산한 것으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_S(t) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} [e^{(-\lambda t)}]^i [1 - e^{(-\lambda t)}]^{n-i} \quad (5)$$

4. Modeling

시스템 S는 $k-out-of-n$ 구조의 하부 시스템으로 구성되어 있으며, 각 하부 시스템이 직렬로 연결되어있다. 각 하부 시스템은 활성중복의 신뢰도 확률 모형을 따르며 이때 시스템 S의 신뢰도를 최대화하기 위한 최적 중복과 예방정비 주기를 설정한다.

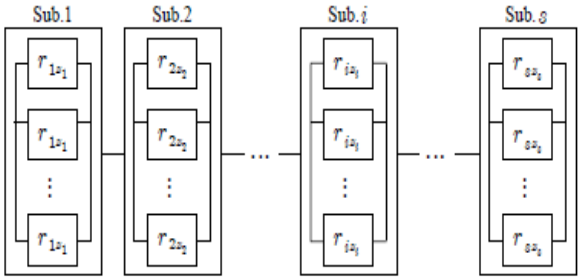


Figure 1. $k-out-of-n$ Series Configuration

4.1 가정

- 시스템 S는 총 m개의 하부 시스템이 직렬로 배치되어 있다.
- m개의 하부 시스템는 $k-out-of-n$ 구조로 정상적인 동작을 위해 최소 k 개 이상이 동작해야만 하며 각 구성품들의 고장은 독립적으로 지수분포를 따른다.
- 고려되는 시스템은 수리가능 시스템으로 수명주기 간 수행하는 정비업무는 고장수리와 예방정비로 구분되며 정비 대상은 하부 시스템의 구성품이다.
- 고장수리는 수명주기 간 발생하는 모든 고장에 대해 시스템 재가동에 필요한 최소 비용으로 수행하는 업무(Nakagawa *et al.*, 1983)로 신뢰도 변화에 영향이 없으며, 예방정비는 고장과 무관하게 일정 시간 간격에 시스템을 점검하여 시스템 의 신뢰도를 일정 시점 이전의 상태로 회복시키는 불완전 예방정비이다.

4.2 신뢰도 할당

신뢰도 할당이란 시스템 전체에 요구되는 신뢰도를 시스템을 구성하는 하부 시스템으로 배분하는 활동으로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$R_s = f(R_{r_1}, R_{r_2}, R_{r_3}, \cdots, R_{r_n}) \geq R_r \quad (6)$$

R_s : 시스템의 신뢰도

R_r : 시스템의 요구 신뢰도

R_{r_i} : i번째 하부 시스템의 할당 요구 신뢰도

f : 시스템과 하부 시스템 간 신뢰도 관계식

신뢰도 할당에 대한 제약사항이 없을 경우 식 (6)의 관계식은 무한히 많은 형태로 표현될 수 있다. MIL-HDBK-338B에서는 앞선 관계식에 대해 균등할당 기법, ARINC 기법, Feasibility-Of-Objectives 등의 할당 방법을 제시하고 있으나 과거 경험데이터나 예측치를 활용하여 신뢰도를 할당하는 ARINC 할당 기법이 가장 많이 수행되는 방법으로 본 논문에서도 ARINC 할당 기법을 활용하여 신뢰도 할당을 수행하였다.

ARINC 기법은 (1) 하부 시스템이 일정한 고장률을 갖는 직렬구조로 (2) 하부 시스템의 고장이 시스템의 고장을 유발시키고 (3) 시스템의 임무시간(mission Time)은 하부 시스템의 임무시간과 동일하다는 세 가지 가정을 전제로 한다. 또한 ARINC 기법은 신뢰도 요구사항을 고장률로 나타낸다. 이상의 가정하에 ARINC 기법은 다음 단계를 통해 수행된다.

단계 1 : 목적함수를 다음과 같이 하부 시스템의 할당 신뢰도로 설정한다.

$$\sum_{i=1}^{m}\lambda_i^* \le \lambda^*$$

λ_i^* : 하부 시스템 i에 할당된 고장률

λ^* : 시스템의 요구신뢰도에 대한 최대고장률

단계 2 : 각 하부 시스템에 대한 과거 관측 데이터 및 예측치를 이용하여 하부 시스템의 고장률 λ_i를 결정한다.

단계 3 : 단계 2의 결과를 이용하여 가중치 w_i를 산출한다.

$$w_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{m}\lambda_i}$$

단계 4 : 각 하부 시스템에 대한 신뢰도를 다음과 같이 할당한다.

$$R_{r_i} = (R_r)^{w_i}$$

이와 같은 ARINC 기법은 기존의 유사 경험제원에 대한 신뢰도 데이터를 기초로 하고 있기 때문에 비교적 정확한 신뢰도 할당을 할 수 있다.

4.3 중복 범위설정

$k-out-of-n$ 구조의 하부 시스템들은 최소 k개 이상의 구성품이 동작을 해야만 시스템 기능이 정상 동작하기 때문에 구성품 개수의 하한은 $\underline{n_i}=k_i$가 된다.

