

가변속 냉동시스템의 상태방정식 모델링과 최적제어

State Equation Modeling and the Optimum Control of a Variable-Speed Refrigeration System

이단비(Dan-Bi Lee)¹, 정석권(Seok-Kwon Jeong)^{2*}, 정영미(Young-Mi Jung)²

¹부경대학교 대학원 냉동공조공학과, ²부경대학교 냉동공조공학과

¹Graduate School of Refrigeration and Air-conditioning Engineering Pukyong National University, Busan, 608-739, Korea

²Department of Refrigeration and Air-conditioning Engineering, Pukyong National University, Busan, 608-739, Korea

(Received February 13, 2013; revision received August 15, 2014; Accepted: October 2, 2014)

Abstract This paper deals with precise analytical state equation modeling of a variable speed refrigeration system (VSRS) for optimum control in state space. The VSRS is described as multi-input and multi-output (MIMO) system, which has two controlled variables and two control inputs. First, the Navier-Stokes equation and mass flow rate were applied to each component of the basic refrigeration cycle to build a dynamic model. The dynamic model, represented by a differential equation, was transformed into the state equation formula. Next, a full-order state observer was built to estimate all of the state variables to compose an optimum control system. Then, an optimum controller was designed to minimize an evaluation function that has input energy and control error. Finally, simulations and experiments were conducted to verify the validity of the proposed modeling and designed optimum controller to regulate target temperature and superheat in a 1RT oil cooler system. The results show that the proposed method, state equation modeling and optimum control, is efficient to ensure optimal control performance of the VSRS.

Key words Variable speed refrigeration system(가변속 냉동시스템), Optimum control(최적제어), Multi-input multi-output system(다입·출력시스템), State equation(상태방정식), Full order state observer(동일차원 상태관측기)

† Corresponding author, E-mail: skjeong@pknu.ac.kr

기호설명

C_p	: 비열 [J/kg ^o C]
h	: 엔탈피 [J/kg]
m	: 질량 유량 [kg/s]
ρ	: 밀도 [kg/m ³]
T	: 온도 [°C]
A	: 단면적 [m ²]
P	: 압력 [Pa]
Z	: 열교환기 내부 냉매의 상태별 길이 [m]
α	: 열전달계수 [W/m ² °C]
r	: 공극률

하첨자

w	: 벽면
r	: 냉매
o	: 출구(outlet), 오일
a	: 외기
i	: 입구(inlet)

f	: 액체
g	: 기체
c	: 응축기, 압축기
e	: 증발기, EEV

1. 서론

최근 각종 기계장치의 고성능·고효율화 추세에 맞물려 공작기계용 냉각기에서도 정밀한 제어 성능과 에너지 절약 성능이 중요한 문제로 인식되고 있다. 냉동사이클의 용량제어 한 방식인 압축기 가변속(Variable Speed Compressor; VSC) 제어는 정밀한 온도제어와 최대 COP 확보가 가능한 방식으로서 주목받고 있다.⁽¹⁻⁶⁾ 이 방식은 설정 온도와 과열도 유지를 위해 압축기의 회전수와 팽창밸브 개도를 동시에 제어하므로 입·출력이 복수인 다입·출력(Multi-Input Multi-Output; MIMO) 시스템이다. 전달함수에 기반한 MIMO 시스템의 PID 피드백 제어는 설계 과정이 매우 번거로울 뿐만 아니라

설계된 게인 값들이 최적의 제어 성능을 보장하지도 않는다. 특히 목표 온도와 과열도 간의 간섭 문제에 대한 대응이 매우 어렵다. 따라서 MIMO 시스템인 가변속 냉동시스템의 효율적인 제어를 위해서는 상태공간 모델을 통한 최적제어의 적용이 바람직하다.⁽³⁾

MIMO 시스템의 최적제어기 설계를 위해서는 제어 대상의 상태방정식과 출력방정식이 필요하다. 출력방정식은 주목하는 제어변수를 고려하여 비교적 쉽게 구해지므로 최적제어기 설계를 위해서는 상태방정식 모델링이 중요한 과제로 된다. 상태방정식은 실험에서 구해진 실용적인 전달함수로부터 얻는 방법과 냉동사이클의 동특성을 이론적으로 해석하여 얻는 방법 등이 있다.⁽³⁾ 실용적인 전달함수로부터의 상태방정식 유도는 그 과정이 쉽고 간편하다는 장점이 있다. 그러나 이 실용적인 전달함수 자체가 특정 열평형 조건 하에서 구해진 것이므로 양호한 제어 성능을 보장하기가 어렵다. 한편, 해석적 방법에 의한 상태방정식 모델링은 엄밀한 모델링이 가능해 양호한 제어 성능을 기대할 수는 있지만 유도 과정이 복잡하다. 또한, 기존의 상태방정식 모델은 시스템 파라미터들을 대부분 정특성 실험으로부터 동정하므로 장치 설계 단계에서의 시스템 동특성 분석 및 제어 성능 예측이 어려웠다. 따라서 본 논문에서는 이러한 기존의 최적제어 설계상의 문제점을 보완할 수 있도록 엄밀한 이론적 상태방정식 모델링에 대해 기술한다.

우선 냉동사이클의 구성 요소인 열교환기와 압축기 및 EEV(Electronic Expansion Valve)에 대한 동특성을 이론적으로 해석하여 모델링한다. 열교환기에 대해서는 Navier-Stokes 방정식을, 압축기 및 EEV에 대해서는 압축기 회전수와 EEV 개도를 입력으로 하는 질량유량식을 적용하여 미분방정식을 유도한 후 선형화 과정을 거쳐 상태방정식으로 변환시킨다. 이때, 상태방정식의 계수 행렬들은 시스템의 설계 사양으로부터 구할 수 있도록 유도된다. 다음으로 최적제어계를 구성하기 위해 상태변수들을 추정할 수 있는 동일 차원 상태관측기를 설계하고, 제어오차와 입력 에너지를 최소화 하는 최적제어기를 설계한다. 마지막으로 시뮬레이션과 실제 실험을 통해 제안한 상태방정식의 타당성을 검증하고 최적제어기의 제어 성능을 분석, 고찰한다.

