

축약법에 의한 구조물 결합부의 동적 거동 예측

윤 성 호^{1†}

¹금오공과대학교 기계공학과

Dynamical Predictions of the Structural Connection by the Reduced Approach

Seung-Ho Yun^{1†}

¹Department of Mechanical Engineering, Kumoh National Institute of Technology, Gumi, 730-701, Korea

Abstract

Joints, fasteners or connected parts frequently have a significant effect on the dynamical behavior of assembled mechanical structures. Therefore, the analytical prediction of structural responses depends on the accuracy of joint modeling. This paper deals with the formulation and analysis of dynamic mechanism for joint flexibilities whose relevant magnitudes of stiffnesses are investigated by using linear and torsional springs. The equation of motion is derived by using a generic joint in the middle of clamped-clamped beam. A reanalysis due to changes in magnitudes of joint stiffnesses is based on the reduced analysis where the binomial series terms are used as basis vectors. The solution procedures are straightforward and the method can be readily used with a general finite element method. The computational effort needed by this approach is usually much smaller than the effort needed for complete vibration analysis. Two numerical examples show that accurate results are obtained efficiently by reducing the number of degree in the reduced model.

Keywords : joint stiffness, reduced analysis, finite element analysis, vibration problem

1. 서 론

기계, 항공, 선박, 자동차 등의 구조물들은 다양한 체결기구에 의하여 부재들이 결합되어 있으며 동적인 하중을 부담하고 있다. 근래까지도 종종 결합부의 동적인 메카니즘 이해의 부족으로 설계 초기에 과도한 강성을 부여한 결과 심각한 설계 오차를 야기시키고 있다(Yun *et al.*, 1998). 부재들 간의 결합부를 단순히 구조강도 분석을 위하여 강체로 간주하였고 동적 하중에 따른 결합부의 유연성이나 비선형적인 거동을 표현할 수 있는 동적 모델의 신뢰성이 결여되어 있는 상태이다(Bortman *et al.*, 1992).

모델의 신뢰도를 향상시킬 수 있는 방법 중의 하나는 결합부 형상을 자세한 3차원으로 만드는 것일 수 있으나 이는 계산 시간이 너무 많이 걸릴 수 있다. 더욱이 결합부를 표현할

수 있는 수치 모델도 명확하지 않으며 만일 그 모델이 성공적임에도 불구하고 대규모의 구조물을 다룰 때는 실제적이지 못하다. 대형 및 복합 구조물의 동특성 해석을 수행하는데 있어 모델의 대형화는 전용 프로그램과 부분구조 합성법 등으로 어려움을 극복할 수 있다. 그러나 구조물에 존재하는 여러 형태의 결합부를 강체 결합 또는 단순한 모델로 치환하는 경우가 대부분이다. 결합부의 동적 거동에 크게 영향을 주는 인자는 국부적인 유연성(local flexibility)과 에너지 소멸(energy dissipation)이나 기계 구조물의 경우 전자가 후자보다 모우드 파라메타에 영향이 크다고 알려져 있다(Googe *et al.*, 2005).

본 논문에서는 결합부가 강체인 상태에서 유연성을 부여하기 위하여 강성 조절을 통하여 동특성 해석을 할 것이다. 이때 전체 모드를 추출할 때 해석 모델의 크기가 커지기 때문

[†] Corresponding author:

Tel: +82-54-478-7324; E-mail: shyun@kumoh.ac.kr
Received October 23 2014; Revised November 25 2014
Accepted December 8 2014

©2014 by Computational Structural Engineering Institute of Korea

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

에 계산의 효율성 향상을 위하여 관심있는 모드까지만 구하고자 축약 해석(reduced analysis) 기법을 적용할 것이고, 아울러 정밀해와 비교하여 그 효율성에 대하여 관찰할 것이다.

2. 관련이론

이 장에서는 구조물의 결합부에서 강성을 조절할 수 있는 동역학적 모델을 설명하고 강성 변화 후에 축약 모델을 설정하기 위한 이론을 전개할 것이다. 그리고 축약 모델에서 고유치 문제를 비연성화하여 풀 수 있는 이론을 전개하고자 한다.

2.1 결합부 거동

이웃하는 부재가 붙여진 결합부에서 동적 거동을 관찰하기 위하여 Fig. 1과 같이 좌우 동일한 2개의 외팔보를 대칭으로 붙이고 결합부를 스프링 강성으로 표현하였다(Jalali *et al.*, 2007). i 번째 모드에서 왼쪽(l)과 오른쪽(r) 보의 횡방향 변위는 식 (1)과 같다.

$$w_i = [w_{il}(x,t) \ w_{ir}(x,t)]^T \quad (1)$$

여기서, x 는 보의 위치, t 는 시간, 첨자 T 는 전치(transform)를 각각 나타낸다.