또한, 하부 시스템의 구성품 개수 상한은 시스템의 수명주기 동안 하부 시스템 i의 신뢰도가 요구 할당 신뢰도 이상이 되도록 하는 최소 n으로 설정한다.

구성품 개수의 상한은 먼저 Hoeffding's Inequality(1963)의 이항분포 누적분포함수의 상계를 이용하여 식 (5)의 하한인 식 (7)을 도출하고(Kim and Jeon, 2012), 이를 통해 식 (8)과 같이 하부 시스템 구성품 개수 상한의 근사값을 도출한다.

$$\underline{R_i} = 1-\exp\left[-2\frac{(n_i r_i(t)-(k_i-1))^2}{n_i}\right] \quad (7)$$

$$\overline{n_i} = \left(\frac{\beta+\sqrt{\beta^2+4r_i(t)(k_i-1)}}{2r_i(t)}\right)^2 \quad (8)$$

※단, $\beta = \sqrt{-\frac{1}{2}ln(1-R_{r_i})}$

도출된 하부 시스템 구성품 개수의 하한과 근사상한인 $[k_i, \overline{n_i}]$을 초기값으로 Bisection Method(이하 이분법)를 활용하여 상한값 $\overline{n_i^*}$을 재산출하였다.

4.4 예방정비 주기 설정

예방정비를 수행하기 위해서는 시간, 비용 및 인력 등의 제반사항을 필요로 하므로 최적의 예방정비 주기는 최소한의 예방정비로 각 하부 시스템이 요구 할당 신뢰를 달성할 수 있는 시간간격으로 설정한다. 하지만 예방정비 특성상 점검장비 오작동 및 점검자의 부주의 등으로 인한 신뢰도 손실과 예방정비만으로 개선되지 못하는 신뢰도가 존재한다. 이와 같은 점을 고려하여 개선되지 않은 신뢰도인 (1) 오 점검률 $e(0<e<1)$과 (2) 개선 불가 신뢰도 비율 $r(0<r<1)$ 만큼을 보상할 수 있도록 예방정비 주기를 짧게 설정한다.

오 점검률은 예방정비 수행으로 개선 가능한 총 신뢰도 중 e만큼 발생하며 개선 불가능한 신뢰도는 하부 시스템 구성품의 기능 중 예방정비를 통해 정상 여부 확인이 불가능한 부분으로 하부 시스템의 고장 중 r 만큼의 잠재 고장이 시스템에 잔존해 있는 것이다. 따라서 i번째 예방정비 수행 전/후 신뢰도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

- i번째 예방정비 수행 전 신뢰도(r_{ib})

  r_{ib} = i-1 번째 예방정비 수행 후 신뢰도× 예방정비 주기 간 신뢰도

  $r_{ib} = \exp[(i-1)\{-\lambda\cdot r\cdot T+\ln(1-e)\}] \times\exp(-\lambda\cdot T)$

- i번째 예방정비 수행 후 신뢰도(r_{ia})

  r_{ia} = 총 i번까지 예방정비 수행간 개선불가 신뢰도+오점검률

  $r_{ia} = \exp[i\cdot\{-\lambda_i\cdot r\cdot T+\ln(1-e)\}]$

여기서 T는 예방정비 주기이며, i는 예방정비 횟수이다. 총

예방정비 횟수(N)는 수명주기(L)를 예방정비 주기로 나눈 $N=\lfloor L/T \rfloor$으로 나타낼 수 있다. 시스템 수명주기간 하부 시스템 i에 할당된 요구 신뢰도를 유지하기 위한 예방정비 주기 T의 선정조건은 (1) N번째 예방정비 시점에서의 하부 시스템 신뢰도와, (2) 수명주기 시점에서의 하부 시스템 신뢰도가 할당된 요구 신뢰도 이상을 만족해야 하며 아래와 같다.

$$\arg\max_T \left[(R_i(NT) \geq R_{r_i}) \wedge (R_i(L) \geq R_{r_i}) \right] \quad (9)$$

$$R_i(NT) = \sum_{j=k}^{n} \binom{n}{j} (r_{Nb})^j (1-r_{Nb})^{n-j}$$

$$R_i(L) = \sum_{j=k}^{n} \binom{n}{j} (r(L))^j (1-r(L))^{n-j}$$

$$※ \quad r_{Nb} = \exp[(N-1)\{-\lambda \cdot r \cdot T + \ln(1-e)\}] \times \exp(-\lambda \cdot T)$$

$$r(L) = r_{Nb} \times \exp\{-\lambda \cdot (L-NT)\}$$

여기서 R_{r_i}는 하부 시스템 i에 할당된 요구 신뢰도, $R_i(NT)$, $R_i(L)$는 각각 마지막 예방정비 시점과 수명주기 시점에서의 하부 시스템 i의 신뢰도이다. 이때 식 (9)를 만족하는 최대 T가 하부 시스템 i의 예방정비 주기가 되며 T는 $[0, L]$을 초기 탐색 구간으로 이분법을 이용하여 탐색하였다.

