

고속도로 혼잡 완화를 위한 구간별 차등요금 부과전략

이은호¹ · 김동규¹ · 고승영¹ · 김호승^{2*}

¹ 서울대학교 건설환경공학부, ² 서울대학교 건설환경종합연구소

Segment-based Differentiated Pricing Strategy for Reducing Congestion of Expressways

LEE, Eunho¹ · KIM, Dong-Kyu¹ · KHO, Seung-Young¹ · KIM, Hyo Seung^{2*}

¹ Department of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University, Seoul 151-744, Korea

² Integrated Research Institute of Construction and Environmental Engineering,
Seoul National University, Seoul 151-744, Korea

Abstract

This paper develops a differentiated pricing strategy over each segment of expressways based on the second-best pricing method for reducing congestion. To this end, a bi-level problem is proposed, in which the upper level of the model is formulated to determine toll level of each segment for minimizing traffic congestion, whereas the lower level of the model is formulated as a variable demand assignment problem. The sensitivity analysis based algorithm is took placed to find optimal solutions of upper level model. An application of the proposed model uses the modified Sioux-Falls network. The results show that the segment-based differentiated pricing strategy performs better than the existing uniform pricing strategy in reducing traffic congestion. This study can be applied as a demand management method to relieve disutility of excessively congested segments of expressways.

본 연구는 고속도로의 혼잡 완화를 위해 차선통행료 방식에 근거한 고속도로 구간별 차등요금 부과전략을 개발하는데 그 목적이 있다. 이를 위해 상위단계의 교통혼잡 최소화화를 위한 각 구간의 주행요금을 산정하는 문제와 하위단계의 가변수요 통행배정문제로 구성된 바이레벨 형태의 모형을 제시하였다. 상위단계 문제의 최적 해를 찾기 위해 민감도 분석 기반의 알고리즘을 이용하였으며, 제안된 모형의 검증을 위해 수정된 Sioux-Falls 네트워크에 적용하였다. 적용 결과 차등요금 부과전략 적용 시 균일한 요금을 징수한 경우보다 교통혼잡이 개선된 것으로 나타났으며 이는 고속도로 구간의 혼잡 완화에 의한 것임을 확인할 수 있었다. 본 연구는 고속도로 특정 구간의 과도한 혼잡으로 인해 발생하는 비효율을 절감하기 위한 수요관리 방안으로 적용될 수 있다.

Keywords

bi-level problem, differentiated pricing system, expressway toll, sensitivity analysis, traffic congestion
바이레벨 문제, 차등요금제, 고속도로 통행요금, 민감도 분석, 교통혼잡

* : Corresponding Author
seung43@snu.ac.kr, Phone: +82-2-880-1536, Fax: +82-2-873-2684

Received 12 August 2014, Accepted 2 November 2014

서론

1. 연구의 배경 및 목적

고속도로는 일반도로와 달리 지역 간 장거리 통행의 중추 역할을 하였으며, 접근성 측면보다는 빠르고 쾌적한 이동성 측면을 담당하였다. 하지만 주요 도시로의 인구 과밀화 현상이 지속되면서 고속도로의 이동성 기능을 저하시키는 혼잡한 구간이 발생하였다. 이는 수요가 많은 주요 도시권역의 내부와 도시 주변으로부터 진입하는 통행이 집중함에 따라 발생한 문제이다. 실례로 2013년 기준으로 경부선의 경우 대부분의 구간이 서비스 수준 C에서 D를 보이는 반면 수도권 구간인 신갈-양재 구간은 서비스 수준 F를 보이고 있으며 이 구간은 전체 고속도로 구간 중에서도 가장 높은 교통량 수준을 나타낸다.¹⁾

이처럼 동일한 노선 내에서도 구간에 따라 보이는 혼잡 정도는 상이하므로 도로 운영효율의 향상을 위해서는 적절한 수요관리기법의 도입이 필요하다. 고속도로 수요관리를 위한 기법으로는 램프미터링과 같은 규제적 기법과 통행요금을 이용하는 기법 등이 있으며 이는 사회적 기회비용을 생산적인 편익으로 전환시킬 수 있는 효과적인 방안이다(Kwon, 2003). 그러나 국내 고속도로의 혼잡문제가 수년간 지속되어 왔음에도 불구하고 아직까지 이러한 수요관리 방안의 본격적인 도입이 늦어지고 있는 실정이다.

유료로 운영되는 현 고속도로 시스템에서는 통행요금 조정을 통한 수요관리방안이 적절할 것으로 판단된다. 유료도로의 요금 산정에 관한 연구는 그동안 다양한 관점에서 진행되어 왔으나 대부분 네트워크 내의 미리 선정된 특정 링크에 대한 요금을 산정하는 연구이므로 유료도로와 무료도로가 공존하는 네트워크상에서 유료도로의 요금 수준 변화에 따른 네트워크 전체의 효과를 파악하기가 어렵다. 또한 요금을 조정하였을 때 가장 큰 효과를 낼 수 있는 링크나 구간을 선정하는 방법을 제시한 연구가 드물다.

따라서 본 연구는 수요관리 방안의 일환으로 현재 단일한 요금을 징수하는 고속도로에 구간별 차등요금을 부과하는 방안을 제시하고자 한다. 구간별 차등요금 부과 목적은 혼잡한 구간의 통행량을 공간적·시간적으로

분산시키는 것이며, 이는 해당 노선의 혼잡을 줄여줄 뿐만 아니라 도로망 전체의 이용 효율을 높임으로써 도로망을 체계최적상태로 유도하고자 하는 것이다.

2. 연구의 내용 및 범위

본 연구는 고속도로를 나타내는 유료도로와 일반 국도를 나타내는 무료도로를 포함한 도로 네트워크를 기반으로 진행되었다. 현재 재정고속도로에 적용되고 있는 이부요금제는 기본요금과 주행거리에 km당 요금 단가를 곱한 주행요금으로 이루어지며 전국에 균일한 요금 수준으로 징수한다. Lee et al.(2004)의 연구에 따르면 기본요금의 경우는 주행 거리에 관계없이 일정한 요금을 부과하므로 혼잡도를 고려한 통행요금을 이부요금제에 도입할 경우 주행요금에 사회비용 개념을 도입하여 적용하는 것이 타당할 것으로 제시하였으며, 이는 수익자 부담원칙에도 부합하므로 본 연구에서는 주행요금을 설계 변수로 적용하였다.