식 (1)을 n 개의 정규 모드 $\phi_i(x)$ 와 모달 좌표 $q_i(t)$ 에 관하여 확장한 식은 (2a,b)와 같다.

$$w_l(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_{il}(x)q_i(t) \quad (2a)$$

$$w_r(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_{ir}(x)q_i(t) \quad (2b)$$

단위 길이 당 보의 질량이 $m(x)$ 일 때 좌우 보의 운동에너지 T 는 식 (3)과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^\ell m(x) \dot{w}_l^2(x,t) dx + \frac{1}{2} \int_\ell^{2\ell} m(x) \dot{w}_r^2(x,t) dx \quad (3)$$

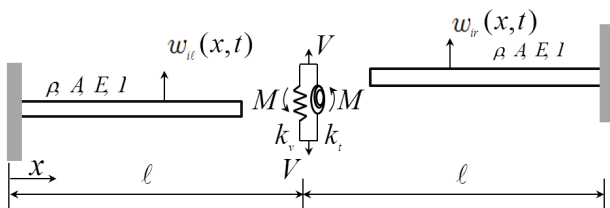


Fig. 1 A model for the lumped joint

여기서, $(\dot{\quad})$ 는 시간 t 에 대한 미분을 나타내며, 식 (2a,b)를 식 (3)에 대입하면 운동에너지는 식 (4)와 같이 표현되며 질량에 관한 식은 (5)와 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M_i(x) \dot{q}_i^2(t) \quad (4)$$

$$M_i(x) = \int_0^\ell m(x) \phi_{il}^2(x) dx + \int_\ell^{2\ell} m(x) \phi_{ir}^2(x) dx \quad (5)$$

정규 모드 $\phi_i(x)$ 는 직교 함수이며 다음 조건식 (6)을 만족한다.

$$\int_0^\ell m(x) \phi_{il}(x) \phi_{jl}(x) dx + \int_\ell^{2\ell} m(x) \phi_{ir}(x) \phi_{jr}(x) dx = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ M_i, & i = j \end{cases} \quad (6)$$

비슷한 방법으로 굽힘 강성에 의한 좌우 보의 탄성에너지 U 는 식 (7)과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^\ell E I w_l''^2(x,t) dx + \frac{1}{2} \int_\ell^{2\ell} E I w_r''^2(x,t) dx \quad (7)$$

여기서 $(\quad)'$ 는 좌표 x 에 대한 미분을 나타내며, E 는 탄성계수, I 는 보의 단면이차모멘트이다. 식 (2a,b)를 식 (7)에 대입하면 탄성 에너지는 식 (8)과 같이 표현되며 강성에 관한 식은 (9)와 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n K_i(x) q_i^2(t) \quad (8)$$

$$K_i(x) = \int_0^\ell E I \phi_{il}''^2(x) dx + \int_\ell^{2\ell} E I \phi_{ir}''^2(x) dx \quad (9)$$

또한, 보의 횡 방향으로 단위 길이 당 작용하는 외력 또는 비보존력이 $f(x,t)$ 이고 가상 변위 δq_i 를 고려한 가상 일 δW_E 는 식 (10)으로 구해지며, 이로부터 일반적인 힘 Q_E 는 식 (11)로 표현된다.

$$\delta W_E = \sum_{i=1}^n Q_E \delta q_i(t) \quad (10)$$

$$Q_E = \int_0^\ell f_l(x,t) \phi_{il}(x) dx + \int_\ell^{2\ell} f_r(x,t) \phi_{ir}(x) dx \quad (11)$$

Fig. 1의 결합부에 작용하는 전단력 V 와 모멘트 M 에 의

한 가상 일 δW_J 는 식 (12)로 구해지며 결합부의 일반적인 힘 Q_k 는 식 (13)과 같이 표현된다.

$$\delta W_J = \sum_{i=1}^n Q_{k_i} \delta q_i(t) \quad (12)$$

$$Q_k = [V_l \ M_l \ V_r \ M_r] \times [\phi_{il}(\ell) \ \phi'_{il}(\ell) \ \phi_{ir}(\ell) \ \phi'_{ir}(\ell)]^T \quad (13)$$

운동에너지 T , 탄성 에너지 U 와 힘 Q_i 를 가지고 라그랑지 식(lagrange's equation)을 활용하면 운동방정식은 식 (14)와 같다.

$$M_i \ddot{q}_i(t) + K_i q_i(t) + Q_k = Q_{E_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

i 번째 모드 형상식 (2a,b)는 모달 질량 식 (5)의 $M_i(x)$ 가 1이 되도록 정규화하였으며, 이 때 모달 강성 식 (9)는 고유 진동수 ω_i^2 이 된다. 보에 어떠한 외력도 존재하지 않는다고 가정하면 식 (14)는 다음과 같다.

