

Conoscopic holography의 이론적인 해상도에 대한 연구

(A study on the Theoretical Resolution of Conoscopic Holography)

김수길* · 고명숙**

(Soo-Gil Kim · MyungSook Ko)

Abstract

Conoscopic holography, which consists of two circular polarizers and an uniaxial crystal, is incoherent holographic technology for three-dimensional display and non-contact diagnosis. In this paper, we derive the longitudinal and lateral intensities from point-source hologram made by conoscopic holography. Also, the longitudinal and lateral resolutions of conoscopic holography will be obtained from the longitudinal and lateral intensities, respectively, according to Rayleigh criterion.

Key Words : Resolution, Lateral Resolution, Longitudinal Resolution, Conoscopic Holography

1. 서 론

홀로그래피는 3차원 영상을 표현할 수 있는 기술로서 최근에 많은 관심을 받고 있는 기술이다[1]. 홀로그래피는 크게 레이저와 일반광을 이용하여 대상물체를 기록하고 재생하는 두 가지 기술로 분류할 수 있다.

그런데 레이저는 가간섭길이의 한계로 인해 3차원 물체의 홀로그램 생성 및 재생에 있어서 많은 제약이 있어서 폭넓은 활용이 제한되고 있다. 이를 극복하기 위해 일반광을 이용하여 물체의 홀로그램을 생성하고

재생할 수 있는 인코히어런트 홀로그래피 기술이 발표되었다[2-7].

코노스코픽 홀로그래피(conoscopic holography)도 인코히어런트 홀로그램을 생성하는 기술의 하나로서 Psaltis그룹에 의해 1985년 발표되었다[8]. 이것은 비등방성 결정에서 빛이 진행하는 경로에 따라 위상차가 생기고 이를 이용하여 3차원 물체의 홀로그램을 생성할 수 있는 기술이다.

현재 이 기술은 3차원 물체의 홀로그램 생성뿐만 아니라 비접촉진단과 같은 분야에서도 활발하게 응용이 이루어지고 있다[9-10].

현재 폭넓게 활용되고 있는 코노스코픽 홀로그래피의 해상도는 생성된 홀로그램의 프린지의 개수를 이용하여 횡축방향과 종축방향의 해상도를 개략적으로 구하는 방법이 제시되어 있을 뿐이다[11]. 본 연구에서는 코노스코픽 홀로그래피에 있어서 종축방향과 횡축방향의 해상도를 이론적으로 유도하여 제시해 보고자 한다.

* 주저자 : 호서대학교 공과대학 디지털제어공학과 교수
** 교신저자 : 부천대학 비서학과 교수
* Main author : Professor, Dept. of Digital Control Eng., Hoseo University
** Corresponding author : Associate Professor, Dept. of Secretarial Studies, Bucheon University
Tel : 041-540-5676, Fax : 041-540-5693
E-mail : sgkim@hoseo.edu
접수일자 : 2014년 3월 13일
1차심사 : 2014년 3월 15일
심사완료 : 2014년 6월 10일

2. 본 론

2.1 코노스코픽 홀로그래피

코노스코픽 시스템은 그림 1과 같이 원형편광기 사이에 단축결정(uniaxial crystal)이 위치한 구조를 가지고 있다. 그림 1에서 보는 바와 같이 한 점에서 나온 단색광은 단축결정의 왼쪽에 있는 원형편광기(circular polarizer)를 지나간다. 원형 편광기는 선형 편광기(linear polarizer)와 4분의 1 파장판(waveplate)으로 구성되어 있으며, 선형편광기로 통과한 선형 편광을(linear polarization) 4분의 1 파장판에서 원형 편광(circular polarization)으로 변환시킨다. 단축결정의 복굴절로 인해 회전 편광은 단축결정을 통과하는 과정에서 두 개의 광파로(ordianry wave와 extraordinary wave) 분할되며, 이 두 개의 광파는 결정내에서 다른 속도로 진행하게 된다. 두 개의 광파는 결정을 통과한 후에 단축결정의 오른쪽에 있는 원형 편광기를 통과하게 되는데, 이 원형편광기는 회전 편광을 선형편광으로 변환시키는 역할을 한다. 이렇게 선형편광으로 변환된 광파는 출력면에서 그림 1에서 보는 것과 같은 FZP(Fresnel Zone Pattern) 모양의 간섭패턴을 생성하게 된다. 코노스코픽 홀로그래피는 다른 종류의 홀로그래피와 마찬가지로 각 점광원의 횡축과 종축방향의 위치를 암호화한 FZP를 기록면에서 만들며, 이러한 FZP들의 중첩으로 이루어지는 것이 바로 홀로그램이다. 기존 홀로그래피에서는 신호와 기준빔이 다른 경로를 가지며 홀로그램을 생성하지만 코노스코픽 홀로그래피에서는 신호와 기준빔이 동일한 기하학적인 경로를 거치면서 다른 길이의 광로를 만들어 홀로그램을 생성한다는 것이 가장 근본적인 차이점이다.