이에 본 연구는 다음과 같이 진행되었다. 먼저 기존 문헌 고찰을 통해 구간별 차등요금부과의 필요성 및 기존 부과 방식과의 차별성을 도출하였다. 다음으로 교통 혼잡 개선효과를 최대화하기 위한 구간별 요금 수준을 산정하는 바이레벨 형태의 모형을 개발하였다. 또한 민감도 분석 기반 알고리즘(sensitivity analysis based algorithm)을 바탕으로 노선별 혼잡 구간을 선정하는 방법과 설정된 각 구간별로 최적 주행요금을 산정하는 알고리즘을 제시하였다. 개발된 모형은 예제 네트워크 분석을 통해 모형을 검증하였다.

고속도로 요금체계 및 선행연구 고찰

1. 고속도로 요금체계

유료도로법²⁾에 따르면 국내 고속도로의 통행요금은 건설유지비를 보전하는 총괄원가를 회수하는 총괄원가주위의 근거하여 30년 동안 회수하도록 정한다. 또한 적자노선과 흑자노선의 불균형을 해소하고, 세원을 기반으로 하는 일반재정이 아닌 이용자부담원칙을 적용하기 위해 전국의 고속도로를 하나의 노선으로 간주하여 통행요금

1) 교통량 정보제공 시스템, 통계자료 분석(www.road.re.kr)

2) 유료도로법 제16조(유료도로관리청에 의한 통행료의 결정 및 기준) 및 유료도로 시행령 제10조(통행료의 수납기간 등)

을 부과하는 통합채산제를 적용하고 있으며, 민자 고속도로를 제외한 재정고속도로는 전국에 동일한 요금 수준을 부과하는 균일요금제를 적용한다. 그러나 현재 재정고속도로의 통행요금 수입은 원가보상 수준을 하회하므로 원가상환율을 제고할 수 있는 요금체계에 대한 검토가 필요한 실정이다.

통상적인 요금제도에서 차등요금제는 차별요금제나 혼잡요금제, 부하가격요금제 등으로 분류할 수 있는데, 본 연구에서 의미하는 차등요금제는 의미상으로는 혼잡요금제와 비슷하다. 그러나 혼잡요금제가 특정 혼잡도로 구간에만 요금을 징수하는데 반해 본 연구의 구간별 차등요금제는 기존 유료도로로 운영되는 노선에 대해 구간별로 서로 다른 요금을 부과한다는 차이점이 존재한다.

2. 선형연구 고찰

고속도로 차등요금제에 대한 필요성은 10여 년 전부터 제기되어 왔다. Lee et al.(2004)은 고속도로의 혼잡통행료 도입방안을 검토하였다. 고속도로 혼잡통행료 부과방안으로 시간대별 차등요금제, 폐쇄식 및 개방식 구간에서의 차등요금제, 노선별, 구간별 차등요금제, 요일별, 계절별 차등요금제 등을 고려할 수 있다고 제시하였다.

Kim(2014)은 고속도로의 교통량 분산을 통한 혼잡도 개선과 원가회수율 제고를 위해 권역기반 차등요금제의 필요성을 제시하고 그 효과를 검토하였다. 전국 고속도로에 행정구역별 단위로 하여 권역기반 차등요금제를 적용하였으며 균일요금제 대비 사회적 편익과 통행요금 수입을 동시에 증대시킬 수 있는 파레토 개선해를 도출하였다.

유료도로의 요금 산정에 관한 연구는 전체 네트워크 상태를 체계최적(system optimum)이 되도록 유도하는 최선통행료(first-best pricing) 개념에 대한 연구로 시작하였다(Beckmann, 1965; Dafermos and Sparrow, 1971). 하지만 모든 링크에 서로 다른 요금을 부과하는 최선통행료의 개념은 현재 요금 징수 방식으로 수행하기 힘들 뿐 아니라 이용자들이 수용하기 어렵기 때문에 일부 링크 혹은 일부 지역에 대해서만 요금을 부과하는 차선통행료(second-best pricing)가 현실적인 대안으로 평가된다.

차선통행료와 관련된 선행연구들을 살펴보면 다음과 같다. Yang and Huang(1998)은 한계비용이론에 근

거한 혼잡통행료 이론을 가변적인 수요와 제한된 용량을 갖는 일반적인 혼잡한 도로 네트워크에 적용시킬 수 있는 모형을 제시하였다. 해당 모형을 전체 링크에 적용할 경우 최선통행료를, 일부 링크에 적용할 경우 차선통행료를 산정할 수 있다.

Kim et al.(2004)은 혼잡통행료 산정문제를 풀기 위한 바이레벨 모형을 제시하고 민감도 분석을 이용하여 도로의 혼잡통행료를 산정하였다. 임의로 설정한 진입통행료 경계에 통행료를 부과할 경우와 사회적 순 편익 증가량이 큰 상위 8개의 링크에 통행료를 부과할 경우 사회적 순 편익을 비교하였다.

Zhang and Yang(2004)은 도로 네트워크에 대한 요금 산정 문제를 통행요금 수준과 통행요금 위치의 최적선택에 대한 최적화 문제로 접근하여 연구를 수행하였다. 그래프 이론(graph theory)을 기반으로 유전자 알고리즘을 활용하여 사회적 편익을 최대화 하는 최적 코든 위치와 통행요금 수준을 결정하였다.

Zuo et al.(2010)은 전체 네트워크 링크 중에서 통행료를 부과할 후보 링크 집합을 설정한 후 유전자 알고리즘을 활용하여 최적 통행료 부과 링크와 통행요금 수준을 산정하였다. 해당 연구에서는 최적 통행요금 지점과 수준을 결정하기 위해 바이레벨 형태의 모형을 제시하였으며, 상위모형은 사회적 편익이 최대화되는 목적함수를 설정하였고 하위모형은 가변수요 통행배정문제를 설정하였다.

Yu et al.(2009)은 생산시장 및 노동시장, 토지시장의 균형조건이 만족될 때 구역통행료 징수 방식과 진입통행료 징수 방식의 최적 부과 경계와 요금을 산정하였다. 도시의 형태는 도시 중앙을 중심으로 좌우 대칭형태의 단핵도시이며 단위 거리별로 구역을 나누어서 징수 방식별로 부과 경계를 변화시켜 최적의 부과 경계 위치를 탐색하였다.