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) + Q_k = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

식 (14)에서 전단력 V 와 모멘트 M 은 결합부의 스프링 강성이며 식 (16a,b)로 표현할 수 있다.

$$V_{l,r} = EI \phi'''(\ell) = \pm k_v \phi(\ell) \quad (16a)$$

$$M_{l,r} = EI \phi''(\ell) = \mp k_i \phi'(\ell) \quad (16b)$$

여기서, 복호의 상하 부호는 각각 왼쪽과 오른쪽 보를, k_v 와 k_i 는 각각 선형 및 비틀림 스프링 탄성계수를 나타낸다. 또한 양단이 고정단일 때 경계 조건은 식 (17a,b)와 같다.

$$\phi(0) = 0, \ \phi'(0) = 0; \ \phi(2\ell) = 0, \ \phi'(2\ell) = 0 \quad (17a,b)$$

오일러-베르누이(euler-bernoulli) 보의 이론으로 모우드의 진폭은 식 (18)과 같이 표현된다.

$$\phi_i(x) = a_1 \sin \beta_i x + a_2 \sin \beta_i x + a_3 \sin \beta_i x + a_4 \sin \beta_i x \quad (18)$$

여기서 a_1, a_2, a_3 와 a_4 는 식 (16)과 (17)에서 4개의 경계 조건으로부터 구해지며, β_i 는 굽힘강성(flexural rigidity) EI 및 고유 각 진동수(angular frequency) ω_i 와 관련된 고유 진동수 매개변수로서 식 (19)와 같다.

$$\beta_i^4 = \frac{m \omega_i^2}{EI} \quad (19)$$

Fig. 1의 모델에 있는 결합부가 비틀림 스프링만으로 독립적으로 연결되었다면 주파수방정식은 식 (20)과 같다.

$$1 + \cos \gamma_i \cosh \gamma_i + G(\sin \gamma_i \cosh \gamma_i + \cos \gamma_i \sinh \gamma_i) / \gamma_i = 0 \quad (20)$$

같은 방법으로 조인트가 선형 스프링으로만 독립적으로 연결되었다면 주파수방정식은 식 (21)과 같다.

$$1 + \cos \gamma_i \cosh \gamma_i + D(\sin \gamma_i \cosh \gamma_i - \cos \gamma_i \sinh \gamma_i) / \gamma_i^3 = 0 \quad (21)$$

여기서, $\gamma_i (= \beta_i \ell)$ 는 i 번째 고유치이고, G 와 D 는 각각 무차원 비틀림 및 선형 스프링 강성을 나타내며 식 (22a,b)와 같이 정의된다.

$$G = \frac{k_i \ell}{EI}; \quad D = \frac{k_v \ell^3}{EI} \quad (22a,b)$$

따라서 식 (16a,b)에서 선형 및 비틀림 스프링 상수 k_v 와 k_i 는 식 (22a,b)의 무차원 비틀림 및 선형 스프링 강성 G 와 D 로 표현된다. 이러한 무차원 스프링 강성의 정량적 변화를 통하여 식 (20)과 (21)로부터 좌우 보 결합부의 동적 거동을 관찰할 수 있는 근거를 마련할 수 있었다.

2.2 축약법

결합부의 강성을 조절한 후에 모델의 크기를 줄이기 위하여 고유치 문제 해석에 대한 재해석 알고리즘을 적용하고자 한다(Kirsch *et al.*, 2001). 만일 초기의 설계 단계에서 자유도의 수가 n 개인 모델에 설정된 질량행렬을 M_o , 강성행렬을 K_o 라고 할 때, 이에 해당하는 고유벡터 v_o 와 고유치 λ_o 는 식 (23)의 고유치 문제를 풀어 구할 수 있다.

$$K_o v_o = \lambda_o M_o v_o \quad (23)$$

결합 부위에서 설계 변경시 질량행렬의 변화량을 ΔM_o , 강성행렬의 변화량을 ΔK_o 라고 하면 변경된 질량행렬 M 및 강성행렬 K 는 식 (24a,b)가 성립한다.

$$M = M_o + \Delta M_o; K = K_o + \Delta K_o \quad (24a,b)$$

이로 인하여 변경된 다음 식 (25)의 고유치 문제를 푸는데 있어 자유도의 전체 모드 n 개를 고려하지 않고 효과적으로 축약된 모드 s 개만 고려하여 변경된 고유벡터 \mathbf{v} 와 λ 를 구하는 것이 본 해석의 목표이다.

$$(K_o + \Delta K_o)\mathbf{v} = \lambda M\mathbf{v} \quad (25)$$

상기의 식 (25)의 앞에 K_o^{-1} 를 곱한 후에 단위 행렬 I 와 $B = K_o^{-1}\Delta K_o$ 를 도입한다. $(I+B)^{-1}$ 을 곱하면 이항식의 급수(binomial series) 형태로 다음 식 (26)이 구해진다. 이때 상기의 식 (23)에서 \mathbf{v}_o 를 초항으로 하고 $-B$ 를 등비(geometric ratio)로 사용한다.

