# 전차량의 3차원 동역학 모델

# Three-Dimensional Dynamic Model of Full Vehicle

# 민 경 득<sup>\*</sup>·김 영 철<sup>\*</sup> (Kyung-Deuk Min·Young Chol Kim)

Abstract - A three-dimensional dynamic model for simulating various motions of full vehicle is presented. The model has 16 independent degrees of freedom (DOF) consisting of three kinds of components; a vehicle body of 6 DOF, 4 independent suspensions equipped at every corner of the body, and 4 tire models linked with each suspension. The dynamic equations are represented in six coordinate frames such as world fixed coordinate, vehicle fixed coordinate, and four wheel fixed coordinate frames. Then these lead to the approximated prediction model of vehicle posture. Both lateral and longitudinal dynamics can be computed simultaneously under the conditions of which various inputs including steering command, driving torque, gravity, rolling resistance of tire, aerodynamic resistance, etc. are considered. It is shown through simulations that the proposed 3D model can be useful for precise design and performance analysis of any full vehicle control systems.

Key Words: Vehicle dynamics, 3 dimension, Dynamic model, Computer simulation

## 1. 서 론

컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 자동차의 안전성과 승차감 을 분석하는 과정은 개발비용을 절감하고 개발시간을 단축 시킬 수 있기 때문에 매우 중요하다. 차량의 거동을 시뮬레 이션하기 위해서는 차량에 작용하는 외력에 의한 차량의 운 동을 정의하는 동역학 모델이 필요하다. 이러한 차량의 동 역학 모델은 공간의 차원에 따라 2차원 모델과 3차원 모델 로 나뉜다. 이 중 2차원 모델은 차량의 질량이 평면상에 있 다고 가정하기 때문에 안전성과 승차감 분석에 중요한 요소 들인 차륜하중(wheel load), 롤링(rolling), 피칭(pitching)등 을 분석할 수 없다. 이러한 요소들을 해석할 수 있는 3차원 동역학모델을 수립하기 위한 연구들이 수행되었다[1]~[5]. 하 지만 기존에 개발된 대부분의 3차원 모델들은 차량의 자세 의 변화에 따른 차체의 전후좌우로 작용하는 중력의 영향, 윤중에 따른 타이어 힘의 변화, 타이어 슬립과 타이어 힘의 비선형적인 관계 및 종/횡방향 운동의 상호작용을 고려하지 않았기 때문에 차량의 운동을 정확하게 해석하기가 어려웠 다. 또한 3차원 모델을 이용하는 대표적인 상용 소프트웨어 로 CarSim[12], AdamsCar[13], TESIS-DYNA[14], IPG -CarMaker[15] 등이 있으나 이 소프트웨어들은 고가이며 연산시간이 길기 때문에 실시간으로 운동을 해석하는 용도 로는 부적절하다.

본 논문에서는 전 차량의 3차원 동역학 모델(full vehicle model: FVM)을 유도한다. 이 모델은 차체 6자유도, 독립 현 가장치 4자유도, 차륜 6자유도로 총 16자유도를 갖으며 정의

- \* Dept. of Electronics Eng., Chungbuk National University, Cheongju, Korea
- \* Corresponding Author : Dept. of Electronics Eng., Chungbuk National University, Cheongju, Korea E-mail : yckim@cbu.ac.kr

Received : August 1, 2013; Accepted : December 10, 2013

된 6개의 좌표계에서 그 운동을 표현한다. 그리고 각 차륜 하중이 타이어 모델에 미치는 영향과 차량의 자세에 따른 중력의 영향을 고려하여 일반적인 주행상황 뿐만 아니라 과 격한 움직임이나 전복(overturn)상황에 대하여 분석할 수 있 도록 한다. 먼저 차량의 운동을 표현하기 위한 절대좌표계, 차량좌표계와 4개의 휠좌표계를 정의하고 오일러와 뉴튼의 방정식을 이용하여 차체의 운동방정식을 수립한다. 그리고 차체에 작용하는 외력들을 차체의 무게중심점에 작용하는 일반화된 힘으로 변환하는 과정을 다룬다. 이어서 독립현가 장치를 모델링하는 과정을 다루며 Salaani의 타이어 모델을 이용하여 타이어에 작용하는 힘을 계산한다. 타이어 힘 계 산에 필요한 타이어 슬립은 종방향 슬립률과 횡방향 슬립각 으로 나뉘며 휠좌표계에서 계산된다. 또 차량의 자세는 차 량좌표계와 차량좌표계가 이루는 회전행렬로 표현되며 롤, 피치, 요각으로 변환된다. 마지막으로 수립된 FVM을 이용 하여 두 가지 경우에 대한 시뮬레이션을 수행한다. 첫 번째 는 지표의 변위를 인가하였을 때 차량의 현가장치의 응답을 보는 것이고 두 번째는 조향각에 정현파를 인가한 후 차량 의 횡방향 과도응답을 분석하는 것이다. 시뮬레이션 결과를 통해 수립된 FVM을 검증한다.

## 2. 전차량의 3차원 동역학 모델

차량을 구성하는 모든 부품을 모델링하고 실제 연결 구조 를 고려하면 정확한 차량의 모델을 얻을 수 있지만 수식적 으로 매우 복잡하여 실시간 해석이 어려워진다. 따라서 본 논문에서는 차량이 총 5개의 질량을 갖는 강체로 구성되었 다고 가정하고 상호작용을 스프링과 뎀퍼로 한정하여 단순 화된 FVM을 유도한다. 이 모델은 차체 6자유도, 독립 현가 장치 4자유도, 차륜 6자유도로 총 16자유도를 가지며 6개의 좌표계를 이용하여 그 운동을 표현한다. 그림 1은 고려한 3 차원 차량 동역학 모델을 보인 것이다.



그림 1 전차량의 3차원 동역학 모델 Fig. 1 A three-dimensional dynamic model of full vehicle

## 2.1 좌표계의 정의 및 변환행렬

차량의 동역학모델을 표현하기 위하여 총 6개의 기준좌표 계(절대좌표계, 차량좌표계, 휠좌표계 : 4개)를 정의한다. 그 림 2는 6가지의 기준좌표계를 보인 것이다. 모든 좌표계는 오른손 법칙을 따르는 직교좌표계로서 좌표계의 원점과 3개 의 축은 각각 절대좌표계 : O,°x,°y,°z, 차량좌표계 : *C*, *cx*, *cy*, *cz*, 휠좌표계 : *W*<sub>i</sub>, *wix*, *wiy*, *wiz*로 정의한다. 여기서 휠 좌표계는 i={1,2,3,4} 의 값에 따라 각각 좌측전륜, 우측전 륜, 좌측후륜, 우측후륜의 좌표계를 표시한다. 절대좌표계는 월드좌표계 또는 지구의 자전을 무시한 관성좌표계로 볼 수 있으며 <sup>0</sup>z축을 중력의 반대 방향으로 놓는다. 차량좌표계는 차체의 무게중심 C를 원점으로 하여 전방을 <sup>6</sup>x축으로 놓고 좌측을 <sup>6</sup>y축으로 놓은 좌표계이다. 휠좌표계는 각 차륜의 중 심 Wi를 기준으로 차륜의 헤딩방향을 <sup>wi</sup>x축으로 하고 구동 회전축을 <sup>wi</sup>y으로 하며 조향회전축을 <sup>wi</sup>z으로 한다. 3차원 공간에서 임의의 벡터  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & z_a \end{bmatrix}^T \stackrel{T}{=} 6$ 개의 기준좌표계 에서 표현하면 각각 절대좌표계 :  ${}^{o}\mathbf{a} = \begin{bmatrix} {}^{o}x_{a} & {}^{o}y_{a} & {}^{o}z_{a} \end{bmatrix}^{T}$ , 차량 좌표계 :  ${}^{c}\mathbf{a} = \begin{bmatrix} {}^{c}x_{a} & {}^{c}y_{a} & {}^{c}z_{a} \end{bmatrix}^{T}$ , 휠좌표계 :  ${}^{wi}\mathbf{a} = \begin{bmatrix} {}^{wi}x_{a} & {}^{wi}y_{a} & {}^{wi}z_{a} \end{bmatrix}$ |<sup>T</sup>와 같이 표기할 수 있다. 차량의 위치벡터 p는 시점과 종 점이 각각 절대좌표계의 원점 O와 차체의 무게중심점 C인 벡터로 정의하며 절대좌표계에서 (2.1.1)과 같이 표기한다.