이상 살펴본 기존 연구에서는 정해진 링크에 대해 최적 요금을 부과하거나 코든 경계를 설정하여 진입하는 차량에 대해 최적 통행료를 산정하였다. Kim(2014)의 경우는 권역별 혼잡도를 고려하여 요금을 산정하였으나 단순히 행정구역 단위로 분석권역을 설정하였다. 이에 본 연구에서는 차선통행료 방식을 고속도로에 적용하였을 때의 효과를 극대화하기 위해 민감도 분석 결과를 이용하여 고속도로 노선별로 혼잡구간을 선정하고, 설정된 각 구간에 따라 통행요금을 차등 부과하는 모형을 제시하였다.

통행요금 차등요금부과 모형 개발

1. 차등요금부과 모형

본 연구에서 다루는 통행요금 부과문제는 교통망설계 문제(Network Design Problem, NDP)로 볼 수 있다. 교통망설계문제는 교통 시스템을 최적 상태로 만들기 위한 최적의 설계변수를 결정하는 문제이다(Lim, 2004). 본 연구에서는 설계변수를 각 노선의 구간별 주행요금으로 설정하였으며, 통행요금은 연속형 설계변수로 볼 수 있기 때문에 본 연구의 모형은 연속형 교통망설계문제(Continuous NDP)를 푸는 방법론을 적용할 수 있다.

일반적으로 교통망설계문제(NDP)는 통행자의 행태를 반영하면서 주어진 목적함수를 최적화 시키는 형태를 갖는 바이레벨 문제(bi-level problem)로 보고 두 개의 서로 다른 문제가 결합된 형태로 정의할 수 있다(Lim, 2004). 본 연구에서는 상위단계의 교통혼잡 개선효과를 최대화하는 주행요금을 산정하는 문제와 하위단계의 가변수요 통행배정문제로 구성된 바이레벨 형태로 모형을 구축하였다.

본 연구에서 제시하는 차등요금부과 모형은 고속도로 각 노선에 대해 선정된 혼잡구간에 따라 구간을 나누고, 나뉜 구간들에 대해 각기 다른 요금을 부과하는 것이다. 이때 나뉜 구간의 수가 네트워크의 모든 링크의 수와 같아지면 이는 체계최적 상태와 동일해진다.

모형의 기본 가정 사항은 다음과 같다. 먼저 모든 통행자는 Wardrop 제 1원리에 따라 최소비용경로를 이용하며, 모든 통행은 승용차로만 이루어진다고 가정한다. 또한 모든 통행자의 시간가치는 동일하며, 통행비용에 따른 수단 전환 및 출발시간 변경 등을 고려하기 위해 기종점 간 통행 수요가 통행비용에 따라 변하는 가변수요 함수를 반영하였다. 고속도로의 요금은 기본요금을 제외하고 주행거리당 단위 거리 당 요금 단가를 곱한 주행요금만 부과하는 것으로 가정하였다. 이는 고정비용인 기본요금이 전체 요금 수준의 변화에는 영향을 미치지 않으며, 본 연구의 관심 대상인 설계변수가 모형의 적용에 따라 나타내는 크기의 변화를 명확히 보여주기 위함이다. 또한 본 연구의 차등요금제는 시간적으로는 수요 패턴이 유지된다고 가정하여 고정된 총 수요에 대해서 분석한다.

모형에 사용된 기호 및 결정변수는 아래와 같다.

기호 및 입력자료

- A : 네트워크상의 전체 링크 집합, $a \in A$
- R : 고속도로 노선집합, $r \in R$
- S_r : 노선 r 의 구간 집합, $s \in S_r$
- A_r^s : 노선 r 의 구간 s 에 속하는 링크 집합
- W : 기종점 집합, $w \in W$
- K_w : 기종점 w 의 모든 경로 집합, $k \in K_w$
- f_k^w : 기종점 w 의 경로 k 의 통행량
- u^{\max} : 주행요금의 상한 값
- u^{\min} : 주행요금의 하한 값
- $t_a(v_a)$: 링크 a 의 통행시간함수
- $c_a(v_a, u)$: 일반화된 링크비용함수
- $-c_a(v_a, u) = t_a(v_a) + (l_a u_r^s) / VOT, a \in A_r^s$
- $-c_a(v_a, u) = t_a(v_a), a \in A - A_r^s$
- l_a : 링크 a 의 길이
- VOT : 시간가치
- d_w : 기종점 w 의 통행 수요
- μ_w : 기종점 w 의 통행비용
- $D_w(\mu_w)$: 기종점 w 의 수요함수
- $D_w^{-1}(d_w)$: 수요함수의 역함수
- δ_{ak}^w : 기종점 w 중 링크 a 가 경로 k 의 일부이면 1, 아니면 0

결정변수

- u_r^s : 고속도로 노선 r 구간 s 의 주행요금
- v_a : 링크 a 의 통행량

목적함수

- $Z(u)$: 상위단계 문제의 목적함수
- $z(v)$: 하위단계 문제의 목적함수

1) 상위단계 문제 설정

상위단계에서는 하위단계에 의해 링크 통행량이 주어졌을 때 교통혼잡 개선효과를 최대화하기 위한 각 구간의 주행요금을 결정한다. 고정수요의 경우 교통 네트워크

크 혼잡의 최소화는 총 통행시간을 최소화하는 문제로 설정할 수 있는데 가변수요 모형의 경우에는 총 통행시간 최소화를 목적함수로 설정하게 되면 통행 요금을 무한대로 부과함으로써 목적함수를 0으로 수렴시키게 된다. 따라서 가변수요 모형에서는 수요와 공급 측면을 모두 고려한 아래와 같은 문제로 설정할 수 있다.

$$\min Z(u) = \sum_{a \in A} v_a t_a(v_a) - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} D_w^{-1}(x) dx \quad (1)$$

subject to

$$u^{min} \leq u_r^s \leq u^{max}, \quad \forall r \in R, \quad \forall s \in S_r \quad (2)$$

식(1)은 상위단계 문제의 목적함수이다. 이는 사회적 비용인 네트워크 총 통행시간에서 네트워크 이용자가 통행을 함으로써 생기는 총 편익을 뺀 값을 최소화함으로써 요금 변화에 따른 교통혼잡 개선효과를 최대화한다. 이때 수요함수의 역함수인 $D_w^{-1}(d_w)$ 는 이용자들이 경험하는 한계편익을 나타내므로 이를 모든 이용자에게 대해 적분한 값이 총 편익이 된다. 상위단계 문제의 결정변수는 노선별 각 구간의 주행요금이며 링크 통행량은 하위 문제에서 주어진다. 식(2)는 주행요금의 상한제약과 하한제약을 나타낸다.

