

4경간 현수교에서의 중앙주탑 휨강성의 영향

권순길* · 유 훈** · 최동호***

Gwon, Sun-Gil*, Yoo, Hoon**, Choi, Dong-Ho***

Effects of Flexural Rigidity of Center Tower in Four-Span Suspension Bridges

ABSTRACT

For simple and accurate analysis for behaviors of multi-span suspension bridges which are expected to be frequently constructed as strait-crossing bridges, the deflection theory as the peculiar theory of a suspension bridge can be applied. This paper performs a structural analysis for four-span suspension bridges using the deflection theory. Simply-supported beams with tension are used for girders and the deflections of the beams due to the vertical loads and moments at supports are calculated. The calculation is performed iteratively until the deflections satisfy the compatibility equations of cables. The results of the deflection theory analysis considering tower rigidity are compared with those of the finite element analysis for verification. Importance of the tower rigidity for four-span suspension bridges is confirmed using various compatibility equations of the cable due to variation of the constraint conditions between main cable and top of towers. In addition, the simple parametric analysis for variation of the center tower rigidity is performed.

Key words : Four-span suspension bridge, Deflection theory, Compatibility equation of cable, Flexural rigidity of tower, Slip safety of cable

초록

해협횡단 교량으로서 적용사례가 증가될 것으로 예상되는 다경간 현수교에 대한 거동을 간략하면서도 정확히 해석하기 위하여, 현수교에 대한 고유의 해석이론인 처짐이론 해석방법을 사용할 수 있다. 본 연구에서는 처짐이론 방법을 이용한 4경간 현수교의 구조해석을 수행하였다. 거더를 축인장력을 받는 단순보로 고려하였고, 연직방향 하중 및 지점부 모멘트에 의한 단순보의 수직변위를 산정하여, 이 변위가 케이블의 적합방정식을 만족할 때까지 반복해석을 수행하였다. 유한요소해석의 결과와 비교하여 모든 주탑의 휨강성을 고려하는 처짐이론 해석의 결과를 검증하고, 주케이블과 탑정부 간의 구속조건 변화에 따른 다양한 케이블 적합방정식을 이용하여, 4경간 현수교에서의 주탑 휨강성의 중요성을 확인하였다. 또한 중앙주탑 휨강성의 변화에 따른 간단한 변수해석을 수행하여 그에 따른 거동을 파악하였다.

검색어 : 4경간 현수교, 처짐이론, 케이블 적합방정식, 주탑 휨강성, 케이블 슬립안전율

1. 서론

교량의 초장대화가 실현되고 있는 요즘, 수심이 깊고 가설거리가 긴 해협횡단교의 시공시 종래의 3경간 현수교를 대신할 수 있는 교량이 바로 다경간 현수교이다. 다경간 현수교란, 기존의 2주탑 3경간 현수교와 비교하여, 세 개 이상의 주탑과 두 개 이상의 주경간을 가지는 현수교라 할 수 있다. 해협횡단교와 같은 초장대 교량의 시공시, 3경간의 전형적인 현수교를 연속화시키는 구조와 비교하여, 다경간 현수교는 해상에 위치하여야 하는 거대한 공유 앵커리지를 배제할 수 있기 때문에, 시공성이나 경제성 그리고 미관적인 측면에서

* 정희원 · 한양대학교 건설환경공학과 박사과정 (verysoon@daum.net)

** 정희원 · 현대건설 연구개발본부 과장, 공학박사 (hoonyoo@hdec.co.kr)

*** 정희원 · 교신저자 · 한양대학교 건설환경공학과 교수, 공학박사 (Corresponding Author · Hanyang University · samga@hanyang.ac.kr)

Received July 2, 2013/ revised July 30, 2013/ accepted September 10, 2013

효율적인 대안이 될 수 있다(Gimsing, 1998). 따라서, 국내에서도 새천년대교와 같은 4경간 현수교가 시공되기 시작하는 지금과 같은 상황에서, 다경간 현수교에 대한 연구가 더 활발해질 필요가 있다.

다경간 현수교에 대한 연구동향을 살펴보면, Yoshida et al. (2004)은 4경간 현수교의 주케이블 강성에 관한 식을 유도하고, 고정하중, 활하중, 풍하중 등에 대한 비틀림 거동, 처짐, 고유치 해석 등 다양한 변수해석을 수행하여 거동을 분석하였다. 그리고 Nogami et al. (2006)은 4경간 현수교에 대하여 구조 전체계의 내하력을 이용하여 측주탑 및 중앙주탑의 최적 휨강성비를 제안한 바 있으며, Nogami et al. (2010)은 4경간 현수교의 탄소성 거동과 극한강도 특성을 규명하고, 고강도 케이블을 사용했을 경우의 극한 거동 변화를 분석하였다. 또한, Choi et al. (2013)은 선형화된 처짐이론을 이용하여 4경간 현수교에 대한 영향선 해석을 수행하였고, Choi et al. (2014)은 4경간 현수교의 주탑 변위를 효율적으로 산정할 수 있는 방법을 제안하였다.

세계 최초의 주경간 1km 급 다경간 현수교로서, 2012년 말 개통된 3주탑 2경간 현수교인 중국의 태주대교에 대한 다양한 연구도 진행되어 왔다. Song et al. (2012)은 태주대교의 탄성 및 탄소성 해석과 프레임 모델 및 판요소가 포함된 프레임 모델의 비교해석을 통하여 중앙 강주탑의 좌굴안정성을 분석하였고, Wang et al. (2012)은 터널실험 및 CFD 해석을 통하여 태주대교의 중앙주탑에서의 내풍 안정성을 규명하였으며, Zhang et al. (2012)은 유한요소해석을 이용하여 거더와 주탑 간의 경계조건이 중앙주탑에서의 주케이블 슬립안전율, 거더 및 주탑의 최대 변위에 미치는 영향을 분석하였다.

이러한 다경간 현수교에 대하여 지금까지의 연구는 대부분 유한요소해석을 이용하여 수행되어 왔고, 이론적인 해석방법을 이용한 연구는 그다지 많지 않은 실정이다. 그리고 이에 대한 설계 및 시공사례가 많지 않아서, 설계를 위해서는 유한요소해석 프로그램을 이용한 반복해석으로부터 각 부재별 단면을 선정하여야 하므로 많은 시간과 노력이 요구된다(Feng et al., 2012). 특히, 다경간 현수교에서 중요시되는 중앙주탑의 휨강성을 결정하는 데에 있어

서도 많은 반복해석이 요구된다(Zhu et al., 2012). 따라서, 해협형 단 교량으로서 적용사례가 증가될 것으로 예상되는 다경간 현수교에 대한 거동을 정확히 해석하고, 복잡한 설계 데이터를 보다 용이하게 얻기 위해서는 구조계를 보다 간략하면서도 정확히 해석할 수 있는 방법이 필요하다. 이를 위하여, 현수교에 대한 고유의 해석이론인 처짐이론을 사용할 수 있다.

본 연구에서는 처짐이론 해석방법을 이용한 다경간 현수교, 특히 4경간 현수교의 구조해석을 위하여, 거더를 축인장력을 받는 단순보로 고려하였고, 연직방향 하중 및 지점부 모멘트에 의한 단순보의 수직변위를 산정하여, 이 변위가 케이블의 적합방정식을 만족할 때까지 주케이블의 수평력을 수정해가며 반복해석을 수행하였다. 그리고 유한요소해석의 결과와 비교하여 처짐이론 해석의 결과를 검증하고, 주케이블과 탑정부 간의 구속조건 변화에 따른 다양한 케이블 적합방정식을 이용하여 4경간 현수교에서의 주탑 휨강성, 특히 중앙주탑 휨강성의 중요성을 확인하였다. 마지막으로, 중앙주탑 휨강성의 변화에 따른 변수해석을 수행하여 그에 따른 거동을 파악하였다.

2. 현수교의 처짐이론

2.1 개요

1888년 Melan에 의해 발표된 현수교 고유의 해석이론인 처짐이론은 Moisseiff가 맨하탄교의 설계에 이용한 이래 오늘날까지 현수교의 예비설계를 위한 해석방법으로 널리 사용되어 왔다.

처짐이론의 일반적인 가정사항은 다음과 같다(Wollmann, 2001).

- 고정하중은 전 경간에 걸쳐 균등하고, 오직 케이블 부재에 의해서 지지된다.
- 고정하중 상태에서의 주케이블 형상은 포물선이다.
- 행어케이블은 교축 방향에 대하여 연속적으로 배치되어 있으며, 그 길이는 변하지 않는다.
- 행어케이블은 초기에 수직이고, 하중이 재하된 후에도 수직이다.
- 고정하중 상태에서의 거더는 수평이며, 그 휨강성이 전경간에 걸쳐 일정하다.