그림 2 6가지 기준좌표계의 정의 Fig. 2 Definitions of six reference coordinates

$${}^{o}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} {}^{o}x_{p} & {}^{o}y_{p} & {}^{o}z_{p} \end{bmatrix}^{T}$$
(2.1.1)

그리고 차륜의 위치벡터(**q**<sub>i</sub>)는 시점이 절대좌표계의 원점 이고 종점이 각 차륜의 중심 인 벡터로 정의하며 절대좌표 계에서 (2.1.2)와 같이 쓸 수 있다.

$${}^{o}\mathbf{q}_{i} = \begin{bmatrix} {}^{o}x_{ai} & {}^{o}y_{ai} & {}^{o}z_{ai} \end{bmatrix}^{T}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.1.2)

차량좌표계의 3축 방향 각속도는 각각  $\omega_{xc}, \omega_{yc}, \omega_{zc}$ 로 표 기하며 휠좌표계의 각축방향 각속도는 각각  $\omega_{xw}, \omega_{yw}, \omega_{zw}$ 로 표기한다. 하나의 기준좌표계에서 표현된 힘, 속도, 가속도와 같은 벡터들은 회전변환을 통해 다른 기준좌표계로 변환할 수 있다. 임의의 벡터 **a**=  $[x_a \ y_a \ z_a]^T$ 가 절대좌표계와 차량 좌표계에서 각각 **°a**, **"a**로 표현된다면 둘의 관계는 회전변환 행렬 **°***R*에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$${}^{o}\mathbf{a} = {}^{o}_{c}R {}^{c}\mathbf{a} \tag{2.1.3}$$

여기서 <sup>c</sup>R은 절대좌표계를 기준으로 차량의 방위를 정의 하는 한 가지 방법으로 절대좌표계의 <sup>o</sup>x축 기준으로 θ<sub>r</sub>만큼 회전한 후, <sup>o</sup>y축 기준으로 θ<sub>p</sub>만큼 회전하고, <sup>o</sup>z축 기준으로 θ<sub>y</sub>만큼 회전한 방위를 표현하는 행렬이다. 여기서 <sup>o</sup>x축 기 준으로 θ<sub>r</sub>만큼 회전하는 것을 롤(roll), 축 <sup>o</sup>y기준으로 θ<sub>p</sub>만 큼 회전하는 것을 피치(pitch), <sup>o</sup>z축 기준으로 θ<sub>y</sub>만큼 회전하 는 것을 요우(yaw)라고 한다. 이렇게 롤, 피치, 요우로 나타 내는 회전을 오일러각(Euler angles)이라고 한다.

 ${}^{o}_{c}R(\theta_{r},\theta_{p},\theta_{y})$ 는 모든 회전이 기준계의 축을 기준으로 회 전하므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$${}^{o}_{c}R(\theta_{r},\theta_{p},\theta_{y}) = R_{Z}(\theta_{y})R_{Y}(\theta_{p})R_{X}(\theta_{r})$$

$$(2.1.4)$$

여기서 각축을 기준으로 한 회전변환행렬은 (2.1.5)와 같 다.

$$R_{Z}(\theta_{y}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{y}) - \sin(\theta_{y}) & 0\\ \sin(\theta_{y}) & \cos(\theta_{y}) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_{Y}(d\theta_{p}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{p}) & 0 & \sin(\theta_{p}) \\ 0 & 1 & 0\\ -\sin(\theta_{p}) & 0 & \cos(\theta_{p}) \end{bmatrix}$$
$$R_{X}(\theta_{r}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\theta_{r}) - \sin(\theta_{r})\\ 0 & \sin(\theta_{r}) & \cos(\theta_{r}) \end{bmatrix}$$
(2.1.5)

 ${}^{o}_{c}R( heta_{r}, heta_{p}, heta_{y})$ 의 원소들을 다음과 같이 정의하면

$${}^{o}_{c}R(\theta_{r},\theta_{p},\theta_{y}) = \begin{bmatrix} r_{11}r_{12}r_{13}\\ r_{21}r_{22}r_{23}\\ r_{31}r_{32}r_{33} \end{bmatrix}$$
(2.1.6)

그 원소들은 오일러 각의 함수로 표현되며 (2.1.7)~(2.1.14) 와 같이 구할 수 있다.

$$r_{11} = \cos(\theta_y)\cos(\theta_p) \tag{2.1.7}$$

$$\begin{split} r_{12} &= \cos(\theta_y)\sin(\theta_p)\sin(\theta_r) - \sin(\theta_y)\cos(\theta_r) & (2.1.8) \\ r_{13} &= \cos(\theta_y)\sin(\theta_p)\cos(\theta_r) + \sin(\theta_y)\sin(\theta_r) & (2.1.9) \\ r_{21} &= \sin(\theta_y)\cos(\theta_p) & (2.1.10) \\ r_{22} &= \sin(\theta_y)\sin(\theta_p)\sin(\theta_r) + \cos(\theta_y)\cos(\theta_r) & (2.1.11) \\ r_{23} &= \sin(\theta_y)\sin(\theta_p)\cos(\theta_r) - \cos(\theta_y)\sin(\theta_r) & (2.1.12) \\ r_{31} &= -\sin(\theta_p), r_{32} &= \cos(\theta_p)\sin(\theta_r) & (2.1.13) \\ r_{33} &= \cos(\theta_p)\cos(\theta_r) & (2.1.14) \end{split}$$

반대로 <sup>e</sup>R의 원소들을 이용하여 오일러 각을 얻을 수 있 으며 (2.1.15)~(2.1.17)에 그 관계식을 보였다.

$$\theta_p = \tan^{-1} \left( -r_{31}, \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2} \right) \tag{2.1.15}$$

$$\theta_r = \tan^{-1} \left( \frac{r_{21}}{\cos(\theta_p)}, \frac{r_{11}}{\cos(\theta_p)} \right)$$
(2.1.16)

$$\theta_y = \tan^{-1} \left( \frac{r_{32}}{\cos(\theta_{pitch})}, \frac{r_{33}}{\cos(\theta_{pitch})} \right)$$
(2.1.17)

<sup></sup> <sup></sup><sub>e</sub>R의 역행렬 <sup>e</sup><sub>e</sub>R<sup>-1</sup>을 이용하면 차량좌표계를 기준으로 한 절대좌표계의 방위를 표현할 수 있으며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$${}^{o}_{c}R^{-1} = {}^{o}_{o}R = {}^{o}_{c}R^{T}$$
 (2.1.18)

여기서  ${}_{c}^{a}R^{T}$ 는 전치행렬(transposed matrix)로 회전변환행 렬이 갖는 특성에 의해  ${}_{c}^{a}R^{-1} = {}_{c}^{a}R^{T}$ 의 관계가 성립한다.