하지만, 예방정비 시 오 점검률과 개선불가 신뢰도를 고려하여 정비주기를 산출할 경우 예방정비를 수행하여도 조건 (1), (2)를 만족하지 못하는 경우가 발생할 수 있다. 이와 같은 경우에는 비록 요구 신뢰도를 만족하지 않더라도 정비주기 탐색 간 가장 높은 신뢰도를 유지하는 T를 예방정비 주기로 설정하였으며 요구 신뢰도 불만족에 따른 패널티를 부과하였다.

4.5 비용 모델

본 논문에서는 최소한의 비용으로 시스템 S의 요구 신뢰도를 만족하는 중복 설계와 정비주기를 산출하는 것으로 목적함수인 시스템 S의 수명주기 간 소요 비용은 (1) 각 하부 시스템의 초기 비용과 (2) 운용유지 비용의 합으로 산출할 수 있다. 하부 시스템의 초기 비용은 하부 시스템을 구성하는 총 구성품 개수 n과 구성품 단가의 곱으로 계산할 수 있으며, 운용유지 비용은 각 예방정비 시점에서의 예방정비 수행 비용과, 수명주기 간 고장 발생에 대한 최소수리비용의 합으로 계산할 수 있다. 이때, 구성품 단가, 예방정비 비용 그리고 패널티 비용은 고정비용이며, 최소수리비용은 고장발생 시 소요 비용에 고장발생 횟수를 곱한 값으로 하부 시스템 i에 대한 수명주기 동안 비용은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$C_i = n_i \cdot C_{c_i} + N \cdot C_{p_i} + C_{r_i} \cdot E[N(L)]_i \quad (10)$$

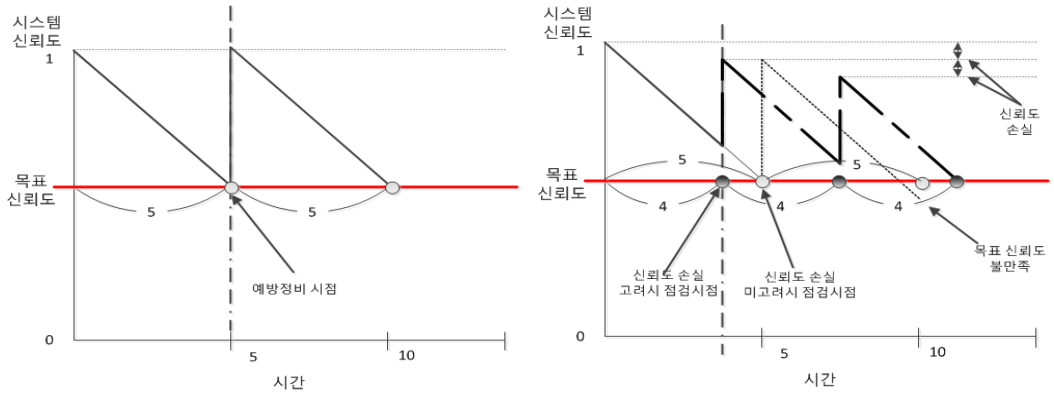
여기서 C_i는 i번째 하부 시스템에 대한 총 비용이다. n_i, C_{c_i}는 i번째 하부 시스템의 총 구성품 개수 및 단가, N, C_{p_i}, C_{r_i}은 각각 예방정비의 총 수행 횟수와 비용 그리고 최소수리비용이며, $E[N(L)]_i$는 수명주기(L) 동안 하부 시스템 i에 대한 평균 고장 발생 횟수이다.

$k-out-of-n$ 구조의 하부 시스템은 활성중복으로 n개의 구성품이 동시에 동작하기 때문에 하부 시스템 i의 평균 고장 발생 횟수($E[N(L)]_i$)는 하부 시스템을 구성하는 구성품들의 평균 고장 발생 횟수 $E[N(L)]_c$를 합한 값으로 나타낼 수 있다.

여기서 각 구성품의 고장발생 분포는 지수분포를 따르므로 시점 t에서의 고장률 함수 $r(t)$는 다음과 같다.

$$r(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{1-(1-e^{-\lambda t})} = \lambda$$

즉, 각 구성품은 시간의 경과 및 예방정비 수행에 관계없이 항상 일정한 고장률을 가진다. 따라서 수명주기 동안의 평균 고장 발생 횟수는 수명주기 L과 구성품 고장률 λ의 곱으로 계산할 수 있으므로 하부 시스템 평균 고장 발생 횟수는 식 (11)



(a) $e, r = 0$ (B) $0 < e, r < 1$

Figure 2. Various preventive maintenance periods for maintenance limits(e, r)

과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[N(L)]_i = n_i \times E[N(L)]_c = n_i \times L \times \lambda_i \quad (11)$$

만일, $R_i(NT)$와 $R_i(L)$가 하부 시스템 i에 할당된 신뢰도 R_{r_i} 보다 작을 경우 패널티 비용을 부과한다. 패널티는 R_{r_i}에서 $R_i(NT)$와 $R_i(L)$합을 뺀 값을 일정비율(Cost Rate)만큼 패널티 비용(C_{panel})을 곱하여 계산한다.

