J. Korean Earth Sci. Soc., v. 35, no. 7, p. 529–536, December 2014
http://dx.doi.org/10.5467/JKESS.2014.35.7.529

ISSN 1225-6692 (printed edition)
ISSN 2287-4518 (electronic edition)

중력 변화율 텐서를 이용한 선형 이상체의 주향과 경사 결정

임형래[1,2] · 정현기[1,2,*]

[1]한국지질자원연구원 탐사개발연구실, 305-350, 대전광역시 유성구 과학로 124
[2]과학기술연합대학원대학교 물리탐사공학과, 305-350, 대전광역시 유성구 과학로 124

Determination of the Strike and the Dip of a Line Source Using Gravity Gradient Tensor

Hyoungrea Rim[1,2] and Hyun-Key Jung[1,2,*]

[1]Development of Exploration Geophysics & Mining Engineering, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources, Daejeon 305-350, Korea
[2]Department of geophysical exploration, University of Science and Technology, Daejeon 305-350, Korea

Abstract: In this paper, the automatic determination algorithm of strike and dip of a line source using gravity gradient on a single profile is proposed. In general, the gravity gradient tensor due to a line source has only two independent components because of its 2-Dimensional (2-D) characteristics. However, if the line source has the strike and dip regarding the observation profile, it comes to have five independent components. The proposed algorithm of the determination both strike and dip is based on the rotational transform that converts full gravity gradient tensor to reduced 2-D gravity gradient tensor. The least-square method is applied in order to find optimum rotational angles that make one of the row components minimalized simultaneously. The two synthetic cases of a line source are represented; one has strike only and the other has both strike and dip. This study finds that the automatic determination method using gravity gradient tensor can find directions of a line source in each case.

Keywords: gravity gradient tensor, line source, strike, dip, least square method

요 약: 이 논문에서는 한 개의 측선에서 측정된 중력 변화율 텐서를 이용하여 선형 이상체의 주향과 경사를 자동 결정하는 알고리즘을 제시한다. 선형 이상체의 중력 변화율은 측선에 수직으로 배열되어 있는 경우 이차원 효과를 보이므로, 이론적으로 두 개의 독립 성분을 제외하고는 값을 갖지 아니한다. 반면 주향과 경사를 가지는 선형 이상체는 5개의 독립 성분을 가지게 된다. 이와 같은 선형 이상체가 가지는 중력 변화율 텐서의 이차원 특성을 활용하여 5개의 독립 성분 중 3개가 동시에 최소 값이 되도록 하는 회전변환의 변환각은 곧바로 선형 이상체의 주향과 경사를 의미한다. 이 논문에서는 최소자승법을 이용하여 5개의 중력 변화율 성분 중 3개를 최소로 하는 변환 행렬 각을 구하였고 이를 이용하여 선형 이상체의 주향과 경사를 자동 결정할 수 있음을 보였다. 이 논문에서는 모델 계산을 통하여 주향만 있는 경우와 주향과 경사 모두를 가지는 경우에 대하여 각각의 방향각들을 자동 결정할 수 있음을 보였다.

주요어: 중력 변화율 텐서, 선형 이상체, 주향, 경사, 최소자승법

서 론

중력 탐사는 보통 스프링을 기반으로 하는 상대 중력계를 이용한다(Butler, 1984). 따라서 중력의 수직 성분만을 측정하므로 중력 탐사만으로 얻어지는 정보의 양이 제한된다. 이를 극복하기 위하여 최근에는 벡터 중력을 도입하려는 경향이 있지만(Krahenbuhl et al., 2014), 벡터 중력계는 아직 상용화 단계가 아

*Corresponding author: hkjung@kigam.re.kr
Tel: +82-42-868-3180
Fax: +82-42-868-3411

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

니므로 현장에 적용하기 위해서는 많은 시간이 필요하다(Rim and Li, 2013). 반면 중력 변화율 텐서의 측정은 여러 개의 가속도계를 복합적으로 이용하는 중력 변화율 측정 시스템이 개발되어 활발히 이용되고 있다(Dransfield, 2010; Lee, 2001). 중력 변화율 텐서는 기본적으로 서로 독립인 5개의 성분이 존재하므로 중력이나 벡터 중력에 비해 정보의 양이 비약적으로 증가하므로 이를 응용하려는 다양한 연구들이 수행되고 있다(Zhdanov et al., 2004; Beike, 2010; Beike and Pedersen, 2010; Rim and Li, 2012; Martinez et al., 2013; Braga et al., 2014).