## 2.2 차체의 운동방정식

본 논문에서 고려하는 차량 모델은 총 5개의 질량을 갖는 강체로 구성되며 차체가 4개의 독립 현가장치에 의해 지지 되는 구조이다. 이번 절에서는 차체의 운동방정식을 유도한 다. 먼저 차체를 강체로 가정하면 그 운동방정식은 차체의 무게중심에 작용하는 합력과 합모멘트에 의해 결정된다. 그 림 3은 차체에 작용하는 외력들과 무게중심에서 본 합력과 합모멘트를 보인 것이다. 차체에 가해지는 힘은 4개의 현가 장치에서 전달된 힘  $F_{a}$ 와 중력  $F_{gc}$ , 그리고 공기항력  $F_{ac}$ 로 이루어진다. 우선 차량좌표계에서의  $F_{ci}$ 와 그 성분을 다음과 같이 정의한다.

$${}^{c}F_{ci} = \begin{bmatrix} F_{xci} & F_{yci} & F_{zci} \end{bmatrix}^{T}$$

$$(2.2.1)$$

그리고 F<sub>ac</sub>는 다음과 같이 정의한다.

$${}^{c}F_{ac} = \begin{bmatrix} F_{xac} & F_{yac} & F_{zac} \end{bmatrix}^{T}$$
(2.2.2)

이제 구하고자 하는 합력 <sup>6</sup>F<sub>ci</sub>를 다음과 같이 놓고

 ${}^{c}F_{c} = \begin{bmatrix} F_{xc} & F_{yc} & F_{zc} \end{bmatrix}^{T}$ (2.2.3)

합모멘트 <sup>6</sup>M 는 다음과 같이 정의한다.

$${}^{c}M_{c} = \begin{bmatrix} M_{xc} & M_{yc} & M_{zc} \end{bmatrix}^{T}$$

$$(2.2.4)$$

각 차륜과 현가장치에서 발생한 힘은 차체의 네 모서리에 작용하는데 그림 3의  $C_1, C_2, C_3, C_4$ 는 이 힘들의 작용점을 나타낸 것이다.



그림 3 차체에 작용하는 외력들에 대한 합력과 합모멘트 Fig. 3 Resultant forces and moments acting on a car body

합력은 각 작용점에서의 힘 $(F_{xci}, F_{yci}, F_{zci})$ 과 중력  $(F_{xgc}, F_{ygc}, F_{zgc})$ , 그리고 공기항력 $(F_{ac})$ 의 합으로 계산되며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_{xc} = \sum_{i=1}^{4} F_{xci} + F_{xgc} - F_{ac}$$
(2.2.5)

$$F_{yc} = \sum_{i=1}^{4} F_{yci} + F_{ygc}$$
(2.2.6)

$$F_{zc} = \sum_{i=1}^{4} F_{zci} + F_{zgc}$$
(2.2.7)

(2.2.5)와 (2.2.7)에서  $F_{xci}$ ,  $F_{yci}$ 는 타이어와 도로 사이에 작 용하는 힘  $F_{xri}$ ,  $F_{yri}$ 을 휠의 조향각 $(\delta_i)$ 만큼 회전하여 차량좌 표계로 변환한 것으로 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F_{xci} \\ F_{yci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) - \sin(\delta_i) \\ \sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{xri} \\ F_{yri} \end{bmatrix}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.2.8)

그리고  $F_{xgc}, F_{ygc}, F_{zgc}$ 는 절대좌표계에서 차량에 가해지는 중력에  ${}_{a}^{c}R$ 을 곱하여 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F_{xgc} \\ F_{ygc} \\ F_{zgc} \end{bmatrix} = {}^{c}_{o} R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{c}g \end{bmatrix}$$
(2.2.9)

현가장치에서 전달된 힘  $F_{ci}$ 의 작용점  $C_i$ 와 차체의 무게 중심 C는 일치하지 않으므로  $F_{ci}$ 와 모멘트 암(moment arm)의 곱으로 차체에 가해지는 모멘트가 발생한다. 먼저 차량의 롤 방향으로 작용하는 모멘트  $M_{rei}$ 는 다음과 같다.

$$M_{xci} = (h_0 - l_{si} - l_{wi})F_{uci} - (-1)^i bF_{zci}, \quad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.2.10)

여기서  $h_0$ 는 현가장치의 스프링과 타이어가 변형되지 않 았을 때 즉,  $h_{si} = h_{wi} = 0$ ,  $i = \{1, 2, 3, 4\}$  일 때의 차량 무게중 심의 높이이고 b는 윤거(tread)의 절반에 해당하는 값이다. 차량의 피치 방향으로 작용하는 모멘트  $M_{uci}$ 는 다음과 같다.

$$M_{yci} = \begin{cases} -(h_0 - l_{si} - l_{wi})F_{xci} - a_f F_{zci}, & i = \{1, 2\} \\ -(h_0 - l_{si} - l_{wi})F_{xci} + a_r F_{zci}, & i = \{3, 4\} \end{cases}$$
(2.2.11)

여기서  $a_f$ 와  $a_r$ 는 각각 차량의 무게중심으로부터 앞 차축 과 뒤 차축까지의 거리이다. 마지막으로 요우 방향으로 작 용하는 모멘트는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M_{zci} = \begin{cases} (-1)^i b F_{xci} + a_f F_{yci}, & i = \{1, 2\} \\ (-1)^i b F_{xci} - a_r F_{yci}, & i = \{3, 4\} \end{cases}$$
(2.2.12)

차체에 작용하는 합모멘트  $M_{xc}, M_{yc}, M_{zc} \leftarrow M_{xci}, M_{yci}, M_{zci}$ 를 합산하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M_{xc} = \sum_{i=1}^{4} M_{xci}$$
,  $M_{yc} = \sum_{i=1}^{4} M_{yci}$ ,  $M_{zc} = \sum_{i=1}^{4} M_{zci}$  (2.2.13)

(2.2.5),(2.2.6),(2.2.7),(2.2.13)에서 얻은 합력과 합모멘트는 차체의 운동을 결정하는 요소이다. 합력과 합모멘트에 대한 차체의 운동방정식은 오일러의 운동방정식과 뉴튼의 제 2법 칙을 이용하여 세울 수 있다[9]. (2.2.14)~(2.2.16)은 오일러의 운동방정식으로 차체의 무게중심점 *C*를 기준으로 한 합모 멘트와 각가속도와의 관계를 표현한 식이다.

$$\dot{\omega}_{xc} = \frac{(M_{xc}(I_{yc} - I_{zc})\omega_{yc}\omega_{zc})}{I_{xc}}$$
(2.2.14)

$$\dot{\omega}_{yc} = \frac{(M_{yc}(I_{zc} - I_{xc})\omega_{zc}\omega_{xc})}{I_{yc}}$$
(2.2.15)

$$\dot{\omega}_{zc} = \frac{(M_{zc}(I_{xc} - I_{yc})\omega_{xc}\omega_{yc})}{I_{zc}}$$
(2.2.16)

뉴튼의 제 2법칙에 의하여 차체의 병진 운동방정식은 다 음과 같이 구할 수 있다.

$$\ddot{v}_{x_{p}} = \frac{{}^{o}F_{xc}}{m_{c}}, \ \ddot{v}_{y_{p}} = \frac{{}^{o}F_{yc}}{m_{c}}, \ \ddot{v}_{z_{p}} = \frac{{}^{o}F_{zc}}{m_{c}}$$
 (2.2.17)

