<학술논문> DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2014.38.2.193 ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

운전온도와 세라믹 입자크기를 고려한 회전하는 경사기능성 가스터빈 블레이드의 응력해석

이 기 복* · 유 홍 희*†
* 한양대학교 기계공학과

Temperature-Dependent Stress Analysis of Rotating Functionally Graded Material Gas Turbine Blade Considering Operating Temperature and Ceramic Particle Size

Ki Bok Lee* and Hong Hee Yoo*†
* Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.

(Received November 23, 2013 ; Revised December 11, 2013 ; Accepted December 12, 2013)

Key Words: Functionally Graded Materials(경사기능재료), Rotational Motion(회전운동), Stress Analysis(응력해석), Heat Transfer Analysis(열전달해석), Gas turbine(가스터빈)

초록: 터빈의 운전온도와 세라믹 입자크기를 고려한 경사기능재료(FGM)로 만들어진 회전하는 가스터빈 블레이드의 열전달해석 및 응력해석을 수행하였다. 경사기능성 블레이드는 벽 두께에 따라서 연속적인 재료물성 변화를 나타낸다. 이러한 경사기능재료의 특성과 온도에 따른 열전 재료물성 변화를 고려하여 블레이드의 시스템 강성을 얻기 위해 블레이드의 열전달해석을 먼저 수행하였다. 이 열전달해석으로 얻은 시스템 강성으로부터 복합 변형 변수를 사용한 회전하는 가스터빈 블레이드의 운동방정식을 유도하였다. 유도된 운동방정식은 상용 유한요소 모델과 해석결과 비교를 통해 그 정확성을 입증하였으며 회전주파수와 구배 지수에 따른 최대 응력의 변화를 조사하였다. 또한, 열전달해석을 통해 가장 낮은 블레이드 온도를 나타내는 구배 지수를 조사하였다.

Abstract: Temperature-dependent stress analysis and heat transfer analysis of a rotating gas turbine blade made of functionally graded materials (FGMs) are presented considering turbine operating temperature and ceramic particle size. The material properties of functionally graded materials are assumed to vary continuously and smoothly across the thickness of the thin-walled blade. For obtaining system stiffness reflecting these characteristics, the one-dimensional heat transfer equation is applied along the thickness of the thin-walled blade for determining the temperature distribution. Using the results of the temperature analysis, the equations of motion of a rotating blade are derived with hybrid deformation variable modeling method along with the Rayleigh-Ritz assumed mode methods. The validity of the derived rotating blade model is evaluated by comparing its transient responses and temperature distribution with the results obtained using a commercial finite element code. The maximum tensile stress with operating speed and gradient index are obtained. Furthermore, the gradient index that minimizes blade temperature was investigated.

- 기호설명 -

P_f : FGM 재료물성치
P_p : 물리적 재료물성치
P_t : 열적 재료물성치
$P_{p,m}$: 금속의 물리적 재료물성치
$P_{p,c}$: 세라믹의 물리적 재료물성치
n : 구배 지수 (Gradient index)
V_c : 세라믹의 부피분율
L : 블레이드의 길이 (m)
b : 블레이드의 너비 (m)
h : 블레이드의 높이 (m)
t_w : 블레이드의 벽 두께 (m)

† Corresponding Author, hhyoo@hanyang.ac.kr
Ⓒ 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

r_R : 터빈 로터 디스크 반경 (m)
ϕ : 모드 함수
q : 일반 좌표
$\bar{u}$: 탄성 변위 벡터
s : 인장 변위 (m)
v^o : 굽힘 변위 (m)
θ_3 : 블레이드 단면의 자세각
A, B, D, Z : 인장, 인장-굽힘 연성, 굽힘, 전단 강성 (Nm^2, Nm^3, Nm^4, Nm^2)
Ω : 운전 회전 속도 (rad/s)
S : 블레이드의 단면적 (m^2)
a^P : 점 P 에서의 가속도 (m/s^2)
U : 탄성 에너지 (Nm)
t : 시간 (sec)
T : 온도 (K)
T_{TET} : 터빈 입구 온도 (K)
T_c : 냉각공기 온도 (K)
$T_{S,1}$: 블레이드 내부 표면 온도 (K)
$T_{S,2}$: 블레이드 외부 표면 온도 (K)
h_{int} : 내부 대류열전달 계수 (W/m^2K)
h_{ext} : 외부 대류열전달 계수 (W/m^2K)
σ_R : Stefan-Boltzmann 상수 (W/m^2K^4)
ε_R : 복사 방사율
a_i : Interfacial Thermal barrier resistance factor
κ : 열전도도 (W/mK)
ps : 세라믹 입자크기 (μm)
σ : 응력 (N/m^2)

1. 서 론

세계적인 경제성장은 보다 안정적인 성능과 지속 가능한 에너지 공급원을 필요로 한다. 세계적인 에너지 소비는 연간 1.2%씩 상승하고 있지만, 배기가스 기준은 더욱 엄격해지고 있다. 가스터빈은 500MW~1,000MW 만큼 큰 전력 용량과 낮은 배기가스 방출 그리고 안정적인 성능을 유지하는 측면에서 오늘날 주목 받는 전력 시스템으로 자리매김하고 있다. 이러한 가스터빈은 지속해서 효율을 높이기 위해 극한 온도에서 운전된다. 터빈 입구 온도(Turbine Entry Temperature, TET)는 금속 블레이드의 허용 온도를 초과함에 따라 극한 열을 극복할 수 있는 복합재로 블레이드를 제작하곤 한다. 그런데 일반적인 적층 된 복합재는 맞닿는 부분에서 서로 다른 열팽창률에 의해 분리되는 Delamination 현상이 일어나고 응력집중 현상이 일어난다. 경사기능재료(Functionally Graded Material, FGM)[1]는 이와 같은 단점을 극복하고 극한 열 환경을 견디기 위해 제안된 복합재이다. FGM 은 서로 다른 재료가 연속적으로 변화하는 새로운 개념의 복합재로 바깥 표면은 극한 온도를 견디기 위해 세라믹으로 구성하고 안쪽 표면은 열에 취약하지만, 기계적 강도가 우수한 금속으로 구성하여 연속적인 재료물성 변화가 특징인 복합재이다. 이와 같은 FGM 의 특성은 블레이드의 내부에 복잡한 온도 분포를 야기한다. 복합재의 열전도도는 물리적 재료물성과 달리 Voigt 의 혼합법칙(Rule Of Mixture)을 따르지 않아 복합재의 열전도도를 예측하는 방법을 활용하여 열전달해석이 이루어져야 한다. 또한, 복합재의 열전도도를 구성하는 특징 중의 하나인 입자크기 효과를 고려한 해석이 요구된다.

FGM과 관련된 연구는 1990년 이후, 많은 연구자에 의해 연구가 수행되었다. Chakraborty[2]는 FGM 블레이드의 열 탄성 거동에 대한 구조해석을 수행했다. 이 연구는 오직 정적 해석만을 다루었다. 이후에, Kapuria와 그 동료[3]는 해석과 실험을 통해 FGM 블레이드의 진동해석을 수행했다. Librescu[4]는 온도에 따른 물리적 재료물성을 고려한 해석을 수행했고 Oh[5]는 회전하는 터보기계 시스템을 대상으로 진동해석을 수행하였다. 유사한 과정으로 Oh와 Na[14]는 과도 응답에 관한 해석을 수행하였다. 하지만 이 연구들은 온도에 따른 열적 재료물성의 변화를 고려하지 않은 진동해석만 다루고 있다.