$$\mathbf{v} = (I+B)^{-1}\mathbf{v}_o \quad (26)$$

만일 강성행렬의 변화량 ΔK_o 가 매우 작다면 식 (26)은 식 (27)과 같이 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{v} = (I - B + B^2 - \dots + B^{s-1})\mathbf{v}_o \quad (27)$$

이에 따른 기저 벡터 \mathbf{r}_i 를 s ($\ll n$)개의 항에 대하여 구하면 식 (28a,b)와 같다.

$$\mathbf{r}_1 = K_o^{-1}(\lambda_o M_o \mathbf{v}_o) \quad (28a)$$

$$\mathbf{r}_i = -B\mathbf{r}_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, s \quad (28b)$$

이 때 축약된 자유도의 수는 s 이고 기저 벡터(basis vector)로 이루어진 기저 행렬(basis matrix)을 \mathbf{r}_B 라고 할 때 식 (29)와 같다.

$$\mathbf{r}_B = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_s] \quad (29)$$

따라서 고유벡터 \mathbf{v} 는 \mathbf{r}_i 를 기본으로 계수 y_i 를 고려하면 선형적 결합인 식 (30)으로 표현될 수 있다.

$$\mathbf{v} = \mathbf{r}_B \mathbf{y}; \quad \mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_s]^T \quad (30)$$

기저 행렬(basis matrix) \mathbf{r}_B 를 식 (25)에 대입하고 앞에 \mathbf{r}_B^T 를 곱하면 자유도 s 개를 가진 축약된 고유치 문제

(reduced eigen-problem)로 다음 식 (31)과 같이 표현되며 고유치 λ 와 계수 벡터 \mathbf{y} 를 구한다.

$$K_R \mathbf{y} = \lambda M_R \mathbf{y} \quad (31)$$

여기서, M_R 은 축약된 질량행렬을, K_R 은 축약된 강성행렬을 나타내며 원래의 모델 식 (25)의 크기가 $(n \times n)$ 에서 다음 식 (32)와 같이 크기 $(s \times s)$ 로 축약되어 유도된다.

$$M_R = \mathbf{r}_B^T M \mathbf{r}_B; \quad K_R = \mathbf{r}_B^T K \mathbf{r}_B \quad (32)$$

상기의 식 (31)과 (32)는 연성(coupled)된 식으로 표현되어 있다. 이러한 고유치 문제에서 해석의 효율성과 정확도를 높이기 위하여 상기의 식 (32)를 비연성(uncoupled)된 형태로 변환하기 위하여 직교정규화(orthonormalization) 작업을 수행한다.

관심있는 모우드를 예측하기 위하여 초기의 고유벡터 \mathbf{v}_o 를 사용하며 질량행렬 M 에 대하여 직교정규화된 고유벡터를 구한다. 식 (30)에서 구한 $(m+1)$ 번째 비직교화된 모우드 $\bar{\mathbf{v}}(m+1)$ 은 질량행렬 M 에 대하여 직교화된 모우드 $\mathbf{v}(m+1)$ 을 다음의 그램-슈미트 직교화(gram-schmidt orthogonalization)방법을 사용하여 구한다. 처음부터 m 번째까지를 구한 것을 $\mathbf{v}(1), \mathbf{v}(2), \dots, \mathbf{v}(m)$ 이라고 하며, 이 때 $\mathbf{v}(m+1)$ 과 $\mathbf{v}(i)$ ($i = 1, \dots, m$)는 식 (33a,b)를 만족하며 직교를 이룬다.

$$\mathbf{v}^T(m+1) M \mathbf{v}(i) = 0 \quad (33a)$$

$$\mathbf{v}^T(i) M \mathbf{v}(j) = \delta_{ij} \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (33b)$$

이 때 사용되는 계수 c_i 를 식 (34)와 같이 정의한다.

$$c_i = \bar{\mathbf{v}}^T(m+1) M \mathbf{v}(i) \quad (34)$$

직교화된 모우드 $\mathbf{v}(m+1)$ 은 식 (35)와 같이 구해진다.

$$\mathbf{v}(m+1) = \bar{\mathbf{v}}(m+1) - \sum_{i=1}^m c_i \mathbf{v}(i) \quad (35)$$

이로부터 질량행렬 M 에 대하여 정규화된 모우드 벡터 \mathbf{v}^* 를 구하면 식 (36)과 같다.

$$\mathbf{v}^*(m+1) = \mathbf{v}(m+1) / [\mathbf{v}^T(m+1) M \mathbf{v}(m+1)]^{1/2} \quad (36)$$

2.3 해석 절차

축약법을 활용하여 결합부의 거동을 관찰하기 위한 고유치 문제를 재정식화 하는 과정을 Fig. 2에 나타냈다. 먼저 구조물의 재료 물성치와 구조물의 기하학적인 형상에 대한 정보를 입력한다. 구조물의 결합부에서 설계를 변경하기 전과 후의 질량 및 강성행렬을 입력하고 각각의 변화량 ΔM_o 와 ΔK_o 을 계산한다. 이로부터 원래 모델의 고유치 문제(eigen-problem)를 풀고 관심있는 모우드를 선택하여 크기가 단위 벡터가 되도록 정규화하여 축약법(reduced method)을 시작한다.