(2.2.14)~(2.2.17)에 의하여 차체의 운동방정식은 이와 같이 6개의 미분방정식으로 표현되며 초기값이 주어지면 이 미분 방정식은 유일한 해를 갖는다. 여기서  $I_{xc}$ ,  $I_{yc}$ ,  $I_{zc}$ 와  $\omega_{xc}$ ,  $\omega_{yc}$ ,  $\omega_{zc}$ 는 차량좌표계에서의 각 축에 대한 차체의 관성모멘트와 각속도이다. 또한 절대좌표계에서 차체에 가해진 합력( ${}^{o}F_{xc}$ ,  ${}^{o}F_{yc}$ ,  ${}^{o}F_{zc}$ )은 차량좌표계에서의 합력( $F_{xc}$ ,  $F_{yc}$ ,  $F_{zc}$ )을 회전변 환 하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} {}^{o}F_{xc} \\ {}^{o}F_{yc} \\ {}^{o}F_{zc} \end{bmatrix} = {}^{o}_{c}R \begin{bmatrix} F_{xc} \\ F_{yc} \\ F_{zc} \end{bmatrix}$$
(2.2.18)

#### 2.3 독립현가장치 모델

독립현가장치 모델은 스프링상질량, 즉 차체의 질량  $m_e$ 를 4개의 독립된 현가장치로 지지하는 구조이로서, 현가장치는 스프링과 뎀퍼로 구성되며 타이어는 이상적인 스프링으로 간 주한다. 그리고 스프링하질량  $m_w$ 는 현가장치와 타이어 사이 에 위치한다. 고려한 독립현가장치 모델을 그림 4에 보였다.



**그림 4** 독립현가장치 모델 Fig. 4 Suspension model

그림 4에서  $h_c$ ,  $h_{ci}$ ,  $h_{ri}$ 는 절대좌표계의 cz축을 기준으로 한 변위이며  $h_c$ 는 무게중심 의 수직변위,  $h_{ci}$ 는 현가장치의 작용점인  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ 의 수직변위,  $h_{ri}$ 는 지표면의 수직변 위이다. 그리고  $h_{wi}$ 는 각 차륜의 수직변위이다. 먼저 현가장 치의 변형된 길이  $l_{si}$ 는 (2.3.1)과 같이 구한다.

$$l_{wi} = h_{ri} - h_{wi}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.3.1)

그리고 타이어의 변형된 길이  $l_{wi}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$l_{si} = h_{wi} - h_{ci}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.3.2)

각각의 타이어가 지면으로부터 받는 수직방향 힘  $F_{zri}$  즉, 윤중은

$$F_{zri} = k_w l_{wi}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.3.3)

이고, 현가장치가 차체의  $C_i$ 점에 가하는 수직방향 힘  $F_{zci}$ 는 다음과 같으며,

$$F_{zci} = -l_{si}k_{si} - l_{si}d_{si}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.3.4)

차체의 <sup>6</sup>2 축 방향으로 가해지는 스프링하질량에 대한 중 력은 다음과 같다.

$$F_{zgwi} = {}^{c}_{o} R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{wi}g \end{bmatrix}, \quad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
 (2.3.5)  
여기서  $k_{si}$ 와  $d_{si}$ 는 각각 현가장치의 스프링 계수와 제동

계수이고  $k_w$ 는 타이어의 수직방향 탄성 계수이다. (2.3.3), (2.3.4)를 이용하여 각각의 스프링하질량이 수직방향으로 받 는 합력을 구하면 다음과 같다.

$$F_{zwi} = F_{zri} - F_{zci} + F_{zawi}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.3.6)

그리고 (2.3.5)를 이용하면 스프링하질량의 수직방향 가속 도는 다음과 같다.

$$\ddot{h_{wi}} = \frac{F_{zwi}}{m_w} , \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.3.7)

h<sub>ci</sub>는 차체의 자세행렬과 무게중심 C의 변위(h<sub>c</sub>)에 의해 계산되는 값으로 h<sub>ci</sub>를 구하기 위해서 먼저 그림 5와 같이 차체의 무게중심을 시점으로 하고 4개의 작용점 C<sub>i</sub>를 종점 으로 하는 4개의 벡터 u<sub>i</sub>를 정의한다. h<sub>ci</sub>는 절대좌표계에서 벡터 u<sub>i</sub>의 <sup>o</sup>z축 값 이므로 회전변환 <sup>c</sup><sub>c</sub>R을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$h_{ci} = [0\,0\,1]_c^o R \,\mathbf{u_i}\,, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\} \tag{2.3.8}$$

여기서 **u**<sub>1</sub>, **u**<sub>2</sub>, **u**<sub>3</sub>, **u**<sub>4</sub> 는 다음과 같다.

$$\mathbf{u_1} = \begin{bmatrix} a_f \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u_2} = \begin{bmatrix} a_f \\ -b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u_3} = \begin{bmatrix} -a_r \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u_4} = \begin{bmatrix} -a_r \\ -b \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.3.9)



그림 5 차체의 네 모서리에서의 수직 변위 Fig. 5 Vertical displacements at four corners of the body

#### 2.4 타이어 모델

타이어에 작용하는 힘은 중력을 제외하면 차량 전체에서 가장 지배적인 힘이다. 따라서 신뢰성 있는 차량모텔 구축 을 위하여 정확한 타이어 모델을 아는 것은 매우 중요하다. 타이어 모델에 입력되어야 할 변수들은 타이어의 형태와 재 질에 따른 물리적인 파라미터들과 주행조건에 따른 수직하 중  $F_{zri}$ , 타이어의 종방향 슬립률  $\kappa_i$ 와 횡방향 슬립각  $\alpha_i$  등 이 있다. 입력변수들 중 윤중은 (2.3.3)와 같이 얻을 수 있으 므로 여기서는 종방향 슬립률, 횡방향 슬립각을 구하는 방법 에 대하여 기술한다. 먼저 횡방향 슬립각은 타이어의 진행 방향과 타이어의 헤딩이 이루는 각도를 의미한다. 그림 6에 각 휠의 조향각 δ,와 슬립각  $\alpha_i$ 를 정의하였다. 휠좌표계에서 의  $\alpha_i = w^i x$ 축과 차륜의 이동방향벡터가 이루는 각이다. 따 라서  $\alpha_i = (2.4.1)$ 과 같이 쓸 수 있다.

$$\alpha_i = -\tan^{-1}({}^{wi}y_{qi}, {}^{wi}x_{qi}), \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.4.1)

여기서  ${}^{wi}x_{qi}, {}^{wi}y_{q}$ 는 휠 좌표계를 기준으로 하는 차륜의 속도벡터  $\dot{\mathbf{q}}_i$ 의 원소들로 차체의 속도벡터  $\dot{\mathbf{p}}$ 과 각속도  $\omega_{wc}$ 를 이용하여 (2.4.2)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} {}^{wi}x_{qi} \\ {}^{wi}y_{qi} \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) \\ -\sin(\delta_i) \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{c}x_p + (-1)^i b\omega_{zc} \\ {}^{c}y_p + a_f\omega_{zc} \end{bmatrix}, & i = \{1,2\} \\ \begin{bmatrix} {}^{c}x_p + (-1)^i b\omega_{zc} \\ {}^{c}y_p - a_r\omega_{zc} \end{bmatrix}, & i = \{3,4\} \end{cases}$$

$$(2.4.2)$$

여기서  ${}^{c}x_{p}, {}^{c}y_{p}, {}^{c}z_{p}$ 는 차량좌표계에서의 차체의 속도벡터  ${}^{c}\mathbf{p}$ 의 원소들로 절대좌표계에서의 차량속도 벡터  ${}^{o}\mathbf{p}=[{}^{o}x_{p} {}^{o}y_{p}$  ${}^{o}z_{n}]^{T}$ 에 회전변환행렬  ${}^{o}_{o}R$ 을 곱하여 얻는다.