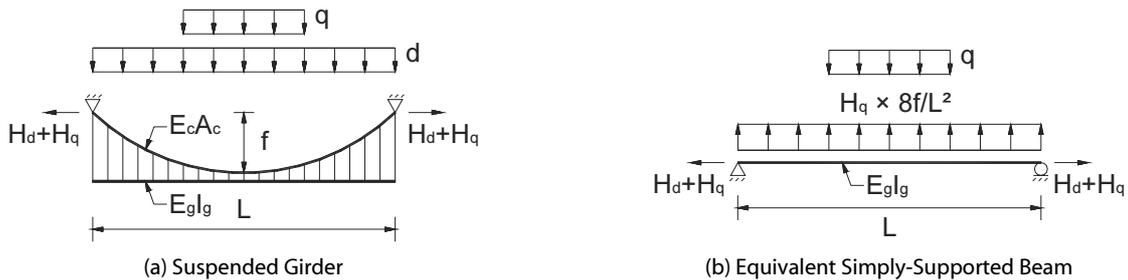


Fig. 1. Suspended Girder And its Equivalent Beam

일반적인 처짐이론에서 거더에 대한 지배방정식은 Fig. 1(a)의 현수거더(Suspended girder)로부터 Eq. (1)과 같은 형태로 유도될 수 있다(Timoshenko, 1965; Wollmann, 2001).

$$E_g I_g v'''' - (H_d + H_q)v'' = q + H_q \times y'' = q - H_q \times \frac{8f}{L^2} \quad (1)$$

여기서, $E_g I_g$ 는 거더의 휨강성, $H_d (= dL^2/8f)$ 는 고정하중(d) 상태에서의 주케이블 수평력, H_q 는 활하중에 의해 발생하는 주케이블 수평력, q 는 거더에 작용하는 단위길이당 활하중, y 는 고정하중 상태에서의 주케이블 형상, v 는 활하중에 의해 발생하는 주케이블 및 거더의 수직변위, f 는 주케이블의 새그량, L 은 케이블 정착점 사이의 수평거리이다.

기존의 처짐이론에 대한 연구를 살펴보면, 위의 미분방정식으로부터 거더의 수직변위 식을 복잡하게 구한 경우가 대부분이었다 (Timoshenko and Young, 1965; Ohshima et al., 1984). 이러한 방법들은 사용자가 이해하거나 프로그래밍하기가 난해하다. 반면에, 위의 미분방정식을, 수평방향으로 인장력 N 을 받고, 연직방향으로 분포하중 p 를 받는 단순보의 지배방정식인 Eq. (2)로 생각한다면, 현수거더의 거동은 축인장력 $H_d + H_q$ 와 연직방향 분포하중 $q + H_q \times y''$ 을 받는 Fig. 1(b)와 같은 단순보에서의 거동과 같다고 볼 수 있다(Wollmann, 2001).

$$E_g I_g v'''' - Nv'' = p \quad (2)$$

Table 1은 축인장력을 받는 단순보에 연직방향 분포하중 및 지점부 모멘트 재하시 변위 및 모멘트를 나타내고 있다. 그러나 위의 거더에 대한 수직변위를 구하기 위해서는 주케이블 수평력 H_q 의 산정이 선행되어야 한다. 이를 위하여, Fig. 2에 나타난 바와 같이, 케이블의 수평방향 길이 변화는 두 정착점의 수평변위의 차와 같다는 사실로부터 유도된 케이블의 적합방정식을 이용할

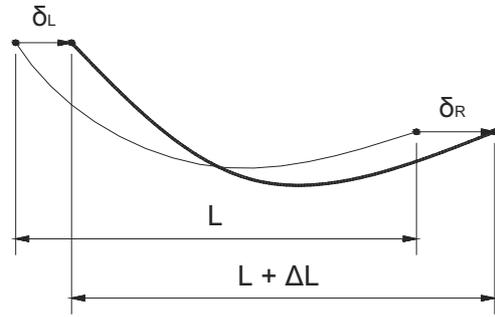


Fig. 2. A Cable for Compatibility Equation

수 있다. 일반적인 적합방정식의 형태는 Eq. (3)과 같다 (Irvine, 1981; Wollmann, 2001).

$$\Delta L = \frac{H_q}{E_c A_c} \int_0^L (1 + y'^2)^{\frac{3}{2}} dx + y'' \int_0^L v(x) dx = \delta_R - \delta_L \quad (3)$$

여기서, ΔL 은 케이블의 수평방향 길이변화량, $E_c A_c$ 는 케이블의 축방향 강성, δ_R 은 케이블의 우측 정착점 수평변위, δ_L 은 케이블의 좌측 정착점 수평변위이다.

위에 나타난 등가 단순보와 케이블 적합방정식을 각 구간별로 적용한다면, 일반적인 3경간은 물론, 4경간 현수교에도 처짐이론 해석방법이 적용될 수 있다.

2.2 4경간 현수교에 대한 처짐이론의 적용

앞서 설명한 바와 같이, 4경간 현수교의 거더는 처짐이론 해석방법을 이용하면 Fig. 3과 같은 등가 단순보로 고려될 수 있다. Fig. 3에서 $E_i I_i$ 는 주탑의 휨강성, L_i 는 주탑고, L_p 은 거더와 탑정부간의 연직거리이며, 각각의 단순보는 서로 다른 인장력 $N = H_d + H_q$ 와 행어케이블에 의한 상향력 $H_q \times 8f/L^2$, 활하중 q , 그리고 거더의 연속조건으로부터 구해진 지점부 모멘트 M 을 받고 있다.

Table 1. Responses of a Beam Under Axial Tension (Petersen, 1993; Rubin and Vogel, 1982)

Deflection, v	$\left[\frac{1}{e^2} \left(\frac{\cosh(e(0.5 - \xi))}{\cosh(e/2)} - 1 \right) + \frac{\xi\xi'}{2} \right] \frac{pL^2}{N}$	$\left[\xi - \frac{\sinh(e\xi)}{\sinh(e)} \right] \frac{M}{N}$
Rotation, v'	$\left[\frac{1}{2} - \xi - \frac{\sinh(e(0.5 - \xi))}{e \cosh(e/2)} \right] \frac{pL}{N}$	$\left[1 - \frac{e \cosh(e\xi)}{\sinh(e)} \right] \frac{M}{NL}$
Moment, EV''	$\frac{1}{e^2} \left[1 - \frac{\cosh(e(0.5 - \xi))}{\cosh(e/2)} \right] pL^2$	$\frac{\sinh(e\xi)}{\sinh(e)} M$

* $e = L\sqrt{N/EI}$

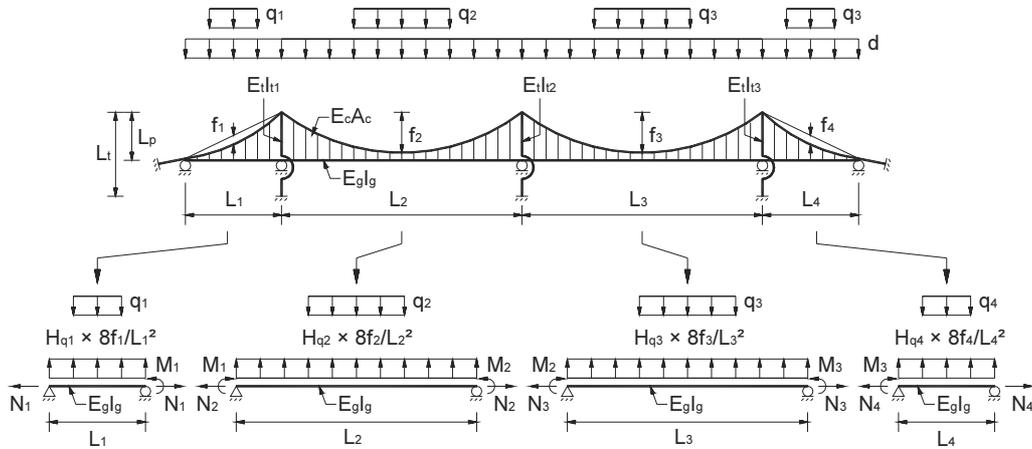


Fig. 3. Four-Span Suspension Bridge and Equivalent Simply-Supported Beams for Girders (Choi et al., 2013)

