

Extended Constant Conditional Correlation (ECCC) Model for Multivariate GARCH Time Series: an Illustration

Seung Yeon Lee^a · S. Y. Hwang^{a,1}

Department of Statistics, Sookmyung Women's University

(Received December 05, 2014; Revised December 10, 2014; Accepted December 10, 2014)

Abstract

Constant conditional correlation (CCC) is frequently employed for parsimony in the field of multivariate GARCH time series. An extended-CCC (ECCC) model is further developed in order to allow interactions between multivariate volatilities. The paper introduces both CCC model and ECCC model to the domestic financial time series. The CCC and ECCC models are fitted and then compared with each other through various multivariate time series.

Keywords: Constant conditional correlation (CCC), extended-CCC (ECCC), interactions.

1. 배경 설명

금융시계열은 다른 시계열과는 차별적으로 변동성 집중(volatility clustering), 비대칭성 그리고 급침(leptokurtic)분포를 따른다는 성질을 갖는다. 금융시계열의 이와 같은 특징을 설명하기 위해 Bollerslev (1986)는 GARCH(p, q) 모형을 제안하였다. 시계열 $\{\epsilon_t\}$ 가 다음 식을 따를 때 GARCH(p, q) 모형이라 정의한다.

$$\epsilon_t = \sqrt{h_t}e_t, \quad h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \quad (\alpha > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0).$$

여기서 $\{\epsilon_t\}$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 i.i.d. 확률변수이다. 본 논문에서는 가장 간단하면서도 널리 이용되는 GARCH(1,1)을 주로 이용하고자 한다. GARCH(1,1) 모형식은 다음과 같다.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}.$$

GARCH(1,1) 모형에서는 오차항 ϵ_{t-1} 의 부호에 관계없이 동일한 h_t 을 갖는다.

Bollerslev 등 (1988)에 의해 제시되었던 EWMA, BEKK와 같은 다변량 GARCH 모형에서는 추정해야 할 모수가 많다는 어려움이 발생한다. 이러한 어려움을 해결하기 위해 Bollerslev (1990)은 추정해야 할 모수의 개수가 적으며 모형이 단순화된 CCC(Constant Conditional Correlation)-GARCH모형

¹Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Sookmyung Women's University, Yongsan-Gu, Seoul 142-742, Korea. E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr

을 제안하였다. CCC-GARCH 모형은 조건부 상관계수가 일정하고 공분산 계수가 시점에 상관없이 일정한 모형으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} H_t &= D_t R D_t = (\rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}}), \\ D_t &= \text{diag}(h_{1t}^{1/2} \dots h_{Nt}^{1/2}), \\ R &= (\rho_{ij}), i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned}$$

여기서 N 은 다변량 시계열의 차원이며, $h_{ii,t}$ 는 t 시점에서 자산 I 에 대한 조건부 분산이며, $R = (\rho_{ij})$ 는 $\rho_{ii} = 1$ 이 성립하는 대칭인 양정치 행렬을 의미한다. CCC-GARCH 모형은 벡터형 GARCH(p, q)로 나타낼 수 있다. 즉,

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}. \quad (1.1)$$

여기서 $\epsilon_t^2 = (\epsilon_{1,t}^2, \dots, \epsilon_{N,t}^2)^T : (N \times 1)$ 이며, α_0 는 $(N \times 1)$ 벡터, α_i 와 β_j 는 $(N \times N)$ 행렬이며, h_t 는 $h_{ii,t}$ ($i = 1, 2, \dots, N$)를 모아놓은 $(N \times 1)$ 벡터이다. CCC-GARCH 모형에 대한 더 자세한 내용은 Tsay (2005, Ch. 10)과 최성미 등 (2009)를 참고하기 바란다.

2. Extended CCC-GARCH 모형

기존의 CCC-GARCH 모형의 벡터형 표현식 (1.1)은 α_i 와 β_j 가 대각행렬이라는 특징을 갖지만, ECCC-GARCH 모형에서는 α_i 와 β_j 의 비대각 원소를 통해 N 개 변동성의 상호작용(interaction)을 모형화 할 수 있다. 따라서 ECCC-GARCH 모형을 이용하면 조건부 상관관계 뿐 만 아니라 변동성간의 상호작용을 함께 고려할 수 있다는 장점을 갖는다. ECCC 모형의 자세한 내용은 Nakatani (2010)을 참고하기 바란다.