본 연구에서는 회전하는 가스터빈 블레이드 시스템을 대상으로 온도에 따른 물리적, 열적 재료물성 변화를 고려한 모델을 통해 과도해석과 응력해석을 수행하였다. FGM 복합재의 특성과 온도에 따른 재료물성 변화는 시스템의 진동특성 변화를 초래하게 되어 뜻하지 않은 공진을 유발할 수 있다. 그러므로 가스터빈 블레이드의 해석 시, 극한 온도 환경에서 운용되는 점을 고려하여 정확한 열전달해석을 수행하여 시스템 강성을 결정해야 한다. 이 연구는 회전하는 가스터빈 블레이드의 열전달해석을 이용한 응력해석을 수행할 수 있는 모델을 제안하였다.

2. FGM 블레이드 모델링

2.1 FGM 블레이드의 물리적 재료물성 구성

FGM 은 방향에 따라 연속적인 재료물성 변화를 나타내는 것이 특징이다. Fig. 1 은 가스터빈 블레이드를 이상화한 중공을 가진 블레이드의 단면을 나타낸다. 블레이드 내부는 냉각공기가 흐를 수

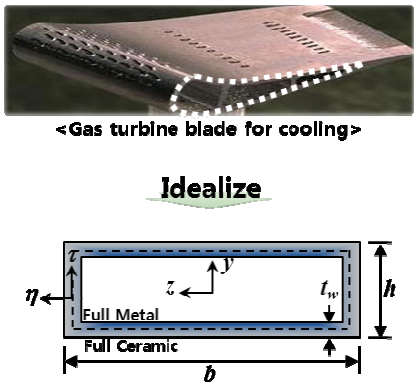

Fig. 1 Configuration of idealized cross section area of a hollow-blade made-up of Functionally Graded Materials

있는 공간이다. 블레이드의 내부 둘레는 금속으로 구성하고 바깥쪽 둘레는 세라믹으로 구성한다. η-방향에 따라 연속적인 재료물성을 나타내기 위해서 Voigt 의 혼합법칙(ROM)을 따르는 연속함수 형태로 FGM 의 재료물성을 수식화했다.

$$P_p(\eta,T,n)=\left(P_{p,c}(T)-P_{p,m}(T)\right)\left(\frac{2\eta+t_w}{2t_w}\right)^n+P_{p,m}(T) \quad (1)$$

여기서 n 은 두께에 따른 부피분율을 결정하는 지수이다. 물리적 재료물성치 P_p 에 해당하는 물성치는 탄성 계수 E, 전단 계수 G, 푸아송 비 ν 그리고 밀도 ρ 이다. 여기서 밀도 ρ 는 온도에 무관하다고 취급한다. 온도에 따른 세라믹, 금속 재료물성치 $P_{p,c}$, $P_{c,m}$ 은 참고문헌[6,7]의 실험값을 활용했다. 그 수식은 아래와 같다.

$$P(T)=P_0\left(P_{-1}/T+1+P_1T+P_2T^2+P_3T^3\right) \quad (2)$$

여기서 $P_{-1}, P_0, P_1, P_2, P_3$ 은 참고문헌[6]에 표로 정리되어 있다. 본 연구에서 사용한 세라믹 재료 $P_{p,c}$ 는 Si_3N_4, 금속 재료 $P_{p,m}$ 은 SUS304 를 사용했다.

2.2 FGM 블레이드의 열적 재료물성 구성 및 열전달해석 과정

열전달해석을 위해 사용된 열적 재료물성 P_t 는 열전도도 κ_t 이다. 물리적 재료물성과 다르게 열적 재료물성은 Voigt 의 혼합법칙(ROM)를 따르지 않는다고 알려져 있다. 하지만 기존의 연구사례는 열적 재료물성을 ROM 방법으로 복합재의 열전도도를 작성하고 온도에 무관한 함수로 선언하여 온도 분포를 계산했다. 이와 관련된

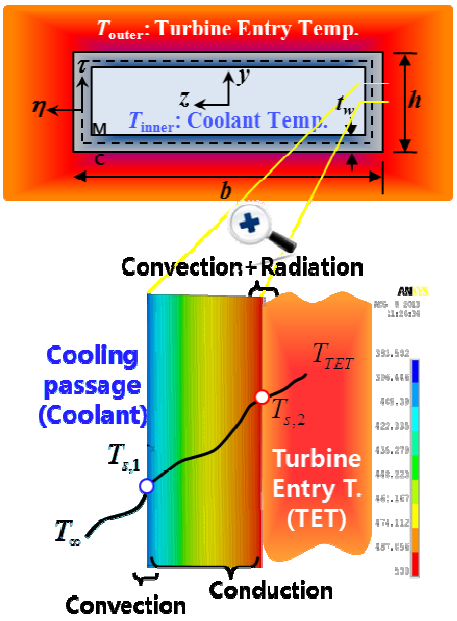

Fig. 2 Heat transfer boundary conditions of an FGM-gas turbine blade

수식은 아래와 같다.[4]

$$T(\eta)=T_{S,1}\left[1+\frac{\dfrac{T_{S,2}-T_{S,1}}{T_{S,1}}}{\displaystyle\int_{-t_w/2}^{t_w/2}\frac{1}{\kappa_f(\eta)}d\eta}\int_{-t_w/2}^{\eta}\frac{d\eta}{\kappa_f(\eta)}\right] \quad (3)$$

이는 외부 터빈온도(T_{TET})와 내부 냉각공기온도(T_c)의 영향을 반영하지 못하고, 오직 전도 열전달만이 발생하는 가정을 사용했다. 또한, $T_{S,1}$ 과 $T_{S,2}$ 를 가정하여 얻은 온도 분포이다. 이에 반해, 본 연구에서는 온도에 의존적인 열전도도를 사용한 열전달 해석과 전도, 대류 그리고 복사 경계조건을 사용했다. 또한, FGM 복합재의 열전도도를 결정하기 위한 수학적 모델이 필요하여 복합재의 열전도도 수학적 모델인 Bruggeman 의 수식[8]을 보완한 Every 의 수식[9]을 활용했다. 이 수식은 세라믹의 부피분율 V_c 가 커져도 실험과 잘 일치하는 것을 나타내고 세라믹의 입자크기에 따른 열전도도를 알아볼 수 있는 특징을 지니고 있다. 본 연구에서는 이 수식을 활용하여 복합재의 열전도도를 열전달해석에 활용했다. Every 의 수식[9]은 아래와 같다.

$$\left(1-V_c\right)^3=\left(\frac{\kappa_m}{\kappa_t}\right)^{(1+2a_i)/(1-a_i)}\left(\frac{\kappa_t-\kappa_c(1-a_i)}{\kappa_m-\kappa_c(1-a_i)}\right)^{3/(1-a_i)} \quad (4)$$

여기서 a_i 는 열 저항 인자(Interfacial thermal barrier

resistance factor)이다. 그 표현은 아래와 같다.

$$a_i = a_K / ps \tag{5}$$

여기서 a_K 는 Kapitza radius 이고 ps 세라믹 입자크기를 나타낸다. 자세한 사항은 참고문헌[8,9]에 소개되어 있다.