포텐셜에 적용하는 변화율 텐서는 내재적으로 독립된 성분들의 조합으로부터 이상체의 위치를 가리키는 방향성을 가지고 있다(Rim, 2011; Schmidt and Clark, 2006). 이번 연구에는 이 방향성을 기초로 한 개의 측선에서 중력 변화율 텐서가 측정되었다고 가정한 후, 이들 성분의 조합을 통하여 선형 이상체의 주향과 경사를 결정하는 방법에 대해서 연구하였다. 선형 이상체는 이차원이므로 중력 변화율 텐서 성분도 단 두 개만 존재한다. 반면 관측 측선에서 봤을 때 선형 이상체가 주향과 경사를 가진다면 이에 따른 중력 변화율 텐서는 다섯 개의 독립 성분을 가진다. 그러나 이들 두 텐서의 관계는 주향과 경사로 만들어지는 회전변환을 수행하면 정확히 일치해야 한다. 즉 주향과 경사를 갖는 선형 이상체로부터 발생한 5개 성분의 중력 변화율 텐서를 이차원의 성질을 갖도록 3개의 성분이 0에 수렴하는 회전변환 행렬을 찾을 수 있다면 이는 곧 주향과 경사를 결정할 수 있음을 의미한다. 이 논문에서는 이러한 회전변환을 이용하여 이차원 이상체의 중력 변화율 텐서의 이차원 성질을 만족하도록 하는 주향과 경사를 동시에 결정하는 방법론에 대하여 기술하였다. 인공적인 공동의 경우 경사가 매우 작으므로 주향만을 고려해도 충분한 경우(Ellis and Peden, 1995)를 대비하여 주향만 갖는 선형 이상체의 경우와 폐갱도와 같이 주향과 경사를 모두 고려할 필요가 있는 경우에 대하여 각각 주향과 경사를 결정하는 알고리즘을 제시하였다. 미확인 지하 인공 폐갱도나 제주도 자연 용암동굴 등에 대한 중력탐사(Kwon et al., 2000)에 있어 본 연구는 적용될 수 있고, 지형이 평탄하지 않을 경우에는 정밀지형보정(Lee and Rim, 2010)이 필요할 것이다.

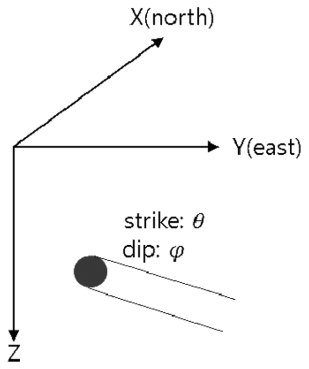

Fig. 1. Schematic plot of a line source with strike and dip. The Cartesian coordinate system has x direction to north, y direction to east, and downward positive. Dip is defined by the angle between x-y plane to a line source and strike is defined by the angle between x axis and projected a line source to the x-y plane in counter clockwise.

선형 이상체의 중력 변화율 텐서 유도

Fig. 1과 같이 한쪽 방향으로 무한한 중력 포텐셜 $U(\mathbf{r})$은 식 (1)과 같이 정의 된다(Blakely, 1996).

$$U(\mathbf{r})=2\gamma\lambda\log r \tag{1}$$

여기서 γ는 중력 상수, λ는 선형 이상체의 단위 길이당 밀도, r은 측정점과 선형 이상체 사이의 최단거리이다.

주향과 경사가 모두 0인 경우를 기준으로 주향 θ와 경사 φ을 가지는 선형 이상체는 두 번의 회전변환을 통하여 서로 변환될 수 있다.

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\mathbf{R}_\theta^T\mathbf{R}_\varphi^T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ -\cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \tag{2}$$

여기서 (x, y, z) 좌표계는 기준이 되는 주향과 경사가 모두 0인 좌표계이고, (x', y', z') 좌표계는 주향 θ와 경사 φ에 의해 정의된 좌표계이다. 이 두 좌표계를 연결하는 회전변환은 식 (3) 같이 정의된다.

$$\mathbf{R}_\theta=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\ \mathbf{R}_\varphi=\begin{pmatrix}\cos\varphi & 0 & -\sin\varphi\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi\end{pmatrix} \tag{3}$$

식 (1)에서 주어진 선형 이상체에 의한 포텐셜을 미분하면 식(4)와 같이 중력장이 주어진다.

$$\mathbf{g} = -\nabla U(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{pmatrix} = \frac{-2\gamma\lambda}{r^2}\begin{pmatrix} -\sin\theta y' - \cos\theta\sin\varphi z' \\ \cos\theta y' - \sin\theta\sin\varphi z' \\ \cos\varphi z' \end{pmatrix} \tag{4}$$