2. 냉동사이클의 VSC 제어법과 최적제어

2.1 냉동사이클의 VSC 제어법과 시스템방정식

Fig. 1은 기본 냉동사이클을 이용한 VSC 방식 냉각기의 개념도이다. 이 방식은 부분부하시 압축기의 회전수를 가변시켜 냉매 질량유량을 조절함으로써 냉각기 오일의 출구 온도를 제어한다. 또한, 냉매 질량유량

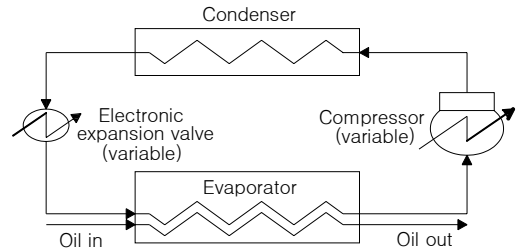


Fig. 1 Schematic diagram of the VSC control.

의 급격한 변동으로 인한 과열도의 급상승 또는 급하강을 방지하고, 최대 COP 운전점에서 냉각기를 작동시키기 위해 EEV 개도를 조절함으로써 과열도도 동시에 제어한다. 결국 VSC 방식은 오일출구온도와 과열도를 제어변수, 압축기 회전수와 EEV 개도를 입력변수로 하는 MIMO 시스템으로 모델링 된다.

최적제어법은 식(1)과 같이 제어오차 $e(t)$ 와 입력 에너지 $u(t)$ 를 변수로 하는 평가함수 J_m 을 최소화 하도록 제어 계인을 설계하는 방법이다.⁽³⁾ 이 제어법은 상태방정식(2)와 출력방정식(3)으로 구성되는 시스템방정식에 기초하여 설계된다. VSC 방식에서는 제어변수인 오일출구온도 및 과열도가 최종 출력변수가 되고, 압축기 회전수 및 EEV 개도가 조작량에 해당하므로 이들을 입력변수로 하는 상태방정식을 유도한다.

$$J_m = \int_0^{\infty} \{e^*(t)Qe(t) + u^*(t)Ru(t)\} dt \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3)$$

여기서, Q 와 R 은 가중치, x 는 상태변수, y 는 출력변수, A, B, C 는 제어대상의 시스템 사양으로부터 결정되는 계수 행렬이다. 그리고 기호 ‘*’는 행렬의 전치(transpose)를, 기호 ‘·’은 시간 미분, 볼드(bold)체는 벡터 또는 행렬을 의미한다.

2.2 냉동사이클의 동특성 모델링

먼저 열교환기 관로 내의 유체의 동특성은 Navier-Stokes의 방정식을 도입하여 기술된다. 식(4)는 유체가 연속체임을 가정한 연속방정식, 식(5)는 에너지평형방정식, 식(6)은 열전달방정식을 각각 나타낸다.⁽⁷⁾

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h - P) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u h) = \alpha A(T_w - T_r) \quad (5)$$

$$(C_p \rho V)_w \dot{T}_w = \alpha_i A_i(T_r - T_w) + \alpha_o A_o(T_a - T_w) \quad (6)$$

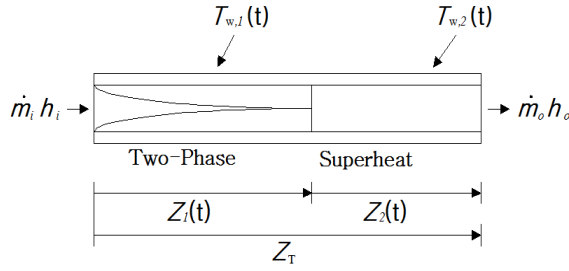


Fig. 2 Spatial discretization in an evaporator depends on refrigerant state.

Fig. 2는 증발기의 동특성을 모델링하기 위해 증발기를 관로 내부의 냉매 상태에 따라 구분한 단면도이다. 증발기에서의 유체 상태는 일반적으로 2상 구간과 과열 구간으로 나누어진다.

식(4)~식(6)을 각 구간에 적용시켜 총 6개의 미분방정식(7)~식(12)를 도출한다. 2상 구간과 과열 구간에 대하여 식(7)과 식(8)은 연속방정식, 식(9)와 식(10)은 에너지평형방정식, 식(11)과 식(12)는 열전달방정식을 적용시켜 도출한 미분방정식을 각각 나타낸다. 수식에서 하첨자 1, 2는 2상 및 과열 구간을, 괄호 내 t는 전체 길이를 각각 나타낸다.

$$A_e[(\rho_f - \rho_g)(1-r)\dot{Z}_1 + \{\dot{\rho}_f(1-r) + \dot{\rho}_g r\}Z_1] + \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i = 0 \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{\partial h_g}{\partial P}\right) A_e Z_2 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2}\right) A_e Z_2 \dot{h}_o + (\rho_g - \rho_o) A_e \dot{Z}_1 + (\rho_2 - \rho_o) A_e \dot{Z}_2 + \dot{m}_o - \dot{m}_{i,1} = 0 \quad (8)$$

$$(1-r)(\rho_f h_f - \rho_g h_g) A_e \dot{Z}_1 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) A_e \dot{Z}_2 + \left\{ \frac{d(\rho_f h_f)}{dP} - \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \right\} (1-r) A_e Z_1 \dot{P} + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_{i,1} A_i \left(\frac{Z_1}{Z_T}\right) (T_{w,1} - T_{r,1}) \quad (9)$$