주케이블에 대한 적합방정식 Eq. (3)을 경간별로 적용하면 Eq. (4)와 같이 F_1, F_2, F_3, F_4 로 나타낼 수 있다.

$$F_1 = \frac{H_{q1}}{E_c A_c} \int_0^{L_1} (1+y_1'^2)^{\frac{3}{2}} dx + y_1'' \int_0^{L_1} v_1(x) dx + (\delta_0 - \delta_1) \quad (4a)$$

$$F_2 = \frac{H_{q2}}{E_c A_c} \int_0^{L_2} (1+y_2'^2)^{\frac{3}{2}} dx + y_2'' \int_0^{L_2} v_2(x) dx + (\delta_1 - \delta_2) \quad (4b)$$

$$F_3 = \frac{H_{q3}}{E_c A_c} \int_0^{L_3} (1+y_3'^2)^{\frac{3}{2}} dx + y_3'' \int_0^{L_3} v_3(x) dx + (\delta_2 - \delta_3) \quad (4c)$$

$$F_4 = \frac{H_{q4}}{E_c A_c} \int_0^{L_4} (1+y_4'^2)^{\frac{3}{2}} dx + y_4'' \int_0^{L_4} v_4(x) dx + (\delta_3 - \delta_4) \quad (4d)$$

Eq. (4)에서, $H_{q1} \sim H_{q4}$ 는 활하중에 의해 발생하는 각 경간별 주케이블의 수평력, $\delta_1 \sim \delta_3$ 는 각각 좌측, 중앙, 우측 주탑의 탑정부 수평변위이고, δ_0, δ_4 는 주케이블의 양 단부의 수평변위이며, 사실상 0이다.

기존의 연구(Wollmann, 2001)에서는 탑정부에 가해지는 수평력만을 고려하여 탑정부 수평변위가 산정되었지만, 탑정부는 주케이블의 장력에 의한 수평력 뿐만 아니라 연직압축력도 받기 때문에, 본 연구에서는 Fig. 4의 하중상태를 고려하여 Eq. (5)와 같은 형태로 탑정부 수평변위가 산정된다.

$$\delta_0 = \delta_4 = 0 \quad (5a)$$

$$\delta_1 = \frac{H_{q2} - H_{q1}}{V_{t1}} \left[\frac{1}{k_1} \tan(k_1 L_t) - L_t \right] \left(k_1 = \sqrt{\frac{V_{t1}}{E_t I_{t1}}} \right) \quad (5b)$$

$$\delta_2 = \frac{H_{q3} - H_{q2}}{V_{t2}} \left[\frac{1}{k_2} \tan(k_2 L_t) - L_t \right] \left(k_2 = \sqrt{\frac{V_{t2}}{E_t I_{t2}}} \right) \quad (5c)$$

$$\delta_3 = \frac{H_{q4} - H_{q3}}{V_{t3}} \left[\frac{1}{k_3} \tan(k_3 L_t) - L_t \right] \left(k_3 = \sqrt{\frac{V_{t3}}{E_t I_{t3}}} \right) \quad (5d)$$

여기서, V_t 는 탑정부에 가해지는 연직압축력의 합력이며 Fig. 5에 나타난 탑정부에서의 하중상태로부터, 주케이블의 수평력에 주케이블의 경사를 곱하여 Eq. (6)과 같이 나타낼 수 있다.

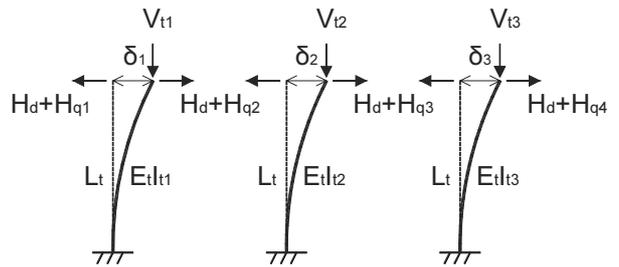


Fig. 4. Loads on Three Towers

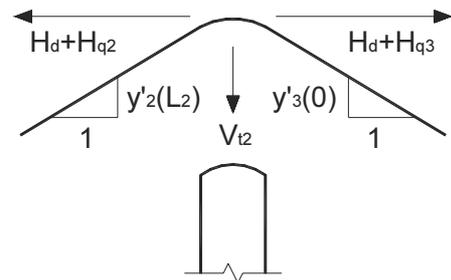


Fig. 5. Loads on the Top of the Center Tower

$$V_{t1} = (H_g + H_{q1}) |y'_1(L_1)| + (H_g + H_{q2}) |y'_2(0)| \quad (6a)$$

$$V_{t2} = (H_g + H_{q2}) |y'_2(L_2)| + (H_g + H_{q3}) |y'_3(0)| \quad (6b)$$

$$V_{t3} = (H_g + H_{q3}) |y'_3(L_3)| + (H_g + H_{q4}) |y'_4(0)| \quad (6c)$$

Eq. (4)의 4개의 적합방정식에는 4개의 미지수 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 가 포함되어 있으므로 해를 구할 수 있는 요건을 갖추었지만, 각 방정식마다 존재하는 수직변위 v 가 수평력 H_q 를 포함하고 있으므로 4개의 방정식은 서로 비선형적으로 복잡하게 엮여 있고, 따라서 반복법을 통하여 구하여야 한다.

Eq. (7)은 미지수 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 를 구하기 위한 Newton-Raphson 반복법을 나타내고 있다.

$$H_{n+1} = H_n - [F'(H_n)]^{-1} F(H_n) \quad (7a)$$

여기서,

$$H_n = \begin{pmatrix} H_{q1} \\ H_{q2} \\ H_{q3} \\ H_{q4} \end{pmatrix}_n \quad (8a)$$

$$F(H_n) = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} \quad (8b)$$

$$F'(H_n) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial H_{q1}} & \frac{\partial F_1}{\partial H_{q2}} & \frac{\partial F_1}{\partial H_{q3}} & \frac{\partial F_1}{\partial H_{q4}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial H_{q1}} & \frac{\partial F_2}{\partial H_{q2}} & \frac{\partial F_2}{\partial H_{q3}} & \frac{\partial F_2}{\partial H_{q4}} \\ \frac{\partial F_3}{\partial H_{q1}} & \frac{\partial F_3}{\partial H_{q2}} & \frac{\partial F_3}{\partial H_{q3}} & \frac{\partial F_3}{\partial H_{q4}} \\ \frac{\partial F_4}{\partial H_{q1}} & \frac{\partial F_4}{\partial H_{q2}} & \frac{\partial F_4}{\partial H_{q3}} & \frac{\partial F_4}{\partial H_{q4}} \end{pmatrix} \quad (8c)$$

여기서, H_n 은 반복과정에서의 n 번째 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 를, H_{n+1} 은 $n+1$ 번째 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 를, F 는 Eq. (4)로 이루어진 적합방정식 행렬을 나타낸다. 그런데, F 에 포함된 식 $F_1 \sim F_4$ 는 복잡한 비선형 연립방정식이므로, $F'(H_n)$ 에 포함된 각각의 편미분 항은, 직접적으로 구하는 방법 대신 Eq. (9)와 같은 방법을 사용할 수 있다.

Eq. (9)는 예로서 $F'(H_n)$ 의 대각성분에 대한 값을 나타낸다.

$$\frac{\partial F_1(H_n)}{\partial H_{q1}} = \frac{F_1(H_{q1} + \Delta H_q, H_{q2}, H_{q3}, H_{q4}) - F_1(H_n)}{\Delta H_q} \quad (9a)$$

$$\frac{\partial F_2(H_n)}{\partial H_{q2}} = \frac{F_2(H_{q1}, H_{q2} + \Delta H_q, H_{q3}, H_{q4}) - F_2(H_n)}{\Delta H_q} \quad (9b)$$

$$\frac{\partial F_3(H_n)}{\partial H_{q3}} = \frac{F_3(H_{q1}, H_{q2}, H_{q3} + \Delta H_q, H_{q4}) - F_3(H_n)}{\Delta H_q} \quad (9c)$$

$$\frac{\partial F_4(H_n)}{\partial H_{q4}} = \frac{F_4(H_{q1}, H_{q2}, H_{q3}, H_{q4} + \Delta H_q) - F_4(H_n)}{\Delta H_q} \quad (9d)$$