식 (4)에서 유도된 중력장을 다시 미분하면 식 (5)와 같이 주향 θ와 경사 φ를 갖는 선형 이상체의 중력 변화율 텐서 성분을 계산할 수 있다.

$$T_{xx} = -2\gamma\lambda\frac{1}{r^4}\{(\sin^2\theta + \cos^2\theta\sin^2\varphi)(y'^2 + z'^2) - 2(\sin\theta y' - \cos\theta\sin\varphi z')^2\}$$

$$T_{yy} = -2\gamma\lambda\frac{1}{r^4}\{(\cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2\varphi)(y'^2 + z'^2) - 2(\cos\theta y' - \sin\theta\sin\varphi z')^2\}$$

$$T_{zz} = -2\gamma\lambda\frac{1}{r^4}\{\cos^2\varphi(y'^2 - z'^2)\}$$

$$T_{xy} = -2\gamma\lambda\frac{1}{r^4}\{-\sin\theta\cos\theta\cos^2\varphi(y'^2 + z'^2) - 2(\cos\theta y' - \sin\theta\sin\varphi z')(-\sin\theta y' - \cos\theta\sin\varphi z')\}$$

$$T_{xz} = -2\gamma\lambda\frac{-\cos\varphi}{r^4}\{\cos\theta\sin\varphi(y'^2 + z'^2) + 2(-\sin\theta y' - \cos\theta\sin\varphi z')z'\}$$

$$T_{yz} = -2\gamma\lambda\frac{-\cos\varphi}{r^4}\{\sin\theta\sin\varphi(y'^2 + z'^2) + 2(\cos\theta y' - \sin\theta\sin\varphi z')z'\} \tag{5}$$

선형 이상체의 중력 변화율 텐서를 이용한 주향과 경사 결정

중력 변화율 텐서를 이용하여 선형 이상체의 주향과 경사를 결정하는 방법을 주향만 가지는 경우와 주향과 경사를 모두 가지는 경우를 나누어서 기술한다.

Case 1: 주향만 갖는 경우

주향과 경사가 모두 없고 x축에 평행한 기준이 되는 선형 이상체에 의한 중력 변화율 텐서 Γ는 식 (6) 같이 주어진다.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{yy} & T_{yz} \\ 0 & T_{yz} & T_{zz} \end{pmatrix} \tag{6}$$

식 (6)에서 보듯이 이차원 이상체의 중력 변화율 텐서는 단 두 개의 독립 성분만을 가진다.

주향만 갖는 선형 이상체의 중력 변화율 텐서 Γ'는 식 (5)에서 경사 φ를 0으로 바꿔 주면 계산할 수 있다. 이를 다시 식(8)의 각 성분들 관계를 이용하여 정리하면 식 (7)과 같다(Pedersen and Rasmussen, 1990).

$$\Gamma' = \begin{pmatrix} \Gamma_s + \cos2\theta\Gamma_d + \sin2\theta T_{xy} & -\sin2\theta\Gamma_d + \cos2\theta T_{xy} & \cos\theta T_{xz} + \sin\theta\Gamma_{yz} \\ -\sin2\theta\Gamma_d + \cos2\theta T_{xy} & \Gamma_s - \cos2\theta\Gamma_d - \sin2\theta T_{xy} & -\sin\theta\Gamma_{xz} + \cos\theta T_{yz} \\ \cos\theta\Gamma_{xz} + \sin\theta T_{yz} & -\sin\theta\Gamma_{xz} + \cos\theta T_{yz} & T_{zz} \end{pmatrix} \tag{7}$$

여기서 Γ_s와 Γ_d는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\Gamma_s = \frac{1}{2}(T_{xx} + T_{yy}), \quad \Gamma_d = \frac{1}{2}(T_{xx} - T_{yy}) \tag{8}$$

만약 적당한 주향 θ를 이용하여 Γ'를 회전변환하면 첫번째 열이나 행은 0이 되는 성질을 가지고 있다. 이 성질을 이용하여 최소자승법을 적용하면 식 (9)와 같다(Pedersen and Rasmussen, 1990).

$$\frac{\partial Q}{\partial\theta} = \frac{\partial}{\partial\theta}[(\Gamma'_{xx})^2 + (\Gamma'_{xy})^2 + (\Gamma'_{xz})^2] \tag{9}$$