$$A_e \left[\left\{ \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{\partial h_g}{\partial P}\right) \dot{P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \dot{h}_o \right\} h_2 Z_2 \right] + A_e \left\{ \frac{1}{2} \rho_2 Z_2 (\dot{h}_o + \frac{\partial h_g}{\partial P} \dot{P}) + (\rho_g h_g - \rho_2 h_2) \dot{Z}_1 \right\} + A_e P Z_2 + \dot{m}_o h_o - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_{i,2} A_i \frac{Z_2}{Z_T} (T_{w,2} - T_{r,2}) \quad (10)$$

$$\dot{m} C_p \{ Z_1 \dot{T}_{w,1} - (T_{w,2} - T_{w,1}) \dot{Z}_1 \} = \{ \alpha_{i,1} A_i (T_{r,1} - T_{w,1}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w,1}) \} Z_1 \quad (11)$$

$$\dot{m} C_p \{ Z_2 \dot{T}_{w,2} + (T_{w,2} - T_{w,1}) \dot{Z}_1 \} = \{ \alpha_{i,2} A_i (T_{r,2} - T_{w,2}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w,2}) \} Z_2 \quad (12)$$

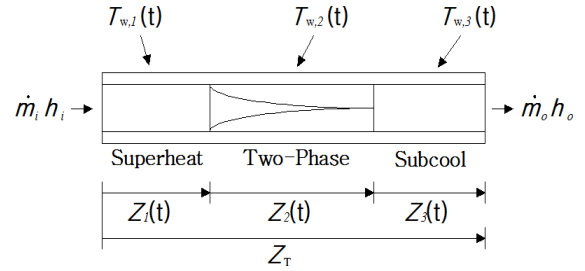


Fig. 3 Spatial discretization in a condenser depends on refrigerant state.

Fig. 3은 응축기의 동특성을 모델링하기 위해 응축기를 관로 내부의 냉매 상태에 따라 구분한 단면도이다. 응축기의 유체 상태는 일반적으로 과열, 2상, 과냉의 세 구간으로 나누어진다.

식(4)~식(6)을 각 구간에 적용시켜 총 9개의 미분방정식을 도출한다.⁽⁷⁾ 과열, 2상, 과냉 구간에 대하여 식(13)~식(15)는 연속방정식, 식(16)~식(18)은 에너지평형방정식, 식(19)~식(21)은 열전달방정식을 적용시켜 도출한 미분방정식을 각각 나타낸다. 수식에서 하첨자 1, 2, 3은 과열, 2상, 과냉 구간을 각각 의미한다.

$$\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P}\right) A_c Z_1 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial P_1}{\partial h_1}\right) A_c Z_1 \dot{h}_i + (\rho_1 - \rho_g) A_c \dot{Z}_1 + \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i = 0 \quad (13)$$

$$A_c \left[(\rho_g - \rho_f) r \dot{Z}_2 + \left\{ \frac{d\rho_f}{dP} (1-r) + \frac{d\rho_g}{dP} r \right\} \dot{P} Z_2 \right] + \dot{m}_{i,2} + A_c \{ (\rho_g - \rho_f) Z_2 \dot{r} + (\rho_g - \rho_f) \dot{Z}_1 \} - \dot{m}_{i,1} = 0 \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P}\right) A_c Z_3 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial P_3}{\partial h_3}\right) A_c Z_3 \dot{h}_o + A_c (\rho_f - \rho_3) (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2) + \dot{m}_o - \dot{m}_{i,2} = 0 \quad (15)$$

$$\left\{ \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P}\right) h_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \rho_1 - 1 \right\} A_c Z_1 \dot{P} + \left\{ \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1}\right) h_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \right\} A_c Z_1 \dot{h}_i + (\rho_1 h_1 - \rho_g h_g) A_c \dot{Z}_1 + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_{i,1} A_i \frac{Z_1}{Z_T} (T_{w,1} - T_{r,1}) \quad (16)$$

$$(\rho_g h_g - \rho_f h_f) A_c \dot{Z}_1 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) A_c \dot{Z}_2 - A_c Z_2 \dot{P} + \left\{ \frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1-r) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} (r) \right\} A_c Z_2 \dot{P} + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) A_c \dot{r} Z_2 + \dot{m}_{i,2} h_f - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_{i,2} A_i \frac{Z_2}{Z_T} (T_{w,2} - T_{r,2}) \quad (17)$$

$$\left[\frac{\partial \rho_3}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_f}{\partial P} \dot{P} + \dot{h}_o \right) \right\} \right] A_c h_3 Z_3 - A_c Z_3 \dot{P} \quad (18)$$

$$+ \frac{1}{2} A_c \rho_3 Z_3 \left(\dot{h}_o + \frac{\partial h_f}{\partial P} \dot{P} \right) + A_c (\rho_f h_f - \rho_3 h_3) (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)$$

$$+ \dot{m}_o h_o - \dot{m}_{i,2} h_f = \alpha_{i,3} A_i \frac{Z_3}{Z_T} (T_{w,3} - T_{r,3})$$

$$\{ \alpha_{i,1} A_i (T_{r,1} - T_{w,1}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w,1}) \} Z_1 \quad (19)$$

$$= \dot{m} C_p \{ Z_1 \dot{T}_{w,1} - (T_{w,2} - T_{w,1}) \dot{Z}_1 \}$$

$$\{ \alpha_{i,2} A_i (T_{r,2} - T_{w,2}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w,2}) \} Z_2 \quad (20)$$

$$= \dot{m} C_p (Z_2 \dot{T}_{w,2})$$

$$\{ \alpha_{i,2} A_i (T_{r,3} - T_{w,3}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w,3}) \} Z_3 \quad (21)$$

$$= \dot{m} C_p \{ Z_3 \dot{T}_{w,3} - (T_{w,3} - T_{w,2}) (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2) \}$$