터빈 입구 온도(TET)와 내부에 흐르는 냉각공기 온도를 고려하여 시스템의 강성을 얻기 위해 1-D 비선형 열전달 방정식을 풀었고 그 해로부터 FGM 블레이드의 온도를 파악하였다. Fig. 1 에서 외부 표면이 TET 에 노출 되고 내부는 냉각공기에 의해 냉각되는 것을 표현한 것이 Fig. 2 이다. 이와 같은 조건을 계산하기 위한 수식은 1 차원 비선형 열전달 방정식으로 표현은 아래와 같다.

$$\frac{d}{d\eta}\left[\kappa_t(\eta, T, n, ps)\frac{dT}{d\eta}\right] = 0 \tag{6}$$

여기서, 열전도도 κ_t 가 종속변수 T 를 포함한 함수이므로 비선형 미분 방정식 형태가 된다. Fig. 2 와 같이 내부와 외부 표면에서의 열전달 경계조건은 다음과 같다.

$$-\kappa_t \frac{dT}{d\eta}\bigg|_{\eta=-0.5} = h_{int}(T_c - T_{s,1}) \tag{7}$$

$$-\kappa_t \frac{dT}{d\eta}\bigg|_{\eta=0.5} = -h_{ext}(T_{s,2} - T_{TET}) - \varepsilon_R \sigma_R (T_{s,2}^4 - T_{TET}^4) \tag{8}$$

식 (6)은 내부 냉각공기와 금속 표면이 맞닿는 부분에서의 대류 열전달 경계조건이고, 식 (7)은 외부 TET 와 세라믹 표면이 맞닿는 부분에서 대류, 복사 열전달 경계조건이다. 이를 만족하는 온도 분포를 찾기 위해 반복법을 활용하여 FGM 블레이드의 두께에 따른 온도를 파악했다. 그 과정은 Fig. 3 에서 알고리즘 형태로 정리하였다.

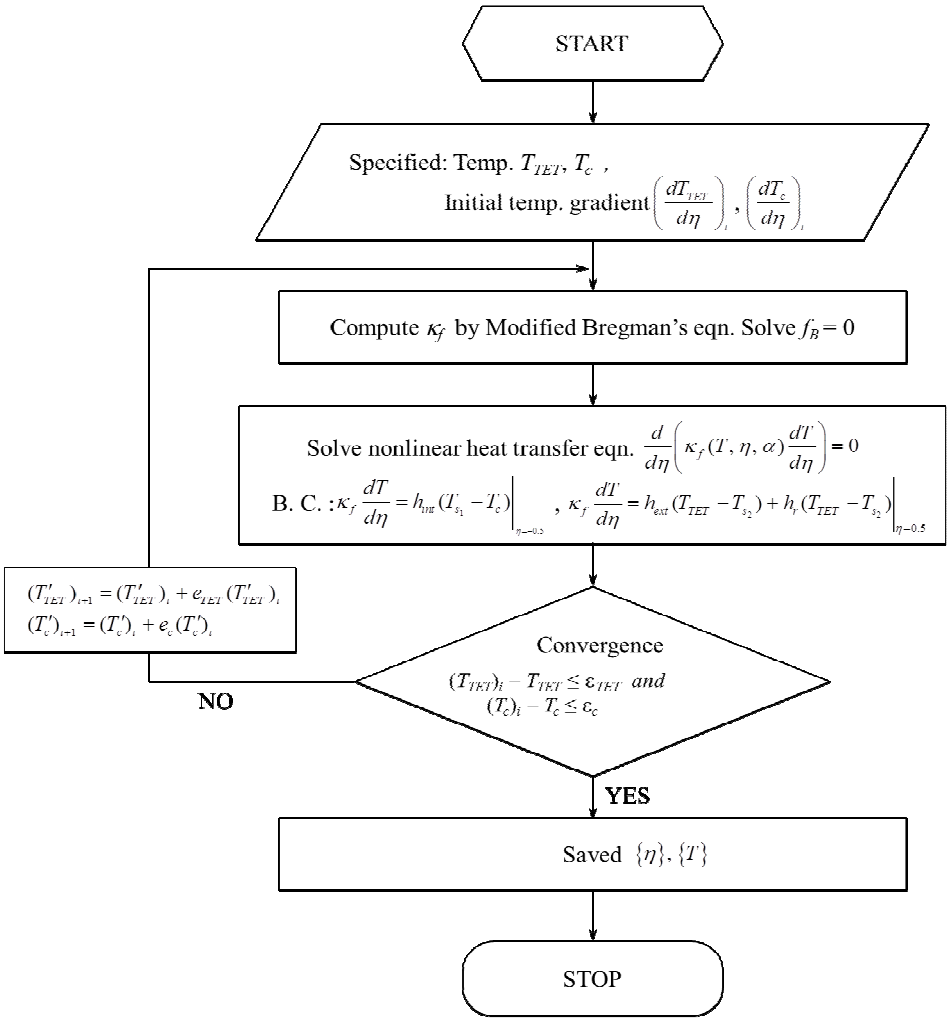

Fig. 3 Temperature distribution algorithm based on temperature-dependent material properties

Table 1 Numerical data for temperature analysis

Notation	Numerical data
T_{TET}	1000 K
T_c	500 K
h_{int}	1200 W/m^2K
h_{ext}	1200 W/m^2K
n (Gradient index)	1
ps	10 μm

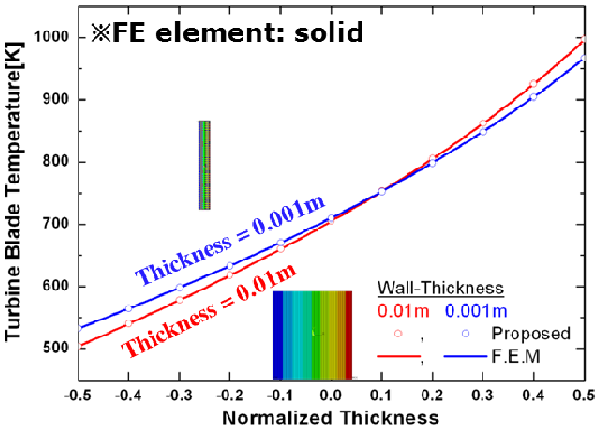

Fig. 4 Temperature distribution comparison between results of finite element model and results of proposed model along the blade η-direction

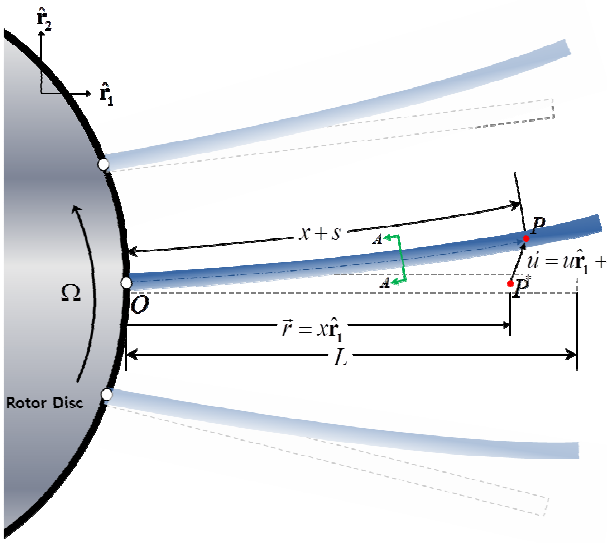

Fig. 5 Configuration of a rotating rigid turbine disc and gas turbine blades made-up of Functionally Graded Materials

열전달해석 결과는 상용 프로그램[12]을 활용하여 그 타당성을 검증했다. Fig. 4 에 사용된 수치는 Table 1 에 있다.