따라서 식 (9)의 최소자승법 관계식에서 최소값을

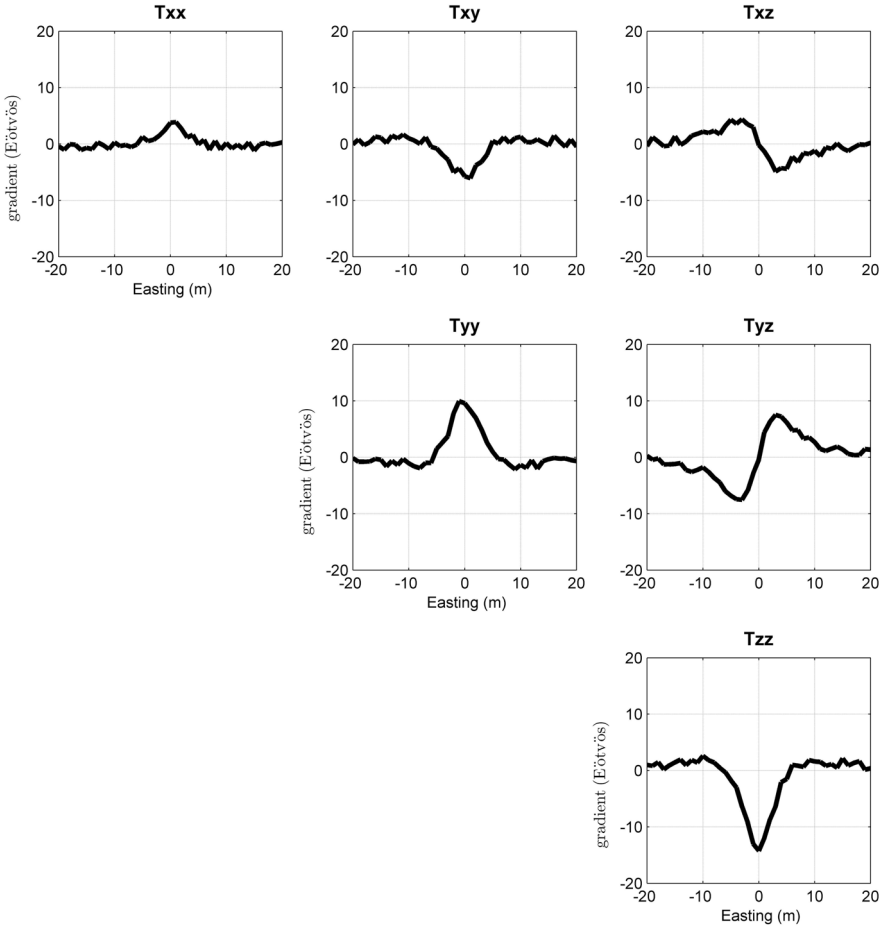

Fig. 2. Gravity gradient tensor due to a line source with the strike 30 degree only. A line source locates 5 m below observation profile and its density contrast is 1 g cm^{-3}. All gravity gradient components have meaningful magnitude because the line source has strike. All components are contaminated by 1 Etvs white noise.

갖는 해를 구하면 그 값은 Γ'로부터 얻어지는 주향 θ_s가 된다. 이를 정리하면 식 (10)과 같다(Pedersen and Rasmussen, 1990).

$$\theta_s = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(2\frac{-T_{zz}T_{xy}+T_{xz}T_{yz}}{T_{xx}^2-T_{yy}^2+T_{xz}^2-T_{yz}^2}\right) \tag{10}$$

결론적으로 주향만 갖는 선형 이상체의 주향 결정은 식 (10)과 같이 중력 변화율 텐서 Γ'의 성분들의 조합으로 계산될 수 있다. 이를 수치 모형으로 실험해 보면 먼저 주향만 30°를 가지는 선형 이상체의 중력 변화율 텐서는 Fig. 2와 같이 계산된다. 이 모델은 선형 이상체의 밀도 1 g cm^{-3}를 가지고 관측 측선으로부터 5 m 하부에 위치하고 있다고 가정하였다. 각 성분들은 동일하게 1 Etvs의 백색 잡음을 섞어서 모사하였다. Fig. 2에서 한 개의 측선에서 관측된 중력 변화율 텐서 성분을 이용하여 식 (10)의 관계식을 적용하여 주향을 95% 신뢰도로 추정하면 29.7°±5.1° 였고, 이는 잡음이 포함되었음을 감안하면 실제값 30°와 근사한 값으로 계산되었다. 이렇게 구해진 주향을 이용하여 회전변환을 수행하면 Fig. 3과 같은 회전변환된 중력 변화율 텐서를 얻을 수 있다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이 변환된 중력 변화율 텐서는 이차원 이상체의 가장 큰 특징인 첫번째 열이 거의 0에 수렴하고, 독립 성분은 두 개가 존재함을 알 수 있다.

