

멀티스케일 해석을 통한 히스테리시스 고무 마찰 예측 연구

남승국[†] · 오염락 · 전성희

한국타이어 중앙연구소

Predictive Study of Hysteretic Rubber Friction Based on Multiscale Analysis

Seungkuk Nam[†], Yumrak Oh and Seonghee Jeon

Hankook Tire Co. LTD., R&D Center, 23-1 Jang-dong, Yuseong-gu, Daejeon 305-725, Korea
(Received October 2, 2014; Revised November 15, 2014; Accepted November 18, 2014)

Abstract – This study predicts the ofthe hysteretic friction of a rubber block sliding on an SMA asphalt road. The friction of filled rubber on a rough surface is primarily determined by two elements:the viscoelasticity of the rubber and the multi-scale perspective asperities of the road. The surface asperities of the substrate exert osilating forces on the rubber surface leading to energy dissipation via the internal friction of the rubber when rubber slides on a hard and rough substrate. This study defines the power spectra at different length scales by using a high- resolution surface profilometer, and uses rubber and road surface samples to conduct friction tests. I consider in detail the case when the substrate surface has a self affine fractal structure. The theory developed by Persson is applied to describe these tests through comparison with the hysteretic friction coefficient relevant to the energy dissipation of the viscoelastic rubber attributable to cyclic deformation. The results showed differences in the absolute values of predicted and measured friction, but with high correlation between these values. Hence, the friction prediction model is an appropriate tool for separating the effects of each factor. Therefore, this model will contribute to clearer understanding of the fundamental principles of rubber friction.

Keywords – Rubber Friction (고무 마찰), Fractal Dimension (프랙탈 차원), Contact Mechanics (접촉역학), Hysteresis (히스테리시스), Self-Affinity (자기 아파인), Viscoelasticity (점탄성)

Nomenclature

C : Power spectral density (m^4)

q : Wave vector (1/m)

q_0 : Lower cut-off (1/m)

q_1 : Upper cut-off (1/m)

ζ : Magnification (%)

ν : Poisson's ratio (-)

v : Sliding velocity (m/s)

μ : Kinematic friction coefficient (-)

ϕ : Angle b/w sliding direction and q (rad)

D : Fractal dimension (-)

H : Hurst Exponent (-)

h : Local substrate height (m)

h_0 : Root-mean-square roughness of a surface (m)

L : Linear system size (m)

T_g : Glass Transition Temperature ($^{\circ}C$)

1. 서 론

타이어는 노면에 접하여 차량을 지지하는 유일한 부품으로서 그 마찰계수는 차량 자체의 성능을 좌우하는 중요한 인자가 된다. 타이어의 마찰 계수는 고무의 점

[†]Corresponding author : 20600014@hankooktire.com
Tel: +82-42-865-0165, Fax: +82-42-865-0303

탄성 특성이나 접한 노면의 표면 특성에 따라 정해지며 그 중 특히 노면 표면이 마찰에 큰 영향을 주는 것으로 알려져 있다[1]. 그 중요성에도 불구하고 노면에서 미끄러지는 고무의 마찰을 정량적으로 예측하는 것은 여전히 쉽지 않다.

기존의 마찰 모델에서는 단 하나의 스케일에서 본 노면의 표면 거칠기 만을 고려하고 있어서, 현 상태에서는 마찰 계수의 정확한 예측이 불가능하며, 따라서 타이어의 연구 개발에 있어서 마찰 계수의 설정은 실험값을 이용하고 있는 것이 현실이다[2]. 그러나 실험에 의해 얻어진 마찰 계수는 분석 정확도에 문제가 있을 수 있으며, 또한 실험은 많은 비용과 시간을 요구한다. 따라서 마찰 계수를 정확하게 예측할 수 있는 수학적 모델을 구축하고 다양한 조건에서의 마찰 계수를 이론적으로 구할 수 있다면, 타이어 개발에 있어서 비용 절감 및 개발 기간 단축, 시뮬레이션 정밀도의 향상을 기대할 수 있다.