그리고 본 해석방법에서는 각 경간의 거더를 단순보로 해석하므로, 연속보 형태인 실제 거더를 고려하기 위하여, Fig. 3에서와 같이, 단순보의 각 지점부 양측의 회전각 차이를 0으로 만드는, 즉 단순보를 연속보로 만드는 각 지점부에서의 휨모멘트 M_1, M_2, M_3 가 필요하게 되고 이를 계산에 포함시킨다. 지점부 휨모멘트 M_1, M_2, M_3 는 Eq. (10)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\Delta\theta_1^0 + M_1 \Delta\theta_1^1 + M_2 \Delta\theta_1^2 = 0 \quad (10a)$$

$$\Delta\theta_2^0 + M_1 \Delta\theta_2^1 + M_2 \Delta\theta_2^2 + M_3 \Delta\theta_2^3 = 0 \quad (10b)$$

$$\Delta\theta_3^0 + M_1 \Delta\theta_3^1 + M_2 \Delta\theta_3^2 = 0 \quad (10c)$$

여기서, $\Delta\theta$ 는 각 지점부에서의 양측 회전각 차이를 의미한다. 그리고 윗첨자는 재하된 하중의 종류를 나타내며, 0은 연직하중 $q - H_q \times 8f/L^2$ 을, 1, 2, 3은 각각 좌측, 중앙, 우측 지점부에 작용하는 단위모멘트를 의미하고, 아래첨자는 회전각 차이가 계산된 각 지점부의 위치를 나타내며 1, 2, 3은 각각 좌측, 중앙, 우측 지점부를 의미한다. Eq. (10b)를 예로 들어 설명하면, $\Delta\theta_2^0$ 는 세 번째 경간에 작용하는 연직하중 $q_3 - H_{q3} \times 8f_3/L_3^2$ 에 의한 지점부 2에서의 우측 회전각과 두 번째 경간에 작용하는 연직하중 $q_2 - H_{q2} \times 8f_2/L_2^2$ 에 의한 지점부2에서의 좌측 회전각의 차이를 나타내고, $\Delta\theta_2^1$ 는 지점부1에 작용하는 단위모멘트에 의한 지점부2에서의 우측 회전각과 좌측 회전각의 차이이다.

Fig. 6는 미지수 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 를 구하는 개략적인 순서를 나타내고 있다. 먼저 수평력 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 의 초기값을 가정하고, 연직하중 $q - H_q \times 8f/L^2$ 과 지점부 모멘트 M 에 의해 등가단순보에 발생하는 경간별 수직변위값들이 경간별 적합방정식을 만족하면 해석이 종료되고, 그렇지 않다면 Newton-Raphson 반복법에 의하여 가정 값 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 를 수정한 후 다시 해석을 수행하게 된다.

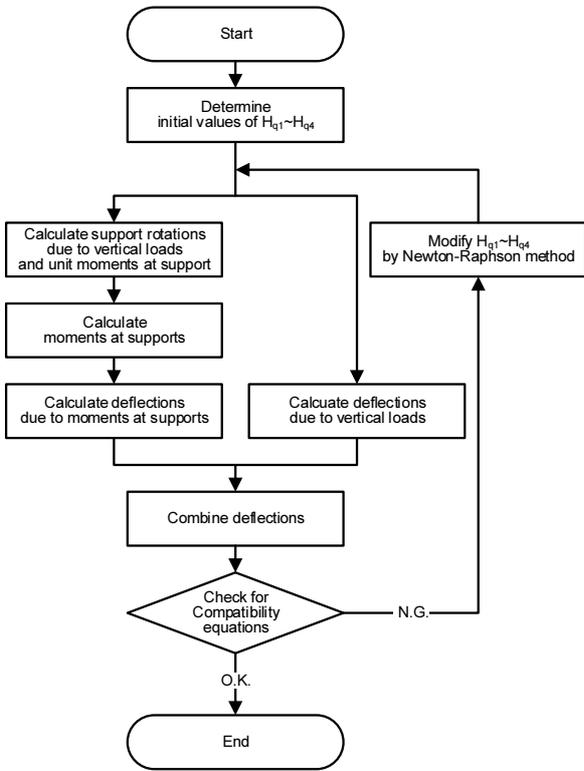


Fig. 6. Analysis Procedure

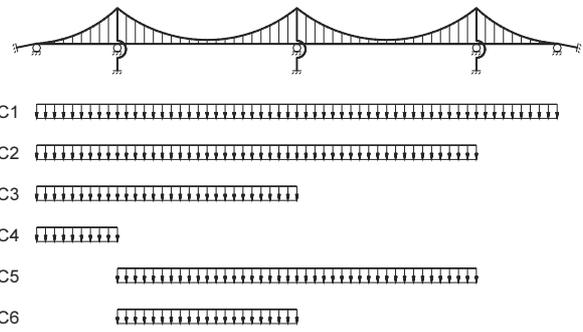


Fig. 7. Six Live Load Cases (38.1 kN/m)

4경간 현수교로서, 여기서 단위길이당 고정하중 강도인 d 는 거더, 주케이블의 교축방향 단위길이당 중량, 행어케이블의 평균길이에 대한 교축방향 단위길이당 중량, 그리고 기타 부가 고정하중 등을 모두 고려하여 계산된 값이다.

Fig. 7은 해석시 고려된 활하중 재하조건을 나타낸다. DL-24의 등분포하중이 4차선 모두에 재하되고 차선 감소계수가 적용된 38.1kN/m의 활하중 강도에 대하여 여섯 가지의 활하중 재하조건을 고려하여 해석을 수행하였다. 그리고 MIDAS Civil을 사용하여 기하비선형을 고려한 유한요소해석을 수행하였으며, 유한요소모델에서 거더는 주탑 부분에서 틀러 경계조건으로 지지되어 있고, 탑정부와 주케이블은 서로 절점을 공유하고 있다.

중앙주탑을 기준으로 대칭재하 또는 편측재하 등의 다양한 재하 조건을 통하여, 각각의 활하중 재하조건별로 발생하는 거더의 수직 변위 및 휨모멘트 그리고 주케이블의 수평력 및 탑정부 수평변위 결과들의 비교를 Figs. 8~11을 통하여 나타내었고, 또한 어떠한 활하중 재하조건이 4경간 현수교에서의 불리한 조건인지를 판단하였다.

Fig. 8은 4경간 현수교 거더의 수직변위에 대하여 처짐이론 결과와 유한요소해석 결과의 비교를 나타내고 있다. 그림과 같이

3. 결과 검증

4경간 현수교로 확장된 처짐이론 해석방법의 검증을 위하여, 국내 최초의 4경간 현수교인 새천년대교 주향교교의 모델을 바탕으로 한 4경간 현수교 모델에 대하여, 유한요소해석과 처짐이론 해석의 결과를 비교 검토하였다. Table 2은 새천년대교를 기본으로 한 4경간 현수교의 해석모델 재원이다(ENVICO Consultant, 2009). 본 모델은 측주탑과 중앙주탑의 휨강성비가 약 1:3.3이 적용된

Table 2. Model Properties for Four-Span Suspension Bridge

Span length	L_1 L_4	225 m	Elastic modulus (Main cable)	E_c	2×10^5 MPa
	L_2 L_3	650 m	Elastic modulus (Girder)	E_g	2.1×10^5 MPa
Sag of main cable	f_1 f_4	650 m	Area (Main cable)	A_c	0.1132 m ²
	f_2 f_3	225 m	2nd moment of area (Girder)	I_g	0.4880 m ⁴
Height of tower	L_t	150 m	Flexural rigidity (Tower)	$E_t I_{t1}$	2.5×10^9 kN·m ²
	L_p	84 m		$E_t I_{t2}$	8.4×10^9 kN·m ²
Dead load	d	88 kN/m		$E_t I_{t3}$	2.5×10^9 kN·m ²