압축기는 가변속 로터리 방식을 가정하였으며, 압축기 내부에서의 냉매는 단상 과열 상태이고, 폴리트로픽 변화를 하는 것으로 가정한다. 식(22)는 주파수 f [Hz]를 입력으로 하는 압축기 토출 냉매의 질량유량에 관한 식이며, 증발기 측은 \dot{m}_o , 응축기 측은 \dot{m}_i 로 각각 기술한다.

$$\dot{m}_c = V \rho_g \eta_v f \quad (22)$$

여기서 V 는 압축기 용량 [m^3], η_v 는 압축기의 체적효율을 나타내며 0.8로 가정하였다.⁽⁸⁾

팬창밸브는 스텝모터 구동형 EEV를 가정하였으며, 식(23)은 밸브 개도 A_v 를 입력으로 갖는 냉매의 질량유량에 관한 식이다. 압축기 냉매의 질량유량과는 반대로 증발기 측은 \dot{m}_i , 응축기 측은 \dot{m}_o 로 기술한다.

$$\dot{m}_e = C A_v \sqrt{2g\rho_i(P_i - P_o)} \quad (23)$$

여기서 C 는 보정계수이며 0.5로 가정하였고,⁽⁸⁾ ρ_i 는 EEV 입구 냉매 밀도, A_v 는 유동 면적, P_i 는 EEV 입구 압력, P_o 는 EEV 출구 압력을 각각 나타낸다.

도출된 미분방정식들을 선형화 과정을 거쳐 식(2)의 상태방정식으로 변환시키면, 상태변수는 12×1 차원의 벡터인 식(24), 입력은 식(25)와 같이 된다.

$$\mathbf{x}(t) = [P_e Z_{1,e} h_{o,e} T_{w,1,e} T_{w,2,e} P_c Z_{1,c} Z_{2,c} h_{o,c} T_{w,1,c} T_{w,2,c} T_{w,3,c}]^* \quad (24)$$

$$\mathbf{u}(t) = [f A_v]^* \quad (25)$$

한편, 주목하고 있는 출력변수(제어변수)는 오일출구온도 T_o 와 과열도 T_s 이다. T_o 는 응축 열량이 증발 열량과 압축 일량의 합과 같다는 정의로부터 식(26)과 같이, T_s 는 식(27)과 같이 각각 유도된다.

$$T_o = -\frac{m_r}{m_o C_p} h_{o,e} + \frac{m_r}{m_o C_p} h_{o,c} \quad (26)$$

$$T_s = \frac{V}{nR} P_e + \frac{1}{C_p} h_e \quad (27)$$

여기서 n 은 몰수 [mol], R 은 기체상수를 나타낸다.

3. 상태관측기 및 최적제어기 설계

3.1 상태관측기

상태방정식에 기초한 최적제어기 설계에서는 모든 상태변수의 피드백을 전제로 한다. 하지만 실제 제어계에서는 센서로 측정이 어려운 상태변수들도 존재한다. 따라서 본 논문에서는 제어대상의 모든 상태변수를 입력과 출력으로부터 추정하는 동일 차원 상태관측기를 설계한다.

관측기는 제어대상의 실제 모델인 식(2)와 식(3)에 대한 추정 모델인 식(28), 식(29)를 만든다.

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}\{\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)\} \quad (28)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \quad (29)$$

여기서 \mathbf{G} 는 상태관측기의 게인 행렬이며, 위첨자 기호 ‘ $\hat{\cdot}$ ’은 추정값을 나타낸다. 상태변수의 관측기 모델 식(28)과 실제 모델 식(2)의 차로부터 추정오차 $\mathbf{e}_{es}(t)$ 를 구해보면 식(30)과 같이 된다.

$$\mathbf{e}_{es}(t) = \mathbf{e}_0 e^{(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})t} \quad (30)$$

여기서 \mathbf{e}_0 는 오차의 초기값이다. 오차의 동특성은 행렬 $\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}$ 의 고유값에 의존하게 되므로 결국 상태관측기의 게인 \mathbf{G} 를 적절히 선정함으로써 원하는 동특성을 얻을 수 있다. \mathbf{G} 는 분리정리에 의해 제어기의 게인과는 독립적으로 설계가 가능하며,⁽⁹⁾ $\mathbf{e}_{es}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ 이므로 추정오차 $\mathbf{e}_{es}(t)$ 가 0으로 되면 추정값 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 는 실제값 $\mathbf{x}(t)$ 와 동일하게 된다.

Fig. 4는 동일차원 상태관측기의 구조이다. 실제 상태방정식 모델과 동일한 추정 모델을 만들고, 여기에 실제 모델의 출력과 관측기의 출력 차에 게인 \mathbf{G} 를 곱한 값을 더해 줌으로써 관측기 모델의 오차를 보정하도록 구성되어 있다.

3.2 최적 서보 제어기

Fig. 5는 시스템방정식을 기초로 최적제어를 위한 상태피드백 게인 K_1 , 서보제어를 위한 서보게인 k_2 가 포함된 확대계를 나타낸다. 확대계의 새로운 입력 $u(t)$ 와 제어오차 $\xi(t)$ 를 고려한 상태방정식은 식(31)과 같이 나타내어진다.⁽³⁾

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (31)$$

여기서 $r(t)$ 는 지령값이다. 식(31)의 각 변수들의 과도 상태 값과 정상상태 값과의 차인 과도오차를 식(32)와 같이 정의하면, 식(31)은 식(33)과 같이 오차에 관한 새로운 상태방정식으로 표현될 수 있다. 이하의 식들에서 $x(t)$ 는 엄밀히 $\hat{x}(t)$ 이다.

$$\begin{cases} x_e(t) = x(t) - x(\infty) \\ \xi_e(t) = \xi(t) - \xi(\infty) \\ u_e(t) = u(t) - u(\infty) \end{cases} \quad (32)$$

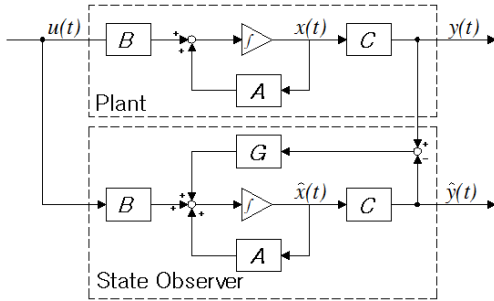


Fig. 4 Block diagram of a state observer.