유한요소해석(FEA)을 이용하면 거시적 관점에서 고무와 노면 간 접촉의 역학적 관계나 고무의 마찰 특성에 대한 근사치를 알 수가 있다. 그러나 마이크로 단위로 내려가면 인력/반발력을 고려한 실 접지면적 계산 등과 같은 마찰 예측을 어렵게 만드는 추가적인 이슈들이 존재한다. 예를 들면 자기 아파인 표면처럼 거친 표면과 탄성 물질 간의 접촉은 유한요소해석[3-5]이나 분자동역학 시뮬레이션[6-8]에서 아직 깊이 있게 연구되지는 못했다. 이러한 수치해석 방법[9]으로 멀티스케일 특성의 거칠기를 가지는 노면 위를 미끄러지는 고무의 마찰 메카니즘을 설명하기에는 여전히 여러 가지 제약들이 따른다.

노면 표면 요철의 멀티 스케일성을 고려한 마찰 모델이 Persson[10]에 의해 제안되었다. Persson에 의하

면, 타이어와 노면간의 마찰특성은 타이어 고무의 점탄성 특성과 노면의 거칠기 파워 스펙트럼이 마찰과 강하게 연관이 있다고 설명하고 있다.

본 연구에서는, 공학적으로 적용 가능한 마찰 계수 예측 모델을 구축하는 것을 목적으로 하여, Persson의 마찰 모델을 바탕으로 실제로 계측한 타이어고무의 점탄성 특성이나 노면 표면의 거칠기 파워 스펙트럼을 사용하여 타이어 고무와 노면간의 마찰계수 예측을 실시한다. 고무 시편 마찰 평가를 위해 LAT-100 마찰 장비를 활용하였으며 이 장비는 속도, 하중, 온도 등을 조절하는 것이 가능하며 Dry, Wet, Ice 조건에서 마찰 평가가 가능한 장비이다(Fig. 1).

2. 이론적 배경

2-1. 자기 아파인 프랙탈 노면의 파워 스펙트럼

표면 거칠기는 그 이상적인 형태로부터 실제 표면의 수직 편차 $z = h(x,y)$ 으로 정의되고 정량화된다. 이 편차가 클수록 표면은 더 거친 것으로 간주되며 편차가 작다면 표면은 매끄러운 것으로 분류된다. 거칠기는 대개 산술 평균 R_a , 제곱 평균 R_q 또는 평균 표면 거칠기 R_z 와 같은 단순한 변수를 이용하여 규정된다. 그렇지만, 대부분의 표면은 거의 자기 아파인 프랙탈이 되는 경향이 있으며, 이러한 변수는 다소 낮은 배율에서 관측 가능한 표면 거칠기가 지배적이므로, 이러한 변수로는 거칠기를 올바르게 설명할 수 없다. 지난 20여 년 사이에, 여러 표면들의 프랙탈 성질이 규명되었다. 본 접근법에서는 마찰 표면의 자기 아파인 특성을 이용한다. 자기 아파인 프랙탈 표면은, 만일 평행(평면) 방향과 비교하여 표면에 수직인 방향으로 각각

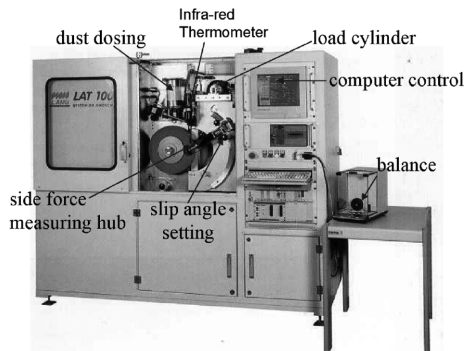


Fig. 1. A photograph of the LAT-100 friction tester.

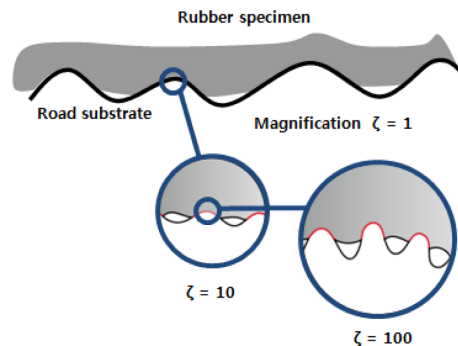


Fig. 2. Magnifying a contact region with the magnification ζ .

다른 확대 배율로 표면의 일부를 확대한 경우에 “똑같아 보이고” 이렇게 척도 변경을 했을 때 통계적인 특성이 변함이 없다는 특징이 있다(Fig. 2).