2) 하위단계 문제 설정

하위단계에서는 경로 통행비용에 따라 수요가 변한다는 가정에 따라 가변수요 통행배정을 수행한다. 가변수요 통행배정 모형은 Sheffi(1985)가 제안한 아래의 볼록 최적화 프로그램으로 표현된다.

$$\min z(v) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x, u) dx - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} D_w^{-1}(x) dx \quad (3)$$

subject to

$$\sum_{k \in K_w} f_k^w = d_w, \quad \forall w \in W \quad (4)$$

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} f_k^w \delta_{ak}^w, \quad \forall a \in A \quad (5)$$

$$f_k^w \geq 0, \quad \forall k \in K_w, \quad \forall w \in W \quad (6)$$

$$d_w \geq 0, \quad \forall w \in W \quad (7)$$

2. 민감도 분석 방법

교통망 설계문제를 풀기위한 다양한 알고리즘이 개발되었는데 그중 본 연구에서는 민감도 분석 기반의 풀이 알고리즘을 적용한다. 민감도를 이용하여 연속형 교통망 설계모형을 정략적 접근을 통해 해결하고자 하는 노력은 Tobin and Friezs(1988)에 의해 시작되었으며, 그 후 최적 램프미터링을 결정문제(Yang et al., 1994; Yang and Yagar, 1994), 교통 신호 제어문제(Wong and Yang, 1997, Yang and Yagar 1995), 혼잡통행료 산정문제(Yang and Lam, 1996; Yang and Bell, 1997) 등 교통망 설계문제의 여러 분야에 적용되었다. 국내에서는 Kwon et al.(2001)에서 가변수요 가로망 설계 문제를 풀기위한 방법으로 민감도 분석을 수행하였다. 민감도 분석의 장점은 설계변수가 변함에 따라 관심의 대상이 되는 교통량이나 수요, 편익 등의 변화 방향 및 크기를 확인할 수 있다는 점이다. 본 연구에서는 Yang(1997)에서 제시한 가변수요 민감도 분석 방법을 사용하였으며 절차는 아래와 같다.

변동 파라미터 벡터인 u 가 링크비용함수 $t(v, u)$ 와 기종점 수요함수 $D(\mu, u)$ 에 존재하는 상황에서 일반적인 변동 평형 가로망 문제는 다음과 같은 변동 부등식(variational inequality)으로 나타낼 수 있다.

$$t(v^*, u)^T \cdot (v - v^*) - D^{-1}(d^*, u)^T \cdot (d - d^*) \geq 0 \quad (8)$$

여기서 두 함수가 u 에 대해 한 번 미분 가능하다고 가정한다.

먼저 초기 통행배정 결과인 $d^*(0)$ 와 $v^*(0)$ 을 알고 있고 $t(v, u)$ 와 $D(\mu, u)$ 가 단조증가 혹은 단조감소 함수라고 가정한다. 이때 경로 교통량은 유일해를 가지지 않는데 이를 해결하기 위해 Tobin and Friezs(1998)가 제안한 것이 제한적 접근기법(restriction approach)이다. 제한적 접근기법은 평형 경로 통행량의 해 영역 안에서의 비퇴화 극점(nondegenerate extreme point)을 선택하는 것이다. 극점은 Frank-Wolfe 알고리즘을 통해 구할 수 있다. Frank-Wolfe 알고리즘의 각 반복 시행 시 발생하는 기종점간 최소경로 집합이 저장되면 최종적으로 평형 경로 통행 패턴과 링크/경로 incidence 행렬을 얻을 수 있으며, 이에 따라 극점은 다음과 같은 평형 경로 통행 집합에서부터 선택할 수 있다.

$$\Omega^* = \{(f, d^* | v^* = \Delta f, d^* = \Delta f, f \geq 0)\} \quad (9)$$

이제 선택된 f^* 를 평형 경로 통행 집합 Ω^* 내의 비퇴화 극점이라 할 때, 식(8)의 변동 가로망 평형 문제의 필요조건은 $u=0$ 에서 아래의 식들을 만족하는 해가 존재하는 것이다.

$$\hat{t}(f^*, 0) - \pi - A^T \mu = 0 \quad (10)$$

$$\pi^T f^* = 0 \quad (11)$$

$$A f^* - D(\mu, 0) = 0 \quad (12)$$

$$\pi > 0, f^* \geq 0 \quad (13)$$

여기서, \hat{t} 는 경로비용함수의 벡터이고, π 는 경로 통행량의 비음조건과 관련된 승수 벡터이다.

링크 통행량과 기중점 수요가 양수이면 구속되지 않는 비음 조건인 식(13)은 $u=0$ 근처에서 역시 구속되지 않을 것이기 때문에 제거될 수 있다. 경로 통행량이 0이 아닌 극점만 고려하고 제한되지 않는 제약조건들을 제거하면 수식은 아래와 같다.

$$\hat{t}^0(f^*, 0) - \pi - A^{0T} \mu = 0 \quad (14)$$

$$A^0 f^* - D(\mu, 0) = 0 \quad (15)$$

여기서 0 은 축소된 해당 벡터와 행렬을 의미한다.

식(14)와 식(15)의 양변을 변동 파라미터 u 에 대해 미분하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \nabla_u f^0 \\ \nabla_u \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0) & -A^{0T} \\ A^0 & -\nabla_u D(\mu, 0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\nabla_u \hat{t}^0(f^*, 0) \\ \nabla_u D(\mu, 0) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$J_{f^0, \mu}(0) = \begin{bmatrix} \nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0) & -A^{0T} \\ A^0 & -\nabla_u D(\mu, 0) \end{bmatrix}$ 라 하면, 이 야코비안 행렬 $J_{f^0, \mu}(0)$ 은 식(14)와 식(15)로부터 구해지는 (f^0, μ) 에 대해 정칙행렬(non-singular)이다. 따라서

$[J_{f^0, \mu}]^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$ 의 행렬 원소를 얻을 수 있다.

$$B_{22} = [-\nabla_u D(\mu, 0) + A^0 \nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0)^{-1} A^{0T}]^{-1} \quad (17)$$

$$B_{12} = \nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0)^{-1} A^{0T} B_{22} \quad (18)$$

$$B_{21} = -B_{22} A^0 \nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0)^{-1} \quad (19)$$

$$B_{11} = \nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0)^{-1} [E + A^{0T} B_{21}] \quad (20)$$

여기서 E 는 적절한 차원의 단위행렬이고,

$$\nabla_f \hat{t}^0(f^*, 0) = \Delta^{0T} \nabla_v t(v^*, 0) \Delta^0 \quad (21)$$