ECCC-GARCH 모형을 적용시키려면 시계열 자료가 정상성을 만족하는지 확인하여야 한다. 본 논문에서는 $p = q = 1$ 인 모형만을 설명하기로 한다. 간단한 모형인 ECCC-GARCH(1,1)의 강(strictly)정상성의 충분조건은 Jeantheau (1998)가 정상 에러(normal error)를 이용하여 설명하였다. 확률과정행렬(stochastic matrices) $\{C_t\}$ 가 i.i.d. 행렬로서 다음과 같이 정의된다.

$$C_t = \alpha_1 z_t^2 + \beta_1. \quad (2.1)$$

여기서 $z_t = \text{diag}(z_{1,t}, \dots, z_{N,t})$ 는 $N \times N$ 행렬이며 ECCC-GARCH(1,1)에서 강정상성은

$$\lambda(\Gamma_C) < 1. \quad (2.2)$$

일 경우 성립한다. $\Gamma_C = E[C_t]$ 라 정의하며, $\lambda(\Gamma)$ 는 Γ 의 큰 고유값(eigenvalue)의 절댓값 즉, Γ 의 스펙트럼 반경(spectral radius)이다.

ECCC-GARCH(1,1)에서 N 개 변동성간의 상호작용이 존재한다는 검정을 LM test를 통해 실시할 수 있으며 이때의 가설은 다음과 같다 ($p = q = 1$).

$$\begin{aligned} H_0 &: \text{식 (1.1)에서 } \alpha_1 \text{과 } \beta_1 \text{은 대각행렬을 갖는다.} \\ H_1 &: \alpha_1 \text{ 뿐 만 아니라 } \beta_1 \text{ 혹은 둘 다 대각행렬이 아니다.} \end{aligned}$$

즉, 귀무가설은 CCC-GARCH(1,1)을 따른다는 내용이며, 대립가설은 ECCC-GARCH(1,1)을 따른다는 내용이다. 조건부 정규분포를 가정하고 얻은 스코어(로그우도의 일차미분)를 $S(\theta)$ 라 할 때 근사적으로 다음이 성립한다. 여기서 자료의 수는 T 이다.

$$\sqrt{T} \cdot S(\theta) \rightarrow N_{N(N-1)}(0, J(\theta)). \tag{2.3}$$

여기서 $J(\theta) = T \times Var(S(\theta))$ 으로 정보행렬(information matrix)이다. 이를 통해 구해진 LM 검정통계량 LM_{ECCC} 는 다음과 같다.

$$LM_{ECCC} = TS^T(\tilde{\theta})J^{-1}(\tilde{\theta})S(\tilde{\theta}). \tag{2.4}$$

여기서 $\tilde{\theta}$ 는 θ 의 최대우도추정량이다. LM_{ECCC} 에 대한 자세한 설명은 Nakatani (2010)을 참고하기 바란다.

3. Value at Risk (VaR)

금융시장에는 이자율, 환율, 주가 등에 대해 불확실성이 항상 존재한다. 위험(risk)이란 이러한 불확실성에 노출되는 것을 의미한다. 많은 위험 측정치가 존재하지만 통계적 위험 측정치로 변동성과 VaR 이 있다. VaR 개념은 다른 위험관리 분야에서도 많이 이용하고 있는 방법으로, 이해하기 쉽고 명확하기 때문에 금융시장에서의 위험관리 뿐 아니라 계량경제 분야에서도 널리 쓰이는 방법이다. 본 논문에서는 CCC, ECCC-GARCH 모형을 비교하는 척도로 VaR을 사용한다. 아래의 설명은 황선영 등 (2009), 최성미 등 (2009)와 윤평식과 김철중 (2010)을 참고해 작성하였다.