하부 시스템 i의 총 소요 비용은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$C_i = C_{c_i} + \left\lfloor \frac{L}{T_i} \right\rfloor \cdot C_{p_i} + C_{r_i} \cdot n_i \cdot L \cdot \lambda_i + C_{panel} \cdot \frac{[2R_{r_i} - \{R_i(NT) + R_i(L)\}]}{Cost\ Rate} \quad (12)$$

5. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 탐험과 탐사의 균형이 잘 이루어진 알고리즘으로 넓은 범위의 할당 문제에서 효율적인 해를 도출하는데 적합하다. 유전자 알고리즘은 각 세대의 잠재적인 해 집합을 검색하여 서로 다른 개체를 선별/교배하여 다음 세대의 개체를 생성한다. 이와 같은 방법으로 알고리즘이 국부 최적(local optimum)에 빠지는 것을 방지하고 전역 최적(global optimum)에 근사한 해를 도출하는데 도와준다.

5.1 유전자형 표현

일반적으로 유전자 알고리즘은 각각의 가능 해를 표현하는 개체(individual)들의 조합으로 전개되며 개체는 염색체(chromosome)의 조합으로 구성되어 있다. 본 논문에서는 하나의 개체가 시스템을 구성하는 하부 시스템의 개수와 동일한 크기의 염색체로 이루어져 있으며, 유전자 알고리즘의 각 단계를 수행하는 유전자형은 하부 시스템의 중복 개수로써 정수로 표현한다. 즉, i번째 염색체의 유전자형이 2일 경우, 하부 시스템 i의 중복 개수가 2개임을 의미하며 하부 시스템 i의 총 구성품 개수는 k_i+2가 된다.

5.2 초기화

최초 개체생성은 각 하부 시스템에 해당하는 염색체에 대해 하부 시스템의 중복개수 범위인 $[0,\ \overline{n_i^*} - k_i]$ 내에서 임의로 생성한 값을 가지도록 생성한다. 또한 넓은 범위에서의 해 탐색을 위해 초기 생성 개체들 중 하나의 개체는 중복설계를 하지 않는 개체로(모든 유전자형이 0), 나머지 하나는 중복설계를 최대한으로 수행한 개체로(모든 유전자형이 중복개수 상한 $(\overline{n_i^*} - k_i)$) 생성하도록 한다.

5.3 적합도함수

이 단계에서는 각 개체들에 대한 적합도 함수를 계산한다. 적합도 함수는 각 하부 시스템의 총 소요비용을 식 (12)를 이용하여 계산하고 이를 모두 합하여 얻은 시스템 전체의 소요비용을 역수로 적용한다.

$$Fitness = 1/\sum_i C_{i,} \quad \forall i \in m \quad (13)$$

각 하부 시스템의 수명 주기간 소요비용은 먼저 주어진 구성품 개수에 따른 각 하부 시스템의 초기비용을 계산하고, 주어진 구성품 개수에 대한 예방정비 주기를 설정하여 수명 주기간 정비 비용을 계산한다. 또한 각 하부 시스템의 요구 신뢰도 만족여부를 판단하여 패널티를 부과하는 것으로 운용유지비용을 계산한다.

5.4 교배

교배 단계에서는 다음 세대의 개체들을 생성하기 위해 임의의 두 개체를 선별하여 교배에 이용한다. 교배는 선택된 두 개체의 합으로 자식 개체를 생성하되, 각 염색체 상한값을 하부 시스템의 중복개수 상한값$(\overline{n_i^*} - k_i)$으로 설정하며 자세한 수행 절차는 <Figure 3>에서 알 수 있다. 또한 우수 개체 보존을 위해 최고 적합도를 가진 개체는 다음 세대에 다시 나타나도록 한다.