Case 2: 주향과 경사 모두 갖는 경우

주향과 경사를 모두 갖는 선형 이상체의 경우는 중력 변화율 텐서가 식 (5)와 같이 두 개의 변수를

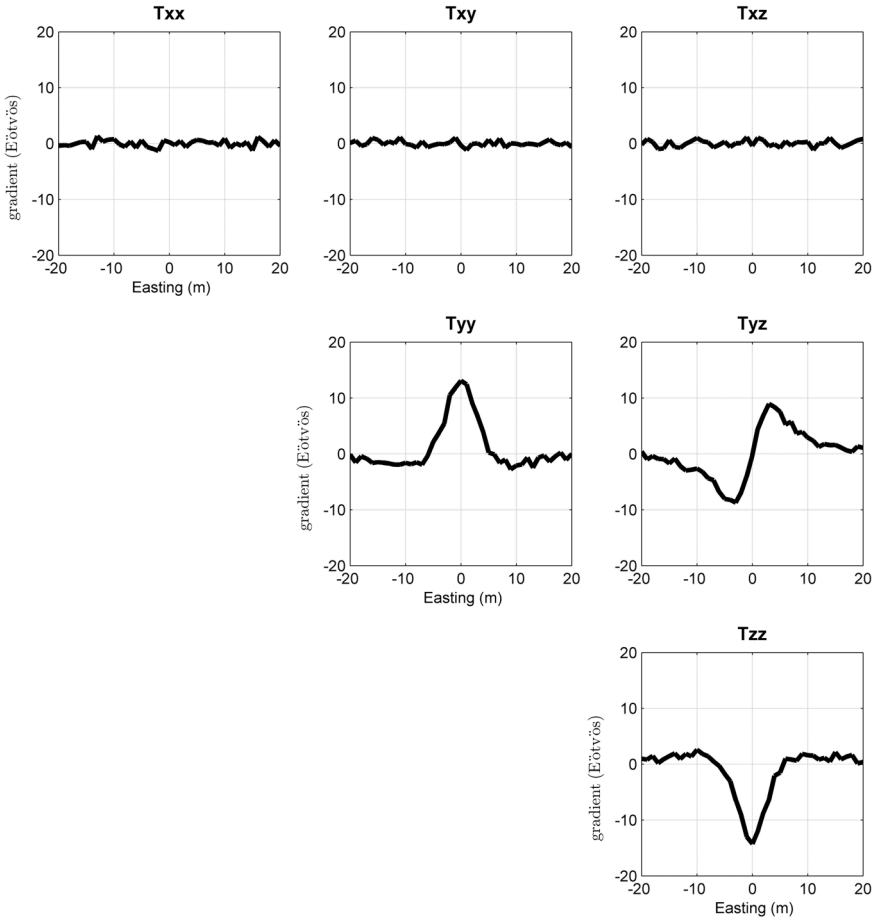

Fig. 3. Gravity gradient tensor after rotating back to parallel observation profile with estimated strike angle 29.7 degree. First row components converge to zero because of 2D characteristics of line source.

포함하고 있어서 식 (10) 같은 간단한 수식으로 정리할 수 없다. 따라서 식 (11)과 같이 중력 변화율 텐서의 첫 번째 열의 제곱의 합이 0에 수렴하도록 두 개의 미지수, 즉 주향과 경사를 동시에 미분하는 이차원 최소자승법을 적용하여야 한다.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial\varphi\partial\theta}=\frac{\partial^2}{\partial\varphi\partial\theta}[(\Gamma'_{xx})^2+(\Gamma'_{xy})^2+(\Gamma'_{xz})^2] \qquad (11)$$

Fig. 4는 주향 30°, 경사 60°를 갖는 선형 이상체에 의한 중력 변화율 텐서를 보여준다. 이전 모델과 같이 밀도는 1 g cm^{-3}를 갖고 관측 측선으로부터 5 m 하부에 존재하며 1 Etvs의 백색 잡음을 가정하였다. 이렇게 주어진 중력 변화율 텐서의 첫 번째 열 성분들을 이용한 식 (11)에서 정의한 최소 자승법을 적용하면 성분들의 제곱의 합이 최소가 되는 주향과 경사를 Fig. 5와 같이 구할 수 있다. Fig. 5에서 최소자승법으로부터 계산된 각 성분들이 제곱의 합이 최소값을 갖도록 만드는 주향과 경사를 95% 신뢰도로 추정하면 각각 29.8°±4.8°와 60.3°±5.5°로써 실제 값과 근사한 값을 얻을 수 있었다. 이들 주향과 경사를 이용하여 중력 변화율 텐서에 회전변환을 적용하면 Fig. 6과 같은 회전변환된 중력 변화율 텐서가 계산된다. Fig. 6에서 보듯이 첫번째 열의 성분값들은 모두 0에 수렴함을 알 수 있고 독립 성분은 두 개가 존재함을 보여준다.