VaR은 ‘정상적인 시장(normal market)에서 주어진 신뢰수준 (confidence level)으로 목표기간 동안에 발생할 수 있는 최대 손실금액’으로 정의한다. 예를 들어 어떤 포트폴리오의 신뢰수준이 95%이고 1일 VaR이 100만원이라 하면, 이 포트폴리오는 정상적인 시장에서 향후 1일 동안 100만원 넘게 손실을 볼 확률이 5%라는 것을 의미한다. n 개의 포지션으로 구성되는 포트폴리오가 있다고 가정 할 때, t 시점에서의 포트폴리오 가치는 다음과 같다.

$$V_t = \sum_{j=1}^t V_{j,t} \Phi_j(F_{1,t}, F_{2,t}, \dots, F_{k,t}).$$

여기서 $V_{j,t}$ 는 t 시점에서 j 번째 자산의 투자단위이고, $F_{1,t}, F_{2,t}, \dots, F_{k,t}$ 는 자산 $V_{j,t}$ 의 가치변동에 영향을 주는 k 개의 위험요인, Φ_j 는 j 번째 자산 한 단위의 시장가치를 평가하는 함수이다. 확률적으로 VaR을 생각해보면 다음과 같다. L 기간 동안의 포트폴리오의 가치변동을 $\nabla V(L)$ 이라 하면 VaR는 다음 식을 통해 정의된다.

$$Pr[\nabla V(L) > -VaR] = 1 - \alpha. \tag{3.1}$$

즉, 신뢰수준 $100 \times (1 - \alpha)$ 에서 포트폴리오의 가치변동이 -VaR보다 클 확률은 $1 - \alpha$ 이다. 목표기간 동안의 포트폴리오 수익률이 표준정규분포를 따른다고 가정하면 목표기간 동안 신뢰수준 $100 \times (1 - \alpha)\%$ VaR은 다음과 같다.

$$VaR = -z_\alpha V_0 \sigma \text{ (여기서, } z_\alpha : \text{표준정규분포의 } 100 \times (1 - \alpha)\% \text{ 이다).}$$

F_t 를 시점 t 에서의 정보집합이라 할 때 수익률 r_{t+1} 의 조건부 예측치 $r_{t+1}|F_t$ 에 대한 조건부 정규분포 가정 $r_{t+1}|F_t \sim N(\hat{r}_t(1), \hat{\sigma}_t^2(1))$ 으로부터 VaR 값은 아래와 같이 계산된다.

$$5\%VaR : \hat{r}_t(1) - 1.645 \cdot \hat{\sigma}_t(1).$$

$$1\%VaR : \hat{r}_t(1) - 2.33 \cdot \hat{\sigma}_t(1).$$

수익률 r_t 가 k 개인 포트폴리오의 $100 \times (1 - \alpha)\%$ 인 다변량 VaR은 다음과 같다.

$$\text{다변량 VaR} = \omega^T \hat{r}_t(1) - z_\alpha \sqrt{\omega^T \hat{H}_t(1) \omega}.$$

여기서 z_α 는 표준정규분포의 $100 \times (1 - \alpha)\%$ 이며, ω 는 가중치 벡터, $\omega^T \hat{r}_t(1)$ 는 $t + 1$ 시점에서의 포트폴리오 수익률을 의미한다. $\hat{H}_t(1)$ 는 수익률 벡터에 대한 1 시차 조건부-공분산 행렬이다.

사후검정(back-testing)은 VaR 모형의 정확성을 검증하는 방법이며, Kupiec (1995)는 세 가지 방법을 소개 하였다 ; (i) 최초모형실패 방법(time until first failure) (ii) 실패율(failure proportion) (iii) 역사적 시뮬레이션 방법(historical simulation). 최초모형실패란 예측한 VaR을 초과하는 손실이 실제 자료에서 최초로 발생하는 시기이며, 실패율은 예측한 VaR을 초과하는 손실이 실제 자료에서 발생하는 비율을 이용하는 방법이다. 역사적 시뮬레이션 방법은 매일 실제 포트폴리오 수익률을 산출하여 히스토그램을 그리고, 신뢰구간을 정하여 하위 1% 또는 5%에 해당하는 손실액을 결정하여 실제 자료와 비교하는 방법이다. 실패율을 자세히 설명하기 위해 황선영 등 (2009)을 참조하였다. 실패율 계산을 위해서 다음과 같은 지시변수 $x_t = I\{\omega_t^T r_t < V\hat{a}R_t\}$ 을 고려한다. 여기서 ω_t 는 포트폴리오에서 각 주식종목들의 투자 가중치 벡터를 의미한다. $V\hat{a}R_t$ 은 모형에 의해 추정된 VaR 값이다. t 시점의 포트폴리오의 실제 손실이 예측된 VaR 보다 크면 $x_t = 1$ 이며, 예측된 VaR보다 작으면 $x_t = 0$ 이 된다. 따라서 x_t 는 평균이 p 인 베르누이 분포를 따르는 확률변수이다. $1 - p$ 의 값은 VaR 계산 시 신뢰수준이며, T 기간 동안 예측된 VaR을 초과하여 발생하는 총 실패횟수 X_T 는 다음과 같다.