동축(on-axis) 코노스코픽 홀로그래피의 문제점은 바이어스와 공액영상이다. 이 문제를 해결하기 위해 Mugnier와 Sirat[12]은 왼쪽 원형편광기 다음에 LCLV(liquid-crystal light valve)를 삽입하여 두 개의 광파에 대한 위상지연을 제어함으로써 4개의 PSF(point-spread function)을 얻고, 이를 조합함으로써 바이어스와 공액영상이 제거된 실상을 얻을 수 있었

다. 표 1은 LCLV의 위상지연에 따라 얻을 수 있는 PSF를 보여준다.

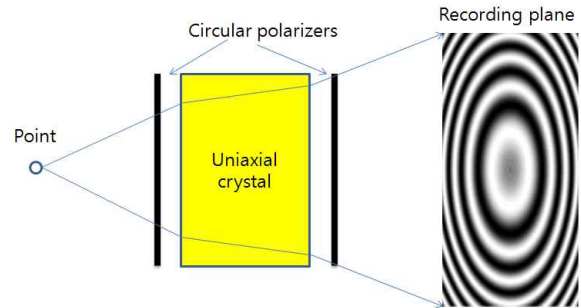


그림 1. 코노스코픽 홀로그래피
Fig. 1. The set up of conoscopic holography

표 1. LCLV의 위상지연에 따른 PSF
Table 1. PSF with the phase retardation of LCLV

LCLV의 위상지연	Intensity
0	$\{1 + \cos\phi(x,y)\}/2$
λ	$\{1 - \cos\phi(x,y)\}/2$
$\lambda/4$	$\{1 + (2/\pi)\sin\phi(x,y)\}/2$
$-\lambda/4$	$\{1 - (2/\pi)\sin\phi(x,y)\}/2$

표 1의 네 식을 조합하면 다음과 같은 바이어스와 공액영상이 제거된 실상을 얻을 수 있다.

$$H_r(x,y) = \exp(-i\phi) \tag{1}$$

여기서 $\phi = \pi f_r(x^2 + y^2)$ 이고, $f_r = \frac{k}{\pi z_e^2}$ 이며 프레넬 변수(Fresnel parameter)라고 부른다. k 는 파수이고, z_e 는 코노스코픽 보정 상수이며, 그림 1에서 point에서 기록면까지의 거리로 생각할 수 있다.

2.2 종축방향의 해상도

식 (1)과 같은 홀로그램을 복원하기 위해 평면파를 비추어주면, Fresnel 회절에 의해 홀로그램으로부터 거리 z 만큼 떨어진 곳에서의 복소진폭은 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$U(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint_{-\infty}^{\infty} H_r(\xi,\eta) \times \exp\left[-i\frac{k}{2z}\{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\}\right] d\xi d\eta \quad (2)$$

식 (2)에 복소홀로그램 식 (1)을 대입하면 식 (3)이 된다.

$$U(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[-i\{\pi f_r(\xi^2+\eta^2)\}] \times \exp\left[i\frac{k}{2z}\{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\}\right] d\xi d\eta \quad (3)$$

종축방향의 해상도를 구하기 위해서는 복원영상의 (x, y)좌표를 (0,0)으로 놓고, z축방향의 성분만 식 (3)을 전개하면 식 (4)와 같이 단순해진다.