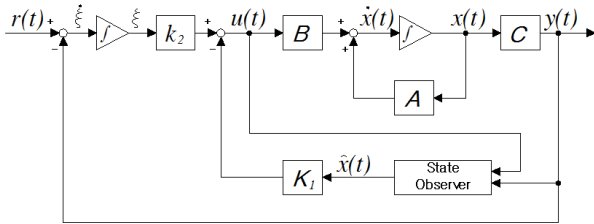


Fig. 5 Block diagram of optimal control system.

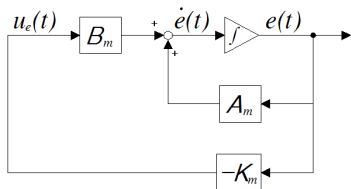


Fig. 6 Simplified model of servo system.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{\xi}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [u_e(t)] \quad (33)$$

간이화된 서보계의 새로운 제어입력 $u_e(t)$ 는 $u_e(t) = -K_m e(t)$ 이므로 이를 식(33)에 대입하면, 오차에 관한 동차미분방정식(34)를 얻을 수 있고 그 해는 식(35)와 같다.

$$\dot{e}(t) = (A_m - B_m K_m) e(t) \quad (34)$$

$$e(t) = e_0 e^{(A_m - B_m K_m)t} \quad (35)$$

식(34)를 통해 Fig. 5는 Fig. 6과 같이 표현된다.

Fig. 6의 $A_m, B_m, K_m, \dot{e}(t)$ 는 각각 다음과 같다.

$$A_m = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_m = [K_1 k_2], \quad \dot{e}(t) = [\dot{x}_e(t) \quad \dot{\xi}_e(t)]^*$$

식(35)에서 A_m 과 B_m 은 상수 행렬이므로 게인 행렬인 K_m 을 조절함으로써 행렬 $A_m - B_m K_m$ 의 고유값이 적절한 음의 값이 되도록 하면, 원하는 동특성을 갖는 서보제어 시스템을 설계할 수 있다. 결국 서보제어 시스템의 최적제어를 달성하기 위해서는 상태피드백 게인 K_1 과 서보게인 k_2 를 적절히 결정해야 하는 문제로 귀착됨을 알 수 있다.

$u_e(t) = -K_m e(t)$ 를 식(1)의 $u(t)$ 에 대입하면 식(36)을 얻는다. 식에서 $W_m = Q_m + K_m^* R_m K_m$ 이다.

$$J_m = \int_0^{\infty} e^* W_m e dt \quad (36)$$

최적제어를 달성하기 위한 게인 행렬 K_m 은 식(37)과 같이 주어진다.

$$K_m = R_m^{-1} B_m^* P \quad (37)$$

한편, 2차 최적제어 문제의 제어 입력은 식(37)을 이용하여 식(38)과 같이 얻어진다.

$$u_e(t) = -K_m e(t) = -R_m^{-1} B_m^* P e(t) \quad (38)$$

식(38)의 행렬 P 는 식(39)와 같은 축소된 리카티방정식을 만족하여야 한다.⁽⁹⁾

$$A_m^* P + P A_m - P B_m R_m^{-1} B_m^* P + Q_m = 0 \quad (39)$$

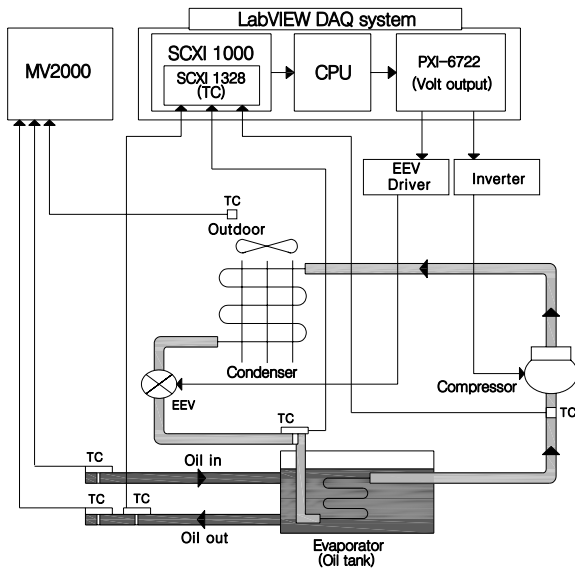


Fig. 7 Experimental system for an oil cooler.

결국 최적제어기 설계를 위해 평가함수에서 가중치 Q_m , R_m 을 설정하면 축소된 리카티방정식(39)에서 P 를 구할 수 있고, 이를 식(37)에 대입하여 최적제어를 위한 게인 행렬 K_m 을 구할 수 있다.

4. 실험 방법

4.1 실험장치

Fig. 7은 실험장치의 구성도이며, Table 1과 Table 2는 실험장치의 사양과 실험 조건을 각각 나타낸다. 냉각기는 기본 냉동사이클, 콘트롤러는 랩뷰(LabVIEW) 시스템으로 구성하였다.

조작변수는 압축기 회전수와 EEV 개도이며, 제어변수인 냉각기 오일출구 온도와 과열도를 각각 제어한다. 또한, 각 조작변수의 조작기(actuator)로는 “V/f = 일정” 제어 타입의 인버터(SV037iG5A)와 EEV(ESX14) 드라이버(SS1)를 사용하였다.