즉 중요한 정보를 잃어버리지 않고 여러 다른 길이 척도에서 표면 거칠기를 설명하는 가장 좋은 방법은 표면의 프랙탈 특성을 이용하는 방법이라 할 수 있다. 멀티스케일의 표면 거칠기를 가지는 표면에서의 거칠기 파워 스펙트럼은 다양한 스케일에서의 표면 성질을 공간 주파수 도메인으로 이해하기 쉽게 보여준다. 표면 거칠기 $C(q)$ 의 파워 스펙트럼은 아래 식 (1)과 같이 정의된다.

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(x)h(0) \rangle e^{-iq \cdot x} \quad (1)$$

여기서 $z = h(x) \in \mathbb{R}$ 은 도로면의 위치 $x \in \mathbb{R}$ 에서의 거칠기 높이이며(도로면의 평균높이를 기준으로 삼아 측정), $q \in \mathbb{R}^2$ 은 공간 각주파수(Spatial angular frequency)이다. 또한 $\langle \dots \rangle$ 은 앙상블 평균을 나타낸다. 표면 조도가 등방성을 가진다고 가정했을 때, 공간 각주파수의 크기를 $q = |q|$ 로 나타낸다. 또한 도로면이 공간 주파수 범위 $[q_0, q_1]$ 사이에서 프랙탈 차원 D_f 의 자기 아파인 프랙탈 특성을 가진다고 가정한다. $q_0 \ll q_1$ 인 경우 식 (1)은 다음과 같이 $H(=3-D_f)$ 을 이용하여 식 (2)로 근사되게 된다.

$$C(q) \cong \frac{H}{2\pi} \left(\frac{h_0}{q_0}\right)^2 \left(\frac{q}{q_0}\right)^{-2(H+1)} \quad (2)$$

여기서 $\langle h^2 \rangle = h_0^2/2$ 이다. 식 (2)에 의하면 자기 아파인 표면은 $C(q) \sim q^{-2(H+1)}$ 으로 설명되는 멱법칙을 따르게 된다.

이미 알려진 바에 따르면 많은 도로 표면이 대체로 자기 아파인 프랙탈 성질을 보인다. Fig. 3은 일반적인

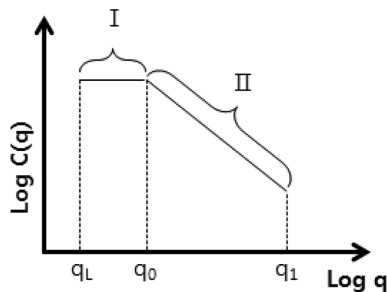


Fig. 3. A schematic drawing of the power spectrum of surface roughness.

거친 표면의 거칠기 파워 스펙트럼을 보여준다. $C(q)$ 에 대한 log-log 그래프는 크게 두 부분의 공간주파수 지역으로 나뉜다. 첫번째는 육안으로 어느 정도 관측할 수 있는 거칠기 범위(그림에서 I 지역)인데, 공간주파수 $[q_L, q_0]$ 범위에 해당한다. 여기서 $q_L = 2\pi/L$ 이고 L 은 고무 시편의 길이이다. 산술적인 거칠기 평균 (R_a)은 대부분 이 I 지역에 의해 결정된다. 그 다음 범위 $[q_0, q_1]$ 을 우리는 II 지역이라고 명명한다. 이때 q_0 은 공간주파수의 하한치, q_1 은 상한치에 해당한다. II 지역의 표면특성은 위의 식 (2)에서와 같은 자기 아파인 프랙탈로 설명된다.