역반복법(inverse iteration)을 사용하여 기저 벡터(basis vector)를 구하며 매 단계마다 단위 벡터로 정규화하고 이전 단계에서 계산한 벡터와의 선형 의존도를 점검한다. 선형성이 만족하지 않으면 기저 벡터의 수를 증가시켜서 만족할 때까지 역반복법을 수행한다. 선형성이 만족하면 기저 행렬(basis matrix)을 만들어 새로이 축약된 고유치 문제의 해를 구한다. 새로운 기저 벡터를 질량 행렬에 관하여 정규화를 실시한 후에 그램-슈미트 직교정규화(gram-schmidt orthonormalization) 작업을 함으로써 초기의 연성 문제(coupled problem)가 비연성 문제(uncoupled problem)로 변환된다. 이 때 직교정규화된 기저 벡터들로 부터 구성되는 새로운 기저 행렬은 질량 행렬에 대하여 단위 행렬이 만족하는지의 여부와 강성 행렬에 대하여 고유치(eigen value)가 만족하는지를 검토하게 된다.

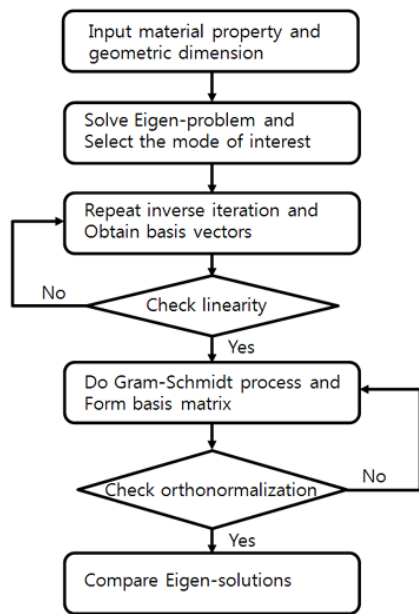


Fig. 2 A process of calculating the eigen-problem for the jointed member by the reduced approach

3. 해석 및 결과

본 논문에서 제시하는 수치해석 모델은 좌측 보의 자유단에 선형 및 비틀림 스프링을 설정하고 보를 유한요소 7개로 분할하였다. 절점 1번은 고정단이고 차례로 스프링 지지단인 절점 8번까지를 Fig. 3에 표시하였다.

수치해석의 편의를 위하여 요소의 질량은 $\rho(\text{밀도}) \times A(\text{단면적}) \times \ell_e(\text{요소길이}) = 420\text{kg}$ 으로 설정하였다. 탄성계수 $E = 206.844\text{kpa}$, 단면이차모멘트 $I = 4.835 \times 10^{-6} \text{m}^4$ 으로 하였다. 절점 7번과 8번으로 이루어지는 유한요소에서 스프링을 지지하는 절점 8번의 비틀림 및 선형 강성은 k_t 와 k_v 는 식 (37a,b)와 같다.

$$k_t = \frac{8EI}{\ell_e}; \quad k_v = \frac{24EI}{\ell_e^3} \quad (37a,b)$$

식 (22a,b)의 무차원 비틀림 및 선형 강성 G 와 D 의 변화에 따른 결합부의 동적 거동을 관찰하였다. 본 논문에서는 축약법의 효율성을 검증하고자 원래의 모델인 유한요소 모델에서 14개의 자유도를 모두 사용하였고, 결합부의 강성을 식 (37a,b)에서 변화시켜 다음과 같은 2개 경우의 축약 모델을 선택하였다. 경우 1은 $D=1.05$ 와 $G=1.05$ 인 것과 경우 2는 $D=0.90$ 과 $G=1.05$ 인 것을 수치 예제로 다루었다.