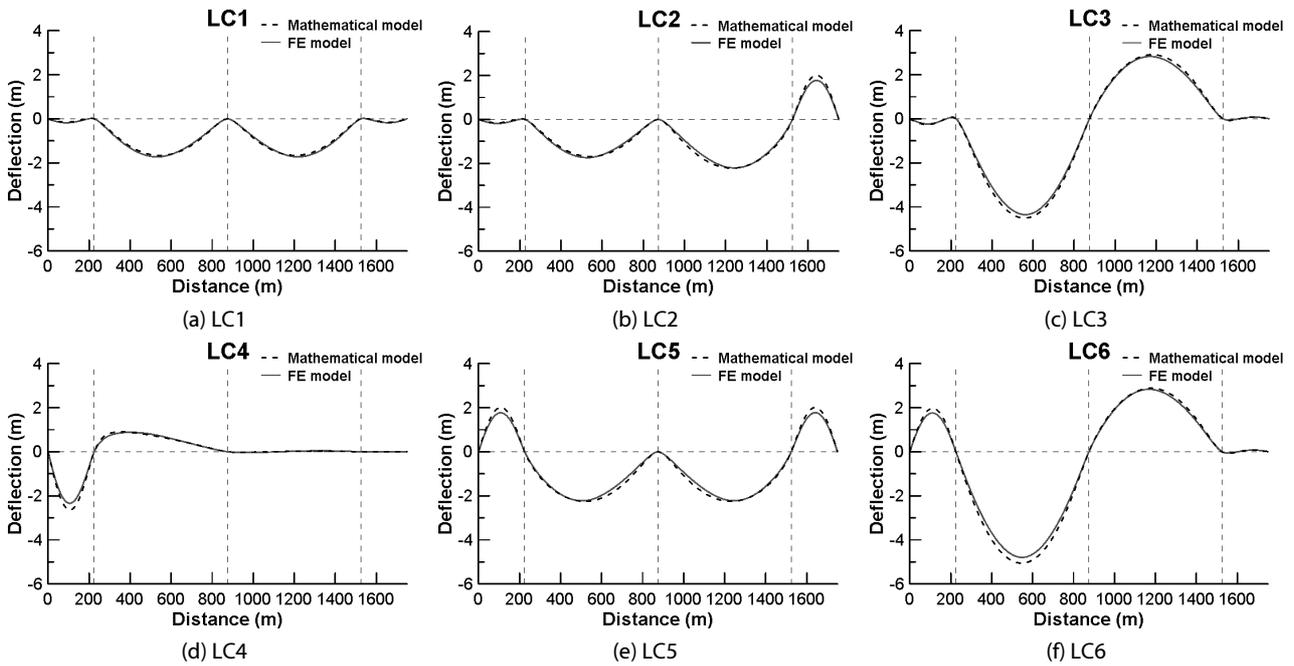


Fig. 8. Deflections of Girders

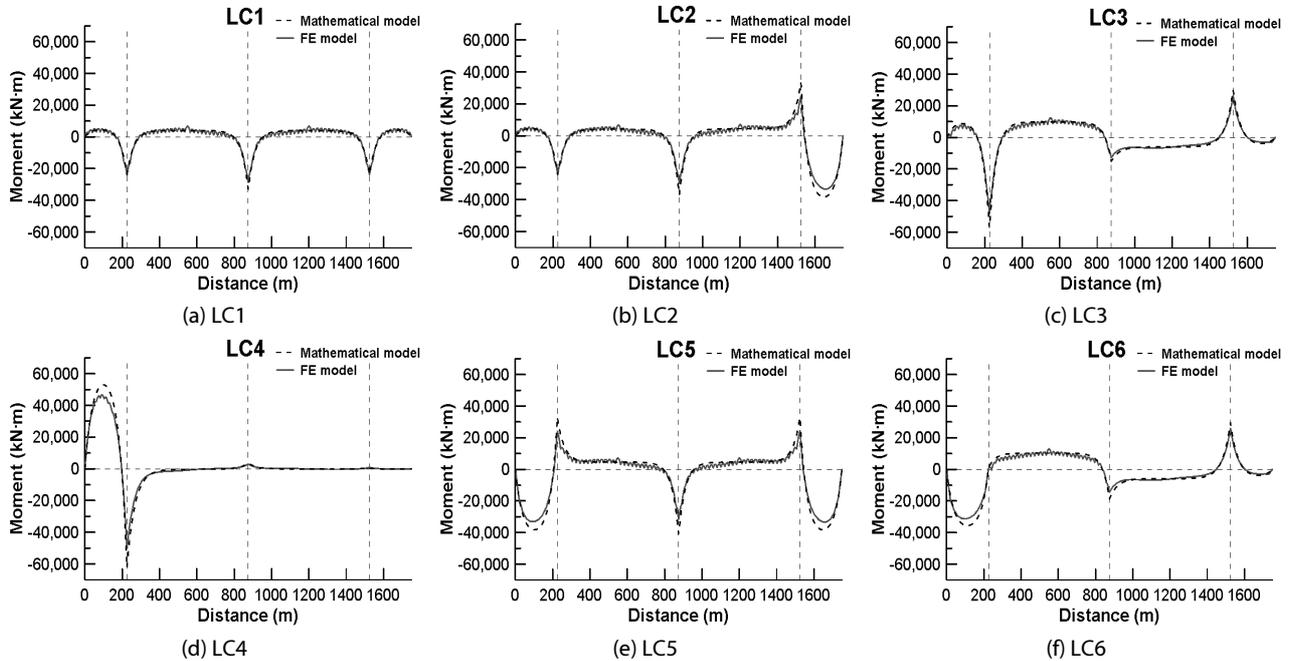


Fig. 9. Bending Moments of Girders

다양한 활하중 재하조건에 대하여 두 결과가 거의 일치한다는 것을 쉽게 알 수 있다. 또한 활하중 재하조건 LC3와 LC6의 경우, 비교적 큰 수직변위를 발생시키고 있다.

Fig. 9는 4경간 현수교 거더의 휨모멘트에 대하여 처짐이론

결과와 유한요소해석 결과의 비교를 나타내고 있다. 일부 활하중 재하조건에서 측경간에 약간의 오차가 발생했지만, 다양한 활하중 재하조건에 대하여 전반적으로 두 결과가 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 또한 활하중 재하조건 LC3와 LC4의 경우, 비교적

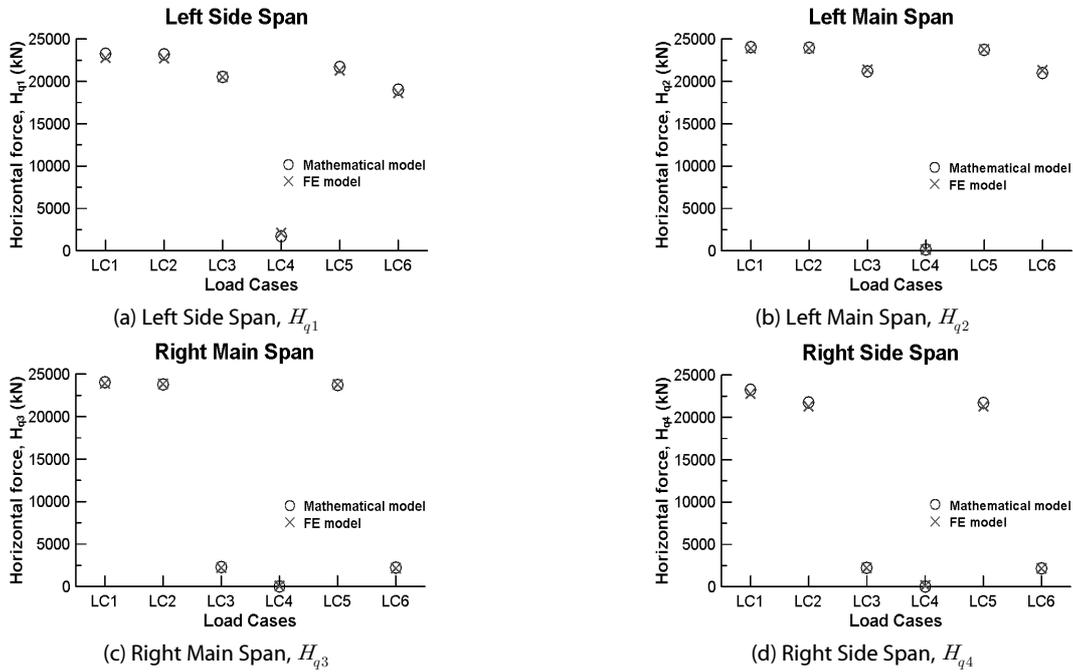


Fig. 10. Horizontal Forces of Main Cables

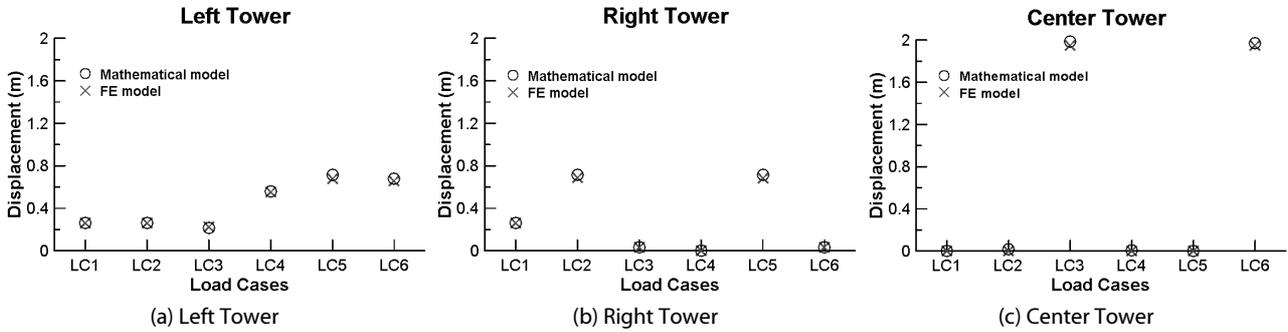


Fig. 11. Horizontal Displacements of Towers

큰 휨모멘트를 발생시키고 있다.