토의 및 결론

이 논문에서는 한 개의 측선에서 얻어진 선형 이상체에 의한 중력 변화율 텐서를 이용하여 선형 이

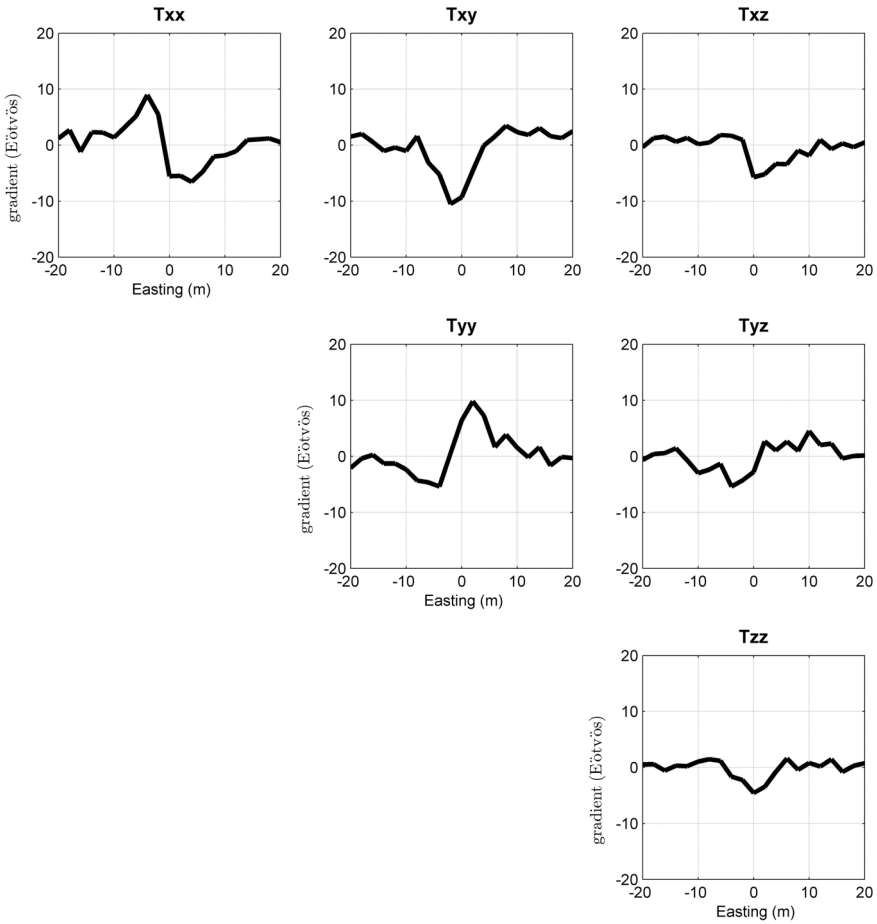

Fig. 4. Gravity gradient response of a line source with strike 30 degree and dip 60 degree. A line source locates 5 m below observation points and its density contrast is 1 g cm^{-3}. All components are contaminated by 1 Etvs white noise.

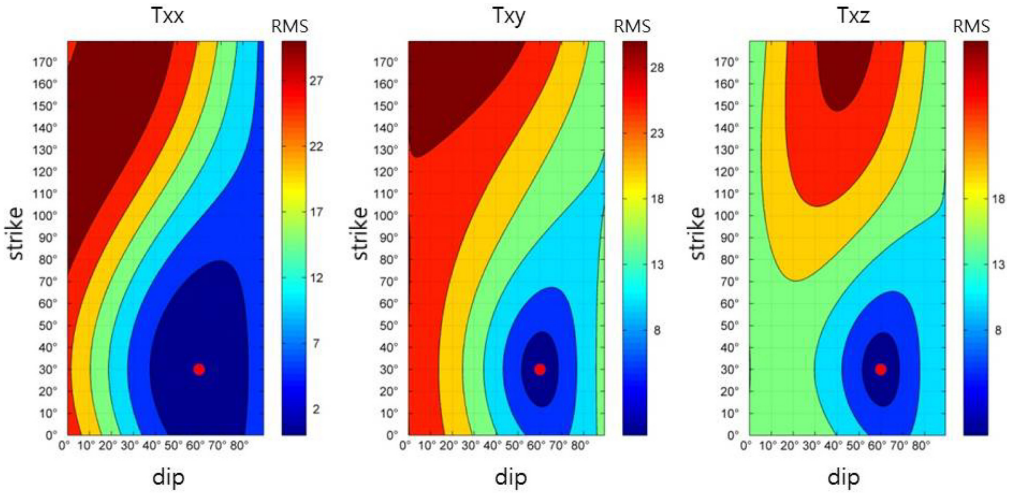

Fig. 5. In order to find the strike and dip, all angle space are searched for minimum RMS of Txx, Txy, and Txz components by means of least-square method. Red dots represent the estimated strike and dip with 29.8 degree and 60.3 degree, respectively.