유한요소해석 결과는 모두 14개의 모우드가 산출되는데

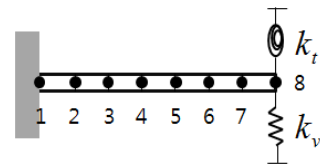


Fig. 3 A numerical model for the finite element analysis

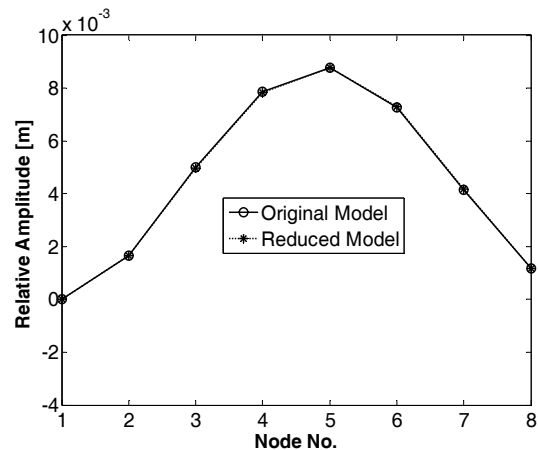


Fig. 4 A comparison of the amplitude for the first mode shape by change in $D=1.05$ and $G=1.05$

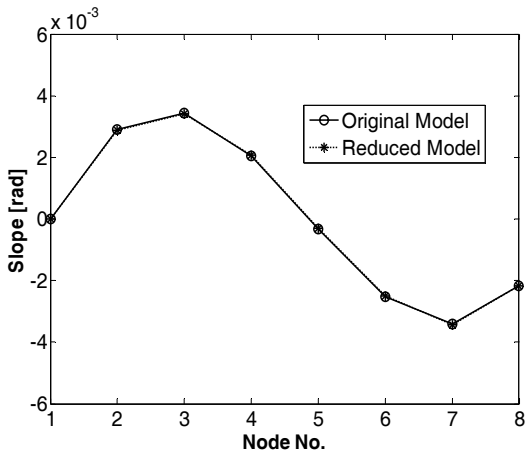


Fig. 5 A comparison of the slope for the first mode shape by change in $D=1.05$ and $G=1.05$

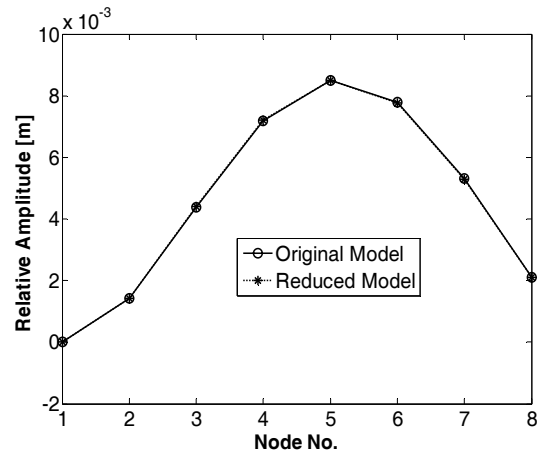


Fig. 8 A comparison of the amplitude for the first mode shape by change in $D=0.90$ and $G=1.05$

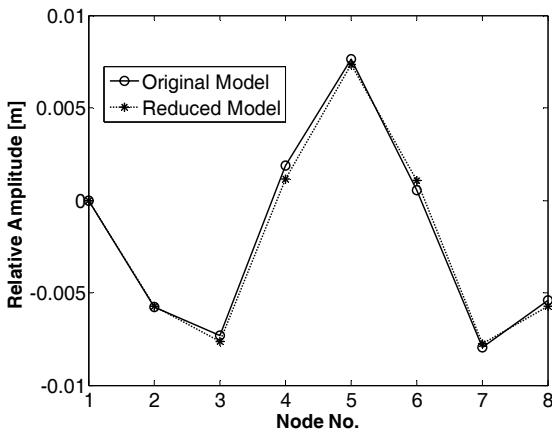


Fig. 6 A comparison of the amplitude for the second mode shape by change in $D=1.05$ and $G=1.05$

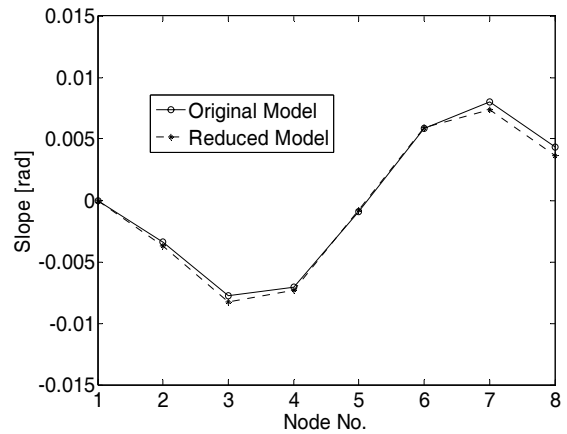


Fig. 9 A comparison of the slope for the first mode shape by change in $D=0.90$ and $G=1.05$