$$U(0,0,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[-i\{\pi f_r(\xi^2+\eta^2)\}] \times \exp\left[i\frac{k}{2z}\{\xi^2+\eta^2\}\right] d\xi d\eta \quad (4)$$

식 (4)에서 기록된 홀로그램의 크기를 R로 가정하여 극좌표로 변환하면 식 (5)와 같다.

$$U(0,0,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp[-i\pi f_r r^2] \exp\left[i\frac{k}{2z} r^2\right] r dr d\theta \quad (5)$$

식 (5)를 정리하면 복원된 점광원의 진폭은 다음과 같이 표현된다.

$$U(0,0,z) = -\frac{1}{z} \left(\frac{1}{z} - \frac{2}{\pi z_c^2}\right)^{-1} \exp(ikz) 2i \exp\left[i\frac{k}{4} \left(\frac{1}{z} - \frac{2}{\pi z_c^2}\right) R^2\right] \times \sin\left[\frac{k}{4} \left(\frac{1}{z} - \frac{2}{\pi z_c^2}\right) R^2\right] \quad (6)$$

식 (6)을 이용하여 점광원에 대한 복원영상의 intensity를 구하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I(0,0,z) = \frac{k^2 R^4}{4z^2} \text{sinc}^2\left\{\frac{k}{4} \left(\frac{1}{z} - \frac{2}{\pi z_c^2}\right) R^2\right\} \quad (7)$$

식 (7)에서 보는 바와 같이 복원영상의 intensity는 sinc 함수로 표현된다. $z_c = 0.3\text{m}$, $R = 0.05\text{m}$, $\lambda = 632.8\text{nm}$ 에 대하여 종축방향으로 복원된 점광원의 빛의 세기는 그림 2와 같다.

Rayleigh 기준(Rayleigh criterion)[13]에 의하면, 두 물체 또는 광원의 중앙 극대부분이 다른 물체 또는 광원의 첫 번째 극소에 있을 경우, 이 물체나 광원은 분해될 수 있다고 이야기한다. 따라서 식 (7)에서 중앙의 극대값과 첫 번째 극소값 사이의 거리가 두 점이 분해 가능한 최소한의 거리가 되며, 이것의 역수를 취해주면 종축방향의 해상도가 구해진다. 그림 2의 경우에 있어서 310lines/mm의 종축방향의 해상도가 구해진다.

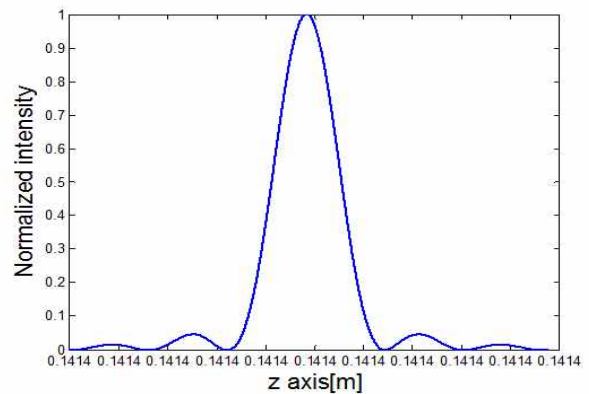


그림 2. 종축방향에 대한 점광원 복원영상의 빛의 세기
Fig. 2. Normalized intensity of reconstructed image of a point-source hologram in the longitudinal direction

2.3 횡축방향의 해상도

식 (1)과 같은 홀로그램을 복원하기 위해 평면파를 비추어주면, Fresnel 회절에 의해 홀로그램으로부터 거리 z만큼 떨어진 곳에서의 복소진폭은 식 (8)과 같

이 표현된다.

$$U(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint_{-\infty}^{\infty} H_r(\xi,\eta) \times \exp\left[-i\frac{k}{2z}\{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\}\right] d\xi d\eta \quad (8)$$

식 (8)에 식 (1)을 대입하면 식 (9)가 된다.

$$U(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[-i\{\pi f_r(\xi^2+\eta^2)\}] \times \exp\left[i\frac{k}{2z}\{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\}\right] d\xi d\eta \quad (9)$$

횡축방향의 해상도를 구하기 위해서 식 (9)를 정리하면 식 (10)과 같이 전개된다.