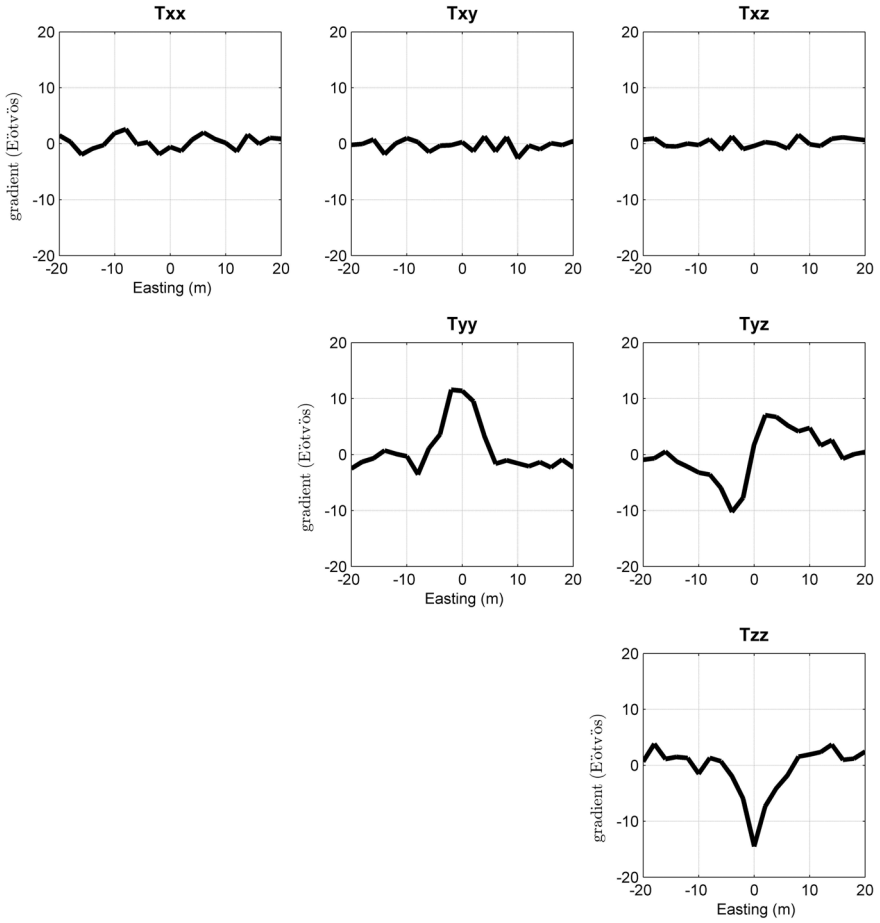

Fig. 6. Rotated gravity gradient tensor using estimated strike and dip obtained by Fig. 5.

상체의 주향과 경사를 결정할 수 있음을 보였다. 먼저 주향만을 갖는 선형 이상체의 경우 주향 각만큼 회전변환을 수행한 후의 중력 변화율 텐서에서 첫번째 열이 0으로 수렴한다는 이차원 이상체의 중력 변화율 텐서의 특징을 이용하면 해석적인 주향 값을 계산할 수 있었다. 이는 변수가 한 개이므로 단순한 최소자승법의 최소가 되는 해를 계산함으로써 주향을 결정할 수 있었다. 반면 주향과 경사를 모두 갖는 선형 이상체의 경우 두 개의 변수에 대한 최소자승법을 적용해야 하기 때문에 간단한 해석 해는 존재하지 않지만 수치 해석적으로 최소자승법을 적용해야 한다. 그리고 회전변환된 중력 변화율 텐서의 첫번째 열의 제곱의 합이 최소값을 갖도록 최소자승법의 해를 구하면 주향과 경사를 동시에 계산할 수 있었다. 실제적 예로써 지하철 터널과 같은 대부분의 인공적인 공동인 경우 경사가 매우 미미하기 때문에 주향만 갖는 경우로 가정하고 주향을 결정하는 방법을 적용하면 한 개의 측선에서 얻어진 중력 변화율 텐서로부터 선형 이상체의 방향을 결정할 수 있다. 반면 문헌에 제대로 기록되지 않은 사갱이나 수갱과 같은 선형 이상체의 경우 평탄하지 않기 때문에 주향만 가지고 있다고 가정해서는 올바른 위치를 결정할 수 없고 반드시 경사까지 고려해야 한다. 이 논문에서 제시한 알고리즘을 통하여 주향 및 경사가 동시에 존재하는 선형 이상체도 회전변환된 중력 변화율 텐서에 이차원 최소자승법을 적용하여 주향과 경사를 동시에 결정할 수 있음을 보였다. 특히, 한 개의 측선에서 관측한 중력 변화율 텐서만으로도 주향과 경사를 결정할 수 있으므로 복잡한 지형에서도 최소한의 현장 작업으로도 지하 선형 이상체의 전개 방향을 파악할 수 있을 것이다. 앞으로 일단 주향과 경사가 결정된 이후 선형 이상체가 관측 측선으로부