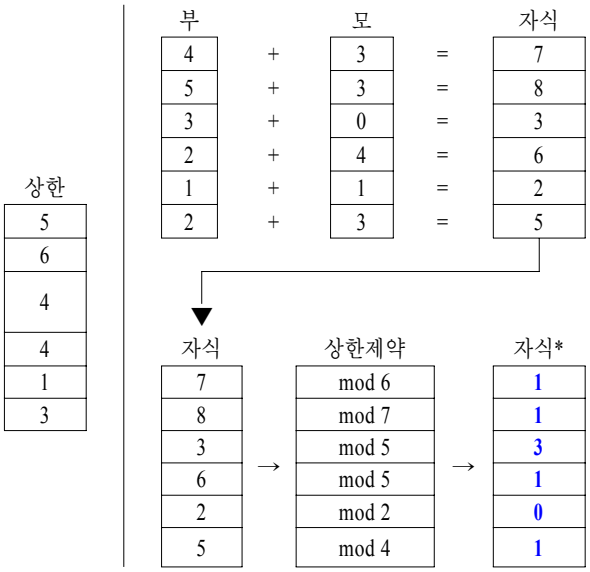


Figure 3. Crossover Process

5.5 변이

변이 단계에서는 해의 다양성 위하여 일부 개체에 대해 유전자형을 임의로 변경한다. <Figure 4>를 보면 이 단계에서는 각 개체에 대해 일정확률로 변이가 발생하며, 변이가 발생하는 개체는 각 염색체 중 무작위로 두 개를 선택하여 서로 합한

값으로 염색체 값을 변경한다. 이때 교배 단계와 마찬가지로 각 염색체의 상한을 고려하여 변경된 값을 반영하도록 한다.

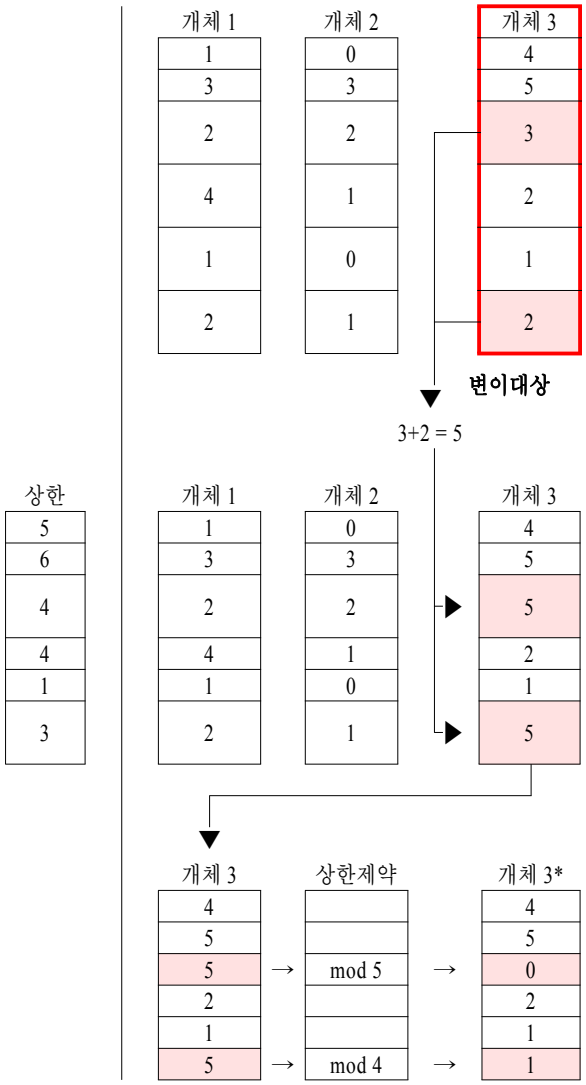


Figure 4. Mutation Process

유전자 알고리즘 프로세스는 앞서 설명된 절차와 같이 각 세대의 개체를 생성한 다음, 생성된 개체들의 적합도 함수를 계산하고 이전까지의 최적해와 비교하여 보다 높은 적합도를 가지는 개체를 최적해로 선정하여 저장하는 방법으로 진행된다.

6. 실험 및 분석

본 논문에서 설명한 최적화 문제는 하부 시스템의 구성품 개수 $n_i^* = s_i + k_i$와 예방정비 주기 T_i를 결정 변수로 하는 비용 최소화 문제이다. 본 문제는 유전자 알고리즘을 바탕으로 알고리즘의 속도향상을 위해 구성품 개수의 상한/하한을 설정하였으며, 예방정비 주기는 정비시 제약사항을 고려한 수학적 모델을 수립하여 값을 도출하도록 하였다.

실험에서는 1) 본 논문에서 제안하는 최적 신뢰도 전략선택 모델(이하 Mixing Strategy 라고 칭함)외에 비교 모델인 2) 중복설계만을 고려한 모델과(이하 Redundancy 라고 칭함), 3) 중복설계 없이 예방정비만을 수행하는 모델(이하 Maintenance 라고 칭함)을 동일한 실험환경에서 동일한 파라메타와 적용하여 모델의 성능을 비교하였다. 파라메타 값은 시스템 요구 신뢰도 및 하부 시스템의 신뢰도 할당값, 비용 그리고 최소 동작 개수 등 하부 시스템 관련 파라메타와 유전자 알고리즘 구동에 필요한 기타 파라메타가 있다. 각 모델은 Matlab R 2010을 이용하여 프로그래밍 하였다.