그림 6 횡방향 타이어 슬립각 Fig. 6 Lateral tire slip angle

타이어의 종방향 힘에 지배적인 변수인 종방향 슬립률 κ<sub>i</sub> 는 (2.4.4)와 같이 정의된다.

$$\kappa_{i} = \frac{{}^{wi}x_{qi} - R_{w}\omega_{ywi}}{{}^{wi}x_{qi}}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.4.4)

여기서  $R_w$ 는 휠의 반경,  $\omega_{gwi}$ 는 휠의 각속도이다. 타이어 모델은 (2.3.3), (2.4.1), (2.4.4)를 통해 얻은 윤중( $F_{zri}$ ), 종방 향 슬립률( $\kappa_i$ )과 횡방향 슬립각( $\alpha_i$ ), 캠버각(camber angle) 등의 정보를 이용하여 타이어에 작용하는 힘을 계산한다. 타이어에 작용하는 힘은 휠 좌표계에서 정의되며 윤중( $F_{zri}$ ), 종방향( $F_{xri}$ )힘, 횡방향 힘( $F_{wri}$ )힘으로 나뉜다. 여기서  $\kappa_i$ 는 

 F<sub>xri</sub>에 지배적인 변수이며 α<sub>i</sub>는 F<sub>yri</sub>에 지배적인 변수이다.

 타이어 모델은 기본적으로 실험을 통해 표본화한 데이터를

 곡선의 함수로 근사화 하여 얻어지는 경우가 많다. 이와는

 대조적으로 Salaani는 이론적인 모델을 수립하고 실험데이

 터와 비교하여 그 타당성을 검증하였다[11]. Salaani 모델을

 이용하여 타이어의 종방향 힘은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_{xri} = -\frac{\kappa F_{zri}C_{\kappa}f_{a}(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_{\kappa}\kappa}{\mu_{px}}\right)^{2} + \left(\frac{C_{\alpha}\tan\left(\alpha_{i}\right)}{\mu_{py}}\right)^{2}}} - \frac{\kappa F_{zri}C_{\kappa s}f_{s}(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_{\kappa}\kappa}{\mu_{sx}}\right)^{2} + \left(\frac{C_{\alpha}\tan\left(\alpha_{i}\right)}{\mu_{sy}}\right)^{2}}}$$

$$(2.4.5)$$

타이어의 횡방향의 힘과 α와의 관계식은 다음과 같다.

$$F_{yri} = \frac{C_{\alpha} \tan\left(\alpha_{i}\right) F_{zri} f_{a}(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_{\kappa}\kappa}{\mu_{px}}\right)^{2} + \left(\frac{C_{\alpha} \tan\left(\alpha_{i}\right)}{\mu_{py}}\right)^{2}}} + \frac{C_{\alpha} \tan\left(\alpha_{i}\right) F_{zri} f_{s}(\sigma)}{\sqrt{\left(\frac{C_{\kappa}s\kappa}{\mu_{sx}}\right)^{2} + \left(\frac{C_{\alpha} \tan\left(\alpha_{i}\right)}{\mu_{sy}}\right)^{2}}}$$
(2.4.6)

여기서 (2.4.5),(2.4.6)를 구하기 위해 필요한 수식은 (2.4.7)~(2.4.19)와 같다.

$$f_{\alpha}(\sigma) = \frac{4}{\pi} \frac{\sigma}{(\sigma^2 + 1)^2} \tag{2.4.7}$$

$$f_s(\sigma) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{2\sigma}{1 + \sigma^2} \left( \frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2} \right) - \arcsin\left( \frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2} \right) \right\}$$
(2.4.8)

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{C_{\kappa}\sigma_x}{\mu_{px}F_{zwi}}\right)^2 + \left(\frac{C_{\alpha}\sigma_y}{\mu_{py}F_{zwi}}\right)^2} \tag{2.4.9}$$

$$\sigma_y = -\frac{\tan(\alpha_i)}{1-\kappa}, \ \sigma_x = \frac{\kappa}{1-\kappa} \tag{2.4.10}$$

$$C_{\kappa} = C_{\kappa m} \left( \frac{F_{zwi}}{F_{zc_{km}}} \right)^{*}$$
(2.4.11)

$$C_{\kappa s} = C_{\kappa} + (C_{\alpha} - C_{\kappa}) \left\{ \sqrt{\sin^2(\alpha_i) + \kappa^2 \cos^2(\alpha_i)} \right\}$$
(2.4.12)  
$$\left\{ C_{k s} = \frac{F_{s a i}}{1 + C_{k} \cos^2(\alpha_i)} \right\}$$

$$\mu_{sx} = \mu_{px} (1 - D_{\mu x} \sqrt{\sin^2(\alpha_i) + \kappa^2 \cos^2(\alpha_i)}) \epsilon_{sx}$$
(2.4.14)  
$$\mu_{sy} = \mu_{py} (1 - D_{\mu y} \sqrt{\sin^2(\alpha_i) + \kappa^2 \cos^2(\alpha_i)}) \epsilon_{sy}$$
(2.4.15)

$$\mu_{px} = \frac{\mu}{\mu_0} \mu_{px0} \left( \frac{F_{zwi}}{F_{zw0}} \right)^{\eta_2 + \eta_{sl} \log \frac{F_{zwi}}{F_{zw0}}}$$
(2.4.16)

$$\mu_{py} = \frac{\mu}{\mu_0} \mu_{py0} \left( \frac{F_{zwi}}{F_{zw0}} \right)^{\eta_{gl} + \eta_{gl} \log \frac{F_{zwi}}{F_{zw0}}}$$
(2.4.17)

$$D_{\mu x} = d_{x1}F_{zwi}^2 + d_{x2}F_{zwi} + d_{x3}$$
(2.4.18)  
$$D_{\mu x} = d_{\mu x}F_{zwi}^2 + d_{\mu x}F_{zwi} + d_{\mu x}$$
(2.4.19)

$$D_{\mu y} = d_{y1}F_{zwi} + d_{y2}F_{zwi} + d_{y3}$$
(2.4.19)

그림 7은  $\alpha$ 에 따른  $F_{yr}$ 의 변화를 보인 것이며, 그림 8은  $\kappa$ 에 따른  $F_{xr}$ 의 변화를 보인 것이다. 5가지 수직하중을 고 려한 결과를 보였으며 타이어의 물리적인 파라미터는 Goodyear 225/60R16을 기준으로 하였다.



그림 7 여러 축하중에서 횡방향 슬립각에 대한 타이어의 횡 방향 힘 관계

Fig. 7 Relation between lateral tire force and tire slip angle for different values of vertical tire load



그림 8 여러 축하중에서 종방향 슬립률에 대한 타이어의 종 방향 힘 관계

Fig. 8 Relation between lateral tire force and tire slip ratio for different values of vertical tire load

#### 2.5 종방향 동역학

차량의 종방향 동역학에서 고려되는 힘에는 공기저항, 종 방향 타이어 힘, 구름저항, 중력 등이 있다. 이들 중 경사각 에 따른 중력의 영향은 (2.2.5)에 고려되었고 종방향 타이어 힘은 (2.4.5)에 고려되었다. 따라서 여기서는 공기저항과 타 이어의 구름저항에 대하여 기술하고자 한다.