3. 운동방정식

3.1 FGM-블레이드의 탄성에너지 유도

회전하는 FGM-블레이드의 운동방정식을 유도하기 위하여 탄성에너지를 유도하였다. 이 탄성에너지는 두께 방향으로 재료물성이 연속적으로 변화하는 것을 고려한 시스템 강성을 포함한다. 그리고 가스터빈 블레이드와 같이 짧은 블레이드를 해석하기 위해서 전단효과를 고려한 Timoshenko 보 이론을 기반으로 유도된 FGM-블레이드의 탄성에너지이다. 탄성에너지의 표현 식은 다음과 같다.

$$U=\frac{1}{2}\int_0^L\left[\begin{array}{l}A\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2+2B\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \theta_3}{\partial x}\right)\\+D\left(\frac{\partial \theta_3}{\partial x}\right)^2+Zk\left(\theta_3+\frac{\partial \theta_3}{\partial x}\right)^2\end{array}\right]dx \tag{9}$$

여기서 A, B, D 그리고 Z 는 각각 인장강성, 인장-굽힘 연성 강성, 굽힘 강성, 그리고 전단 강성을 의미한다. 각각을 나타내면 다음과 같다.

$$A=\oint\left[\int_{-t/2}^{t/2}E(\eta,T,n)d\eta\right]d\tau \tag{10}$$

$$B=\oint\left[\int_{-t/2}^{t/2}E(\eta,T,n)\eta d\eta\right]d\tau \tag{11}$$

$$D=\oint\left[\int_{-t/2}^{t/2}E(\eta,T,n)\eta^2 d\eta\right]d\tau \tag{12}$$

$$Z=\oint\left[\int_{-t/2}^{t/2}\frac{E(\eta,T,n)}{2(1+\nu(\eta,T,n))}d\eta\right]d\tau \tag{13}$$

3.2 운동방정식 유도

Fig. 5 는 로터 디스크 반경 r_R 인 로터 디스크에 고정되어 평면에서 $\hat{\mathbf{r}}_3$ -방향으로 Ω 만큼 회전운동하는 블레이드를 보여준다. 로터 디스크 축에 부착된 서로 수직인 단위벡터들이 나타나 있으며, x 는 블레이드와 디스크가 고정점 O 로부터 변형전 임의 질점까지 거리를, s 는 블레이드 중립축의 임의 점에서 블레이드가 인장된 길이를 나타낸다. $\vec{u}$ 는 u 과 v^o 로 이루어진 임의 질점의 탄성 변위벡터를 나타낸다. 연속체의 방정식을 가상 모드법을 이용하여 구하기 위해 s, v^o 그리고 θ_3 를 다음과 같이 근사화했다.

$$s(x,t)=\sum_{j=1}^{\mu_1}\phi_{1j}(x)q_{1j}(t) \tag{14}$$

$$v^o(x,t)=\sum_{j=1}^{\mu_2}\phi_{2j}(x)q_{2j}(t) \tag{15}$$

$$\theta_3(x,t)=\sum_{j=1}^{\mu_6}\phi_{6j}(x)q_{6j}(t) \tag{16}$$

여기서 $\phi_{1j},\phi_{2j},\phi_{6j}$ 는 각각 s, v^o, θ_3 를 위한 모드함수이고 q_{1j},q_{2j},q_{6j} 는 일반좌표 그리고 μ_1,μ_2,μ_6 는 각각의 경우에 사용된 일반좌표의 개수이다.

Fig. 5 에서 회전하는 로터 디스크 반경 r_R 이 회전각속도 Ω 로 회전하고 점 P 의 속도는 아래와 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{\omega}^R=\Omega\hat{\mathbf{r}}_3 \tag{17}$$

$$\vec{v}^P=\left[\dot{u}-\Omega v^o\right]\hat{\mathbf{r}}_1+\left[\Omega\left(r_R+x+u\right)+\dot{v}^o\right]\hat{\mathbf{r}}_2 \tag{18}$$

Kane 의 방법[11]을 이용한 운동방정식은 다음과 같다.

$$F_i+F_i^*=0 \qquad <1,\cdots,\mu_1+\mu_2+\mu_3> \tag{19}$$

여기서 F_i, F_i^* 는 일반작용력과 일반관성력이며 다음과 같이 표현한다.

$$F_i=-\frac{\partial U}{\partial q_i} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}F_i^*=&-\int_0^L\rho_f^*\left(\frac{\partial\vec{v}^P}{\partial\dot{q}_i}\right)\cdot\left(\frac{d\vec{v}^P}{dt}\right)dx\\&-\int_0^L\left(\frac{\partial\vec{\omega}^{dB}}{\partial\dot{q}_i}\right)\cdot\left[\left(\frac{d\vec{\omega}^{dB}}{dt}\right)\cdot\vec{I}+\vec{\omega}^{dB}\times\vec{I}\cdot\vec{\omega}^{dB}\right]dx\end{aligned} \tag{21}$$

여기서 $\vec{\omega}^{dB}$ 는 변형에 따른 보의 미소부분 dB 의 각속도를 나타낸다. $\vec{I}$ 는 dB 의 단위길이 당 관성 Dyadic 이고 ρ_f^* 는 FGM 블레이드의 단위 길이당 질량으로 다음과 같이 표현한다.

$$\rho_f^*=\oint\left[\int_{-t/2}^{t/2}\rho_f(\eta)d\eta\right]d\tau \tag{22}$$

여기서 ρ_f 는 블레이드의 단위부피당 질량이다.

3-1 장에서 탄성에너지를 유도한 식 (8)을 식 (19)에 대입하고 식 (20)를 이용하여 s 방향, v^o 방향 그리고 θ_3 방향, 총 세 방향의 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&+\sum_{j=1}^{\mu_1}\left[m_{ij}^{11}\ddot{q}_{1j}+\left(Ak_{ij}^{11}-\Omega^2m_{ij}^{11}\right)q_{1j}\right]\\&-\sum_{j=1}^{\mu_2}\left[2\Omega m_{ij}^{12}\dot{q}_{2j}+\dot{\Omega}m_{ij}^{12}q_{2j}\right]+\sum_{j=1}^{\mu_6}\left[Bk_{ij}^{16}q_{6j}\right]\\&=r_R\Omega^2P_{1i}+\Omega^2Q_{1i} \quad <i=1,2,\ldots,\mu_1>\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{\mu_2}\left[m_{ij}^{22}\ddot{q}_{2j}+\left(Zk_{ij}^{22}-\Omega^2m_{ij}^{22}+r_R\Omega^2k_{ij}^{G1}+\Omega^2k_{ij}^{G2}\right)q_{2j}\right]\\&+\sum_{j=1}^{\mu_1}\left[2\Omega m_{ij}^{21}\dot{q}_{1j}+\dot{\Omega}m_{ij}^{21}q_{1j}\right]+\sum_{j=1}^{\mu_6}\left[Zk_{ij}^{C26}q_{6j}\right]\\&=-r_R\dot{\Omega}P_{2i}-\dot{\Omega}Q_{2i} \quad <i=1,2,\ldots,\mu_2>\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{\mu_6}\left[m_{ij}^{66}\ddot{q}_{6j}+Dk_{ij}^{66}q_{6j}+Zm_{ij}^{66}q_{6j}\right]\\&+\sum_{j=1}^{\mu_1}Bk_{ij}^{61}q_{1j}+\sum_{j=1}^{\mu_2}Zk_{ij}^{C62}q_{2j}=-\dot{\Omega}P_{6i}\\&<i=1,2,\ldots,\mu_6>\end{aligned} \tag{25}$$

식 (23), (24) 그리고 식 (25)는 각각 블레이드의 인장, 면내 굽힘 그리고 블레이드 단면의 자세각 방향에 대한 운동방정식을 나타낸다. 여기서 사용된 행렬 요소는 참고문헌[10]에 자세히 소개되어 있다.