본 실험에서 신뢰도 할당을 위해 적용된 하부 시스템 예측 고장률은 OO 무기체계에서 분석된 값을 적용하였으며 결과는 <Table 1>과 같다. 또한 각 하부 시스템의 정상동작을 위해 필요한 최소개수 k는 {2, 1, 3, 2, 1}, 단가 C_c는 {1.5, 5.0, 4.0, 3.0, 2.0} ($\times 10^6$)이며 예방정비 비용인 C_p와 최소수리 비용 C_r는 각 하부 시스템 단가의 30%, 10%로 설정하였다.

Table 1. Reliability Allocation

구 분	장치 A	장치 B	장치 C	장치 D	장치 E
예측고장률, $\lambda_i(10^{-6})$	2.935	8.086	13.981	1.785,	0.593
가중치, w_i	0.107	0.295	0.511	0.065	0.022
할당신뢰도, R_{r_i}	0.976	0.936	0.892	0.986	0.995

시스템 명 : No Name
시스템 요구 신뢰도, R_r : 0.80.
하부 시스템 수, m : 5

Table 2. Parameters

구 분	설명	값
Life	시스템 수명주기(년)	10
No_Individual	세대당 개체 수(개)	10
Iteration	반복 횟수(회)	50
C_panalty	패널티 비용(백만 원)	15.5
Cost Rate	패널티 비율	0.01
e	오 점검률	0.01
r	개선불가 신뢰도 비율	0.001

유전자 알고리즘 구현에 필요한 파라메타는 <Table 2>와 같이 설정하였다. 여기서 패널티 비용은 직렬구조 시스템 특성상 하나의 하부 시스템이 요구 성능을 불만족할 경우 시스템 전체에 영향을 미친다는 가정 하에 시스템 전체 단가로 설정하였으며, 패널티 비율은 하부 시스템 신뢰도인 $R_i(NT)$와 $R_i(L)$이 요구 신뢰도 대비 0.01 차이가 발생할 때마다 패널티 비용이 배로 증가되도록 설정하였다.

먼저 본 논문에서 제안하는 Mixing Strategy 모델을 이용한

시험결과 결정변수인 구성품 개수 및 예방정비 주기와 목적함수인 시스템 수명 주기간 총 소요비용은 <Table 3>을 통해 확인할 수 있다.

Table 3. Optimum solutions(redundancy and maintenance periods)

구 분	장치 A	장치 B	장치 C	장치 D	장치 E	시스템
구성품 상한	5개	5개	17개	4개	2개	-
구성품 수	4개	2개	5개	3개	2개	16개
중복 수	2개	1개	2개	1개	1개	7개
정비 주기	8.12년	3.96년	2.13년	3.96년	미수행	-
정비 횟수	1회	2회	4회	2회	미수행	7회
비용 (백만)	6.60	13.71	27.25	10.94	4.02	62.52

Table 4. System reliability at each preventive maintenance

구 분 / 시간(년)	정비 대상	시스템 신뢰도		
		정비전	정비후	개선
0 (운용시작)	-	1	-	-
2.13	C	0.8951	0.9765	0.0814
3.96	B, D	0.8670	0.9314	0.0644
4.26	C	0.9033	0.9937	0.0904
6.39	C	0.8585	0.9525	0.0940
7.91	B, D	0.8532	0.9225	0.0693
8.1	A	0.9042	0.9255	0.0213
8.53	C	0.8855	0.9911	0.1056
10(수명주기)	-	0.9107	-	-

<Table 3>에서 식 (8)과 이분법을 이용하여 장치별 구성품 상한을 각각 5개 5개 17개 4개 2개로 계산하였으며, 모든 장치들은 최소 1개 이상의 중복설계를 하고, 장치 E를 제외한 나머지 장치들은 예방정비를 수행하는 것으로 나타났다.

<Table 4>와 <Figure 5>에는 예방정비 시점 별 정비대상 및 시스템 신뢰도를 정리하였다. <Table 4>와 <Figure 5>를 보면 각 예방정비 시점에서 개선되는 신뢰도가 다르게 나타나는데 이는 정비대상 장치의 신뢰도 개선이 시스템에 미치는 영향이 다르기 때문이다.

<Table 5>와 <Table 6> 그리고 <Figure 6>에는 모델별 총 소요비용 및 신뢰도 변화를 정리하였다. 수명 주기간 시스템 상세 신뢰도 변화는 <Table 5>와 <Figure 6>를 통해 확인할 수 있다.