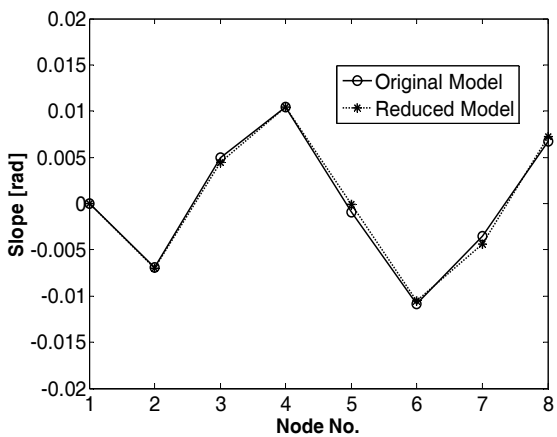


Fig. 7 A comparison of the slope for the second mode shape by change in $D=1.05$ and $G=1.05$

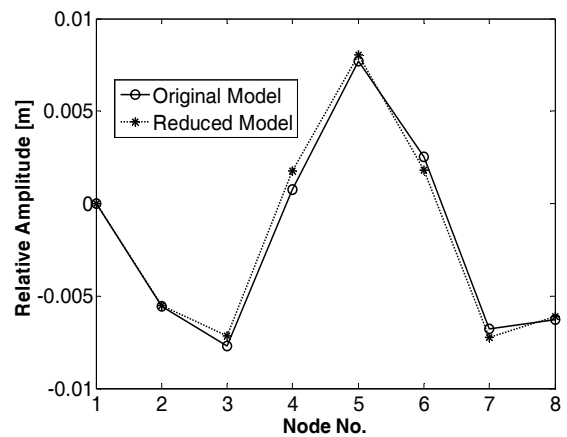


Fig. 10 A comparison of the amplitude for the second mode shape by change in $D=0.90$ and $G=1.05$

홀수 번째의 진폭 형상과 짝수 번째의 기울기 형상으로 구분되어진다. 경우 1의 해석 결과인 Fig. 4와 6은 각각 1차 및 2차 모우드 진폭이 축약법으로 구한 모우드가 정밀해와 잘

일치함을 보여주고 있다. Fig. 5와 7은 각각 1차 및 2차 모우드의 기울기, 즉 각 변형량을 보여주고 있으며 축약법에 의한 결과와 정밀해가 거의 일치함을 알 수 있다. 마찬가지로

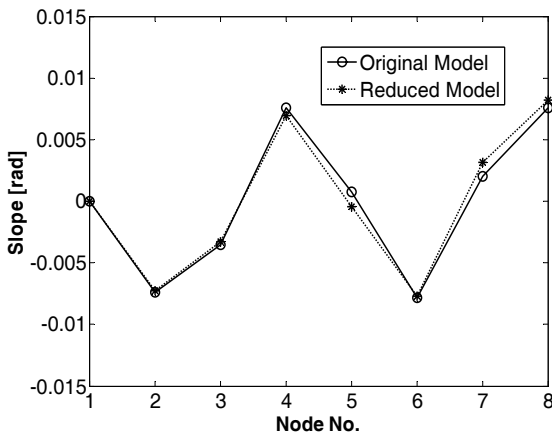


Fig. 11 A comparison of the slope for the second mode shape by change in $D=0.90$ and $G=1.05$

로 경우 2의 해석 결과인 Fig. 8과 10은 각각 1차 및 2차 모우드 진폭도 축약법에 의한 결과와 잘 일치함을 볼 수 있으며, Fig. 9와 11에서도 1차 및 2차 모우드의 기울기가 거의 일치함을 알 수 있다.

Table 1 Comparisons of data for the first mode by change in $D=1.05$ and $G=1.05$

Node No.	$v1(1)$	$v1(2)$	$v1(3)$	$v1(exact)$
1	0	0	0	0
2	0.0015	0.0016	0.0016	0.0017
3	0.0047	0.0050	0.0050	0.0050
4	0.0075	0.0078	0.0078	0.0079
5	0.0087	0.0088	0.0088	0.0088
6	0.0075	0.0073	0.0073	0.0073
7	0.0047	0.0042	0.0042	0.0042
8	0.0015	0.0012	0.0012	0.0012
λ (Eigenvalue)	0.0035	0.0034	0.0034	0.0034
Linearity		0.9315	1.0000	

Table 2 Comparisons of data for the first mode by change in $D=0.90$ and $G=1.05$

Node No.	$v1(1)$	$v1(2)$	$v1(3)$	$v1(exact)$
1	0	0	0	0
2	0.0015	0.0014	0.0014	0.0014
3	0.0047	0.0045	0.0044	0.0044
4	0.0075	0.0073	0.0072	0.0072
5	0.0087	0.0085	0.0085	0.0085
6	0.0075	0.0077	0.0078	0.0078
7	0.0047	0.0052	0.0053	0.0053
8	0.0015	0.0021	0.0021	0.0021
λ (Eigenvalue)	0.0026	0.0025	0.0025	0.0025
Linearity		0.9042	0.9976	