$$U(x,y,z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \exp\left[i\frac{k}{2z}\{x^2+y^2\}\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[-i\{\pi f_r(\xi^2+\eta^2)\}] \times \exp\left[i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)\right] \exp\left[-i\frac{k}{z}\{x\xi+y\eta\}\right] d\xi d\eta \quad (10)$$

식 (10)에서 복원영상의 위치 $z = z_c^2/2 = z_1$ 라고 하면, 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$U(x,y,z_1) = -\frac{i}{\lambda z_1} \exp(ikz_1) \exp\left[i\frac{k}{2z_1}\{x^2+y^2\}\right] \times \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-i\frac{k}{z_1}\{x\xi+y\eta\}\right] d\xi d\eta \quad (11)$$

식 (11)에서 기록된 점광원 홀로그램의 크기를 R이라고 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U(x,y,z_1) = -\frac{i}{\lambda z_1} \exp(ikz_1) \exp\left[i\frac{k}{2z_1}\{x^2+y^2\}\right] \times \iint_{\xi^2+\eta^2 \leq R^2} \exp\left[-i\frac{k}{z_1}\{x\xi+y\eta\}\right] d\xi d\eta = -\frac{i}{\lambda z_1} \exp(ikz_1) \exp\left[i\frac{k}{2z_1}r^2\right] \cdot 2 \frac{J_1(kRr/z_1)}{kRr/z_1} \quad (12)$$

여기서 $J_1(\cdot)$ 은 1차 1종 베셀함수이다. 그리고 $r = \sqrt{x^2+y^2}$ 이다. 식 (12)를 이용하여 점광원에 대한 복원영상의 intensity를 구하면 다음과 같다.

$$I(x,y,z_1) = \frac{1}{(\lambda z_1)^2} \left(2 \frac{J_1(kRr/z_1)}{kRr/z_1}\right)^2 \quad (13)$$

식 (13)에서 보는 바와 같이 복원영상의 intensity는 베셀함수형태로 표현되는 것을 알 수가 있다. $z_c = 0.3\text{m}$, $R = 0.05\text{m}$, $\lambda = 632.8\text{nm}$ 에 대하여 횡축방향으로 복원된 점광원의 빛의 세기는 그림 3과 같다. 이 때 $y=0$ 로 설정하였다.

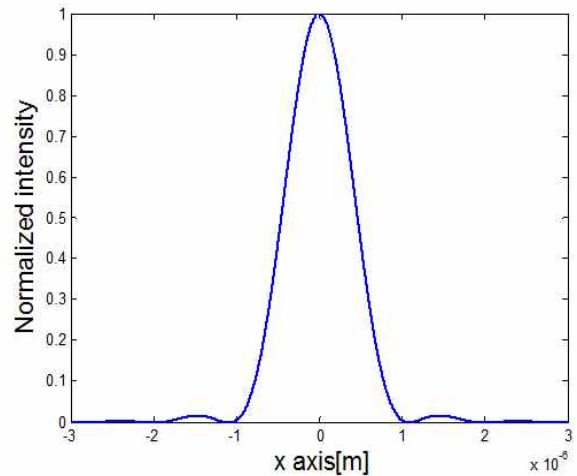


그림 3. 횡축방향에 대한 점광원 복원영상의 빛의 세기
Fig. 3. Normalized intensity of reconstructed image of a point-source hologram in the lateral direction

종축해상도를 구할 때와 마찬가지로, 식 (13)에서 중앙의 극대값과 첫 번째 극소값 사이의 거리가 두 점이 횡축방향으로 분해가능한 최소한의 거리가 되며, 이것의 역수를 취해주면 횡축방향의 해상도가 구해진다. 따라서 그림 3에서 중앙의 극대값과 첫 번째 극소값 사이의 거리가 두 점이 분해가능한 최소한의 거리가 되며, 이것의 역수를 취해주면 횡축방향의 해상도가 구해진다. 그림 3의 경우에 있어서 345,180lines/mm의 횡축방향의 해상도가 구해지는데, 이것은 종축방향에 비해 1000배 이상의 분해능이다.