2-2. Persson 이론에서의 고무 마찰 모델

초탄성 물질인 고무를 단단하고 거친 표면에 마찰시킬 때, 고무는 다양한 배율 ζ 에서 다양한 주기의 표면 거칠기에 의해 반복적으로 변형된다. 이런 맥락에서, Persson은 점착성 없이 오로지 고무 변형의 히스테리시스만을 고려한 고무 마찰 이론을 개발하여 고무의 마찰계수를 예측하였다. 이 이론에 따르면, 거시적 접촉면적을 A_0 이라 두고, 특정 공간주파수 q 에서의 접촉면적을 $A(q)$ 라고 두었을 때, 실제 접촉하는 면적의 비율을 식 (3)을 이용하여 계산하였다.

$$\frac{A(q)}{A_0} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx \frac{\sin x}{x} \exp[-x^2 G(q)], \quad (3)$$

$$\cong (1 + [\pi G(q)]^{3/2})^{-1/3}$$

식 (3)에서의 $G(q)$ 은 다음과 같다.

$$G(q) = \frac{1}{8} \int_{q_0}^q dq^3 C(q) \int_0^{2\pi} d\phi \left| \frac{E(q\nu \cos\phi)}{(1-\nu^2)\sigma_0} \right|^2 \quad (4)$$

여기서 ν , 그리고 σ_0 는 각각 마찰 속도, 평균 응력, 그리고 고무의 푸이송비를 나타낸다. 한편, $E(q\nu \cos\phi) = E(\omega) \in \mathbb{C}$ 은 각속도 ω 의 함수인 복소 탄성계수를 의미한다. 앞서 언급한 $C(q)$, $A(q)$ 그리고 $E(\omega)$ 을 이용하여, 히스테리시스 마찰계수 μ_h 을 계산하면 이는 식 (5)와 같다.

$$\mu_h = \frac{1}{2} \int_{q_0}^{q_1} dq^3 C(q) \frac{A(q)}{A_0} \times \int_0^{2\pi} d\phi \cos\phi \operatorname{Im} \frac{E(q\nu \cos\phi)}{(1-\nu^2)\sigma_0}, E(\omega) \quad (5)$$

$\sigma_0 \ll E(0)$ 인 경우, 관심 범위 안 대부분의 μ_h 값에 대해서 $G(q) \gg 1$ 이며, 식 (3)은 식 (6)처럼 요약될 수 있다.

$$\frac{A(q)}{A_0} \cong \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx \exp[-x^2 G(q)] \cong [\pi G(q)]^{-1/2} \quad (6)$$

여기서 $\sin x \cong x$ 으로 근사되었다. 식 (6)을 식 (5)에 대입하게 되면 σ_0 항은 사라지며, 즉 μ 은 σ_0 의 값에 의존하지 않음을 알 수 있다. 뿐만 아니라, 식 (5)에 의하면 μ 은 q 에 의존하지만 복소수 탄성계수의 크기에는 영향을 받지 않음을 알 수 있는데, 이는 척도모수 α 에서 탄성계수 E 가 αE 로 수렴할 수록 $A/A_0 \propto \alpha^{-1}$ 이 되기 때문이다. 자기 아파인 프랙탈 표면의 경우, 식 (5)는 식 (2)-(4)를 이용하여 식 (7)으로 요약될 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_h &= \frac{1}{4\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^{q/q_0} d\zeta \zeta^{-2H+1} (1 + [\pi G(\zeta)]^{3/2})^{-1/3} \\ &\times \int_0^{2\pi} d\phi \cos \phi \operatorname{Im} \frac{E(\zeta q_0 v \cos \phi)}{(1-v^2)\sigma_0} \end{aligned} \quad (7)$$

이 때 $G(\zeta)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G(\zeta) &= \frac{1}{16\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^{q/q_0} d\zeta \zeta^{-2H+1} \\ &\times \int_0^{2\pi} d\phi \left| \frac{E(\zeta q_0 v \cos \phi)}{(1-v^2)\sigma_0} \right| \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 q 대신 ζq_0 을 사용하였다. ζ 은 Fig. 3에서 설명했듯이 배율을 의미한다.

Persson 이론의 핵심적인 내용은, 거시적으로 관측 가능한 전단마찰력에 의한 일의 양과, 다양한 스케일에서의 고무와 도로면의 반복적 변형에 의해 축적된 히스테리시스 소실 에너지 양은 서로 등가라는 점이다. 그러나 한편, 마이크로미터 이하의 스케일에서의 현상도 이처럼 히스테리시스 현상으로만 설명할 수 있다는 점은 받아들이기 어렵다. 왜냐하면 그렇게 작은 스케일에서는 점착성, 표면의 오염, 혹은 충전 고무의 불균형 변형 등 다른 현상들이 크게 작용하기 때문이다. 따라서 공간주파수의 하한치는 도로 표면의 형질만으로 결정할 수 있는 값이 아니라고 할 수 있다. Persson은 공간주파수의 상한치는 도로면의 형질뿐만 아니라 고무의 성질에도 영향을 받는다고 분명히 밝히고 있다[10].