그런데 Fig. 9의 휨모멘트값을 비교해 보면, 유한요소모델의 결과값은 활하중이 재하된 경간에 대하여 모멘트가 연속적인 곡선을 나타내지 않는다. 이는, 행어케이블이 연속분포되어 있다고 가정하여 행어케이블에 의해 거더에 작용하는 하중을 등분포하중으로 고려하는 처짐이론 해석과는 달리, 유한요소모델은 행어케이블이 불연속적으로 배치되어 있고 이에 따라 행어케이블에 의해 거더에 작용하는 하중이 등분포하중이 아닌 집중하중이기 때문이다.

Fig. 10은 처짐이론의 해이기도 한, 활하중에 의해 발생하는 4경간 현수교의 경간별 주케이블의 수평력에 대하여, 처짐이론 결과와 유한요소해석 결과의 비교를 나타내고 있다. 일부 활하중 재하조건에서 측경간에 약간의 오차가 발생했지만, 두 개의 주경간에서는 결과값이 거의 일치하고, 전반적으로도 거의 비슷한 값을

나타내고 있다.

Fig. 11은 탑정부 수평변위에 대하여 처짐이론 결과와 유한요소 해석 결과의 비교를 나타내고 있다. 탑정부 수평변위 역시, 다른 결과들과 마찬가지로 일부 활하중 재하조건에서 약간의 차이를 보였지만, 전반적으로 일치하는 양상을 나타내었다. 또한 중앙주탑을 기준으로 비대칭성이 큰 활하중 재하조건인 LC3와 LC6에 대하여 중앙주탑의 탑정부 수평변위가 확연히 큰 값을 나타내고 있다.

Figs. 8~11을 살펴본 결과, 4경간 현수교에 대하여, 처짐이론에 의한 결과와 유한요소모델에 의한 결과가, 다양한 활하중 재하조건에 대하여 거더의 수직변위 및 휨모멘트, 주케이블의 수평력 및 탑정부의 수평변위 등의 값에서 거의 일치하는 결과를 나타내었다. 또한, 거더의 최대 수직변위와 중앙주탑의 탑정부 수평변위 관점에서는 LC3와 LC6 조건이, 거더의 최대 휨모멘트 관점에서는 LC3와

LC4 조건이 비교적 높은 결과값을 나타내었으므로, 이러한 활하중 재하조건들이 4경간 현수교에서의 불리한 재하조건이라 할 수 있을 것이다.

4. 적합방정식에 따른 결과 비교

본 연구에서 사용한 처짐이론 방법에 대하여 앞서 수행한 검증을 바탕으로 하여, 기존의 처짐이론 연구와의 비교검토가 수행될 필요가 있다. 기존의 처짐이론 연구를 살펴보면, 탑정부에서의 주케이블 경계조건을 롤러로 두어, 활하중에 의해 발생하는 주케이블 수평력 H_q 의 값이 전경간에 걸쳐 일정하다고 간주하여, 주탑의 휨강성이 포함되지 않은 형태의 케이블 적합방정식이 많이 사용되어왔다 (Timoshenko, 1965; Oshima, 1984; Cobo del Arco and Aparicio, 2001; Stavridis, 2008).

이러한 가정은 지금까지 3경간 현수교에 대해서 언급되는데, 해석의 간소화를 위하여 4경간 현수교에도 적용될 수 있는지에 대한 검토를 위하여, Table 3과 같이 탑정부에서의 주탑과 주케이블 간의 경계조건에 대하여 몇 가지의 경우를 고려하여, 앞서 유한요소 해석 결과와의 검증을 마친 모든 주탑 휨강성을 고려하는 방법과 비교하였다.

Eqs. (11)~(13)은 각각의 경우에 대하여 케이블의 적합방정식을 나타내고 있다. Case1의 경우는 앞서 언급한 Eq. (4)에 해당하며, 모든 주탑의 휨강성을 포함하고 있고, Eq. (11)은 Case2를 나타내며, 중앙주탑의 휨강성만을 고려하고 있다. 그리고 Eq. (12)는 Case3으로서, 측주탑의 휨강성만을 고려하고, 마지막으로 Eq. (13)은 Case4를 나타내며, 모든 주탑의 휨강성을 해석에 포함시키지 않는다. 여기서, Eq. (4)의 $H_{q1} \sim H_{q4}$ 를 모두 같다고 두고 더하면, 기존의 처짐이론에서 자주 사용되는 적합방정식 형태인 Eq. (13)이 됨을 알 수 있다.

$$\frac{H_{q1}}{E_c A_c} (L_{c1} + L_{c2}) + y'' (C_{v1} + C_{v2}) + (-\delta_2) = 0 \quad (11a)$$

$$\frac{H_{q3}}{E_c A_c} (L_{c3} + L_{c4}) + y'' (C_{v3} + C_{v4}) + (\delta_2) = 0 \quad (11b)$$

$$\frac{H_{q1}}{E_c A_c} L_{c1} + y'' C_{v1} + (-\delta_1) = 0 \quad (12a)$$

$$\frac{H_{q2}}{E_c A_c} (L_{c2} + L_{c3}) + y'' (C_{v2} + C_{v3}) + (\delta_1 - \delta_3) = 0 \quad (12b)$$

Table 3. Conditions Between Main Cables and Tops of Towers

	Number of Span	Left tower	Center tower	Right tower
Case1	4 spans	Fixed	Fixed	Fixed
Case2		Roller	Fixed	Roller
Case3		Fixed	Roller	Fixed
Case4		Roller	Roller	Roller
Case5	3 spans	Fixed	-	Fixed
Case6		Roller	-	Roller

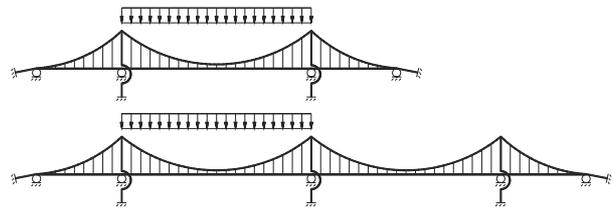


Fig. 12. Live Loads on Three and Four Span Bridges

$$\frac{H_{q4}}{E_c A_c} L_{c4} + y'' C_{v4} + (\delta_3) = 0 \quad (12c)$$

$$\frac{H_q}{E_c A_c} (L_{c1} + L_{c2} + L_{c3} + L_{c4}) + y'' (C_{v1} + C_{v2} + C_{v3} + C_{v4}) = 0 \quad (13)$$

여기서,

$$L_{ci} = \int_0^{L_i} (1 + y_i'^2)^{\frac{3}{2}} dx \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (14a)$$

$$C_{vi} = \int_0^{L_i} v_i(x) dx \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (14b)$$

비교검토에는 앞서 검증에서 사용한 4경간 현수교 모델 및 중앙 주탑과 하나의 주경간을 제외하고 4경간 모델과 같은 제원을 가지는 3경간 현수교 모델을 사용하였고, Fig. 12와 같은 활하중 재하조건을 고려하였다.