Table 1은 수치해석의 경우 1에 대한 축약법을 수행한 결과를 보여주고 있다. $v1(3)$ 은 첫 번째 모우드를 예측하기 위하여 기저 벡터를 3개 사용했다는 것을 의미한다. 이 때, 원래 모델의 크기가 14×14 에서 3×3 로 현격히 축소됨에도 불구하고 원래 모델의 고유치와 모우드는 정밀해와 정확히 일치함을 알 수 있다. 비록 1개의 기저 벡터를 사용한 $v1(1)$ 의 경우에도 정밀해와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

마찬가지로 Table 2는 수치해석의 경우 2에 대한 축약법을 수행할 때의 결과를 보여주고 있으며, 경우 1과 같이 3개의 기저 벡터를 사용했을 때 정밀해와 일치함을 알 수 있다. 또한 1개의 기저 벡터를 사용한 경우에도 정밀해와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 경우 1과 2의 해석에서 2개의 기저 벡터를 사용했을 때 선형성이 각각 93%와 90%임에도 불구하고 정밀해와 잘 일치하고 있음을 관찰할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 구조물 결합부의 동적 거동을 관찰하기 위하여 두 개의 외팔보가 서로 마주 보며 대칭인 상태에서 가운데에 결합부를 생성하였다. 결합부의 강성 변화를 정량화하기 위하여 선형 및 비틀림 스프링을 이식하고 에너지 방법에 의하여 운동방정식을 도출하였다. 이러한 과정에서 결합부의 강성은 일반항의 외력으로 정식화되었다. 이를 바탕으로 무차원화된 선형 및 비틀림 강성으로 표현되는 주파수 방정식으로부터 결합부의 강성 변화에 따른 고유 진동수와 모우드가 변함을 알 수 있었다.

결합부의 강성 변화로 인한 재해석을 수행하고자 기저 벡터의 수를 획기적으로 줄여 축약 해석을 하였다. 원래 모델과 비교하여 축약 모델의 계산 효율성을 보여주고자 결합 강성에 5~10%의 변화를 주고 두 가지 경우의 수치해석을 유한요소법으로 수행하였다. 세 개의 기저 벡터를 사용하여 축약법에 의한 1차 및 2차 모우드의 진폭과 기울기가 정밀해와 잘 일치함을 알 수 있었다. 비록 한 개의 기저 벡터로 시도하여도 해석의 결과가 매우 우수함을 증명하였다. 따라서 축약법에 의하여 결합 강성 변화에 따른 재해석은 자유도의 수를 현저히 감소시켜 계산의 비용을 획기적으로 줄일 수 있음을 보여 주었다.

감사의 글

본 연구는 2013년도 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구된 논문임.

References

- Bortman, J., Szabo, B.A.** (1992) Analysis of Fastened Structural Connections, *AIAA Journal*, 30(11), pp.2758~2764.
- Goege, D., Fuellekrug, U., Sinapius, M., Link, M., Gaul, L.** (2005) Advanced Test Strategy for Identification and Characterization of Nonlinearities of Aerospace Structures, *AIAA Journal*, 43(5), pp.974~986.
- Jalali, H., Ahmadian, H., Mottershead, J.E.** (2007) Identification of Nonlinear Bolted Lap-Jointed Parameters by Force-State Mapping, *Int. J. Solids & Struct.*, 44(25-26), pp.8087~8105.
- Kirsh, U., Papalambros, P.Y.** (2001) Exact and Accurate Reanalysis of Structures for Geometrical Changes, *Eng. Comput.*, 17(4), pp.363~372.
- Yun, S.-H., Bauchau, O.A.** (1998) Improving Modal Parameter Predictions for Jointed Airframe Panel, Part I: Experiments, *J. American Helicopter Soc.*, 43(2), pp.156~163.

요 지

기계 구조물에서 부재의 결합부가 시스템 전체의 동적 거동에 매우 심각한 영향을 미치고 있다. 따라서 동적인 응답의 정확한 예측은 이러한 결합부를 어떻게 모델링 하느냐에 달려 있다고 해도 과언이 아니다. 본 논문에서는 결합부의 유연성을 정량적으로 표현하기 위하여 서로 대칭이고 마주보는 외팔보의 중앙에 선형 및 비틀림 스프링을 결합부에 이식하였다. 이를 바탕으로 결합부의 강성 변화에 따른 시스템의 재해석은 축약법과 유한요소법으로 계산하였다. 이항 급수로 표현되는 기저 벡터의 수에 따라서 전체 모델의 크기는 획기적으로 감소되어 축약 모델로 매우 짧은 시간에 효율적으로 계산할 수 있었다. 본 연구에서는 두 가지 경우의 수치해석 예가 제시되어 축약 모델의 결과가 정밀해와 잘 일치함을 보여주고 있다.

핵심용어 : 결합강성, 축약해석, 유한요소해석, 진동문제