냉동사이클의 주요 부분의 온도는 열전대(thermocouple) T-type(분해능 0.1°C)과 PT-100(분해능 0.01°C)을 이용하여 수집하였다. 랩뷰 시스템은 설계된 제어 로직에 따라 조작량을 계산하여 출력한다. 이때, 출력되는 조작량은 압축기의 회전수 제어를 위한 인버터 주파수와 EEV 개도 제어를 위한 EEV 드라이브 펄스 스텝수이다. 열부하를 대신하기 위해 최대 4 kW 용량의 전기 히터를 장착하여 그 크기를 가변시켜 사용하였다. 또한 냉각기의 오일출구온도 설정값은 공작기계의 특성을 고려하여 25°C로 정하였고, 과열도 목표값은 정특성 실

Table 1 Specifications of the test unit

Component	Note
Compressor [W]	Rotary type, 750
Condenser	Air-cooled fin and tube type
Evaporator	Plate heat type
EEV drive [step]	0 ~ 500
Inverter [Hz]	30 ~ 90
Refrigerant	R-22

Table 2 Experimental conditions

Item	Note
Oil flow rate [ℓ /min]	4.5
Ambient air temperature [°C]	30
Sampling time [sec]	1
Target temperature [°C]	25

험 결과를 통해 최대 COP 확보가 가능한 11°C로 정하였다.⁽⁴⁾

4.2 실험 방법

식(1)의 평가함수에서 제어오차와 입력 에너지의 가중치인 Q_m 과 R_m 의 비에 따른 제어 성능을 분석하기 위해 Q_m 과 R_m 이 1:1, 10:1, 1:10의 세 가지 경우로 나누어 실험하였다. 실험에서는 냉각기 기동상태를 가정하여, 시스템의 주변 온도를 공작기계 사용 외기 온도와 유사한 30°C로 설정한 후, 제어를 통해 냉각기 출구 오일 온도와 과열도가 설정값에 정확히 도달하는지를 확인하였다.

5. 실험 결과 및 고찰

5.1 상태방정식의 타당성 검증

해석적 방법으로 엄밀하게 모델링된 상태방정식에 대한 타당성은 센서로 측정 가능한 상태변수인 증발기 및 응축기 압력의 동특성을 컴퓨터 시뮬레이션과 실험의 결과 값들을 비교, 확인함으로써 검증하였다.

Fig. 8과 Fig. 9는 압축기의 회전수를 60 Hz에서 40 Hz, 80 Hz로 단계적으로 가변시킬 때, 증발기 및 응축기의 압력 변화를 각각 나타낸 것이다. 증발기 및 응축기 압력에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 값과 실제 실험값의 정상상태오차는 최대 1.5%, 1%로 각각 나타났다. 이를 통해 제안된 상태방정식의 모델링이 타당함을 알 수 있다.

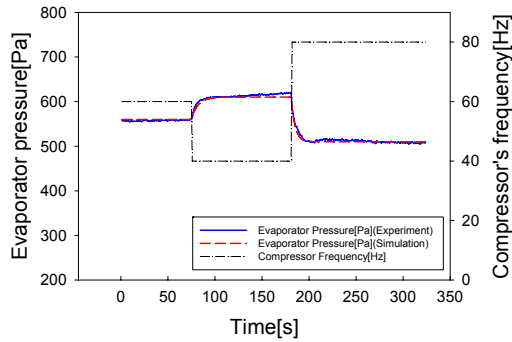


Fig. 8 Evaporator pressure versus compressor speed variation.

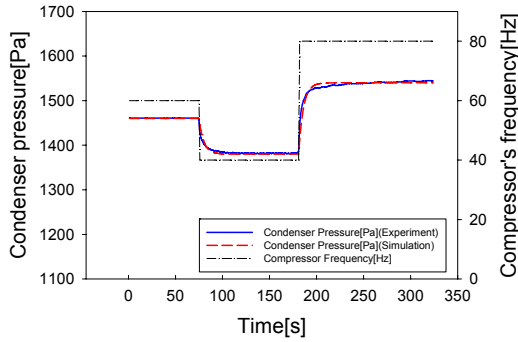


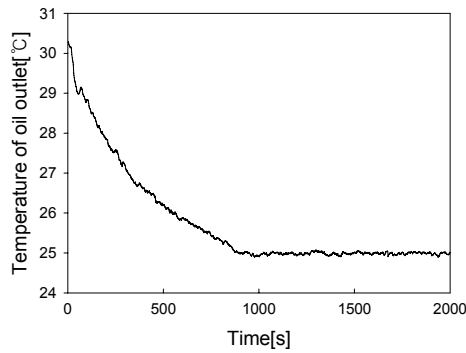
Fig. 9 Condenser pressure versus compressor speed variation.

5.2 최적 서보 제어기의 제어 성능

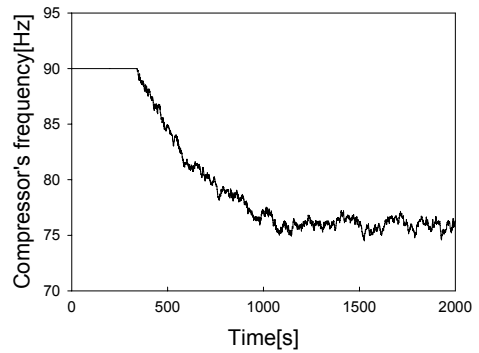
최적 서보 제어기의 제어 성능은 평가함수에서의 가중치 Q_m 과 R_m 의 비율에 따라 각각 다르게 나타남이 선행 연구에서 실험적으로 확인된 바 있다.⁽³⁾ 따라서 본 논문에서는 가중치 Q_m 과 R_m 의 비율을 1:1, 1:10, 10:1의 세 가지 경우로 구분하여 실험한 후 그 결과들을 비교, 분석하였다.