결과를 살펴보면, Fig. 13의 Case5와 Case6의 비교로부터, 3경간 현수교의 경우 케이블 적합방정식의 주탑 휨강성 포함여부의 차이가 결과에 별다른 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다. 이와 반면에, 4경간 현수교의 경우 적합방정식의 차이에 따라 결과에 상당한 차이를 보이고 있다. 거더의 최대 수직변위를 보면, 주탑 휨강성을 포함하지 않은 적합방정식을 사용한 Case4의 결과가 주탑 휨강성을 모두 포함한 Case1의 결과보다 3배 이상의 값을 나타내고 있고, 주케이블 수평력을 보면, 반대로, 주탑 휨강성

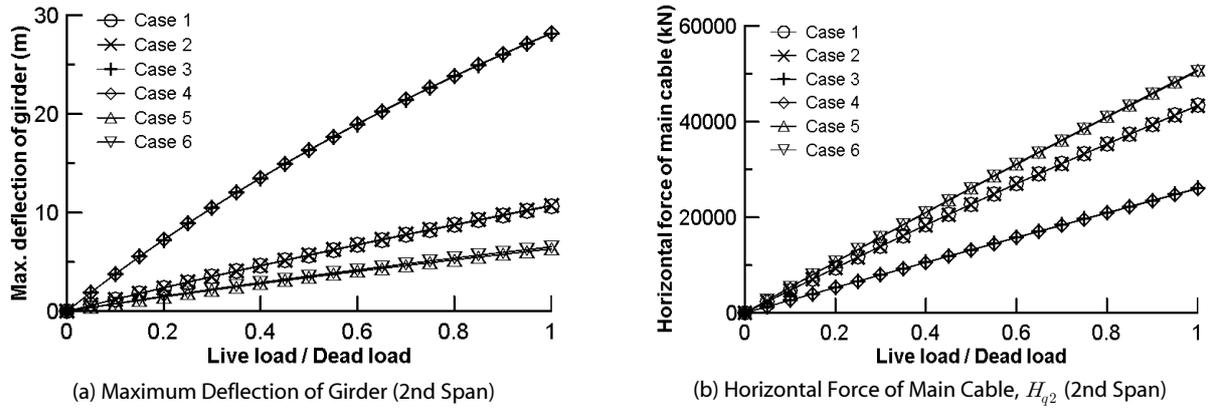


Fig. 13. Results for Three and Four Spans Under Variation of Compatibility Equations

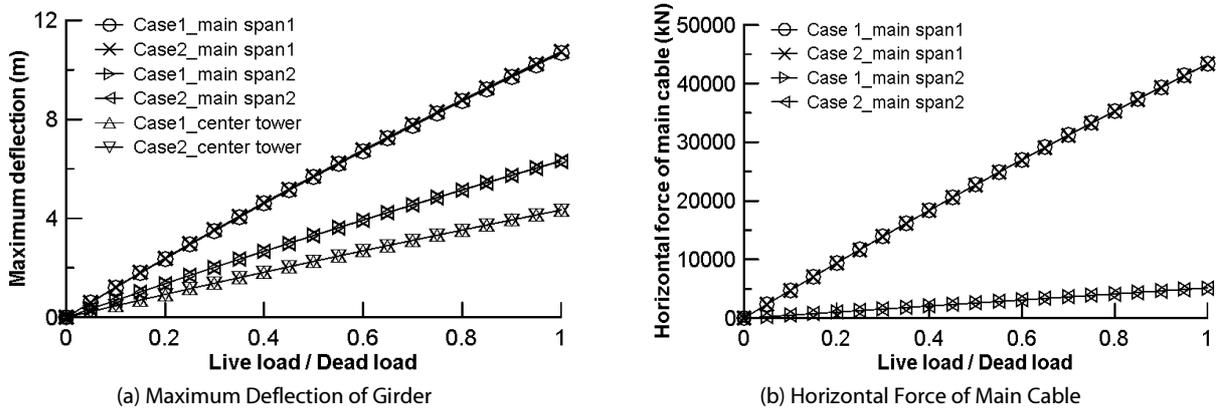


Fig. 14. Results for Four Spans Under (Case1 vs Case2)

을 포함하지 않은 결과가 현저히 낮음을 알 수 있다. 그리고 측주탑의 휨강성만 포함시킨 Case3의 경우는 Case4와 거의 같은 결과를 나타내었고, 중앙주탑의 휨강성만을 포함시킨 Case2의 경우는 Case1과 거의 같은 결과를 나타내었다. 또한 Fig. 14를 살펴보면, Case1과 Case2에 대하여, 좌측 주경간 및 우측 주경간에서의 거더의 최대 수직변위 및 주케이블 수평력과 중앙주탑 탑정부에서의 수평변위가 거의 같은 결과를 나타내고 있다.

이러한 결과들로부터, 현수교에 대한 처짐이론 해석시, 3경간 현수교의 경우에는 주탑 휨강성이 포함되지 않은 간단한 케이블 적합방정식의 사용만으로도 주탑 휨강성을 포함시킨 결과에 근사시킬 수 있지만, 4경간 현수교의 경우에는 적합방정식에 주탑의 휨강성, 특히 중앙주탑을 고려하는 항을 반드시 포함시켜야 한다. 그리고 이러한 중앙주탑의 휨강성만을 고려한 해석만으로도 충분히 4경간 현수교의 거동을 나타낼 수 있다. 따라서, 4경간 현수교에서는 중앙주탑의 휨강성이 측주탑보다 훨씬 더 중요한 설계변수라고 판단할 수 있다.

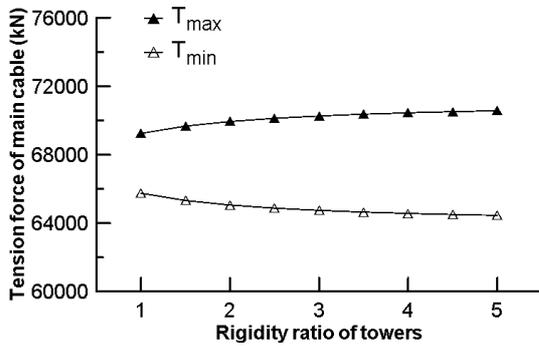
그리고 또 하나 주목할 점은, 4경간 현수교에서 중앙주탑이 측주

탑 휨강성의 세 배 이상을 지녔음에도 불구하고, 3경간 현수교보다 수직변위가 두 배 가까이 크게 발생했다는 것이다. 이로부터, 4경간 현수교는 3경간 현수교에 비하여 훨씬 유연한 구조 시스템이라는 것을 알 수 있다.

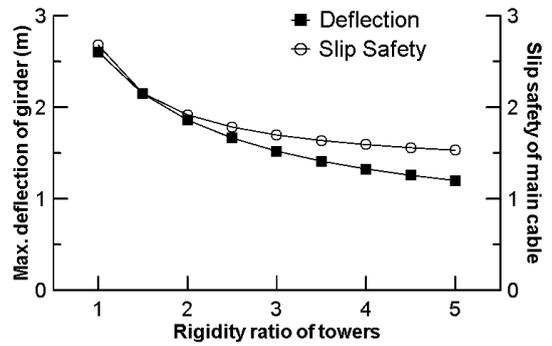
5. 주케이블 슬립 안전율

앞서 비교검토했던 바와 같이, 3경간 현수교에서는 탑정부에서의 경계조건을 롤러로 두어도, 측 주탑이 주케이블의 수평변위를 구속하지 못하여도, 구속하는 경우와 비교하여 거더의 수직변위에 그다지 변화가 발생하지 않았지만, 4경간 현수교의 경우는 중앙주탑이 주케이블의 수평변위를 구속하지 못한다면 거더에 상당한 수직변위를 유발시키게 된다.

이러한 문제는 탑정부에서의 주케이블 슬립 현상과 연관지어 볼 수 있다. 탑정부에서, 주탑 양측 케이블의 장력차가 주케이블과 탑정 새들 간의 마찰력보다 커지게 되면 새들에서의 주케이블 슬립이 발생하게 된다. 이러한 주케이블의 슬립은, 주탑이 주케이블



(a) Tension Force of Main Cable



(b) Maximum Deflection of girder and Slip Safety of Man Cable at Top of Center Tower

Fig. 15. Results Under Variation of Rigidity Ratio of Center Tower to Side Tower

과의 상대변위를 완전히 구속하지 못함으로써, 거더에 상당한 수직 변위를 초래하게 되며 구조물로서의 기능을 상실하게 된다. 따라서 주케이블이 탑정부에서 기타 부재에 의하여 완전히 고정된 경우가 아니라면 이러한 슬립 문제는 반드시 고려되어야 한다. 앞서 수행한 비교검토로부터, 4경간 현수교에서는 측주탑보다 중앙주탑 탑정부에서의 주케이블 슬립이 더 큰 문제가 된다고 판단할 수 있다.