이므로 최종적으로 변동 파라미터 u 에 대한 각 변수의 미분 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\nabla_u f^0 = -B_{11} \nabla_u \hat{t}^0(f^*, 0) + B_{12} \nabla_u D(\mu, 0) \quad (22)$$

$$\nabla_u v = -\Delta^0 B_{11} \Delta^{0T} \nabla_u t(v^*, 0) + \Delta^0 B_{12} \nabla_u D(\mu, 0) \quad (23)$$

$$\nabla_u \mu = -B_{21} \Delta^{0T} \nabla_u t(v^*, 0) + B_{22} \nabla_u D(\mu, 0) \quad (24)$$

$$\nabla_u d = \nabla_u D(\mu, 0) + \nabla_u D(\mu, 0) \nabla_u \mu \quad (25)$$

3. 민감도 분석 기반 풀이 알고리즘

차등요금을 부과하기 위해서는 각 노선별로 혼잡구간을 선정하여야 한다. 혼잡구간을 선정하기 위한 방안으로 각 링크의 v/c 를 고려할 수 있다. 그러나 단순히 개별 링크의 v/c 를 고려한 방안으로는 통행 비용의 변화가 네트워크 전체에 미치는 영향을 반영할 수 없다. 예를 들어 주요 지점으로 진입하는 특정 링크의 교통량이 많더라도 대체 우회경로가 없거나 너무 멀다면 링크의 통행비용을 높여더라도 교통 혼잡을 감소시키는데 크게 기여하지 못할 것이다.

따라서 본 연구에서는 혼잡구간 선정을 위해 앞서 제시된 민감도 분석 방법을 활용한다. 즉 초기 단계에서 모든 노선에 균일한 요금을 부과하여 통행배정을 수행한 후 각 링크에 대한 상위 단계 목적함수의 미분 값($\nabla_u Z$)을 구하여 요금이 한 단위 변할 때 목적함수 값을 가장 좋게 만드는 링크들을 선별하게 된다. 이러한 방식은 실제 어떤 링크가 요금이 달라져야 하는지 직접적으로 제시하기 때문에 더욱 효과적인 방식이라고 판단된다.

본 연구에서 제시하는 민감도 분석 기반 풀이 알고리즘의 적용과정은 다음과 같다.

[단계 0] 모든 고속도로 노선에 균일한 초기 통행요금 ($u^{(0)}$)을 부과하여 통행배정을 수행

[단계 1] 초기 통행배정 결과를 바탕으로 목적함수의 민감도 값을 구한 후 이를 바탕으로 혼잡구간 선정 및 차등구간 설정

[단계 2] $u^{(n)}$ 에 대해 하위단계를 풀어 기중점 통행

- 수요 $d(u^{(n)})$ 과 링크 통행량 $v(u^{(n)})$ 산출
- [단계 3] 민감도 분석을 수행하여 $\nabla_u d$ 와 $\nabla_u v$ 를 계산한 후 $v_u(u)$ 와 $d_w(u)$ 의 1차 테일러 선형 근사식을 통해 상위문제를 풀어 가해 (auxiliary solution) y 산출
- [단계 4] 이동 크기 인자 α_n 탐색 (step size)
- [단계 5] $u^{(n+1)} = u^{(n)} + \alpha_n (y - u^{(n)})$
- [단계 6] 수렴여부 판정
- $|u^{(n+1)} - u^{(n)}| \leq \epsilon$ 이면 정지, 그렇지 않으면 $n = n + 1$ 로 설정 후 [단계 2]부터 진행

바이레벨 문제의 상위문제를 풀기 위해서는 하위문제인 가변수요 통행배정 문제를 풀어야 하며(단계 2), 하위문제에서 구한 기종점 통행수요와 링크 통행량을 다시 상위문제의 변수로 입력하여 상위문제 목적함수 값을 계산한다(단계 3). 이때 하위문제인 가변수요 통행배정 문제는 잘 알려진 Frank-Wolfe 알고리즘을 이용한다.

[단계 5]의 이동 크기 인자 α_n 의 탐색은 일반적으로 이동 크기를 미리 정해놓는 방식을 사용하는데, 이때 아래의 두 가지 요구 조건을 만족해야 한다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 < \infty$$

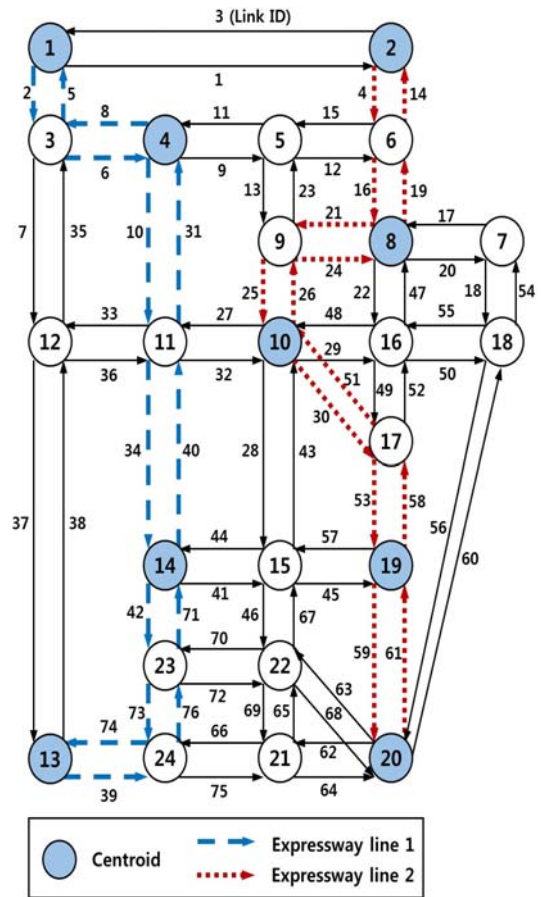


Figure 1. Modified Sioux-Falls network

Table 1. Link characteristics of modified Sioux-Falls network

Link	Length (km)	Cap. (veh/hr)	Link	Length (km)	Cap. (veh/hr)	Link	Length (km)	Cap. (veh/hr)	Link	Length (km)	Cap. (veh/hr)
1	81	1800	20	30	1800	39	24	2200	58	21	2200
2	21	2200	21	30	2200	40	39	2200	59	42	2200
3	81	1800	22	18	1800	41	27	1800	60	86	1800
4	21	2200	23	18	1800	42	18	2200	61	42	2200
5	21	2200	24	30	2200	43	39	1800	62	30	1800
6	24	2200	25	18	2200	44	27	1800	63	38	1800
7	36	1800	26	18	2200	45	30	1800	64	30	1800
8	24	2200	27	27	1800	46	18	1800	65	24	1800
9	27	1800	28	39	1800	47	18	1800	66	27	1800
10	36	2200	29	30	1800	48	30	1800	67	18	1800
11	27	1800	30	35	2200	49	18	1800	68	38	1800
12	30	1800	31	36	2200	50	30	1800	69	24	1800
13	18	1800	32	27	1800	51	35	2200	70	27	1800
14	21	2200	33	24	1800	52	18	1800	71	18	2200
15	30	1800	34	39	2200	53	21	2200	72	27	1800
16	18	2200	35	36	1800	54	18	1800	73	24	2200
17	30	1800	36	24	1800	55	30	1800	74	24	2200
18	18	1800	37	81	1800	56	86	1800	75	27	1800
19	18	2200	38	81	1800	57	30	1800	76	24	2200