터 어디에 위치하는가를 밝히는 후속 연구가 필요하다.

사 사

이 논문은 한국지질자원연구원의 산업통산자원부 출연 사업인 “지구물리이상도 작성 연구”의 지원으로 수행된 결과입니다.

References

Beike, M., 2010, Analytic signals of gravity gradient tensor and their application to estimate source location. Geophysics, 75, I59-I74.

Beike, M. and Pedersen, L.B., 2010, Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies. Geophysics, 75, I37-I49.

Blakely, R.J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge university press, Cambridge, UK, 441 p.

Braga, M.A., Endo, I., Galbiatti, H.F., and Carlos, D.U., 2014, 3D full tensor gradiometry and falcon systems data analysis for iron ore exploration: Bau Mine, Quadrilatero Ferrifero, Minas Geralis, Brazil. Geophysics, 79, B213-B220.

Butler, D.K., 1984, Microgravimetric and gravity gradient techniques for detection of subsurface cavities. Geophysics, 49, 1084-1096.

Dransfield, M.H., 2010, Conforming Falcon gravity and the global gravity anomaly. Geophysical Prospecting, 58, 469-483.

Ellis, G. and Peden, I., 1995, An analysis technique for buried inhomogeneous dielectric objects in the presence of an air-earth interface. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 33, 535-540.

Krahenbuhl, R.A., Rim, H., Reitz, A., and Li., Y., 2014, Improved recovery of fluid movement through time-lapse borehole vector gravity. Society of Exploration Expended Abstract, 33, 1348-1353.

Kwon, B.D., Lee, H., Lee, G.H., Rim, H., and Oh, S., 2000, Effective geophysical methods in detecting subsurface caves: On the case of Manjang cave, Cheju Island. Journal of the Korean Earth Science Society, 21, 408-422. (in Korean)

Lee, H. and Rim, H., 2010, Precise gravity terrain correction of gravity exploration for small anomalous bodies. Journal of the Korean Earth Science Society, 31, 1-7. (in Korean)

Lee, J.B., 2001, Falcon gravity gradiometer technology. Exploration Geophysics, 32, 247-250.

Martinez, C., Li, Y., Krahenbuhl, R., and Braga, M.A., 2013, 3D inversion of airborne gravity gradiometry data in mineral exploration: A case study in the Quadrilatero Ferrifero, Brazil. Geophysics, 78, B1-B11.

Pedersen L.B. and Rasmussen, T.M., 1990, The gradient tensor of potential field anomalies: Some implications on data collection and data processing of maps. Geophysics, 55, 1588-1566.

Rim, H., 2011, Detection of a magnetic dipole by means of magnetic gradient tensor. Journal of the Korean Earth Science Society, 32, 595-601. (in Korean)

Rim, H. and Li, Y., 2012, Single-hole imaging using borehole gravity gradiometry. Geophysics, 77, G67-G76.

Rim, H. and Li, Y., 2013, Borehole vector gravity: A numerical study. Society of Exploration Expended Abstract, 32, 255-259.

Schmidt, P.W. and Clark, D.A., 2006, The magnetic gradient tensor: Its properties and uses in source characterization. The Leading Edge, 25, 75-78.

Zhdanov, M.S., Ellis, R., and Mukherjee, S., 2004, Three-dimensional regularized focusing inversion of gravity gradient tensor component data. Geophysics, 69, 925-937.

Manuscript received: October 30, 2014
Revised manuscript received: November 8, 2014
Manuscript accepted: November 10, 2014