유도된 운동방정식은 인장-굽힘 운동간 연성을 고려하고 전단효과와 단면 관성 효과를 포함하고 있으며 온도의 변화에 따른 물리적, 열적 재료물성의 변화를 고려한 시스템 강성을 포함한 FGM- 가스터빈 블레이드의 운동방정식이다.

3.3 응력-변위 관계

블레이드에 작용하는 응력은 운동방정식에서 구해지는 변위를 이용하여 계산할 수 있다. 블레이드의 변형에 의한 응력을 알아보았다.

응력을 구하기 위해서 Hook's Law 를 사용했다. Timoshenko 보 이론에서 정의한 $\hat{\mathbf{r}}_1$-방향 변위 u 를 편미분하여 나타낸 변형률 ε_S 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\varepsilon_S&=\frac{\partial s}{\partial x}+y\frac{\partial\theta_3}{\partial x}\\&=\sum_{i=1}^{\mu_1}\frac{\partial\phi_{1i}}{\partial x}q_{1i}+y\sum_{i=1}^{\mu_6}\frac{\partial\phi_{6i}}{\partial x}q_{6i}\end{aligned} \tag{26}$$

변형률 ε_S 를 이용하여 블레이드에 작용하는 응력 σ 를 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma=\frac{A}{S}\left[\sum_{i=1}^{\mu_1}\frac{\partial\phi_{1i}}{\partial x}q_{1i}+y\sum_{i=1}^{\mu_6}\frac{\partial\phi_{6i}}{\partial x}q_{6i}\right] \tag{27}$$

식 (27)에서 첫 번째 항은 블레이드의 인장에 의해 발생하는 응력 항이다. 그리고 두 번째 항은 블레이드의 굽힘에 의한 응력 항이다. 블레이드의 굽힘에 의한 변형은 늘어난 부분은 굽힘 인장을 나타내고 줄어든 부분은 굽힘 압축 응력을 받게

Table 2 Numerical data of a typical gas turbine blade and operating condition

Notation	Numerical data
L	0.27m
h	0.005m
b	0.04m
r_R	1.2m
t_w	0.0005m
Ω_S	60Hz
T_S	10sec
Gradient index	1
T_{TET}	1700K
T_c	700K
particle size	10μm

된다. 굽힘 응력은 중립 축으로부터 가장 먼 거리에서 최대 굽힘 응력을 받게 된다.

이렇게 식 (27)을 유도하여, 본 연구에서는 블레이드의 응력을 알아 보았고 이 후에, 수치해석 결과는 가장 큰 응력이 작용하는 곳에 관심을 갖고 최대 응력에 대해 논의하였다.

4. 수치해석

4.1 FGM 블레이드의 과도해석 검증

해석에 사용된 가스터빈 블레이드의 재원 및 물성치는 Table 2 에 제시되어 있다. 블레이드는 강체 로터 디스크에 고정되어 식 (28)과 같은 스핀-업 모션으로 회전 운동된다.

$$\Omega(t)=\begin{cases}\dfrac{\Omega_S}{T_S}\left[t-\dfrac{T_S}{2\pi}\sin\left(\dfrac{2\pi t}{T_S}\right)\right] & if\ \ 0\le t\le T_S\\ \Omega_S & if\ \ t>T_S\end{cases} \qquad (28)$$

여기서 Ω_S는 정상 상태 회전 각속도, T_S는 정상 상태 회전 각속도까지 도달하는 시간이다.

Fig. 6 은 제안된 방법으로 얻은 과도해석 결과와 상용 프로그램에서 FE 모델을 생성하여 과도해석 결과를 비교한 내용이다. FE 모델을 간략히 소개하면, 우선 Fig. 4 에서 검증된 열전달해석을 통해 온도에 따라 변하는 재료물성치를 블레이드 두께에 따라 얻고 이를 구조 해석 프로그램 ANSYS[12]에서 모달 해석을 수행하였다. 그 후, ANSYS 에서 모드 정보를 추출하여 동역학 해석 프로그램 RECURDYN[13]으로

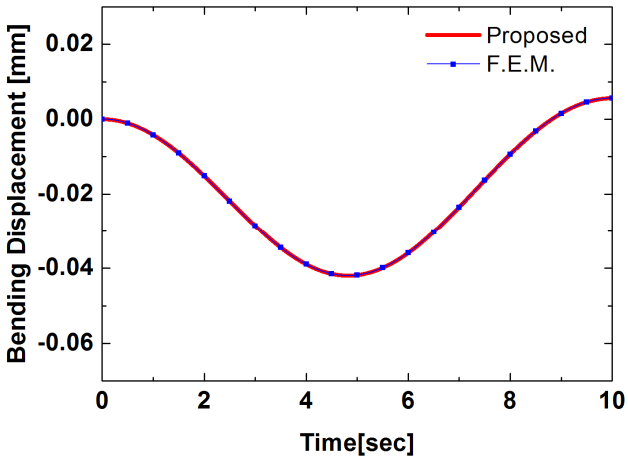

Fig. 6 Spin-up motion induced dynamic responses of a FGM Blade proposed method and commercial FE model

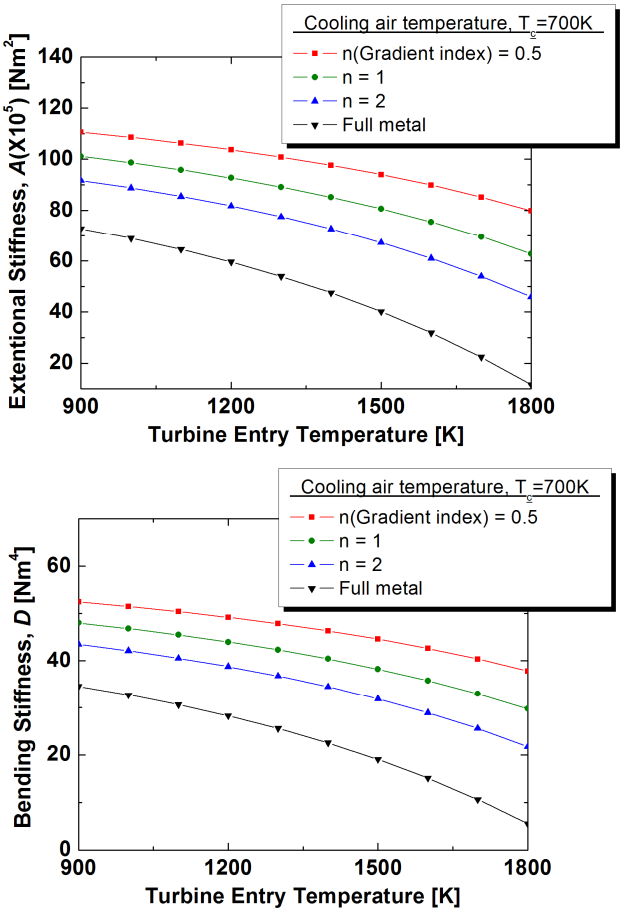

Fig. 7 Variation of Extensional stiffness, A and Bending stiffness, D with that of the TET for selected values of n (Gradient index)

불러들인 후 RFlex 모델을 생성하여 MFBD 모델을 얻었다. Fig. 6 의 결과는 블레이드의 끝단에서 시간에 따른 굽힘 변위을 나타내고 있으며, 이 결과로부터 본 연구에서 제안한 모델의 정확성을 검증하였다.

4.2 FGM-블레이드의 시스템 강성

Figs. 7 과 8 은 각각 제안된 모델을 이용하여 온도와 구배 지수에 따른 시스템 강성 중 인장 강성 A 와 굽힘 강성 D 를 나타낸다.

구배 지수 n 이 증가할수록 시스템 강성이 낮아지는 경향을 나타내고 있다. 이러한 경향은 n 이 증가할수록 V_c 가 낮아지고 상대적으로 V_m 이 증가하여 온도에 의한 강성 저하가 뚜렷하게 나타나기 때문이다. 시스템 강성을 변화시키는 또 다른 인자는 TET 이다. 외부 온도인 TET 가 1800 K 근처까지 오르면 일반 금속 블레이드의 경우 강성이 눈에 띄게 떨어지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 현상으로부터 극한 온도 환경에서 운용되는 가스터빈 블레이드가 FGM 으로 제작될 경우, 일반 금속 블레이드보다 우수한 성질을 나타내는 것을 알 수 있다.

4.3 FGM 블레이드의 응력해석

검증된 과도해석 결과를 이용해서 응력해석을 수행했다. 3.3 절의 응력해석에 관련된 식 (27)을 활용하여 수행하였다. 본 연구에서 구한 응력은 모두 터빈 디스크에 고정되어 있는 블레이드 고정단의 상단 부 위치의 결과이다. Fig. 8 은 Ω_S 가 60 Hz , T_S 가 60sec 로, 식 (27)과 같이 회전운동을 할 때 구배 지수 n 에 따른 최대 동응력을 나타낸 것이다. 이를 토대로 두 가지 변수, 구배 지수 n 과 정적 운전 속도 Ω_S 에 따라 T_s 이후에 최대 응력을 조사한 것이 Figs. 9 와 10 이다. 우선 Fig. 9 는 부피분율 구배를 결정하는 지수 n 에 따른 응력의 크기를 나타낸 것이다. n 이 커질수록 상대적으로 강성이 큰 세라믹의 부피분율 V_c 가 작아져 인장 강성과 굽힘 강성이 작아진다. 이는 변형률의 증가를 초래하여 응력이 커지는 경향을 나타낸다.

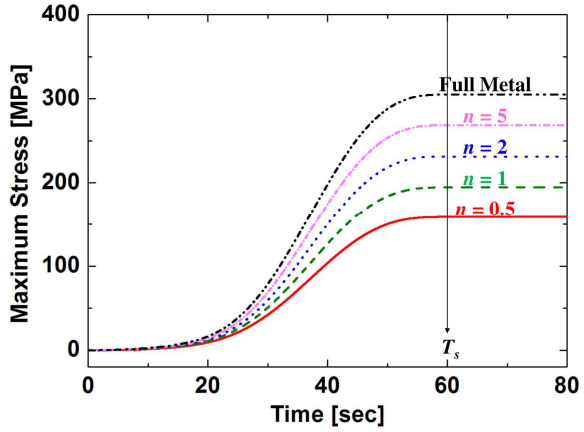

Fig. 8 Spin-up motion induced dynamic maximum stress responses of an FGM Blade proposed method with respect to Gradient index n ($\Omega_S = 60Hz, T_S = 60\sec, T_{TET} = 1700K, T_c = 700K$)

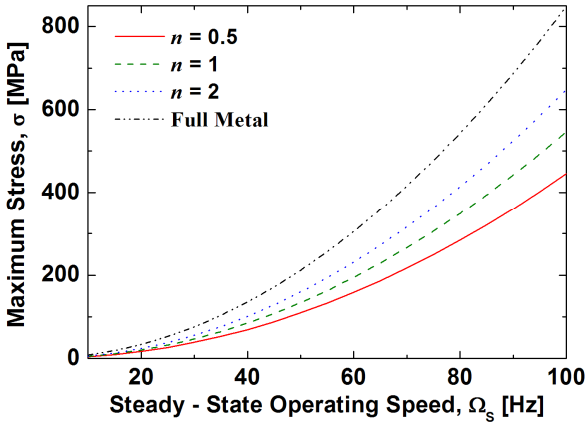

Fig. 10 Variation of the maximum stresses of the blade versus. the steady-state operating speed, Ω_S for selected values of n ($T_{TET} = 1700K, T_c = 700K$)

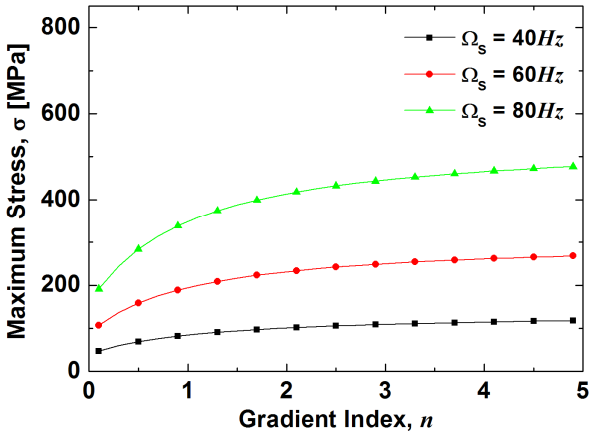

Fig. 9 Variation of the maximum stresses of the blade versus. the gradient index, n for selected values of Ω_S ($T_{TET} = 1700K, T_c = 700K$)

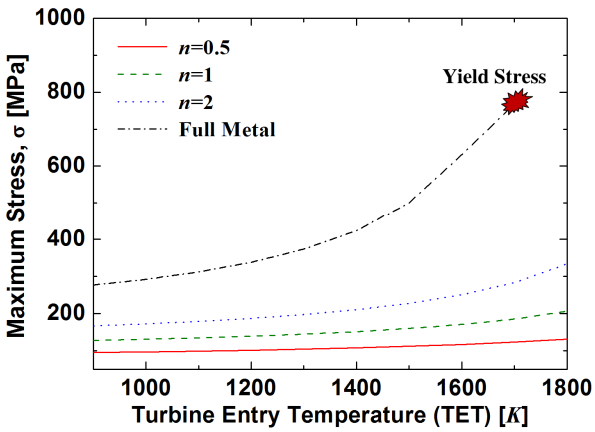

Fig. 11 Variation of the maximum stresses of the blade versus. the Turbine Entry Temperature, TET for selected values of n ($\Omega_S = 60Hz, T_c = 700K$)

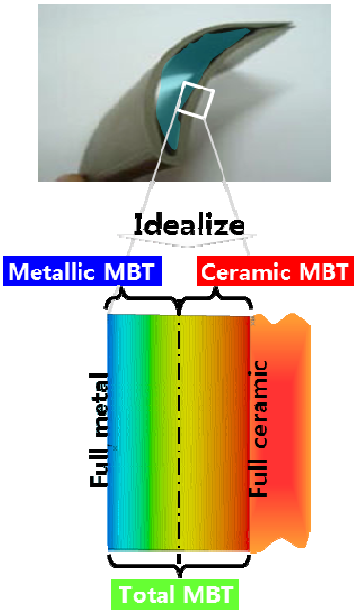

Fig. 12 The configuration of idealized the one-dimensional η-direction blade thickness to define mean blade temperatures

이 결과만을 본다면, n 이 작을수록(V_c 이 클수록) 응력이 작아 작용하여 유익한 결과를 보여준다. 하지만 세라믹의 원자재 가격이 금속보다 10~20 배 높아서 Cost 문제가 커지게 되므로 n 을 작게 하는 것이 좋은 디자인이라 할 수는 없다. 그리고 과도한 n 의 감소는 블레이드의 온도를 높이는 원인이 될 수 있으므로 적절한 FGM 블레이드의 n 을 결정하는 것은 중요한 설계변수 중 하나이다. Fig. 10 은 정상상태 회전 각속도 Ω_S 에 따른 최대 응력을 나타낸다. Ω_S 가 커질수록 관성력에 의해 응력이 Ω_S 의 제곱에 비례해서 커진다. 일반 블레이드의 경우에는 Ω_S 에 따라 응력이 눈에 띄게 커지는 것을 확인할 수 있다. Fig. 11 은 외부 온도인 TET 의 변화에 따른 최대 응력을 나타낸다. 일반 금속 블레이드의 경우에 1600 K 이상에서 금속의 항복강도를 넘어서 큰 응력이 작용하여 파괴될 것으로 예상된다. 하지만, 나머지 FGM-가스터빈 블레이드의 경우는 온도에 증가에 따라 응력이 소폭 상승하는 경향을 나타낸다.

4.4 FGM 블레이드의 열전달해석

2.2 절에서 블레이드의 시스템 강성을 결정하기 위해 열전달해석 과정을 설명했다. 이 절에서는 열전달해석을 수행하여 부피분율 지수 n 과 TET 그리고 냉각공기에 따른 블레이드의 온도를 알아보았다. Fig. 12 는 가스터빈 블레이드의 두께

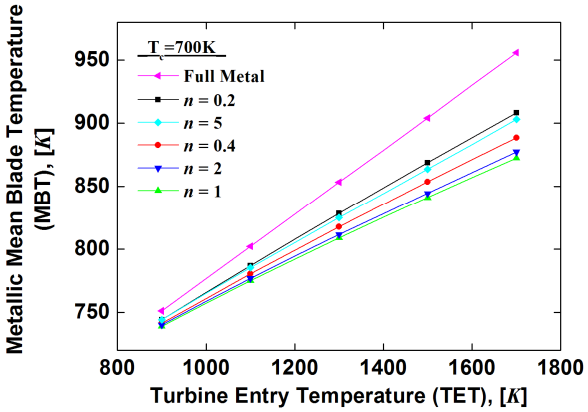

Fig. 13 Effect of TET on mean blade temperatures ($T_c = 700K$, $Particle\,size = 10\mu m$, $\varepsilon_R = 0.5$)

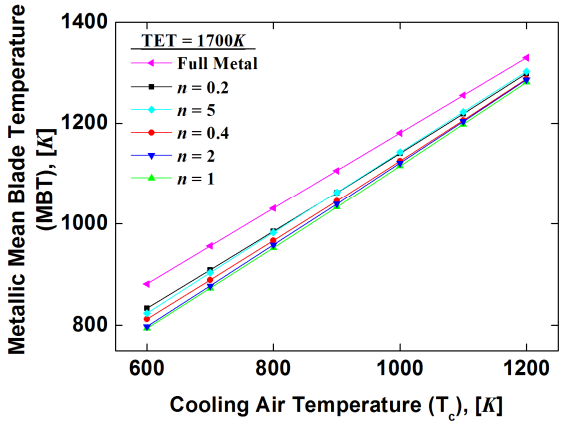

Fig. 14 Effect of cooling air temperature on mean blade temperatures($T_{TET} = 1700K$, $Particle\,size = 10\mu m$, $\varepsilon_R = 0.5$)

방향을 이상화한 1-D 블레이드의 두께에 따른 온도를 나타내고 있다. MBT(Mean Blade Temperature)는 블레이드 온도를 나타내는 하나의 지표로 활용했다. 특히, 전체 금속재료로 구성된 내부에서 중앙까지의 평균 온도를 Metallic MBT 로 명명한다.

Fig. 13 은 TET 의 변화에 따른 Metallic MBT 를 나타낸다. TET 의 증가에 따라 일반 금속 블레이드의 온도는 눈에 띄게 상승하는 것을 보이며 상대적으로 FGM-블레이드는 낮은 온도를 나타낸다. 그리고 구배 지수, n 에 따라 가장 낮은 Metallic MBT 를 알아볼 수 있다. Fig. 14 는 냉각공기의 변화에 따른 Metallic MBT 를 나타낸다. TET 의 변화에 따른 Metallic MBT 의 증가는 약 0.3K/K 이며 냉각공기 변화에 따른 Metallic MBT 의 증가는 약 0.6K/K 이다. 이 것은 냉각공기와 맞닿은 내부 금속 부분이 냉각공기의 변화에 민감하기 때문이다. 추가적으로, Fig. 15 는 세라믹 입자크기에 따른 Metallic MBT 를 나타낸 것이다. 세라믹의 입자크기가 나노 사이즈로 작아질 때 특히, 큰 Metallic MBT 의 저하를 나타낸

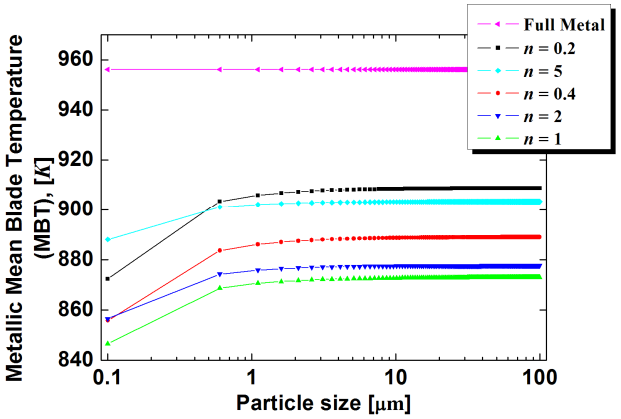

Fig. 15 Effect of particle size on mean blade temperature ($T_{TET} = 1700K$, $T_c = 700K$, $\varepsilon_R = 0.5$)

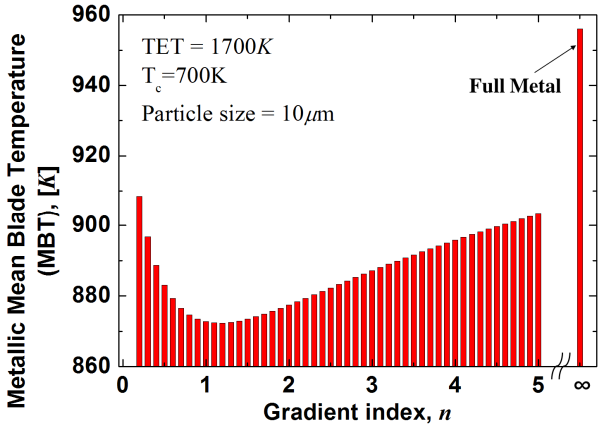

Fig. 16 Variation of metallic MBT with respect to gradient index, n($T_{TET} = 1700K$, $T_c = 700K$, $Particle\ size = 10\mu m$, $\varepsilon_R = 0.5$)

다. 또한 V_c 가 클수록 세라믹의 입자크기에 대한 효과가 더욱 두드러지게 나타나는 것을 확인할 수 있다. Figs. 13, 14 그리고 15 는 각각 TET, 냉각공기, 세라믹 입자크기에 따른 Metallic MBT 를 나타낸다.

Fig. 16은 FGM-블레이드의 재료물성 구배를 결정하는 구배 지수의 변화에 따른 가장 낮은 MBT를 확인할 수 있는 그림이다. 본 연구에서 사용한 재료는 Si_3N_4와 SUS304이며 이 재료의 특성을 고려한 열전달해석을 통해 구배 지수가 약 0.8 ~ 1.2 일 때 가장 낮은 Metallic MBT를 나타내는 것을 확인했다. 일반 금속 블레이드와 비교할 때 50~60 K 정도 낮은 온도를 나타내는 장점을 확인했다. 이 결과는 FGM-블레이드를 제작할 때, 식 (1)을 활용하여 적절한 구배를 가한다면 가장 낮은 온도분포를 갖도록 하는 재료 설계가 가능함을 말해 준다.

5. 결 론

이 논문에서는 FGM 복합재로 만든 회전하는 가스터빈 블레이드의 과도해석과 열전달해석으로부터 응력해석을 수행하였다. 매우 높은 온도 환경에 처해 있는 가스터빈 블레이드를 대상으로 온도에 따른 물리적, 열적 재료물성의 변화를 고려하였다. 추가적으로, 세라믹 입자크기를 고려해서 블레이드의 온도를 먼저 파악하였다. 이를 토대로 시스템의 강성을 결정하고 과도해석을 수행하여 블레이드의 최대 응력을 파악할 수 있는 모델을 제시 하였다.

수치해석 결과는 크게 4.3 절에서 응력해석을, 4.4 절에서 열전달해석을 수행하였다. 응력해석은 구배 지수, n 과 정적 운전 속도, Ω_S 그리고 터빈 입구 온도(TET)의 변화에 대해 수행하였다. 첫 번째로 세라믹 부피분율(V_c)이 클수록, 즉 n 이 작을수록 응력은 작았다. 하지만, 이는 값비싼 세라믹의 원자재 가격으로 인한 Cost 상승과 온도의 상승을 야기하고 취성이 강해 파괴를 일으킬 가능성이 크다. 그러므로 가스터빈 블레이드의 설계 시에 적절한 구배 선정이 중요하다. 두 번째로 정적 운전 속도에 따라 최대 응력은 정적 운전 속도의 제곱에 비례하여 커지는 경향을 나타냈다. 이는 관성력의 증가로 인해 인장변위가 커졌기 때문으로 파악하였다. 세 번째로 TET 에 따른 응력을 알아본 결과, 일반 블레이드는 극한 온도에서 견딜 수 없을 만큼 큰 응력이 작용하였으며 FGM-블레이드의 경우에는 소폭상승 하는 것을 확인하였다. 열전달해석은 TET, 냉각공기, 세라믹 입자크기에 따라 변화하는 양상을 조사하였고 특히, 구배 지수에 따른 Metallic MBT 를 파악하여 가장 낮은 온도분포를 갖는 구배 지수를 알아볼 수 있었다.

본 연구는 열전달해석을 적용해 FGM-가스터빈 블레이드의 동응력을 파악할 수 있는 모델을 제안하였고 이 모델은 이후에 열전달해석과 응력해석을 동시에 수행해야 하는 시스템에 적용 및 발전시켜 나갈 수 있는 가능성을 제시하였다.

후 기

이 연구는 2011 년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제 입니다. (No. 211T100200116)

참고문헌

(1) Sata, N., Sanada, N., Hirano, T. and Niino, M., 1990, "Fabrication of a Functionally Gradient Material by Using a Self-propagating Reaction Process,"

Proceedings of the First Int. Symp. On Combustion and Plasma Synthesis of High-Temperature Materials, VCH Publishers, INC., pp. 195~203.
(2) Chakraborty, A. And Gopalakrishnan, S. A., 2003, "Spectrally Formulated Finite Element for Wave Propagation Analysis in Functionally Graded Beams," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 10, pp. 2421~2448.
(3) Kapuria, S., Bhattacharyya, M. and Kumar, A. N., 2008, "Bending and Free Vibration Response of Layered Functionally Graded Beams: a Theoretical Model and Its Experimental Validation," *Composite Structures*, Vol. 82, No. 3, pp. 390~402.
(4) Librescu, L., Oh, S. Y. and Song, O., 2007, "Thin-Walled Beams Made of Functionally Graded Materials and Operating in a High Temperature Environment: Vibration and Stability," *Journal of Thermal Stresses*, 28:6-7, pp. 649~712.
(5) Oh, S. Y., Librescu, L. and Song O., 2003, "Vibration of Turbomachinery Rotating Blades Made-up of Functionally Graded Materials and Operating in a High Temperature Field," Acta Mechanical, Vol. 166, pp. 69~87.
(6) Reddy, J. N., Chin, C. D., 1998, "Thermomechanical Analysis of Functionally Graded Cylinders and Plates," *Thermal Stresses*, Vol. 21, pp. 593~626.
(7) Touloukian, Y. S., 1967, *Thermophysical Properties of High Temperature Solid Materials*, McMillan, New York.
(8) Bruggeman DAG., 1935, "The Prediction of the Thermal Conductivity of Heterogeneous Mixtures," Ann Phys., Vol. 24, p. 636.
(9) Every, A. G., 1992, "The Effect of Particle Size on the Thermal Conductivity of ZnS/diamond Composites," *Acta Metall Mater*, Vol. 40, pp. 123.
(10) Yoo, H. H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 325, pp. 513~531.
(11) Kane, T., Levinson, D., 1985, *Theory and Applications*, McGraw-Hill, New York.
(12) ANSYS User's Manual, Structural Analysis Guide, 1998, ANSYS Inc.
(13) RECURDYN Solver Theoretical Manual 7th revision, 2011, Functionbay Inc.
(14) Oh, B. Y. and Na, S. S., 2005, "Dynamic Response Analysis of Rotating Functionally Graded Thin-Walled Blades Exposed to Steady High Temperature and External Excitation," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*., Vol. 29, No. 7, pp. 976~982.