3. 결 론

코노스코픽 홀로그래피는 인코히어런트 홀로그램을 생성하는 기술로서 3차원 영상 디스플레이 및 비접촉 진단 분야에서 주목을 받고 있는 기술이다. 본 논문에서는 코노스코픽 홀로그래피로 생성된 점광원 홀로그램으로부터 종축방향과 횡축방향의 intensity를 이론적으로 유도하였다. 또한, Rayleigh기준을 이용하여 $z_e = 0.3\text{m}$, $R = 0.05\text{m}$, $\lambda = 632.8\text{nm}$ 에 대하여 이론적으로 유도된 intensity로부터 코노스코픽 홀로그래피의 종축 및 횡축방향의 해상도를 구하였다. 횡축방향의 해상도가 종축방향의 해상도에 비해 1000배 이상의 분해능을 가지고 있는 것을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 제시된 결과를 활용함으로써 3차원 물체의 복원시에 횡축뿐만 아니라 종축방향에 대해서도 고정밀도의 복원영상을 얻을 수 있을 것으로 생각한다.

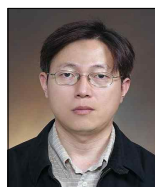
차후에는 코노스코픽 홀로그래피의 해상도에 영향을 미치는 여러 가지 변수들에 대하여 연구하는 것이 필요할 것으로 사료된다.

References

[1] D. Gabor, "A new microscopic principle," Nature, vol. 161, pp. 777-778, 1948.
 [2] L. Mertz and N. O. Young, "Fresnel transformation of optics," in Proceedings of the Conference on Optical Instruments and Techniques, K. J. Habell, ed. (Chapman & Hall, London, 1962) p. 305.
 [3] A. W. Lohmann, "Wavefront reconstruction for incoherent objects," J. Opt. Soc. Am., vol. 55, no. 11, pp. 1555-1556, 1965.
 [4] G. Cochran, "New method of making Fresnel transforms with incoherent light," J. Opt. Soc. Am., vol. 56, no. 11, pp. 1513-1517, 1966.
 [5] P. J. Peters, "Incoherent holograms with mercury light source," Appl. Phys. Lett., vol. 8, no. 8, pp. 209-210, 1966.

[6] J. Rosen and G. Brooker, "Digital spatially incoherent Fresnel holography," Opt. Lett. vol. 32, no. 8, pp. 912-914, 2007.
 [7] J. Hong and M. K. Kim, "Single-shot self-interference incoherent digital holography using off-axis configuration," Opt. Lett. vol. 38, no. 23, pp. 5196-5199, 2013.
 [8] G. Sirat and D. Psaltis, "Conoscopic holography," Opt. Lett. Vol 10, pp. 4-6, 1985.
 [9] Y. Malet and G. Y. Sirat, "Conoscopic Holography application: multipurpose rangefinders", J. Opt. Vol 29, pp. 183-187, 1998.
 [10] L. M. Mugnier, "Conoscopic holography: toward three-dimensional reconstructions of opaque objects", Appl. Opt. Vol 34, no 8, pp. 1363-1371, 1995.
 [11] G. Y. Sirat, "Conoscopic holography. I. Basic principles and physical basis," JOSA A Vol. 9, no. 1, pp. 70-83, 1992.
 [12] L. M. Mugnier and G. Y. Sirat, "On-axis conoscopic holography without a conjugate image," Opt. Lett. vol. 17, no. 4, pp. 294-296, 1992.
 [13] F. T. S. Yu, Introduction to Diffraction, Information Processing, and Holography (MIT, Cambridge, Mass., 1973), Chap. 4.

◇ 저자소개 ◇



김수길(金秀吉)

1965년 8월 2일생. 1988년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1991년 서울대학교 대학원 전기공학과(석사). 1997년 서울대학교 대학원 전기공학과(박사). 1997년 ~ 현재 호서대학교 공대 디지털 제어 공학과 교수.



고명숙(高明淑)

1968년 1월 23일생. 1989년 이화여자대학교 물리학과 졸업. 1993년 고려대학교 대학원 컴퓨터학과(석사). 1998년 고려대학교 대학원 컴퓨터학과(박사). 2001년 ~ 현재 부천대학교 비서과 교수.