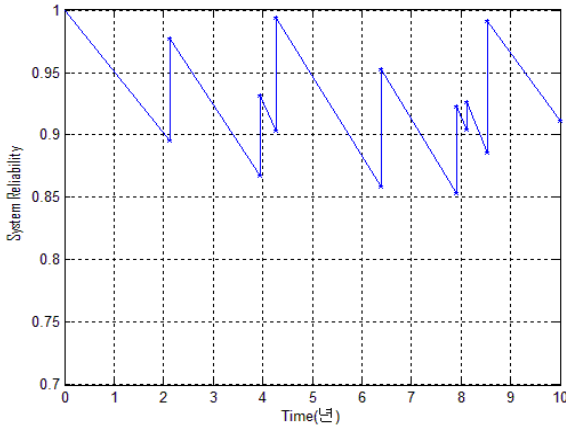


Figure 5. System reliability over time

Table 5. System reliability for each model

정비 시점	Mixing		Maintenance		Redundancy
	전	후	전	후	
운용시작	1		1		1
1st	0.895	0.976	0.632	0.844	
2nd	0.867	0.931	0.717	0.772	
3rd	0.903	0.993	0.574	0.768	
4th	0.858	0.952	0.648	0.707	
5th	0.853	0.922	0.604	0.650	
6th	0.904	0.925	0.588	0.624	
7th	0.885	0.991	0.604	0.807	
8th			0.510	0.682	
9th			0.662	0.712	
10th			0.524	0.571	
11th			0.505	0.675	
12th			0.557	0.599	
13th			0.497	0.505	
14th			0.498	0.529	
15th			0.496	0.662	
16th			0.464	0.500	
17th			0.451	0.602	
18th			0.575	0.626	
19th			0.415	0.554	
20th			0.522	0.562	
21th			0.415	0.441	
22th			0.400	0.535	
23th			0.431	0.470	
24th			0.466	0.502	
25th			0.396	0.530	
26th			0.360	0.388	
27th			0.360	0.482	
수명주기	0.9107		0.3871		0.8625

먼저 <Table 5>와 <Figure 6>를 보면 Mixing 모델과 Maintenance 모델은 각 7번, 27번의 예방정비를 수행하며 Maintenance 모델은 요구 신뢰도를 만족하지 못하는 것을 확인할 수 있다. Mixing 모델과 Redundancy 모델은 중복설계를 통해 신뢰도 감소 기울기가 완만하여 최소한의 예방정비 수행으로 고 신뢰도를 유지할 수 있지만 Maintenance 모델은 두 모델에 비해 가파른 신뢰도 기울기로 인해 Mixing 모델에 비해 약 4배 많은 예방정비를 수행하고도 요구 신뢰도를 만족하지 못하는 것을 알 수 있다. . 이는 예방정비 수행이 시스템 신뢰도를 완전히 새 제품으로 만드는 활동이 아니며 정비 수행간 정비자 또는 점검장비의 오류로 인해 불완전한 정비가 발생할 수 있기 때문이다.

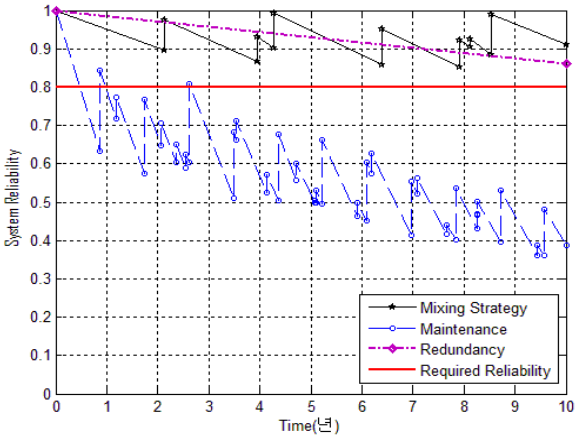


Figure 6. System reliability over time for each model

Table 6. Total cost for each model

구 분	비용(백만 원)			
	소요비용	패널티	계	비고
Mixing	62.524	-	62.524	
Maintenance	60.262	1,997.938	2,058.262	목표값 불만족
Redundancy	127.000	-	127.000	

<Table 6>를 보면 패널티를 포함한 총 소요비용은 Mixing 모델이 가장 낮은 것을 알 수 있다. Redundancy 모델의 경우 예방정비 수행을 고려하지 않고 중복설계 만으로 요구 신뢰도를 만족하기 위해 가용한 최대한의 중복설계를 수행하여 적절한 수준의 중복설계와 예방정비를 수행한 Mixing 모델에 비해 2배 이상 높은 소요비용이 발생하였다.

Maintenance 모델의 경우 패널티를 포함할 경우 가장 높은 소요비용이 발생한다는 것을 알 수 있다. 하지만 패널티 비용은 요구 신뢰도 만족이라는 제약사항에 의해 부여된 가상의 비용이므로 실제 소요 비용만을 고려할 경우 제안모델인 Mixing 모델의 소요비용에 비해 약 3% 가량 낮은 것을 알 수 있다.

하지만 Maintenance 모델의 경우 요구 신뢰도 불만족에 따른 수명주기간 시스템 동작에 대한 불신으로 높은 패널티가 부과되었으며 Mixing 모델에 비해 약 4배에 달하는 예방정비 수행으로 시간, 인원, 물자 등 본 논문에서 고려되지 않은 부수 지원요소의 추가 손실 등이 예상된다. 따라서 수명주기간 시스템의 경제적/운용적 측면을 고려할 경우 본 논문에서 제안한 Mixing 모델이 가장 효율적인 것을 알 수 있다.