3. 이론적 배경

3-1. 마찰 시험용 노면의 파워스펙트럼 측정

샌드페이퍼나 커런덤 노면과 같은 경우는 마찰 시험

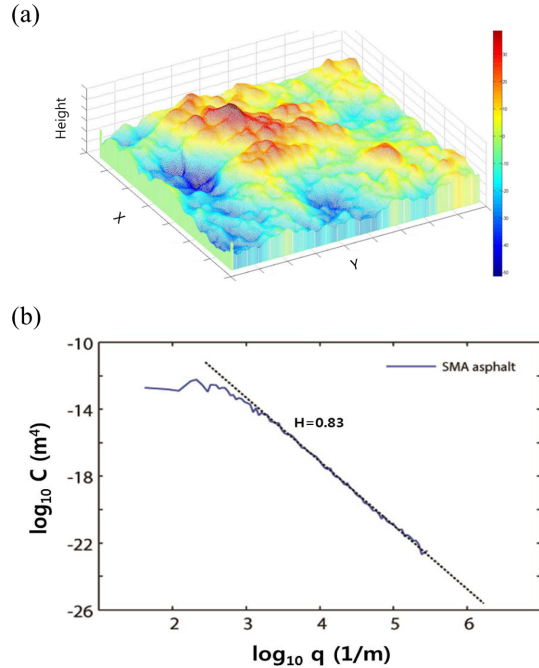


Fig. 4. The surface roughness data of SMA asphalt. (a) Asphalt surface image, (b) power spectrum data of surface roughness.

용으로 사용하기에 꽤 좋은 내구성을 제공하지만 이는 실제 노면과 다른 특성을 가지고 있다. 따라서 국내 및 해외 고속도로에서 가장 많이 사용되는 SMA 아스팔트 노면을 이용하여 마찰 연구를 진행하였다. 백색 광을 이용한 광학적 방법으로 노면의 거칠기를 측정하고 이를 통해 노면의 파워 스펙트럼을 구하였다. 계측한 노면의 표면 형상은 Fig. 4(a)에 나타내었다. 또한 계측한 높이 데이터에서 표면 거칠기 파워 스펙트럼을 계산한 결과를 Fig. 4(b)에 표시했다. 실제 표면의 표면 거칠기 파워 스펙트럼에선, 격차가 존재하기 때문에 $C(q)$ 를 구할 때 주파수 q 에 대하여 평균화를 하여 데이터를 취득하였다.

3-2. 고무 시편의 점탄성 특성 측정

고무 샘플의 점탄성 특성은 일반적으로 일반화된 맥스웰 모델(Fig. 5)의 n 개 항을 이용하여 나타내는데, 이는 식 (9)와 같다.

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \sum_{i=1}^n \sigma_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (9a)$$

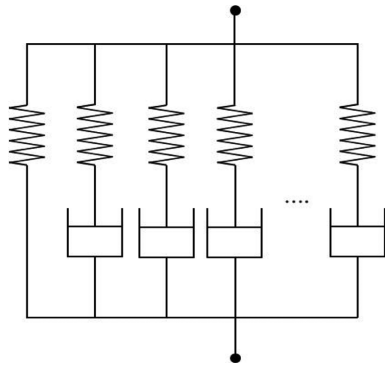


Fig. 5. A drawing of generalized Maxwell model.

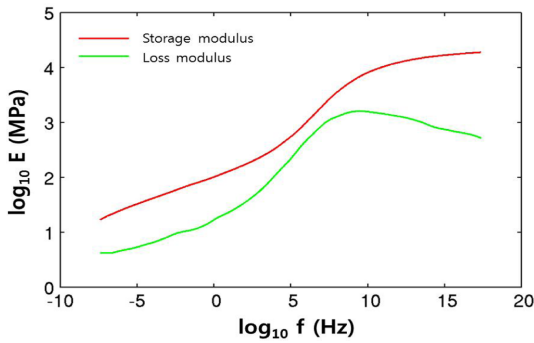


Fig. 6. Complex modulus of viscoelasticity.