Q_m 과 R_m 의 비가 Fig. 10은 1:1인 경우, Fig. 11은 1:10인 경우, 그리고 Fig. 12는 10:1로 설계된 제어기의 기동 실험 결과를 각각 나타낸다. 세 경우의 실험 모두 초기 온도 30°C에서 제어를 시작하여 제어변수인 오일 출구온도와 과열도를 목표값인 25°C 및 11°C에 정상상태오차 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 및 $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 범위 내에서 각각 수렴시키고 있음을 볼 수 있다. 다만 이때 과도 특성과 에너지 소모량과 연관된 주파수 지령은 각각 달리 나타남을 유의할 필요가 있다.

Q_m 과 R_m 의 비가 1:1인 Fig. 10의 경우는 제어 오차와 입력 에너지가 동등한 가중치이므로 제어 성능이나 주파수 최대값의 지속 시간이 가중치가 편중되어 있지 않고 1:10(Fig. 11), 10:1(Fig. 12)인 경우의 중간 값을 나타내고 있음을 알 수 있다.

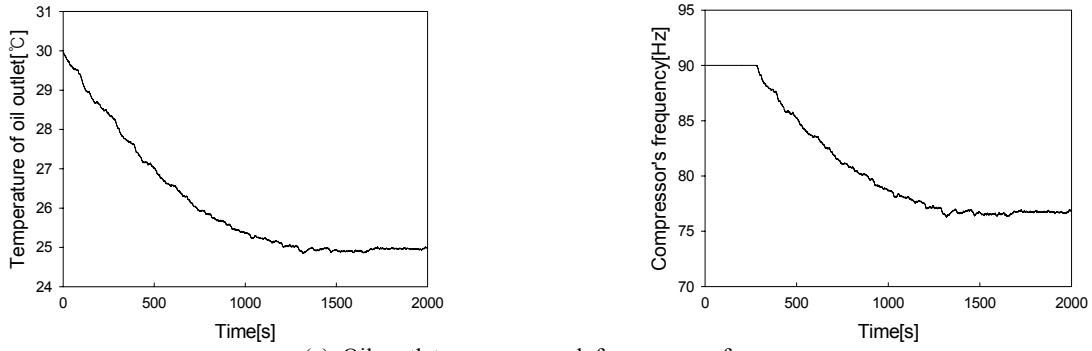


(a) Oil outlet temperature response and frequency reference

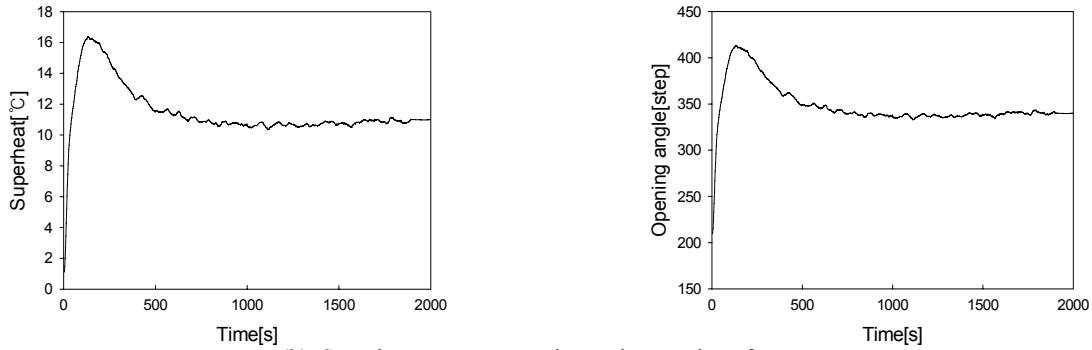


(b) Superheat response and opening angle reference

Fig. 10 Experimental results of starting under the weight of $Q_m : R_m = 1:1$.

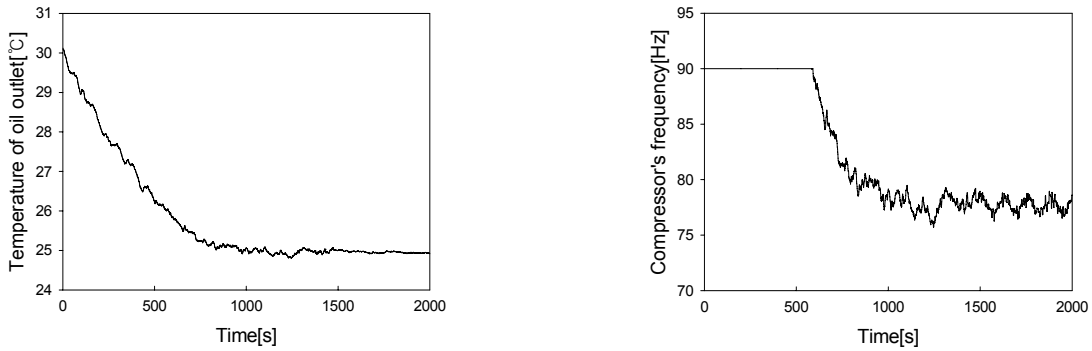


(a) Oil outlet response and frequency reference

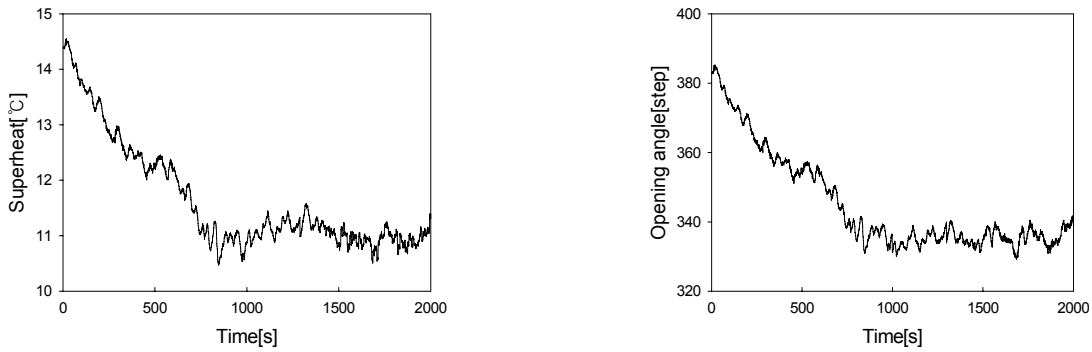


(b) Superheat response and opening angle reference

Fig. 11 Experimental results of starting under the weight of $Q_m : R_m = 1:10$.