7. 결 론

본 논문에서는 수리가능 $k-out-of-n$ 시스템의 수명주기간 최적 신뢰도 전략으로 개발단계에서의 중복설계와 운용유지 단계에서의 예방정비를 고려하였다. 이는 중복설계 또는 예방정비에만 국한적으로 수행되었던 이전까지의 연구들에 비해 보다 현실적인 것으로 시스템의 소요제기 및 개발초기에서 시스템의 전순기 동안 소요되는 비용을 보다 구체적으로 분석하는데 유용하게 적용될 수 있을 것이다.

본 논문에서는 휴리스틱 기법인 유전자 알고리즘을 이용하여 중복설계의 해집합을 탐색하였으며, 사전작업을 통한 해집합의 상한/하한을 설정하여 알고리즘 진행 속도 향상을 도모하였다. 또한 예방정비 주기는 실제 정비간 제약사항을 반영한 수식모델을 이용하여 알고리즘 진행간 각 해집합에 대해 산출되도록 설정하였다. 프로그래밍을 이용한 실험 수행 결과, 중복설계만을 고려한 모델에 비해서는 비용적인 측면에서 유리하였으며 예방정비만을 고려한 모델에 비해서는 수명주기간 신뢰도 유지 측면에서 유리한 것을 확인하였다.

앞으로의 연구에서는 $k-out-of-n$ 구조 뿐만 아니라 다양한 구조의 시스템을 고려하고 더불어 유기적 관계를 맺고 있는 구성품 또는 하부 시스템들간의 상호작용을 함께 고려하여 기능적 또는 물리적으로 시스템에 미치는 영향을 고려해야 할 것이다.

참고문헌

Amari, S. V. and Pham, H. (2007), Novel Approach For Optimal Cost-Effective Design of Complex Repairable Systems, *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics Part A : Systems And Humans*, **37**(3), 406-415.

Baek, S.-W. and Jeon, G.-W. (2013), A k-out-of-n System Reliability Optimization Problem with Mixed Redundancy, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **39**(2), 90-98.

Bar-Noy, A., Bhatia, R., Naor, J.-S., and Schieber, B. (2002), Mini mizing service and operation costs of periodic scheduling, *Mathematics of Operations Research*, **27**(3), 518-544.

Ben-Daya, M. and Duffuaa, S.-O. (1995), Maintenance and quality : the missing link, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **1**(1), 20-26.

Chaudhuri, D. and Sahu, K.-C. (1977), Preventive maintenance intervals for optimal reliability of deteriorating system, *IEEE Transactions on*

Reliability, **26**(5), 371-372.
Chern, M.-S. (1992), On the Complexity of reliability redundancy allocation in a series system, *Operations Research Letters*, **11**(5), 309-315.
Goldberg, D.-E. (1989), Genetic algorithms in search, optimization and machine learning, Addison Wesley, Boston, Massachusetts.
Hoeffding, W. (1963), Probability inequalities for sums of bounded random variables, *Journal of the American Statistical Association*, **58** (301), 13-30.
Ji, G.-Y. (1999), A Study on the Overhaul Cycle Determination with Minimum Maintenance Cost for New System, *Dept. of Industrial Engineering Graduate School of Engineering*, Changwon, Kyungnam, Korea.
Jun, C.-H., Park, K.-S., Hwang, W.-E., and Ju, M.-B. (1998), Estimation of Failure Rates and Maintenance Interval under Periodic Maintenance Polices with Minimal Repair at Failure-A Case of K Steelworks, *Journal of the Korean Institute of Plant Engineering*, **3**(1), 217-228.
Kim, H.-S. and Jeon, G.-W. (2012), A Reliability Optimization Problem of System with Mixed Redundancy Strategies, *IE Interfaces*, **25**(2), 153-162.
Kuo, W. and Prasad, V. R. (2000), An Annotated Overview Of System Reliability Optimization, *IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics Part A : Systems And Humans*, **49**(2), 176-187.
Lee, Y.-H., Lee, I.-D., Lee, D.-W., and Sohn, K.-H. (2011), Optimal Preventive Maintenance Period in Complex Systems in considering Components Reliability Characteristic, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **37** (4), 390-399.
MIL-HDBK-338B, Electronic Reliability Design Handbook, October 1, 1998.
Moghaddass, R. and Zuo, M.-J. (2011), Optimal Design of a Repairable k-out-of-n System Considering Maintenance, *Reliability and Maintainability Symposium(RAMS)*, *Proceedings-Annual*.
Nakagawa, T., and Kowada, M. (1983), Analysis of a System with Minimal Repair and Its Application to Replacement Policy, *European Journal of Operational Research*, **12**(2), 176-182.
Wang, K.-S., Chang, W.-H., Tsai, Y.-T., and Hsu, F.-S.(1996), Using genetic algorithm planning preventive replacement of components in a system, Proc. 13th national Conf. of the Chinese Society of Mechanical Engineers, Taiwan : *National Taiwan University*, 271-278.