#### 2.5.1 공기저항

공기저항에 대한 일반적인 식은 (2.5.1)과 같다[6]. 이 식 을 통해 차량의 전면에 작용하는 공기 저항력이 차량의 속 도의 제곱에 비례함을 알 수 있다.

$${}^{c}F_{xa} = \frac{1}{2}\rho_{a}C_{x}A_{x}\dot{x}_{p}^{2}$$
(2.5.1)

여기서  $ρ_a$ 는 공기의 밀도이며 1기압, 20°C에서 1.204  $kg/m^3$ 의 값을 갖는다. 그리고  $A_x$ 는 차량 전면의 면적으로 승용차의 경우 차량의 전폭과 전고의 곱의 79~84%의 값을 갖는다[8].  $C_x$ 는 차체의 형태에 의해 결정되는 공기저항 계 수(drag coefficient)로 일반적인 승용차량은 0.25~0.35의 값 을 갖는다.

## 2.5.2 휠의 운동방정식 및 타이어의 구름저항

차량의 질량에 작용하는 중력은 현가장치를 거쳐 타이어 와 지면에 작용한다. 도로는 타이어보다 더 강경하므로 모 든 변형은 고무재질의 타이어에서 일어나고 지면과의 접촉 면이 발생한다. 이때 타이어가 회전하면 타이어의 변형되는 위치가 지속적으로 변경되어 감쇄성분에 의해 에너지가 손 실이 일어난다. 따라서 회전하는 방향에 반하는 힘이 발생 하는데 이 힘을 구름저항이라 한다. 타이어의 구름저항은 축하중에 비례하며 (2.5.2)와 같이 쓸 수 있다. 여기서 ζ는 구름저항계수(rolling resistance coefficient)로서 일반적인 승용차량에서 0.015의 값을 갖는다[8].

$$F_{tri} = \zeta F_{zri}, \qquad i = \{1, 2, 3, 4\} \tag{2.5.2}$$

휠의 관성모멘트  $I_{yw}$ 와 타이어에 작용하는 구동토크, 타이어의 종방향 힘 그리고 타이어의 구름저항을 고려하면 (2.5.3)과 같은 휠의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{\omega_{ywi}} = \frac{T_{ywi} - F_{xwi}R_w - F_{tri}}{I_{uw}}, \quad i = \{1, 2, 3, 4\}$$
(2.5.3)

여기서  $R_w$ 는 휠의 반경,  $T_{ywi}$ 는 휠에 가해지는 구동토크,  $F_{xwi}$ 는 타이어의 종방향 힘,  $\omega_{nwi}$ 는 휠의 각속도 이다.

### 2.6 차량의 자세계산

2.1절에서 회전행렬 <sup>e</sup>R을 이용하여 절대좌표계를 기준으 로 하여 차량좌표계의 방위를 표현할 수 있음을 보였다. 여 기서는 차체의 운동방정식 (2.2.14)~(2.2.17)에서 얻은  $\omega_{ze}, \omega_{ye}, \omega_{xe}^{-}$ 를 이용하여 <sup>e</sup>R을 구하는 방법에 대하여 기술한 다. 먼저 (2.6.1)은 차량의 자세를 표현하는 회전행렬 <sup>e</sup>R에 미소시간 *dt*에 대한 회전(infinitesimal rotation)행렬을 반복 적으로 곱함으로써 자세를 갱신해 나가는 식이다.

$${}^{o}_{c}R_{t} = {}^{o}_{c}R_{t-dt} \times R(d\theta_{c})$$

$$(2.6.1)$$

여기서  ${}_{o}^{o}R_{t}$ 는 시간 t에서의 회전행렬이고  $R(d\theta_{c})$ 는 미소 시간 dt동안의 미소회전행렬이다.  $R(d\theta_{c})$ 는 (2.6.2)와 같이 계산하며 교환법칙이 성립한다.

$$R(d\theta_c) = R_Z(d\theta_{zc})R_Y(d\theta_{yc})R_X(d\theta_{xc}) \approx \begin{bmatrix} 1 & -d\theta_{zc} & d\theta_{yc} \\ d\theta_{zc} & 1 & -d\theta_{xc} \\ -d\theta_{yc} & d\theta_{xc} & 1 \end{bmatrix}$$
(2.6.2)

여기서 
$$d\theta_{ze}, d\theta_{ye}, d\theta_{xe}$$
는 다음과 같이 구할 수 있다.

 dθ<sub>zc</sub> = ω<sub>zc</sub>dt,
 dθ<sub>yc</sub> = ω<sub>yc</sub>dt,
 dθ<sub>xc</sub> = ω<sub>xc</sub>dt
 (2.6.3)

 (2.6.3)의
 ω<sub>zc</sub>, ω<sub>yc</sub>, ω<sub>xc</sub> 는 차량좌표계를 기준으로 한 차체

 의 각속도
 성분으로 (2.2.14)~(2.2.17)
 에서 얻은 ω<sub>zc</sub>, ω<sub>yc</sub>, ω<sub>xc</sub>

 를
 시간에 대하여
 적분하여 구할 수 있다. 그리고 (2.6.2)

 R<sub>Z</sub>(dθ<sub>zc</sub>), R<sub>Y</sub>(dθ<sub>yc</sub>), R<sub>X</sub>(dθ<sub>xc</sub>) 는 각각 차체의 <sup>c</sup>z, <sup>c</sup>y, <sup>c</sup>x 축을 기

 준으로
 한 회전행렬이며

 다음
 (2.6.4)~(2.6.6)

 갖다.

$$R_Z(d\theta_{zc}) = \begin{bmatrix} \cos(d\theta_{zc}) - \sin(d\theta_{zc}) & 0\\ \sin(d\theta_{zc}) & \cos(d\theta_{zc}) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.6.4)

$$R_Y(d\theta_{yc}) = \begin{bmatrix} \cos(d\theta_{yc}) & 0 & \sin(d\theta_{yc}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(d\theta_{yc}) & 0 & \cos(d\theta_{yc}) \end{bmatrix}$$
(2.6.5)

$$R_{X}(d\theta_{xc}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(d\theta_{xc}) - \sin(d\theta_{xc})\\ 0 & \sin(d\theta_{xc}) & \cos(d\theta_{xc}) \end{bmatrix}$$
(2.6.6)

#### 2.7 애커만(Ackerman) 조향기구

앞서 2.1절에서 회전행렬을 이용하여 절대좌표계를 기준 으로 일반적인 4륜 자동차는 원 궤적을 그리며 회전주행 할 때의 저항을 줄이기 위하여 내측 륜의 조향각이 외측륜의 조향각 보다 크도록 설계된다. 그 이유는 그림 9의 애커만 (Ackerman) 조향기구로 설명할 수 있다[7]. 애커만 조향기 구는 타이어의 횡방향 슬립을 고려하지 않는 기구모델이므 로 모든 휠의 수직선이 만나는 곳에 회전 중심점  $O_c$ 이 위치 한다. 따라서 4륜 차량은 좌우 차륜간의 거리(tread)에 의해 내측륜이 외측륜보다 더 작은 원 궤적을 그리게 되므로 내 측의 조향각  $\delta_i$ 가 외측의 조향각  $\delta_o$ 보다 커야 한다. 내측륜 과 외측륜의 조향각 차이를 수식적으로 유도하기 위하여 전 륜축의 중심에 가상의 휠을 위치시키고 이 휠의 조향각을  $\delta$ 라고 놓으면 내측륜의 조향각  $\delta_i$ 와 외측륜의 조향각  $\delta_o$ 를 (2.7.1)과 같이 구할 수 있다.