(a) Oil outlet temperature response and frequency reference



(b) Superheat response and opening angle reference

Fig. 12 Experimental results of starting under the weight of $Q_m : R_m = 10:1$.

Q_m 과 R_m 이 1:10인 Fig. 11의 경우는 입력 에너지를 최소화 하는 제어기로, 초기 기동시 압축기 회전수 최대 작동 시간이 짧게 나타나므로 과도상태에서 에너지는 적게 소모하는 반면 제어 목표값에 수렴하는 시간은 길게 나타났다.

Q_m 과 R_m 이 10:1인 Fig. 12의 경우는 제어 오차를 최소화 하는 제어기로, Fig. 12(a)에서와 같이 초기 기동시 압축기 회전수를 최대로 작동시켜 오일출구 온도를 제어 목표에 빠르게 수렴시키고 있다. 이로 인해 과도상태에서 에너지를 많이 소모하고 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 VSC 방식 냉각기의 해석적 상태방정식 모델링과 이를 통한 최적제어기 설계법을 제안하였다. 제안한 모델링 방법에서는 기존의 모델링 방식과는 달리 상태방정식의 계수 행렬을 시스템의 설계 사양들로부터 구할 수 있도록 하였다. 이렇게 함으로써 장치 설계 단계에서부터 제어기의 성능 예측이 가능하게 되었다.

제안된 상태방정식의 타당성은 측정 가능한 상태변수인 증발기와 응축기 압력에 대해 컴퓨터 시뮬레이션과 실제 실험 결과값을 상호 비교함으로써 입증하였다. 또한, 현실적으로 측정이 어려운 상태변수들을 추정하기 위해 동일 차원 상태관측기를 설계한 후, 제어 오차와 입력 에너지를 평가함수의 하중함수로 갖는 최적 서보 제어기를 설계하였다. 오일쿨러를 대상으로 실제 실험을 통해 오일출구온도와 과열도가 정상상태에서 오차 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 및 $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 범위 내에서 양호하게 제어됨을 확인하였다. 특히, 원하는 제어 성능에 맞춰 평가함수의 가중치 Q_m 과 R_m 의 크기 비를 적절히 선택함으로써 최적제어가 가능함을 확인하였다.

본 논문에서 제안된 이론적 해석에 의한 엄밀한 상태방정식 모델링 및 최적 서보 제어법은 향후 오일쿨러, 냉동 또는 냉장용 쇼케이스(showcase), 고정밀 항온·항습 챔버 등과 같이 냉동사이클을 기반으로 하는 MIMO 제어 냉동 시스템에서 에너지 절약 또는 고정밀 제어 등과 같은 특정 평가함수를 필요로 하는 최적제어 분야에 유용하게 적용될 것으로 기대된다.

References

1. Lee, S. W., Yeom, H. K., and Park, K. J., 2009, Performance of hot gas bypass type oil cooler system, *Journal of Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 26, No. 3, pp. 73-80.
2. Byun, J. Y. and Jeong, S. K., 2010, Design of PI and feedforward controller for precise temperature control of oil cooler system, *Journal of the Korean Society for Power System Engineering*, Vol. 14, No. 6, pp. 89-95.

3. Jeong, S. K. and Kim, S. H., 2011, Optimum controller design of a water cooler for machine tools based on the state space model, *Korean Journal of Air-conditioning and Refrigeration Engineering*, Vol. 23, No. 12, pp. 782-790.
4. Jeong, S. K., Lee, D. B., and Hong, K. H., 2014, Comparison of system performance on hot-gas bypass and variable speed compressor in an oil cooler for machine tools, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 2, pp. 721-727.
5. Jeong, S. K. and Hong, K. H., 2013, Optimal PI controller design for refrigeration system considering disturbance, *Korean Journal of Air-conditioning and Refrigeration Engineering*, Vol. 25, No. 2, pp. 85-93.
6. Lee, D. B., 2013, State equation modeling for the optimum control of the refrigeration cycle, MS thesis, Pukyong National University, Busan, Korea.
7. Rajat, S., Andrew, G. A., and Clark, W. B., 2004, Dynamic modeling and control of multi-evaporator air-conditioning systems, *ASHRAE Transactions Research*, pp. 109-119.
8. Fumio, M., Dynamic characteristics and control of refrigeration cycle, *Refrigeration of Japan*, Vol. 78, No. 906, pp. 282-290.
9. William, S. Levine, 1995, *The control handbook*, IEEE Press, Vol. 1, p. 597, pp. 607-612.
10. Lenardo, C. S., Christian, J. L. H., and Alexandre, T. N., 2009, A model-driven multivariable controller for vapor compression refrigeration systems, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 32, pp. 1672-1682.
11. Li, H. and Jeong, S. K., 2007, Design and analysis of Fuzzy control in a variable speed refrigeration system, *International Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 61-69.
12. Li, H., Jeong, S. K., and You, S. S., 2009, Feedforward control of capacity and superheat for a variable speed refrigeration system, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 29, pp. 1067-1074.
13. Beak, S. M., Moon, C. G., Kim, E. P., Jeong, S. K., and Yoon, J. I., 2011, The characteristic study of capacity control of an industrial cooler using an inverter compressor with varying the ambient temperatures, *Journal of the Korean Society of Marine Engineering*, Vol. 35, No. 2, pp. 238-243.
14. Kang, C. G., Park, J. H., Park, J. K., 2010, *Modern control engineering*, 5th Edition, Kyobo, pp. 893.
15. Li, H., You, S. S., Yoon, J. I., and Jeong, S. K., 2008, An empirical model for independent control of variable speed refrigeration system, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 1918-1924.