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (9b)$$

여기서, σ , E 와 τ 는 각각 i 번째 항의 응력, 탄성계수, 그리고 응력완화시간을 의미한다. 응력완화시간은 $\tau_i = \eta_i/E_i$ 의 관계식을 가지는데, 여기서 η_i 은 점성 계수의 i 번째 항이다. 고무를 동적으로(혹은 반복적/주기적으로) 변형시키는 경우, 복소 탄성계수는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(\omega) = E' + iE'' = E_0 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{1/E_i + 1/i\omega\eta_i} \quad (10)$$

여기서 E' 와 E'' 은 각각 저장탄성계수와 손실 탄성계수이다.

실제 실험을 통해 얻은 저장 탄성계수와 손실 탄성계수의 결과는 일반화된 맥스웰 모델의 20개 항을 이용하여 표현하였으며 결과는 Fig. 6과 같다.

3-3. 고무 마찰 시험 결과

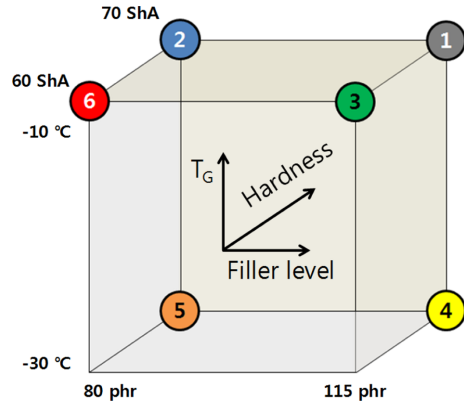


Fig. 7. Rubber compounds design direction used in study.

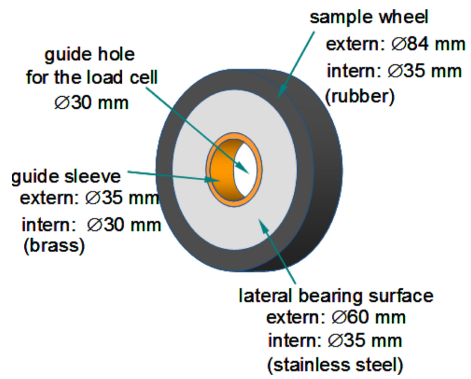


Fig. 8. A schematic drawing of LAT-100 sample wheel.

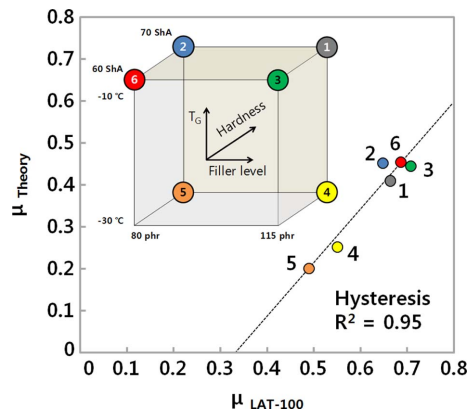


Fig. 9. Measuring & Prediction results of 6 samples.

마찰 평가 및 마찰 성능 예측을 위해 준비한 고무 시편은 폭 넓은 마찰 특성을 보이도록 Fig. 7과 같이 경도는 10 ShA, 유리전이온도는 20°C, 필러 함량은 35 phr 차이가 나도록 6종의 고무를 콤파운딩하여 준

비하였으며 이를 이용하여 마찰 시편을 제작 및 평가를 실시하였다.

시험에 사용한 고무 마찰 시편의 주요 사양은 Fig. 8과 같다.

Persson 마찰 모델을 이용하여 위의 6종 고무에 대해 히스테리시스 마찰 성능 예측을 실시했으며, 이 결과를 젖은 노면에서의 LAT-100 마찰 시험 결과와 비교 하였다(Fig. 9).