$$X_T = \sum_{t=1}^T x_t.$$

VaR 추정에 사용된 모형이 적절하다면 $x_t (t = 1, 2, \dots, T)$ 는 서로 독립적이며 따라서 X_T 는 $B(T \times p, T \times p \times (1 - p))$ 를 따른다. 이러한 실패율을 검증하는 Kupiec's test와 실패율의 독립성을 검증하는 Christoffersen's test가 있다. 이를 계산하기 위해 우도비 검정을 수행하였다. Kupiec's test는 x_t 가 서로 독립적이라는 가정하에 주어진 $p(0.01$ 혹은 $0.05)$ 값을 갖는 베르누이 분포를 따르고 있는지를 검증하는 방법이며 이용하는 로그우도함수는 다음과 같다.

$$LR_{UC} = -2\ln \left(\frac{(1-p)^{T-x} p^x}{[1 - (\frac{x}{T})]^{T-x} (\frac{x}{T})^x} \right).$$

이 통계량은 귀무가설 하에서 $\chi^2(1)$ 를 따른다. 귀무가설을 기각한다면 모형이 위험을 과대 혹은 과소평가 하고 있음을 의미한다. Christoffersen's test의 독립성 검정은 Kupiec's test를 위해 가정했던 x_t 의 독립성 확인을 위한 검정으로서 통계량은 다음의 로그우도함수이다.

$$LR_{IND} = -2\ln \left(\frac{(1-\pi)^{n_{00}+n_{10}+n_{01}+n_{11}}}{(1-\pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1-\pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}}} \right).$$

이 통계량도 귀무가설 하에서 $\chi^2(1)$ 를 따른다. 자세한 내용은 황선영 등 (2009)을 참고하기 바란다. 귀무가설이 기각 되지 못한다면, 위험의 과소평가로 인한 손실이 특정기간에 연이어 발생하여 큰 손실로 이어질 수 있음을 의미하게 된다. 따라서 사후검정을 통하여 다변량 VaR 모형이 위험을 정확히 평가하는지 여부를 판단하며 모형의 적절성을 동시에 평가할 수 있다.

Table 4.1. Data description

종목	분석대상
은행	하나은행, 신한은행
자동차	현대자동차, 기아자동차
건설	현대건설, 대림건설
전자	삼성전자, SK하이닉스

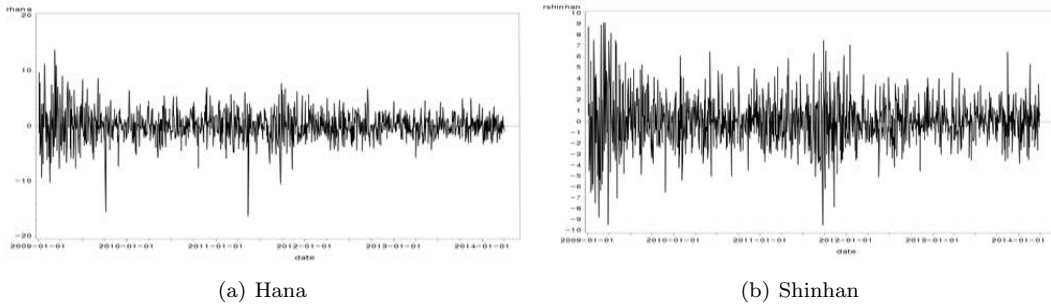


Figure 4.1. Time series plot (bank)

4. 사례분석

본 절에서는 주가 데이터를 다변량 GARCH 모형에 적합 시키고, 각 모형을 비교해 보고자 한다. 모형 간 비교 방법으로는 모형을 적합 시킨 후 VaR을 계산하여 비교하였다. 분석에는 SAS/ETS와 R 패키지의 ccgarch를 이용하였다. 분석은 백분위 수익률을 사용하였다.

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \times 100,$$

P_t : t 시기의 자산의 가격.