$$\delta_i = \cos^{-1} \left( \frac{R_r - b}{R_i} \right) \quad , \qquad \delta_o = \cos^{-1} \left( \frac{R_r + b}{R_o} \right) \tag{2.7.1}$$



그림 9 애커만 조향기구

Fig. 9 Ackerman steering geometry

여기서 R,은 뒷차축의 중심점이 그리는 원궤적의 반지름 으로 다음과 같으며,

$$R_r = \frac{a_f + a_r}{\tan\left(\delta\right)} \tag{2.7.2}$$

R는 내측륜의 중심이 그리는 원궤적의 반지름으로

$$R_i = \sqrt{(R_r - b)^2 + (a_f + a_r)^2}$$
(2.7.3)

와 같고 외측륜의 중심이 그리는 원궤적의 반지름  $R_o$ 는 다 음과 같다.

$$R_o = \sqrt{(R_r + b)^2 + (a_f + a_r)^2}$$
(2.7.4)

#### 2.8 전차량 3차원 모델 개념도

전차량 모델은 조향각, 휠토크, 지표의 수직변위를 입력으 로 하여 차량의 가속도, 속도, 각속도, 자세 등을 출력한다. 그림 10은 전차량 모델의 개념도이며 16 DOF의 전차량을 구성하는 차체, 독립현가장치, 타이어 모델 간의 상호 입출 력 관계를 표현하였다.



그림 10 전차량 모델의 블록선도 Fig. 10 Block diagram of full vehicle model

## 3. 모델 검증 및 적용 예

수립된 FVM을 이용하여 두 가지 관점에 대한 모의실험 을 수행한다. 첫 번째는 지표의 수직변위를 인가하였을 때 차량의 현가장치의 운동을 보는 것이고 두 번째는 조향각에 정현파를 인가한 후 차량의 횡방향 과도응답을 분석하는 것 이다. FVM의 파라미터는 부록에 수록하였다. FVM의 정당성을 검증하기 위해 그림 11의 1/4 현가장치 모델을 고려한다[10]. 1/4 모델의 스프링 계수와 제동계수는 FVM과 동일하게 설정하였고 두 질량은  $m_1 = m_w$ ,  $m_2 = m_w/4$ 로 설정하였다.



**그림 11** 1/4 현가장치 모델 **Fig. 11** 1/4 suspension model

3.1.1 모의실험 1 : FVM과 1/4 현가장치의 응답 비교

FVM의 모든 차륜의 지표높이  $h_{ri}$ 에 0.1 m를 인가하고 차체의 네 작용점에서의 변위  $h_{ci}$ 를 관찰하였다. 그림 12는 FVM의 응답과 1/4모델의 응답을 비교한 그림으로 두 모델 의 응답이 잘 일치함을 확인할 수 있다. 이 결과를 통해 FVM의 현가장치 모델에 대한 정당성을 알 수 있다.



그립 12 1/4 Car 모델과 FVM 현가장치의 스텝응답 비교 Fig. 12 Step responses of the FVM suspension and 1/4 car model

## 3.1.2 모의실험 2 : 좌측전륜 지표높이에 스텝입력을 인가함에 따른 FVM의 응답

좌측전륜의 지표의 높이  $h_{r1}$ 에만 0.1 m의 변위를 인가한 경우 차체의 네 모서리 변위  $h_{ci}$ 의 응답을 해석한다. 그림 2.11.3의 결과를 보면 모든 응답의 정착시간은 약 1초 정도 로 동일하였지만 정상상태 값은 각 차륜마다 다르게 나타났 다. 먼저, 직접적인 영향을 받은  $h_{cl}$ 는 81%의 정상상태 이득 을 보였으며 간접적인 영향을 받은  $h_{c2}$ , $h_{c3}$ 는 각각 20%, 30%의 이득을 보였다. 특히  $h_{c4}$ 는 오히려 음의부호의 파형 을 보였는데 이것은  $h_{c4}$ 가  $h_{c1}$ 의 반대쪽 모서리에 위치하므 로  $h_{c1}$ 이 높아짐에 따라 더 큰 하중이 실린 결과이다.



그림 13 현가장치 시스템의 스텝응답 Fig. 13 Step response of the suspension model

## 3.1.3 모의실험 3 : 정현차 조향각 입력에 따른 현가 장치모델의 응답

10 m/s의 속도로 주행하는 FVM의 조향각 δ에 0.1sin(2π t) rad의 정현과를 인가하고 그에 따른 현가장치 모델의 응 답을 확인한다. 모의실험 결과를 그림 2.11.4에 보였다. 차량 이 1 Hz주기로 좌우로 쏠림에 따라 좌측의 h<sub>cl</sub>,h<sub>c3</sub>와 우측의 h<sub>c2</sub>,h<sub>c4</sub>가 쌍을 이루며 대칭된 파형을 보임을 알 수 있다.



그림 14 정현파 조향각 입력에 따른 현가장치 모델의 응답 Fig. 14 Responses of the suspension model to a sinusoidal steering input

## 3.2 정현파 조향각 입력에 대한 횡방향 과도응답

횡방향 과도응답 모의실험에서는 정현파입력에 따른 FVM의 요우레이트와 횡방향 가속도를 분석한다. 10 m/s와 20 m/s의 두 가지 속도에 대하여 실험하였으며 결과 파형은 타이어 슬립을 고려하지 않는 차량의 기구학모델(kinematic model: KM)과 비교하였다.

# 3.2.1 모의실험 4: 정현파 조향각 입력에 따른 횡방향 과도응답(주행속도: 10 m/s)

주행속도는 10 m/s로 하고 조향각 δ는 0.1sin(2πt) rad의 정현파로 하여 차량의 횡방향 과도응답을 확인한다. 그림 15의 모의실험 결과를 보면 먼저 요우레이트는 FVM이 KM 에 비해 95%크기를 보였으며 위상은 0.275 rad 지연되었다. 이것은 FVM에서 타이어 슬립이 발생함에 따라 나타나는 현상 중 하나이다. 그리고 횡방향 가속도(<sup>c</sup>y<sub>p</sub>)는 FVM이 KM의 99% 크기에 0.31 rad 만큼 위상이 잎서는 파형을 보 였다. 여기서 위상이 앞서는 이유는 FVM은 횡방향 가속도 성분은 조향각의 크기만이 아니라 조향각속도(δ)에도 영향 을 받기 때문이다.



- **그림 15** 정현파 조향각 입력에 따른 횡방향 과도응답 (주행 속도: 10 m/s)
- Fig. 15 Lateral transient responses to a sinusoidal steering input (vehicle speed: 10 m/s)







input (vehicle speed: 20m/s)

차량의 속도를 20 m/s로 높이고 모의실험 4와 동일한 조 향각을 인가한다. 그림 16은 모의실험 5의 결과이다. 차량의 속도가 모의실험 4에 비해 두 배로 늘어나면서 FVM과 KM 의 편차가 확연히 커졌다. 먼저 요우레이트는 FVM이 KM 의 68% 크기에 0.911 rad의 위상지연을 갖는 파형을 보였 다. 그리고 FVM의 횡방향 가속도 <sup>'</sup>y<sub>p</sub>의 파형은 KM에 비해 44%의 크기를 보였으며 그 형태도 일그러졌다. 이러한 현상 의 원인은 2.4절의 그림 7에서 찾을 수 있다. 그림 7을 보면 타이어 슬립각 α<sub>i</sub>가 증가함에 따라 타이어의 횡방향 힘 F<sub>yri</sub> 과의 선형성은 떨어지고 α<sub>i</sub>가 0.1 rad을 초과하면 F<sub>yri</sub>는 오 히려 감소하기 시작한다. 그러므로 이러한 타이어의 특성이 반영된 FVM은 과격한 주행상황 일수록 KM과 다른 거동을 보이게 되는 것이다. 이를 통해 FVM이 KM과는 달리 차량 의 동적특성을 분석할 수 있는 모델임을 알 수 있다.