본 연구에서는 위의 두 조건을 만족시키는 간단한 방식인 $\alpha_n = 1/(n+1)$ 을 선택하였다.

모형의 적용

본 장에서는 개발된 모형을 검토하고 알고리즘의 적용 과정을 보이기 위해 기존 연구에서 연속형 교통망설계문제에서 많이 활용되었던 Sioux-Falls 네트워크를 선정하여 분석을 수행하였다. 네트워크는 Figure 1과 같으며 본 연구의 목적에 맞도록 유료 도로인 고속도로 링크와 무료 도로인 국도 링크를 선정하고 Table 1과 같이 임의의 링크 특성 값을 입력하였다. 고속도로는 2개 노선으로 설정하였으며 통행의 유출 및 유입이 발생하는 총 9개의 중심 노드(centroid)를 설정하였다.

본 연구에서 각 기종점의 수요는 통행비용에 따라 변한다고 가정하였으며 기종점간 수요함수는 식(26)과 같이 통행분포 추정에 많이 적용되는 지수함수를 적용하였다. 이 때 \bar{d}_w 는 기종점 간의 잠재 수요이며 θ 는 통행 비용에 대한 수요의 민감도를 나타낸다. 본 연구에서는 모든 기종점 수요함수에 대한 θ 값을 0.01로 가정하였으며 총 8개의 기종점간 수요함수에 대한 잠재 수요는 Table 2와 같이 설정하였다.

$$D_w(\mu_w) = \bar{d}_w \exp(-\theta\mu_w) \tag{26}$$

링크의 통행시간함수는 식(27)와 같이 미국의 BPR (Bureau of Public Roads) 식을 이용하였다.

$$t_a(v_a) = t_{0a} [1 + \alpha (\frac{v_a}{C_a})^\beta] \tag{27}$$

여기서,

t_{0a} : 링크 a 의 자유통행시간

C_a : 링크 a 의 용량

α, β : BPR식 파라미터

링크 자유통행시간은 링크 길이를 고속도로와 국도의 자유통행속도로 나눈 값이며 본 연구에서는 고속도로와 국도의 자유통행속도 값으로 각각 100km/h, 70km/h를 사용하였다. 파라미터인 α 와 β 값으로는 각각 0.15와 4를 적용하였다.

고속도로의 초기 주행요금은 40원/km로 설정하였으며 각 구간의 주행요금 상한 값(u^{max})과 하한 값(u^{min})은 각각 200 원/km와 0 원/km로 설정하였다. 이는 주행요금이 음수 값이나 너무 큰 값으로 수렴하지 않고 빠른 시간 내에 해를 탐색할 수 있도록 경계를 설정한 것으로, 실제 고속도로의 요금 산정 시에는 현재 요금 수준 및 이용자의 지불용의액 등을 조사하여 현실성을 반영할 수 있는 값의 적용이 가능하다. 모든 통행자의 시간가치(VOT)는 249.8 원/분으로 설정하였다. 모형의 분석은 최적화 프로그램 패키지인 GAMS의 CONOPT Solver를 이용하였다.

먼저 혼잡 구간을 선정하기 위해 두 개의 고속도로 노선에 현재 재정고속도로의 주행요금 단가(41.4 원/km)의 근사 값인 초기 통행요금(40 원/km)을 부과한 후 통행배정을 수행하였다. 초기 요금으로 통행배정을 수행한 결과를 바탕으로 한 각 링크별 목적함수의 민감도 값은 Table 3과 같다. 노선 1의 경우 각 링크 요금에 대한 목적함수의 미분 값이 음의 방향으로 가장 큰 링크인 40번 링크를 혼잡구간으로 선정하고 40번 링크가 속한 노드 11번과 노드 14번 사이의 링크 집합을 노선 1의 구간 1(A_1^1), 나머지 링크들이 속한 구간의 링크 집합을 노선 1의 구간 2(A_2^1)로 설정한다. 노선 2의 경우 각 링크 요금에 대한 목적함수의 미분 값이 음의 방향으로 가장 큰

Table 2. Potential demand for O-D pairs

Origin	Destination	\bar{d}_w (trip)
1	10	1500
2	10	2000
4	10	1500
8	10	2000
13	10	2000
14	10	2000
19	10	1500
20	10	2000

Table 3. Derivatives of objective function with respect to initial link tolls

Line 1	$\partial Z / \partial u^{(0)}$	Line 2	$\partial Z / \partial u^{(0)}$
Link #2	0.89	Link #4	4.02
Link #6	1.02	Link #16	3.44
Link #10	-7.96	Link #21	-148.73
Link #39	3.52	Link #25	-87.97
Link #40	-126.81	Link #51	3.66
Link #71	2.64	Link #58	2.20
Link #76	3.52	Link #61	7.10

Table 4. Optimal toll results for Sioux-Falls network

(unit: Won/km)

Section	Initial toll	Final toll
Line 1 Segment 1	40.0	60.8
Line 1 Segment 2	40.0	46.3
Line 2 Segment 1	40.0	51.6
Line 2 Segment 2	40.0	45.7

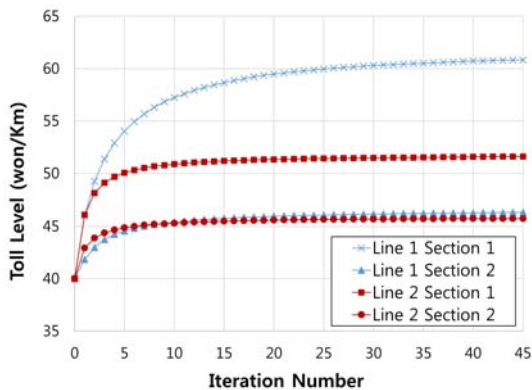


Figure 2. Variation of toll level for each section

링크인 21번 링크와 25번 링크를 혼잡구간으로 선정하고 두 링크가 속한 노드 8번과 노드 10번 사이의 링크 집합을 노선 2의 구간 1(A_1^2), 나머지 링크가 속한 구간의 링크 집합을 노선 2의 구간 2(A_2^2)로 설정한다.