분석에 사용된 자료는 국내 8개 대기업의 일별 주가 데이터로써 2009년 1월 2일부터 2014년 3월 31일 까지의 주가 데이터의 수익률(%)을 사용하였다. 8개 기업은 각 분야별로 대표할 수 있는 기업으로 분석에 사용된 자료들은 Table 4.1과 같다. Figure 4.1부터 Figure 4.4는 산업별 기업들의 각 시점에서의 수익률을 나타내는 시도표이다. 총 4개 종목 8개 시도표를 확인해 본 결과 종목별로 수익률이 유사하게 움직이는 것을 확인할 수 있다. 자동차산업의 시도표를 살펴보면, 현대자동차와 기아자동차의 시도표가 2012년에 큰 변동성을 갖은 후 점차 변동의 폭이 줄어든 것을 볼 수 있다. 은행산업과 건설산업도 유사한 변동성을 보이는 것을 확인할 수 있다. 전자산업의 경우, 삼성전자와 SK하이닉스는 유사한 패턴을 보이지만, 삼성전자가 상대적으로 큰 규모와 종가액을 가지고 있기 때문에 큰 변동 폭을 보인다. CCC-GARCH 모형은 각각의 조건부분산을 단변량 GARCH 모형으로 하여 시계열 자료들 간의 관계를 상관행렬을 이용하여 조건부분산-공분산으로 모형화 한다. Tsay (2005, Ch. 10)에서 제안한 moving window 방법을 통해 상관계수를 그려봄으로써 CCC-GARCH 모형의 필요성을 확인할 수 있다. 본 논문에서는 같은 종목의 수익률에 대해 50개의 일별자료 기준으로 moving window 방법을 이용하여 비조건부 상관계수를 계산하였다. 50개 기준의 moving window 방법은 t 시점부터 $t - 50$ 시점까지 수익률의 상관계수를 구하고, $t - 1$ 시점부터 $t - 51$ 시점까지의 수익률을 구하며 마지막 시점이 될 때까지 구간을 옮겨가며 구한 상관계수를 순차적으로 그린 것이다. 이 그래프를 이용하여 시간에 따른 상관계수 변화를 통해 CCC-GARCH 모형이 적합한지 혹은 동태적(dynamic) 상관관계 모형이 적합한지 확인할 수 있다. 다음에 나오는 그래프들은 각 은행산업, 자동차산업, 건설산업, 전자산업에 해당되는 기업들 간의 조건부 상관계수 시도표를 그린 것이다. Figure 4.5에서 (a)는 하나은행과 신한은행의 상관관

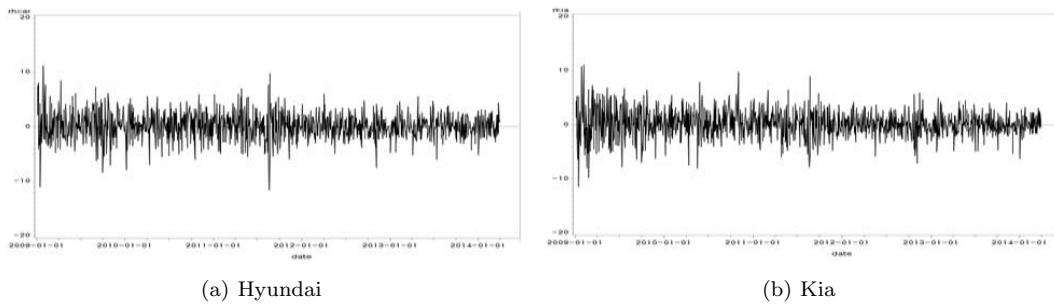


Figure 4.2. Time series plot (car)

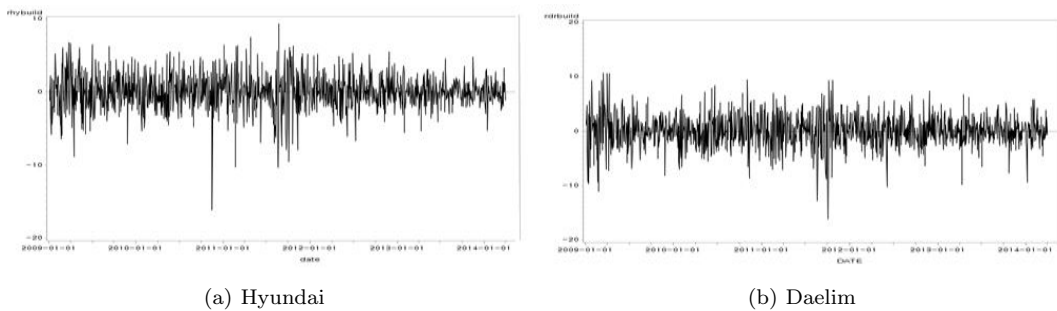


Figure 4.3. Time series plot (construction)