마찰 예측 결과와 측정 결과 간에 절대 값의 차이는 있었으나 둘 간의 상관성이 매우 높은 것으로 나타났다. 하지만 예측 결과는 측정 결과에 비해 상대적으로 낮은 마찰 계수를 보여주었는데 이에 대해서는 마찰의 두 주요 성분 중 하나인 점착의 영향으로 인한 것이라 판단된다. 젖은 노면에서의 마찰 시험 조건에서는 고무와 노면의 직접 접촉을 수막이 방해하기 때문에 히스테리시스를 고무 마찰의 지배적인 요인이라 보고 점착으로 인한 영향을 배제하여 단순화 시켰지만 실제 예측 결과에서 알 수 있듯이 점착의 특성이 예측 결과의 정확성에 영향을 준 것으로 판단된다.

4. 요약 및 결론

Persson 이론과 실험결과의 비교를 통해 거친 표면 위에서 고무가 미끄러질 때의 마찰계수에 대한 예측 모델을 연구하였다. 우선, Persson에 의해 개발된 히스테리시스 고무 마찰 이론을 간단히 소개하였는데, 이 이론은 고무의 점탄성과 도로면의 거칠기의 파워스펙트럼을 이용해서 마찰 계산이 되도록 구성되었다. 다음으로, 우리는 도로면 샘플 표면의 자기 아파인 프랙탈 특성을 측정하고, 점탄성 시험에서 얻은 실험값을 맥스웰 모델 20개 항을 사용하여 근사하는 방법으로 고무의 복소 탄성계수를 구하였다. 고무와 도로면 샘플을 이용하여 마찰 시험을 진행하였으며 이를 예측 결과와 비교하여 설명하였다. 마찰 예측 결과와 측정 결과 간에 절대 값의 차이는 있었으나 둘 간의 상관성이 매우 높은 것으로 나타났다.

본 논문에서는 노면의 자기 아파인 프랙탈 특성을 이용하여 거칠기 특성을 정량화 하고 이를 이용하여 여러 가지 노면에서 미끄러지는 고무의 마찰 특성을 예측하는데 적용하여 실제 측정 결과와 비교하였다. 고무의 마찰을 예상하는 데에 마찰 예측 모델을 적용하

는 것을 제시하였다. 결과를 보면 마찰 예측 결과와 측정 결과 간에 절대 값의 차이는 있었으나 둘 간의 상관성은 높은 상관성을 보여 주었으며 이로 미루어 보아 마찰 예측 모델은 각 인자에 대한 효과들을 분리하는 데에 적합한 도구이며, 따라서 고무 마찰의 기초적인 원리를 좀 더 분명하게 이해하는 데에 도움을 줄 수 있다고 판단된다. 하지만 점착의 영향이 마찰 예측 정확도에 영향을 주었다라고 판단되어 이에 대해서는 추가 연구가 필요할 것으로 보인다.

References

- [1] Lee, Y. N., Park, S. J., "Measurement of friction coefficients for motorcycles sliding in various conditions", KSAE 2012 Annual Conference, Koyang, Korea, November, 2012.
- [2] Dong, S., Chung, K. H., Lee, K. S., "Effect of Surface Roughness of Counterface on Tribological Characteristics of PTFE and UHMWPE", *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, pp.293-301, 2011.
- [3] Hyun, S., Pei, L., Molinari, J. F., Robbins, M. O., "Finite-element analysis of contact between elastic self-affine surfaces", *Physical Review*, 2004.
- [4] Pei, L., Hyun, S., Molinari, J. F., Robbins, M. O., "Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, pp. 2385-2409, 2005.
- [5] Hyun, S., Robbins, M. O., "Elastic contact between rough surfaces: Effect of roughness at large and small wavelengths", *Tribology International*, pp. 1413-1422, 2007.
- [6] Yang, C., Tartaglino, U., Persson, B. N. J., "A multi-scale molecular dynamics approach to contact mechanics", *The European Physical Journal*, pp. 47-58, 2006.
- [7] Yang, C., Persson, B. N. J., "Molecular dynamics study of contact mechanics: Contact area and interfacial separation from small to full contact", *Physical Review Letter*, 2008.
- [8] Pastewka, L., Robbins, M.O., "Contact between rough surfaces and a criterion for macroscopic adhesion", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, pp. 3298-3303, 2014.
- [9] Mo, Y., Turner, K. T., Szlufarska, L., "Friction laws at the nanoscale", *Nature Letters*, pp. 1116-1119, 2009.
- [10] Persson, B. N. J., "Theory of rubber friction and contact mechanics", *Journal of Chemical Physics*, pp. 3840-3861, 2001.