설정된 각 구간에 따라 차등요금을 부과하기 위해 민감도 분석 기반 알고리즘을 수행하였다. 총 반복횟수 45번 후 수렴한 최종 요금 분석 결과는 Table 4와 같다. 초기 요금인 40원에 비해서 네 구간 모두 주행요금이 증가하였다. 특히 혼잡 구간으로 선정한 노선 1의 구간 1과 노선 2의 구간 1이 더 높은 요금 수준에서 수렴하였다. 이는 혼잡한 구간에 높은 요금을 부과함으로써 해당 링크를 통행하는 이용자의 수를 감소시켜 혼잡을 완화하고자 한 결과로 해석할 수 있다. 각 구간의 주행요금이 수렴하는 과정이 Figure 2에 나타나있다.

Table 5는 세 가지의 경우, 즉 본 예제 네트워크에 균일한 초기 통행요금으로 통행배정을 하였을 때와 본 연구의 차등요금제를 적용하였을 때, 한계비용이론을 적용하여 모든 링크에 요금을 부과하는 체계최적일 때의 상위단계 목적함수의 값을 비교한 것이다. 차등요금제를 적용한 경우 초기 통행비용에 비해 요금 수준이 증가해 기종점 수요가 줄어들게 되어 총 이용자 편익은 약간 감소하였다. 하지만 총 통행시간 역시 감소하여 목적함수 값은 초기 통행요금을 적용하였을 때에 비해 체계최적상

Table 5. Comparison of upper-level objective function values under different scenarios

(unit: Minutes)

Scenario	Total travel time	Total user benefit	Net value
Uniform (initial) pricing	458,999	1,335,049	-876,050
Differentiated pricing	451,672	1,329,596	-877,834
Social optimum pricing	457,781	1,336,915	-879,133

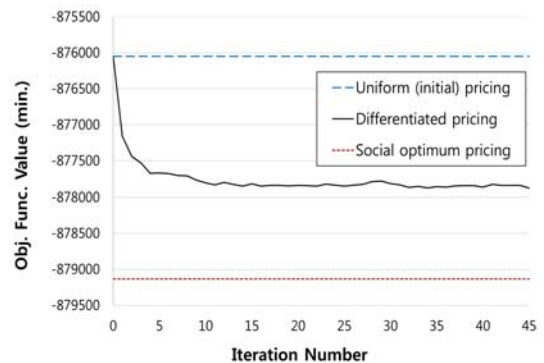


Figure 3. Variation of upper-level objective function value with iterations

태에 근접하였다. 이는 차등요금 부과를 통해 교통혼잡이 개선되었음을 보여준다. 본 연구에서는 노선 당 하나의 혼잡 구간을 선정하여 두 개의 구간으로 나눴지만 구간 수가 늘어날수록 체계적 상태로 근접하므로 차등요금제의 효과는 더욱 커질 것으로 판단된다. 그러나 구간 수가 늘어나면 요금의 징수에 어려움이 있으며 이용자들도 수용하기 힘들기 때문에 적절한 구간 수를 선정하여야 한다.

Figure 3은 상위문제 목적함수 값의 수렴과정을 나타낸다. 목적함수 값은 적은 반복 횟수에도 최종 값에 빠르게 근접하는 것을 볼 수 있다. 따라서 민감도 기반 알고리즘의 해 탐색이 상당히 효율적인 것으로 판단된다.

네트워크의 교통혼잡 개선효과가 고속도로 구간의 혼잡 완화로 인한 것인지 확인하기 위하여 차등요금을 부과하기 전과 후의 총 통행 수요 및 고속도로와 국도의 총 통행시간을 Table 6과 같이 비교하였다. 총 통행 수요의 경우 차등요금 부과 전과 후에 7,996 통행에서 7,935 통행으로 조금 감소하였는데 이는 통행요금 증가로 인해 통행자들이 다른 수단이나 시간대로 전환된 것으로 해석할 수 있다. 총 통행시간을 비교한 결과를 보면 초기 통행 요금을 적용하였을 때 보다 차등 요금 부과 후에 전체

Table 6. Comparison of results for before and after applying differentiated pricing

Measures of effectiveness	Uniform pricing	Differentiated pricing
Total demand (trip)	7,996	7,935
Total travel time of expressway (min.)	292,852	273,643
Total travel time of national road (min.)	166,147	178,119
Total travel time (min.)	458,999	451,762
v/c of congested link for line 1 (link #40)	0.52	0.45
v/c of congested link for line 2 (link #21, 25)	1.00	0.87

통행시간이 줄어들었을 뿐만 아니라 고속도로를 통행하는 비율도 기존 63.8%에서 60.5%로 줄어들었으며, 이는 전체 고속도로의 혼잡이 완화되었다는 것을 보여준다. 또한 혼잡구간으로 선정된 링크들의 혼잡이 얼마나 줄어들었는지 확인하기 위하여 해당 구간의 v/c 값을 비교하여 보았는데 두 개의 구간에서 모두 교통량이 줄어들어 혼잡이 완화되었음을 알 수 있다. 이러한 결과는 차등요금의 부과를 통해 고속도로의 혼잡이 완화되었음을 보여준다.

결론 및 향후 연구과제

본 연구는 수요가 많은 주요 도시권 주변 고속도로 구간의 통행량을 대체 공간적·시간적으로 분산시켜 교통 혼잡을 줄이고 도로망의 이용 효율을 높이고자 고속도로에 구간별 차등요금을 부과하는 방법론을 제시하고자 하였다. 이에 노선별 각 구간에 따른 최적 요금 수준을 산정하기 위한 바이레벨 모형을 개발하였으며 개발된 모형의 해를 찾기 위한 민감도 분석 기반의 풀이 알고리즘을 구축하였다. 민감도 분석은 설계변수인 통행요금에 따라 교통량이나 수요, 편익 등의 변화 방향 및 크기를 확인할 수 있으며 본 연구에서는 이를 활용해 목적함수의 민감도 결과에 따라 혼잡구간을 선정하고 차등요금을 부과할 구간을 설정하였다.