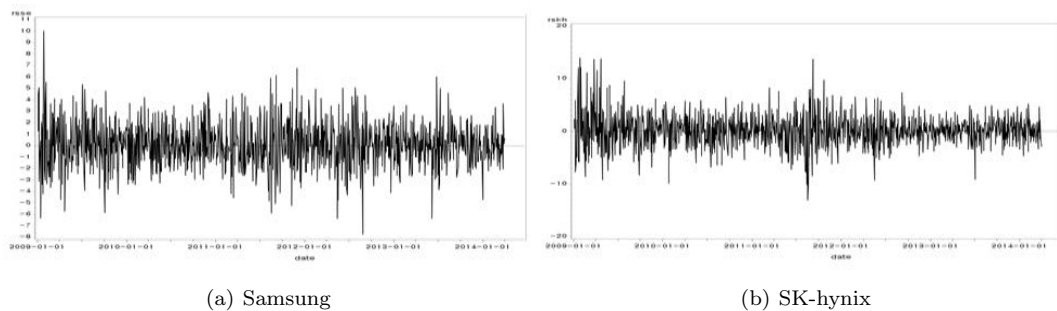


Figure 4.4. Time series plot (electronics)

계를 그린 시도표로, 상관계수 0.71을 크게 벗어나지 않는 것을 볼 수 있다. 또한 Figure 4.6에서 (a)는 대림건설과 현대건설의 상관관계 그림으로, 2011년 한차례를 제외하고는 상관계수 0.65를 크게 벗어나지 않으므로 CCC-GARCH 모형이 적합하다고 판단할 수 있다.

다변량 GARCH 모형에 적합 시키기 전, 각 모형에 맞는 ARMA 모형에 적용 시킨 후 그 잔차를 이용하여 다변량 GARCH 모형에 적합 시켰다. Table 4.2는 ARMA의 잔차를 이용하여 CCC-GARCH와 ECCG-GARCH에 적합 시킨 결과이다. CCC-GARCH 모형에서 ECCG-GARCH 모형으로 확장 시키기 위해서 정상성 체크와 변동성간의 상호작용이 있는지 검정해야 한다. 모형 적합결과는 Table 4.2에 수록 하였다. 표에서 hana는 하나은행, shinhan은 신한은행, daelim은 대림건설, hyundai는 현대건설, hcar는 현대자동차, kia는 기아자동차, skh는 SK하이닉스, sse는 삼성전자를 의미한다. 통계

		α_0	α_1	β_1	ρ_{ij}	LM_{ECCC}	$\lambda(\Gamma_C)$	$\lambda(\Gamma_{C \otimes C})$
은행	CCC	hana	0.0274	0.0255	0.9689	0.6892	12.3694	0.9902
		shinhan	0.0498	0.0328	0.9534	(0.0148)		0.9944
ECCC		hana	0.0225	0.0034	0.3444	0.8538	0.6919	
		shinhan	0.0443	0.0199	$1.148e^{-16}$	0.4157	0.3748	
건설	CCC	daelim	0.3577	0.0673	0.8893	0.6323	14.8025	0.9853
		hyundai	0.0426	0.0281	0.9637	(0.0051)		0.9918
ECCC		daelim	0.2675	0.0782	0.6401	0.3715	0.6420	
		hyundai	$1.18e^{-07}$	$1.403e^{-06}$	0.0209	0.4453	0.2698	
자동차	CCC	hcar	0.1634	0.0456	0.9222	0.3426	14.226	0.9744
		kia	0.0747	0.0430	0.9423	(0.0066)		0.9852
ECCC		hcar	0.2202	0.0466	0.0097	0.8517	0.0471	0.3395
		kia	0.0547	0.0038	0.0419	$3.624e^{-05}$	0.9437	
전자	CCC	skh	0.0807	0.0363	0.9519	0.4729	14.2725	0.9792
		sse	0.0821	0.0400	0.9354	(0.0064)		0.9882
ECCC		skh	0.0532	0.0372	0.0232	0.9450	0.0311	0.4755
		sse	0.2792	0.0254	0.0347	0.0010	0.8241	