## 4. 결 론

본 논문에서는 3차원 상에서 차체의 이동과 회전을 6자유 도, 독립현가장치의 수직방향 이동을 4자유도, 차륜의 회전 과 조향을 6자유도로 고려하여 총 16자유도의 전차량 모델 을 구축하였다. 5개의 강체로 이루어진 다물체 동역학 차량 모델은 효율적인 계산이 가능하면서도 차량의 동적특성 분 석하는데 유용하게 활용될 수 있음을 검증하였다. 앞으로 FVM과 실 차량과의 일치성을 높이고 그 활용성을 넓히기 위하여 실 차량에서 취득한 실험데이터를 이용하여 차량의 파라미터를 식별하고 FVM의 조향부와 구동부에 실험적 모 델을 적용하는 연구를 수행할 예정이다. 또한 현가장치 모 델과 타이어 모델의 비선형성에 대한 연구와 도로의 조건에 따른 점착계수를 고려하기 위한 방법 연구가 수행되어야 하 며 캠버각을 고려한 타이어 모델도 연구되어야 한다. 추후 본 FVM을 기반으로 차량의 운동 분석용 소프트웨어가 개 발되어 관련분야의 연구에 활용될 수 있기를 기대한다.

## 감사의 글

본 연구는 2011년도 충북대학교 학술연구지원사업 의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

#### References

- J. D. Setiawan, M. Safarudin, and A. Singh, "Modeling, simulation and validation of 14 DOF full vehicle model," *Proc. of ICICI*, Prague, Czech Republic, 2009.
- [2] R. S. Sharp, J. R. Goodall, "A Mathmetical Model for the Simulation of Vehicle Motions," *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 3, No. 3, July 1969.
- [3] G. L. Brown and J. C. Hung, "A Mathematical Model for Vehicle Steering Control," Proc. of IECON, Bologna, Italy, 1994.
- [4] A. Pazooki, S. Rakheja, and D. Cao, "Modeling and validation of off-road vehicle ride dynamics," *Journal*

of Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 28, pp. 679–695, 2012.

- [5] S. Sulaiman, et al. 4, "Modeling and Validation of 7-DOF Ride Model for Heavy Vehicle," Proc. of ICAMME, Malaysia Penang, 2012.
- [6] T. D. Gillespie, Fundamentals of Vehicle Dynamics, SAE International, 1992.
- [7] R. Rajamani, Vehicle Dynamics and Control, Springer, 2006.
- [8] J. Y. Wong, *Theory of Ground Vehicles*, WileyInterscience, Third Edition, 2001.
- [9] P. B. Ferdinand, E. R. Johnston Jr., and William E. Clausen, Vector Mechanics for En- gineers Dynamics, Mc-Graw Hill, Seventh Edition, 2007.
- [10] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini, *Feedback control of Dynamic Sys- tems*, Pearson, Forth Edition, 2005.
- [11] M. K. Salaani, "Analytical Tire Forces and Moments Model with Validated Data," SAE, Warrendale, PA 15096–0001.
- [12] M. W. Sayers, "Vehicle Models for RTS Applications," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 32, No. 4–5, 1999. Available: http://www.carsim.com/products/carsim/index.php.
- [13] C. G. Song and B. K. Cho, MSC·ADAMS for Multi -body Dynamic Analysis, Kyobo Book Centre, 2007. Available: http://www.mscsoftware.com/product/adams.
- [14] W. kober, M. Ehmann, and T. Butz, "Model-Based Development of an Integrated Vehicle Dynamics Control," *Automobiltechnische Zeitschrift*, Vol. 109, pp. 920–925, October 2007. Available: http://www. tesis-dynaware.com.
- [15] H. Holzmann, K. M. Hann, J. Webb, and O. Mies, , "Simulation-Based ESC Homologation for Passenger Cars," *Automobiltechnische Zeitschrift*, Vol. 114, pp. 698-702, September 2012. Available : http://www.ipg. de.

## 부 록

## 표 1 모의실험을 위한 차량의 파라미터 Table 1 Vehicle parameters for computer simulation

Parameters	Value	Parameters	Value
$m_g$	1410 kg	$R_w$	0.3509 m
$m_c$	1210 kg	$k_w$	220000 N/m
$m_w$	50 kg	$k_{sf}$	20000 N/m
$I_{xc}$	$711.0 \ kgm^2$	$k_{sr}$	20000 N/m
$I_{yc}$	$2607.0 \ kgm^2$	$d_{sf}$	3000 Ns/m
$I_{zc}$	$2674.4 \ kgm^2$	$d_{sr}$	$3000 \ Ns/m$
$a_f$	1.320 m	$h_c$	0.732 m
$a_r$	1.320 m	b	0.793 m

# 표 2 타이어 파라미터 (P225/60R/16) Table 2 Tire parameters (P255/60R/16)

Para	Goodyear	Para	Goodyear
meters	P225/60R/16	meters	P225/60R/16
$\mu_0$	0.85	$F_{zw0}$	4.607008849e+2
$C_{\kappa m}$	3.840078061e+3	$d_{y1}$	-9.131892344e-8
η	1.256085510479	$d_{y2}$	1.798822501e-4
$F_{zc_{sm}}$	2.385857011e+2	$d_{y3}$	0.327952438694
$C_{\alpha m}$	1.604281826e+4	$\epsilon_{sy}$	1.10
$C_1$	-549866853851	$\mu_{px0}$	1.075904559373
$C_2$	-211626207379	$\eta_{x1}$	0.026628558245
$F_{zc_{\alpha_m}}$	2500	$\eta_{x2}$	-0.02196648837
$d_{x1}$	-1999969731e-9	$\mu_{py0}$	1.192842481344
$d_{x2}$	2.186713890e-4	$\eta_{y1}$	-0.04960551335
<i>d</i> <sub>x3</sub>	0.095162164771	$\eta_{y2}$	-0.14093687309
$\epsilon_{sx}$	1.05		





# 민 경 득 (閔 庚 得)

1981년 5월 7일생. 2007년 충북대 전자공 학과 졸업. 2009년 동 대학원 제어계측공 학과 졸업(석사), 2010년~현재 동 대학원 전자공학과 박사과정.



# 김 영 철 (金 永 喆)

1981년 고려대학교 전기공학과(공학사), 1983년 서울대학교 전기공학과(공학석 사), 1987년 서울대학교 전기공학과(공학 박사), 1988년~현재 충북대학교 전자공학 부 교수. 1992년~1993년 미국 Texas A&M Univ. Post-Doctoral Fellow. 2001년~2002 년 미국 Vanderbilt Univ./Tennessee State Univ. 방문교수. 2004년~2008년 KIEE 제 어계측연구회장, 2006년~2008년 KIEE 정 보 및 제어 부문회 부회장, 2009년~2010 년 KIEE 정보 및 제어 부문회 회장, KIEE 부회장