4경간 현수교에 대하여, 중요 설계인자로 판단되는 중앙주탑 휨강성과 주케이블 슬립 안전율에 대한 상호 관계를 파악하기 위하여, 앞서 검증에서 사용된 모든 주탑 휨강성을 고려하는 처짐이론 해석방법을 이용한 간단한 변수해석을 수행하였다. 측주탑과 중앙주탑의 휨강성비가 약 1:3.3인 기본 해석모델에 대하여, 휨강성비를 1:1에서 1:5로 변화시켜 가면서 거동을 파악하였다. 중앙주탑 탑정부에서의 주케이블 슬립 안전율을 검토하기 위하여, Eq. (15)를 사용하였고, 처짐이론 해석으로부터 Eq. (16)을 바로 산정할 수 있다. DL-24의 등분포하중에 지간장 감소계수가 적용된 10.552kN/m의 하중강도와 Fig. 7의 LC6의 재하조건을 사용하였다.

$$SF = \frac{\mu}{\frac{1}{\theta} \times \ln(T_{\max}/T_{\min})} \quad (15)$$

여기서,

$$\theta = \tan^{-1}|y'_2(L_2)| + \tan^{-1}|y'_3(0)| \quad (16a)$$

$$T_{\max}(T_2) = (H_d + H_{q2}) \sqrt{1 + |y'_2(L_2)|^2} \quad (16b)$$

$$T_{\min}(T_3) = (H_d + H_{q3}) \sqrt{1 + |y'_3(0)|^2} \quad (16c)$$

여기서, SF는 탑정부에서의 주케이블 슬립 안전율이고, θ 는 중앙

주탑 탑정부에서의 좌우 주케이블 교차 각도(rad), T_{\max} 는 중앙주탑 탑정부의 좌측 케이블 장력, T_{\min} 은 우측 케이블 장력, 그리고 μ 는 새들과 주케이블 간의 마찰계수로서 0.15를 사용한다(ENVICO Consultant, 2009). Eq. (15)는 구조물이 가지는 마찰계수를 슬립을 일으키지 않도록 하는 임계 마찰계수로 나누어서 유도할 수 있다.

결과를 살펴보면, Fig. 15에 나타난 바와 같이, 중앙주탑의 휨강성이 증가할수록 거더의 최대 수직변위를 감소시키는 효과는 있지만, 좌우 주케이블의 장력차가 증가하여 결국은 주케이블의 슬립안전율을 또한 감소하게 된다. 앞서 설명한 바와 같이, 4경간 현수교는 3경간 현수교에 비하여 훨씬 유연한 구조로서, 거더의 수직변위를 제어하기 위하여 주탑 휨강성, 특히 중앙주탑 휨강성의 결정이 매우 중요하다. 그러나 단지 변위 제어를 위하여 중앙주탑의 휨강성을 증가시키다 보면 중앙주탑 탑정부에서의 주케이블 슬립안전율이 감소하게 될 것이다. 따라서 설계시 거더의 수직변위와 주케이블 슬립안전율을 모두 만족시킬 수 있는 중앙주탑 휨강성의 결정이 중요하고, 불가피하게 주탑 휨강성을 증가시켜야 한다면, 슬립안전율을 또한 증가시킬 수 있도록 마찰계수를 증가시키거나 또는 기타 부재에 의한 주케이블 정착 등의 방법을 고려해야 할 것이다.

6. 결론

본 연구에서는 다경간 현수교에 대한 거동을 간략하면서도 정확히 해석하기 위하여, 현수교의 처짐이론 해석방법을 4경간 현수교로 확장하여 구조계를 해석하였다. 유한요소해석의 결과와 비교하여 처짐이론 해석의 결과를 검증하였고, 탑정부와 주케이블 간의 구속 조건 변화에 따른 다양한 케이블 적합방정식으로부터 4경간 현수교에서의 주탑 휨강성의 중요성을 확인하였다. 또한 중앙주탑 휨강성의 변화에 따른 간단한 변수해석을 수행하여 그에 따른 거더의

변위 및 주케이블의 슬립안전율을 파악하였다. 현수교의 해석을 위하여 초기평형상태 해석이 선행되어야 하는 유한요소해석과는 달리, 처짐이론 해석방법은 이러한 과정이 필요치 않으므로, 현재 설계자료가 많지 않은 4경간 현수교에 대한 합리적인 설계를 위하여, 수많은 설계변수들에 대하여 다양한 변수해석을 간단하게 수행할 수 있을 것이다.

본 연구에서의 결론은 다음과 같이 정리할 수 있다.

- (1) 유한요소해석을 이용한 비교 검증 결과로부터, 처짐이론 해석방법이 일부 활하중 재하조건에서 측경간 거더의 휨모멘트를 약간 더 크게 산정한 경우가 있었으나 주경간에서는 비교적 정확한 결과를 보여주므로, 4경간 현수교의 예비설계를 위한 해석방법으로 충분히 사용될 수 있을 것으로 판단된다.
- (2) 4경간 현수교에 대한 처짐이론 해석시, 중앙주탑의 휨강성을 반드시 고려해야 하며, 중앙주탑의 휨강성이 측주탑보다 훨씬 더 중요한 설계변수라고 할 수 있다.
- (3) 4경간 현수교의 설계시 거더의 수직변위와 주케이블의 슬립안전율을 모두 만족시킬 수 있는 합리적인 중앙주탑 휨강성의 결정이 중요하고, 처짐이론 해석방법을 이용하면 이러한 케이블의 슬립안전율을 쉽게 산정할 수 있다.

감사의 글

이 연구는 초장대교량 사업단 제1핵심과제를 통하여 지원된 국토해양부 건설기술혁신사업(08기술혁신E01)에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

References

Choi, D.-H., Gwon, S.-G., Yoo, H., and Na, H.-S. (2013). "Nonlinear static analysis of continuous multi-span suspension Bridges." *International Journal of Steel Structures*, Vol. 13, No. 1, pp. 103-115.

Choi, D.-H., Gwon, S.-G., and Na, H.-S. (2014). "Simplified analysis for preliminary design of towers in suspension bridges." *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000551.

Cobo del Arco, D. and Aparicio, A. C. (2001). "Preliminary static analysis of suspension bridges." *Engineering Structures*, Vol. 23, pp. 1096-1103.

ENVICO Consultant Co., Ltd. (2009). *The design report of the New*

Millennium Bridge.

Feng, Z., Zhao, A., Song, J. and Yang, Y. (2012). "Research on parametric modeling and computing of multi-tower suspension bridge based on ANSYS." *Engineering Science*, Vol. 10, No. 3, pp. 49-54.

Gimsing, N. J. (1998). *Cable supported bridges : Concept and design*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, London.

Irvine, H. M. (1981). *Cable structures*, MIT Press, Massachusetts.

Nogami, K., Okubo, A. and Morizono, Y. (2010). "Elasto-plastic behaviors and ultimate strength of 4 super long-span suspension bridges." *Journal of Structural Engineering*, JSCE, Vol. 56A, pp. 1-10.

Nogami, K., Someya, A. and Yamasawa, T. (2006). "Elasto-plastic behaviors of four long-span suspension bridges and practical rigidity of towers." *Journal of Structural Engineering*, JSCE, Vol. 52, pp. 901-912.

Ohshima, H., Sato, K. and Watanabe, R. (1984). "Structural analysis of suspension bridges." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 110, No. 3, pp. 392-404.

Petersen, C. (1993). *Stahlbau*, 3rd Edition, Vieweg Verlag, Braunschweig, Germany.

Rubin, H. and Vogel, U. (1982). "Baustatik ebener stabwerke." *Stahlbau Handbuch*, Stahlbau-Verlags-GmbH, Cologne, Germany, pp. 196-206 (in German).

Song, L., Zhang, Z., Ma, R. and Chen, A. (2012). "Stability analysis on middle steel pylon of taizhou yangtze river bridge." *Proceedings of 18th Congress of IABSE*, Seoul, pp. 573-574.

Stavridis, L. T. (2008). "A simplified analysis of the behavior of suspension bridges under live load." *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 30, No. 5, pp. 559-576.

Timoshenko, S. P. and Young, D. H. (1965). *Theory of Structures*, 2nd Edition, McGraw-Hill Book Company, New York.

Wang, D., Zhang, Z. and Chen, A. (2012). "Wind-resistant study on the steel middle pylon of taizhou yangtze river bridge." *Proceedings of 18th Congress of IABSE*, Seoul, pp. 262-263.

Wollmann, G. P. (2001). "Preliminary analysis of suspension bridges," *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol. 6, No. 4, pp. 227-233.

Yoshida, O., Okuda, M. and Moriya T. (2004). "Structural characteristics and applicability of four-span suspension bridge." *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol. 9, No. 5, pp. 453-463.

Zhang, Q., Tang, H. Q. and Yang, G. W. (2012). "Selection of a structural system for a three-tower suspension bridge of maanshan yangtze river highway bridge." *Structural Engineering International*, Vol. 22, No. 1, pp. 139-143.

Zhu, M., Ji, L. and Ruan, J. (2012). "Key technology of middle pylon design in three-pylon multi-span suspension bridge." *Proceedings of 18th Congress of IABSE*, Seoul, pp. 428-429.