Table 4.2. Estimated CCC and ECCC

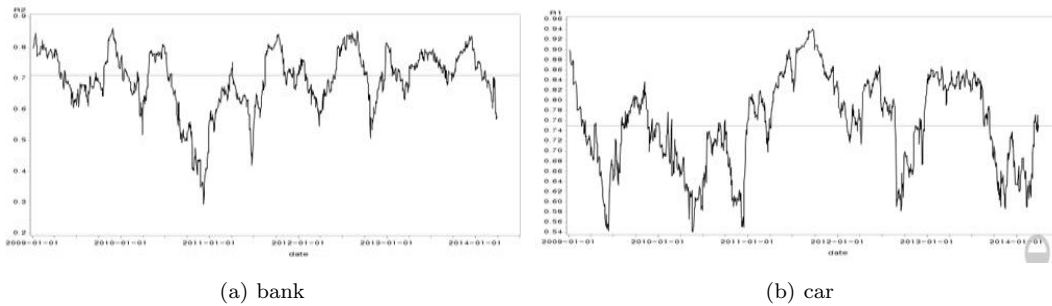


Figure 4.5. Moving window

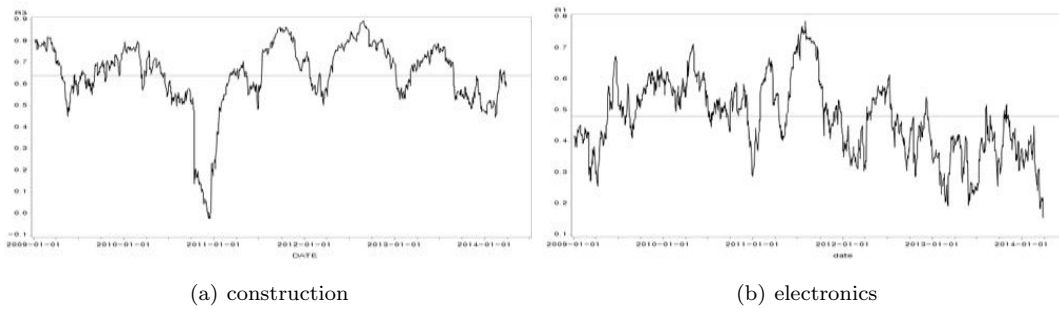


Figure 4.6. Moving window

량 $\lambda(\Gamma_C)$ 와 $\lambda(\Gamma_{C \otimes C})$ 의 값이 1보다 작을 경우, 정상성과 변동성의 상호작용이 있다고 한다. $\lambda(\Gamma_C)$ 와 $\lambda(\Gamma_{C \otimes C})$ 의 값을 보면, 모든 산업에서 1보다 작은 것을 확인할 수 있다. 또한 ECCG-GARCH 모형으로 확장시키기 위한 LM test의 결과는 LM_{ECCG} 를 통해 확인할 수 있으며, p -value가 0.05보다 작은 것으로 나타났다. 이를 통해 ‘상호작용이 존재하지 않는다’란 귀무가설을 기각할 수 있다. 따라서 모든 산업에 대해서 CCC-GARCH 모형의 확장형인 ECCG-GARCH 모형이 유용함을 알 수 있다.

ECCG-GARCH 모수 중 자동차산업을 먼저 살펴보면 $\hat{\alpha}_{12} = 0.00968$ 이고 $\hat{\beta}_{12} = 0.04711$ 이다. 이는 현대자동차의 $t - 1$ 시점의 변동성은 현재 시점의 기아자동차의 변동성에 양의 효과(positive effect)를 준다는 것을 의미한다. 전자산업의 경우 $\hat{\beta}_{12} = 0.0311$ 를 통해 SK하이닉스의 $t - 1$ 시점의 변동성이 삼성전자의 t 시점의 변동성에 양의 효과를 주지만, 그 수치가 작기 때문에 미미한 효과를 준다고 볼 수 있다. 건설산업과 은행산업의 경우 서로의 기업에 양의 효과를 주며, 특히 은행산업의 경우 $\hat{\beta}_{12} = 0.8538$ 로 그 효과가 매우 크다고 볼 수 있다.

산업별로 적합 시킨 CCC와 ECCG-GARCH 모형의 상관계수 결과는 Table 4.2에서 ρ_{ij} 에 나타내었다. CCC와 ECCG-GARCH의 상관계수행렬은 서로 크게 차이가 없다. 하지만 은행산업과 건설산업, 전자산업에서는 ECCG-GARCH 모형의 상관계수가 더 크고, 자동차산업에서는 CCC-GARCH 모형의 상관계수가 더 크게 나타났다.