예제 네트워크 분석을 통해 모형을 적용한 결과 민감도 분석을 통해 선정된 네 개의 구간 모두 초기 요금보다 높은 요금 수준에서 수렴하였으며 특히 혼잡 구간으로 선정된 구간의 요금이 더 높은 값을 보였다. 차등요금제 적용 시 균일한 요금을 징수한 경우보다 교통혼잡 개선 효과를 향상시키는 것으로 나타났으며 이는 네트워크의 크기가 커질수록 더 큰 효과를 얻을 수 있을 것으로 판단

된다. 또한 차등요금 부과 전과 후의 총 통행 수요와 고속도로의 통행 비율, 혼잡구간의 v/c 등을 비교한 결과 교통혼잡의 개선이 실제 고속도로의 혼잡 완화로 인한 것임을 확인할 수 있었다.

본 연구는 구간별 차등요금부과 모형을 제시하였으며 민감도 알고리즘을 통해 구간을 선정하고 및 모형의 해를 효율적으로 탐색하는 과정을 보였다는 학술적 의의가 있다. 또한 아직까지 국내에서 시도되고 있지 않은 구간별 차등요금제 징수가 교통혼잡을 개선하는데 효과가 있다는 것을 확인하였으며 이에 고속도로 통행요금체계의 발전방향을 제시하였다는 점에서 의미가 있는 연구라고 할 수 있다.

향후 연구과제는 다음과 같다. 본 연구에서는 가변수요함수를 통해 수단별 통행량의 전환을 반영하였으나 실제적인 수단전환 효과를 확인하기 위해서는 수단분담모형을 반영하여 모형을 구축해야 할 것이다. 그리고 차등요금 부과는 시간가치가 다른 계층 간이나 이용 위치에 따른 지역별로 형평성 문제를 발생시킬 수 있다. 따라서 형평성을 고려할 수 있는 지표를 추가할 경우 보다 현실적인 모형 구축이 가능할 것이며 차등요금 부과의 타당성을 확보할 수 있을 것이다. 또한 본 연구에서는 균일요금체로 운영되고 있는 현 고속도로 통행요금체계의 개선 방안을 제시하였으나 본 연구가 실제적인 적용성을 확보하기 위해서는 통합채산제를 원칙으로 하는 유료도로법의 재검토가 필요할 것으로 판단된다.

REFERENCES

Beckmann M. J. (1965), On Optimal Tolls for Highways, Tunnels and Bridges. Veh. Traffic Sci., Elsevier, New York, 331-341.

Dafermos S., Sparrow F. T. (1971), Optimal Resource Allocation and Toll Patterns in User-Optimised Transport Networks, J. Transp. Econ. and Policy, 5(2), 184-200.

Kim B. K., Lim Y. T., Lim K. W. (2004), Development of a Model for Calculating Road Congestion Toll with Sensitivity Analysis, J. Korean Soc. Transp., 22(5), Korean Society of Transportation, 139-149.

Kim S. H. (2014), A Region-based Expressway Pricing Strategy for Improving Social Benefit and Revenue, Ph.D. Dissertation, Seoul National University, Korea.

- Kwon Y. S. (2003), A Study on The Demand Management for Determination of Freeway Toll System, *J. Korean Soc. Transp.*, 21(3), Korean Society of Transportation, 7-14.
- Kwon Y. S., Park B. J., Rlee S. M. (2001), Optimal Network Design Using Sensitivity Analysis for Variable Demand Network Equilibrium, *J. Korean Soc. Transp.*, 19(1), Korean Society of Transportation, 89-99.
- Lee J. Y., Lee K. Y., Jang M. S. (2004), Reviews for Introducing Congestion Toll on Highway (고속도로에서의 혼잡통행료 도입방안 검토), *J. Korea Road & Transp. Associ.*, 97, 14-27.
- Lim Y. T. (2004), Development of a Continuous Network Design Model Based on Sensitivity Analysis, *J. Korean Soc. Transp.*, 22(2), Korean Society of Transportation, 65-76.
- Sheffi Y. (1985), *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Tobin R. L., Friesz T. L. (1988), Sensitivity Analysis for Equilibrium Network Flow, *Transp. Sci.*, 22(4), 242-250.
- Wong S. C., Yang H. (1997), Reserve Capacity of a Signal-Controlled Road Network, *Transp. Res.-B*, 31(5), 397-402.
- Yang H. (1997), Sensitivity Analysis for the Elastic-Demand Network Equilibrium Problem with Applications, *Transp. Res.-B*, 31(1), 55-70.
- Yang H., Bell M. G. (1997), Traffic Restraint, Road Pricing and Network Equilibrium, *Transp. Res.-B*, 31(4), 303-314.
- Yang H., Huang H. (1998), Principle of Marginal-Cost Pricing: How Does It Work in a General Road Network?, *Transp. Res.-A*, 32(1), 45-54.
- Yang H., Lam W. H. (1996), Optimal Road Tolls under Conditions of Queueing and Congestion, *Transp. Res.-A*, 30(5), 319-332.
- Yang H., Yagar S. (1994), Traffic Assignment and Traffic Control in General Freeway-Arterial Corridor Systems, *Transp. Res.-B*, 28(6), 463-486.
- Yang H., Yagar S. (1995), Traffic Assignment and Signal Control in Saturated Road Networks, *Transp. Res.-A*, 29(2), 125-139.
- Yang H., Yagar S., Iida Y., Asakura Y. (1994), An Algorithm for the Inflow Control Problem on Urban Freeway Networks with User-Optimal Flows, *Transp. Res.-B*, 28(2), 123-139.
- Yu S. G., Jung C. M., Lee H. J. (2009), Comparison of Area Pricing and Cordon Pricing in General Equilibrium Models, *J. Korean Soc. Transp.*, 27(2), Korean Society of Transportation, 145-155.
- Zhang X., Yang H. (2004), The Optimal Cordon-based Network Congestion Pricing Problem, *Transp. Res.-B*, 38(6), 517-537.
- Zuo Z., Kanamori R., Miwa T., Morikawa T. (2010), Comparison of Cordon and Optimal Toll Points Road Pricing Using Genetic Algorithm, *Traffic and Transportation Studies*, 535-544.

✉ 주 작성자 : 이은호

✉ 교신저자 : 김호승

✉ 논문투고일 : 2014. 8. 12

✉ 논문심사일 : 2014. 10. 16 (1차)
2014. 11. 2 (2차)

✉ 심사판정일 : 2014. 11. 2

✉ 반론접수기한 : 2015. 4. 30

✉ 3인 익명 심사필

✉ 1인 abstract 교정필