적합 시킨 다변량 GARCH 모형을 이용하여 분산-공분산 행렬을 예측하여 VaR을 구하였다. 보유기간은 1일이며 신뢰수준은 95%와 99%, 포트폴리오를 구성하는 산업의 가중치는 동일하게 부여하였다. 2013년 1월 3일부터 2014년 3월 31일까지 306개의 관측치를 표본 외 기간으로 설정하여 사후검정을 실시하였다. Table 4.3과 Table 4.4는 각각 CCC-GARCH와 ECCG-GARCH의 사후검정 표로써, UC는

Table 4.3. CCC failure proportion

	95%			99%		
	실패율	UC	IND	실패율	UC	IND
은행	0.1699	0.9454	2.2834	0.0850	0.4280	1.7372
건설	0.1471	0.8434	1.9838	0.0686	0.2579	1.1529
자동차	0.1503	0.8592	2.1366	0.0654	0.2185	1.1438
전자	0.1373	0.7934	1.6173	0.0588	0.1331	0.8337

Table 4.4. ECCC failure proportion

	95%			99%		
	실패율	UC	IND	실패율	UC	IND
은행	0.1699	0.9454	2.2834	0.0850	0.4280	1.7372
건설	0.1471	0.8434	1.9838	0.0784	0.3646	1.5847
자동차	0.1503	0.8592	2.1366	0.0686	0.2579	1.4934
전자	0.1373	0.7934	1.6173	0.0654	0.2185	1.1847

Kupiec 통계량 값을 의미하고, IND는 Christoffersen 통계량 값을 의미한다.

x_t 의 독립성 검정 결과, 두 모형들에서 독립성 가정을 만족함을 알 수 있다. 각 표에 나타난 실패율을 살펴보면 CCC-GARCH와 ECCC-GARCH 모형 모두 유의수준 95%에서 실패율의 차이가 존재하지 않았다. 반면 유의수준 99%에서는 은행산업의 경우 두 모형의 실패율이 똑같았지만 나머지 세 산업의 경우에는 ECCC-GARCH 모형의 실패율이 더 크게 나온 것을 확인할 수 있었다.

References

- 윤평식, 김철중 (2010). 재무관리, 탐진
- 최성미, 홍선영, 최문선, 박진아, 백지선, 황선영 (2009). DCC 모델링을 이용한 다변량-GARCH 모형의 분석 및 응용, *응용통계연구*, **22**, 995-1005.
- 황선영, 최문선, 도종두 (2009). 사후검증(back-testing)을 통한 다변량-GARCH 모형의 평가: 사례분석, *응용통계연구*, **22**, 261-270.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- Bollerslev, T. (1990). Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: a multivariate generalized ARCH Model, *Review of economics and Statistics*, **72**, 498-505.
- Bollerslev, T., Engle, R. F., and Wooldridge, J. M. (1998) A capital-asset pricing model with time-varying covariances. *Journal of Political Economy*, **96**, 116-131.
- Jeantheau, T. (1998). Strong consistency of estimators for multivariate ARCH models. *Economic Theory*, **14**, 70-86.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models, *Journal of Derivatives*, **3**, 73-84.
- Nakatani, T. (2010). *Four essays on building conditional correlation GARCH models*, Economic Research Institute, Stockholm School of Economics, Sweden.
- Tsay, R. S. (2005) *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley, New York.

다변량 GARCH 모형의 CCC 및 ECCC 비교분석.

이승연^a · 황선영^{a,1}

숙명여자대학교 통계학과

(2014년 12월 05일 접수, 2014년 12월 10일 수정, 2014년 12월 10일 채택)

요약

다변량 금융시계열 분석모형인 상수조건부상관(CCC)에 대해 알아보았으며, 개개 변동성간의 상호작용을 함께 고려한 확장된 상수조건부상관(ECCC)을 소개하고 국내 금융시계열에 적용하였다. 다양한 이변량 수익률 자료를 통해 CCC와 ECCC를 비교분석하였다.

주요용어: 상수조건부상관, 확장된 상수조건부상관, 변동성간의 상호작용.

¹교신저자: (142-742) 서울특별시 용산구 청파로47길 100, 숙명여자대학교 통계학과, 교수.
E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr