

## 대경사를 지나는 천수 흐름에서 수정된 정수압의 효과

### Effect of Corrected Hydrostatic Pressure in Shallow-Water Flow over Large Slope

황 승 용\*

Hwang, Seung-Yong

#### Abstract

This study suggests a new hydrostatic pressure distribution corrected for nonuniform flow over a channel of large slope. For analyzing shallow-water flows over large slope accurately, it is developed a finite-volume model incorporating the pressure distribution to the shallow water equations. Traveling speed of the hydraulic jump downstream a parabolic bump in the drain case is quite reduced by the weakened bottom gradient source term in the model with the pressure correction. In simulating the dam-break flow over a triangular sill, it is identified that the model with pressure correction could capture the water surface by the digital imaging measurements more than the model without that. Due to the pressure correction decreasing the reflected flows on and increasing overflows over the sill, there are good agreements in the experiment and the simulation with that. Therefore, this model is expected to be applied to such practical problems as flows in the spillway of dam or run-up on the beach.

**keywords** : shallow water equations, pressure correction, large slope, Riemann solver, FVM

#### 요 지

대경사 수로의 부등류에 대해 적용될 수 있도록 수정된, 새로운 정수압 분포를 제시하였다. 이것을 천수방정식에 적용하여 대경사를 지나는 천수 흐름을 정확하게 해석할 수 있는 유한체적 모형을 개발하였다. 포물선형 용기의 배수에 대해 압력 수정이 고려된 모형에서 바닥 경사 생성항의 영향이 줄어들어 용기의 하류에서 도수의 진행 속도가 크게 감소되었다. 삼각형 턱을 지나는 댐 붕괴 흐름에 대한 모의에서 압력 수정항이 추가된 모형으로 디지털 영상분석에 의한 수면을 압력 수정이 고려되지 않은 경우에 비해 더 잘 포착할 수 있음을 확인하였다. 압력 수정항 덕분에, 턱에 반사되는 흐름은 줄어들고 월류는 늘어 모의 결과가 실험 결과에 잘 부합된다. 따라서 댐의 여수로나 해안의 처오름 등 실용적인 문제에 대한 이 모형의 적용성이 기대된다.

**핵심용어** : 천수방정식, 압력 수정, 대경사, Riemann 해법, FVM

#### 1. 서 론

개수로에서 천수 흐름의 압력은 정수압으로 간주되며, 이는 천수방정식의 유도에서 반드시 필요한 천수 가정이

다(Liggett, 1994). 즉, 정수압,  $p$ 의 분포는 다음과 같다.

$$p = \rho g(\eta - z), \quad (b \leq z \leq \eta) \quad (1)$$

여기에서  $\rho$ 는 물의 밀도,  $g$ 는 중력가속도,  $z$ 는 연직 방향

\* 한국건설기술연구원 수자원·환경연구본부 하천해안연구실 수석연구원 (e-mail: syhwang@kict.re.kr, Tel: 82-31-910-0653)  
Senior Researcher, River and Coast. Res. Div., Water Res. & Env. Res. Dept., KICT, Gyeonggi-do 411-712, Korea

의 거리, 그리고  $\eta$ 는 수위로서  $z$  방향의 바닥 표고,  $b$ 와 수심,  $h$ 로부터 다음과 같다.

$$\eta = b + h \quad (2)$$

수평 방향의 거리,  $x$ 에 대한 압력 경사항,  $-(1/\rho)\partial p/\partial x$ 를 Leibnitz 법칙을 이용하여  $z$  방향에 대해 적분하면 다음과 같다.

$$\int_b^\eta \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (3)$$

Eq. (3)을 1차원 천수 방정식의 보존형에서 운동량 방정식에 적용하면 다음과 같다(Weiyan, 1992).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} \left( hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) &= -S_f - gh \frac{\partial b}{\partial x} \\ &= -S_f - gh \tan \theta \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서  $t$ 는 시간,  $u$ 는 수심 적분된 유속,  $\theta$ 는 수로의 바닥에 대해  $x$  축으로부터 반시계 방향의 각도, 그리고  $S_f$ 는 마찰 경사에 의한 생성항으로 Manning 계수,  $n$ 을 이용하여  $S_f = n^2 gh^{-1/3} u^2$ 이다. 그런데 Eq. (4)에서  $\tan \theta$ 는  $\sin \theta$ 를 근사하여 나타낸 것이므로 매우 작은  $\theta$ 에 대해서만 Eq. (4)가 성립된다(Liggett, 1994). 수로의 경사각,  $\theta$ 의 범위에 대해 Liggett (1994)는 장파 이론(long wave theory)으로부터  $\tan \theta < 1/20$ 로 두었고, Chow(1959)는 압력 수두의 감소가 1% 미만인  $\tan \theta < 1/10$ 까지는 무방하다고 보았다. 수로의 경사가  $1/10$ 보다 큰 경우, 점변류(gradually-varied flow)에서 급경사(steepest slope) 수로와 구분하기 위해 대경사 수로(channel of large slope)로 분류되며, 그 영향이 고려되어야 한다(Chow, 1959).

천수방정식에서 바닥 경사의 제한이 생긴 이유는 운동이 기술되는 평면을 기울어진 바닥에 두고 그 경사각이 매우 작다고 가정하였기 때문이다(Liggett, 1994). 즉, Eq. (1)에서 압력의 분포는 평평한 바닥에 대해서만 성립되며, 경사 수로의 천수 흐름에서는  $z$ 를 연직 거리가 아닌, 수로 바닥을 따르는 좌표에 직교하는 거리로 두어야 정확한 압력 분포가 된다(Chow, 1959). 이러한 괴리는 수로의 바닥을 따르는 곡선 좌표(curvilinear coordinate)를 적용하면 해소되나, 수학적으로 복잡한 변환이 요구된다(Dressler, 1978; Savage and Hutter, 1994; Keller, 2003).

또한, 곡선 좌표로 기술되는 천수방정식은 대경사 수로에 대해 엄밀하기는 하나, 운동방정식이 보존형으로 기술되기 어려워 Eq. (4)가 갖는, 수학 또는 수치해석 측면의 장점들이 유지되기 어렵다(Bouchut et al., 2003). 따라서 천

수방정식에서 바닥 경사에 의한 생성항의 기원인 압력 경사항에 대해 대경사에 의한 영향을 고려하여 지배 방정식을 보완하는 것이 실용적일 것이다. 대경사 수로를 지나는 등류(uniform flow)에 대해 정수압의 분포는 다음과 같다(Chow, 1959).

$$p = \rho g(\eta - z) \cos^2 \theta \quad (5)$$

여기에서  $\cos^2 \theta$ 는 압력에 대한 수정 계수(correction factor)이다(Chow, 1959). 따라서 Eq. (3)은 다음과 같이 수정된다.

$$\int_b^\eta \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \sin^2 \theta \quad (6)$$

Eq. (6)에서 우변의 마지막 항을 Chow (1959)에 따라 압력 수정항으로 불러야 할 것이다.

그런데 Eq. (6)은 흐름이 등류인 경우에 대해 유도되었으므로 바닥과 수위의 변화가 동일한 경우에만 적용될 수 있다. 이 연구에서는 대경사 수로에서 바닥과 수위의 변화가 서로 다른 부등류에 대해서도 적용될 수 있는 압력 수정항을 유도하고 이를 대경사를 지나는 천수흐름에 적용하고자 한다.

## 2. 이 론

### 2.1 천수방정식에서 압력 수정항

Fig. 1과 같이 대경사 수로에서 부등류가 흐를 때, 바닥에서 압력,  $p_b$ 는 바닥에 수직인 수심,  $d$ 에 대해 다음과 같다(Chow, 1959).

$$p_b = \rho g d \cos \alpha \quad (7)$$

여기에서  $\alpha$ 는  $\theta$ 와 같이 정의되는 바닥의 경사각이다. 그림으로부터 연직 방향 수심,  $h$ 와  $d$ 의 관계는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$h = d \cos \alpha (1 + \tan \alpha \tan \beta) \quad (8)$$

여기에서  $\beta$ 는  $\theta$ 와 같이 정의되는 수위의 경사각이다. Eq. (8)을 이용하여 Eq. (7)을  $d$  대신  $h$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$p_b = \rho g h (1 + \tan \alpha \tan \beta)^{-1} \quad (9)$$

따라서 대경사 수로의 부등류에 대해 수정된 정수압의 분포는 다음과 같다.

$$p = \rho g(\eta - z)(1 + \tan \alpha \tan \beta)^{-1} \quad (10)$$

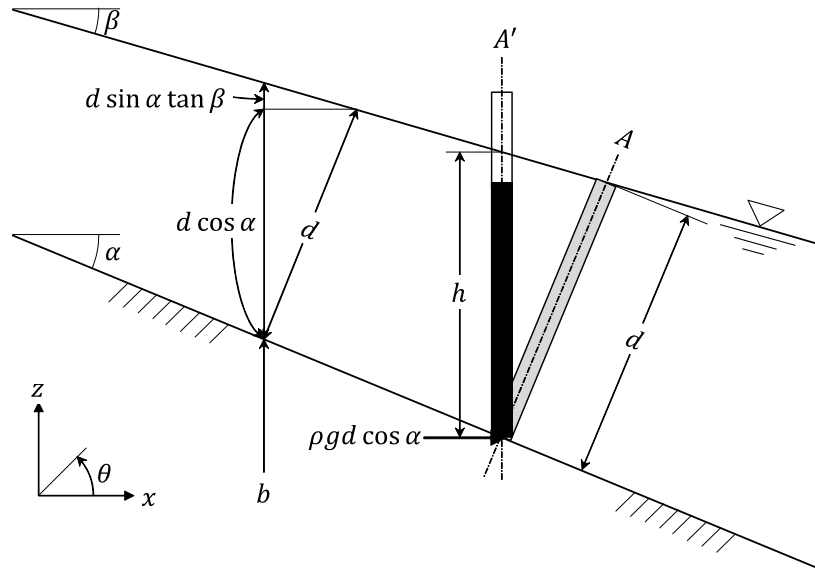


Fig. 1. Nonuniform Flow in a Channel of Large Slope

Eq. (10)에서 흐름이 등류일 때( $\alpha = \beta = \theta$ ), 삼각함수의 항등식으로부터 Eq. (10)은 Eq. (5)와 같다.

Eq. (10)에 따라 대경사 수로에서 수심 적분된 압력 경사항은 다음과 같이 수정된다.

$$\int_b^\eta \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \left( \frac{\tan \alpha \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right) \quad (11)$$

따라서 Eq. (11)을 이용하여 대경사 수로에 대한 압력 수정이 고려된 운동량 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x} \left( hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) = \\ -S_f - gh \frac{\partial b}{\partial x} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \left( \frac{\tan \alpha \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서 우변의 마지막 항이 압력 수정항이다.

Eq. (12)에서  $\tan \alpha = \partial b / \partial x$  그리고  $\tan \beta = \partial \eta / \partial x$  이므로 바닥 경사 생성항과 압력 수정항을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} -gh \frac{\partial b}{\partial x} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \left( \frac{\tan \alpha \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right) = \\ -gh \frac{\partial b}{\partial x} \left( 1 - \frac{\tan^2 \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Eq. (13)에서 알 수 있듯이, 압력 수정항에 의해 바닥 경사에 의한 생성항의 영향이 대체로 줄어들게 된다. 즉, 대경사에서는 바닥 경사에 의한 생성항의 영향이 소경사 수로(channel of small slope)에 비해 대체로 더 작다. 그러나

( $\partial b / \partial x$ ) $\partial \eta / \partial x < -1$ 인 경우에는 오히려 그 반대로 작용될 수 있다. 그 예로서 급경사면에서 잠긴 도수(drowned hydraulic jump)나 파의 처내림(run-down) 등을 들 수 있다. 한편, ( $\partial b / \partial x$ ) $\partial \eta / \partial x = -1$ 인 경우에는 압력 수정항이 정의되지 않는다.

## 2.2 유한체적법과 근사 Riemann 해법

수치해법을 적용하기 위한 지배방정식은 다음과 같은 1차원 천수방정식이다.

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (14a)$$

여기에서 아래 첨자,  $t$ 와  $x$ 는 각각에 대한 편미분을 의미하고, 보존변수의 벡터,  $\mathbf{U}$ , 흐름률 벡터,  $\mathbf{F}$ , 그리고 생성항 벡터,  $\mathbf{S}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{U} = [h, hu]^T \quad (14b)$$

$$\mathbf{F} = [hu, hu^2 + gh^2/2]^T \quad (14c)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_f \quad (14d)$$

여기에서  $\mathbf{S}_0$ 와  $\mathbf{S}_f$ 는 각각 바닥 경사와 마찰에 의한 생성항으로 다음과 같다.

$$\mathbf{S}_0 = \left[ 0, -ghb_x \left( 1 - \frac{\tan^2 \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right) \right]^T \quad (14e)$$

$$\mathbf{S}_f = [0, -S_f]^T \quad (14f)$$

Eq. (14)를 임의의 검사체적,  $\Omega$ 에 대해 Gauss의 발산 정

리를 이용하여 적분하면 다음과 같다.

$$\iint_{\Omega} \mathbf{U}_i d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{F}(\mathbf{U}) \cdot \mathbf{dn} = \iint_{\Omega} \mathbf{S}(\mathbf{U}) d\Omega \quad (15)$$

여기에서  $\mathbf{n}$  은 경계,  $\partial\Omega$ 에서 외부로 향하는 단위법선 벡터이다.

Eq. (15)를 Fig. 2와 같은 격자 배치에서  $x_{i-1/2}$ 와  $x_{i+1/2}$ 에 위치한 두 변으로 이루어진 격자,  $i$ 에 대해 적용하면, 이산화된 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{U}}_i = \mathbf{S}(\mathbf{U}_i) - \frac{\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}}{\Delta x_i} \quad (16)$$

여기에서  $\Delta x_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$  그리고  $\dot{\mathbf{U}}$ 은 시간에 대한  $\mathbf{U}$ 의 도함수이다.

$x_{i+1/2}$ 에 위치한 격자의 한 변에 대해 Riemann 문제는 다음과 같은 1차원 쌍곡선형 미분방정식의 초기치 문제이다(Lee and Lee, 1998).

$$\mathbf{U}_t + [\mathbf{F}(\mathbf{U})]_x = \mathbf{0} \quad \mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{U}_i & x < x_{i+1/2} \\ \mathbf{U}_{i+1} & x > x_{i+1/2} \end{cases} \quad (17)$$

Eq. (17)을 풀기 위한 근사 Riemann 해법으로 HLL형(HLL-type) 기법 중에서 가장 최근에 제안되었으며 van Leer (2006)에 의해 가장 효율적인 기법으로 알려진 HLLL 기법을 적용하였다. HLLL 기법의 이론에 대해서는 Linde (2002)의 연구에서 참조할 수 있으며, Hwang and Lee (2012)는 천수방정식에 대해 HLLL 기법을 처음으로 적용한 바 있다.

공간에 대한 2차 정확도의 해를 확보하기 위해 van Leer (1979)가 제안한 MUSCL(Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Laws)을 이용하여  $x_{i+1/2}$ 에서 다음과 같이 재구축한다.

$$\mathbf{U}_{i+1/2} = \mathbf{U}_i + \frac{1}{2} \mathbf{s}_i \Delta x_i \quad (18)$$

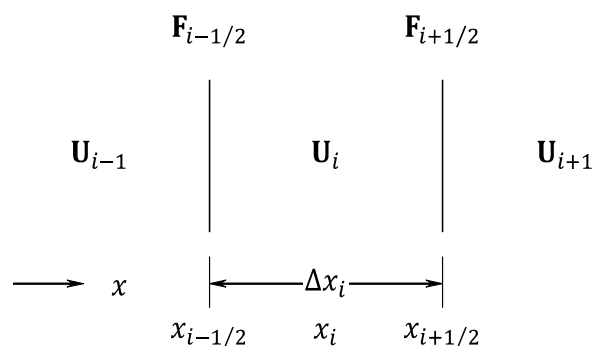


Fig. 2. Layout of Computational Grids

여기에서  $\mathbf{s}_i$ 는 인접 격자의 보존변수가 고려된, 격자 내 보존변수의 경사로서 van Leer 제한자를 적용하여 물리적으로 타당한 값이 되도록 제한하였다. 또한, 시간에 대한 2차 정확도의 해를 얻기 위해 Eq. (16)에 2차 Runge-Kutta 방법을 적용하였으며, 계산 시간을 줄이기 위해 수정 단계에서만 Riemann 해법이 적용되는 MUSCL-Hancock 기법을 사용하였다(van Leer, 2006).

### 3. 적용

#### 3.1 선평형성 검토

Eq. (16)을 해석할 때, 근사 Riemann 해법에서 계산되는 흐름률 항과 생성항의 선평형성(well-balancedness)을 검토할 필요가 있으며, 경사면에서 선평형성은 정상 상태에서 초기 정수(still water)의 지속 여부를 통해 확인될 수 있다(Bermudez and Vázquez, 1994). Hwang (2013)은, Begnudelli and Sanders (2006)가 일부만 잠기는 격자(Partially Submerged Cell, PSC)에 대해 제안한, 체적-자유수면 관계(Volume/Free-surface Relationship, VFR)를 Eq. (4)에 적용하였을 때, 경사면에 대한 선평형성이 확보됨을 이미 밝힌 바 있다. 따라서 추가된 압력 수정항에 의한 영향만을 살펴보면, 정수에 대해 그 항의  $\partial\eta/\partial x = 0$ 이 되므로 Eq. (12)의 압력 수정항이 수치해법의 선평형성에 미치는 영향이 전혀 없음을 쉽게 알 수 있다.

선평형성을 실제로 검증하기 위해 Aureli et al.(2008)이 다음과 같이 제안한  $[-10 \text{ m} \leq x \leq 10 \text{ m}]$  구간의 포물선형 용기(parabolic bump) 문제에 모형을 적용한다.

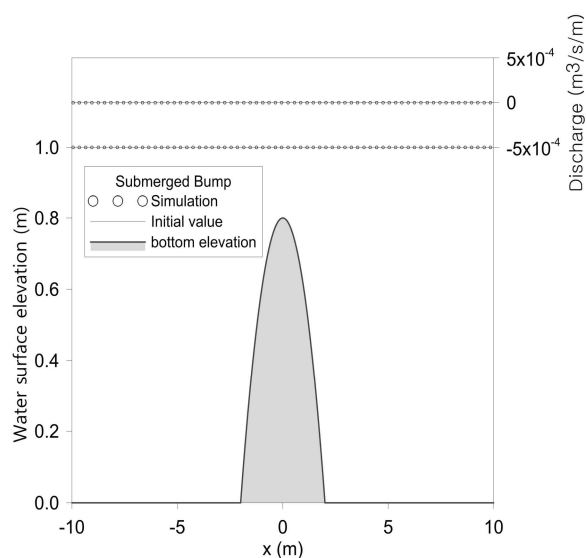


Fig. 3. Submerged Bump in the Still Water

$$b(x) = \begin{cases} b_c \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) & -2 \text{ m} \leq x \leq 2 \text{ m} \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (19)$$

여기에서  $b_c$ 는 용기의 높이로 0.8m이다. 이때, 바닥 경사는 0에서 8/10 사이의 범위에 있으며, 평균 경사는 4/10 (>1/10)로서 대경사이다.

계산 영역을 0.1m 크기의 계산 격자로 분할하여 마찰이 없는 수로 전체에서 유속이 없고 수위가 1.0m로 용기가 완전히 잠긴 경우와 0.5m로 일부 드러난 경우에 대해 각각 모의하였다. 이때, 직전 단계의 수심에 대한 상대오차가  $1 \times 10^{-6}$ 보다 작으면 정상 상태에 도달한 것으로 보았다. 그 결과들을 Figs. 3 and 4에 각각 보였으며, 그림에서 실선은 초깃값이고 동그라미는 모의 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이, 두 경우 모두에 대해 초깃값과 잘 일치되므로, 경사면에 대해 VFR 기법이 적용되었을 때, 압력 수정항이 포함된 Eq. (12)의 선형형성이 확인된다.

### 3.2 포물선형 용기에서 배수의 경우

대경사 수로에서 흐름의 거동을 살펴보기 위해 Eq. (19)의 포물선형 용기 위로 수위 1m인 정수 상태의 물이 하류 경계( $x=10\text{m}$ )로 갑자기 빠져나가는 경우에 대해 모의하였다. 이를 위해 상류 경계( $x=-10\text{m}$ )에서 개방 경계조건을 부여하고, 하류 경계에서는 지속적인 댐 붕괴 흐름을 만들기 위해 수위를 영으로 두었다. 따라서 용기의 하류에서 물이 급작스럽게 빠져 완전히 사라지고, 그 상류에서는 월류에 의해 수위가 낮아지다가 용기의 정점에 맞추어 정체될 것이다. 이때, 계산 시간의 간격은 5ms이고, Hwang (2013)에 따라 수심이  $1\mu\text{m}$ 보다 작으면 영으로 강

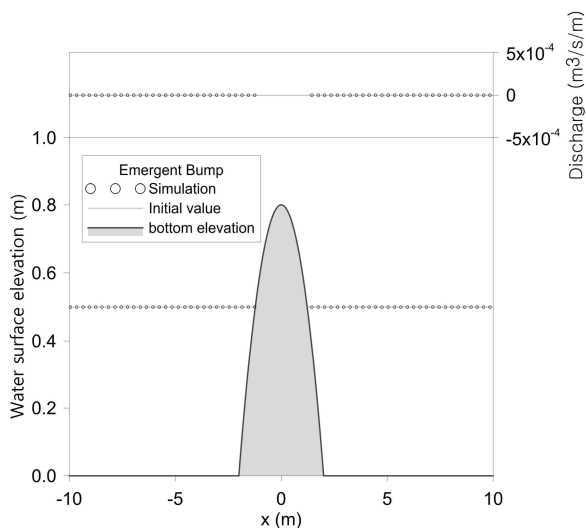
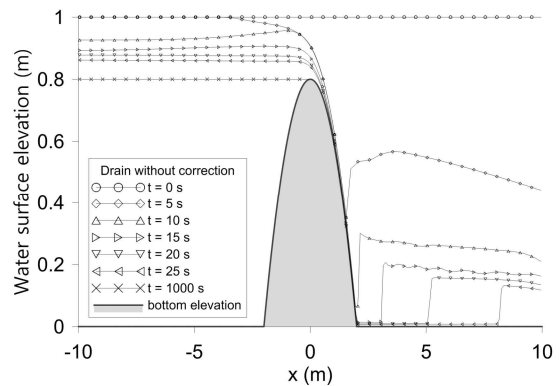


Fig. 4. Emergent Bump in the Still Water

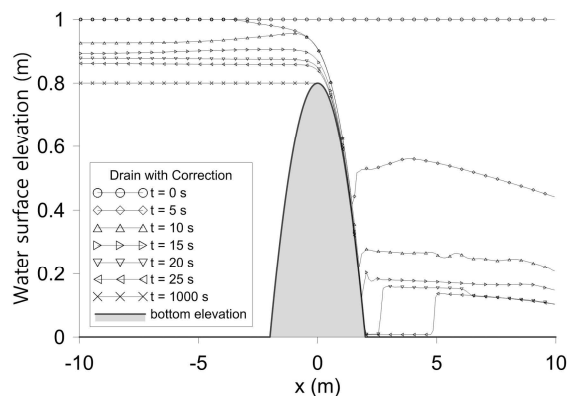
제하였다.

Fig. 5(a)는 압력 수정항이 없는 Eq. (4)의 운동량 방정식을 이용한 Hwang (2013)의 결과이고, Fig. 5(b)는 압력 수정이 고려된 Eq. (12)에 의한 것이다. 두 그림에서 용기의 상류에서 수위의 거동은 거의 같으나, 그 하류에서는 약간 차이를 알 수 있다. 둘 사이에서 가장 큰 차이를 보이는 것은 하류에서 도수의 진행 속도로서 압력 수정항이 없는 경우의 속도는 25s 동안 진행된 도수 위치의 차이가 약 1.7배일 정도로 더 빠르다. 이것은, 2.1절에서 검토한 바와 같이, 압력 수정항에 의해 바닥 경사 생성항의 영향이 줄어들어 용기의 순경사면에서 유속이 감소되기 때문이다.

Fig. 6은 용기의 하류 끝( $x=1.95\text{m}$ )에서 유속과 Froude 수를 나타낸 그림이다. 그림에서 빈 동그라미와 함께 나타낸 실선은 압력 수정이 고려된 결과이고 채운 동그라미와 함께 나타낸 실선은 그렇지 않은 경우이다. 또한, 비교를 위해 Froude 수, 1에 대해 점선으로 나타내었다. 그림으로부터 용기의 하류 끝 유속의 상당한 저하가 있음을 알 수 있다. 즉, 압력 수정항이 고려된 모형의 결과는 그렇지 않은 경우에 비해 대체로 상류(subcritical flow)의 상태가 더



(a) without the pressure correction



(b) with the pressure correction

Fig. 5. Drain Case of a Bump

래 지속되고 유속은 훨씬 작다. 압력 수정이 고려된 결과에서, 8s에서 보이는 유속의 큰 변동은 잠긴 도수의 발생으로 바닥 경사항의 영향이 오히려 더 커졌기 때문이다. 또한, 12s와 16s 사이에서 나타나는 유속의 진동은 Froude 수가 한계류(critical flow)에 근접하여 흐름이 매우 불안정하기 때문인 것으로 보이나, 수치해의 불안정성과 관련되는 지에 대해서는 분명하지 않다.

### 3.3 삼각형 턱을 지나는 댐 붕괴 흐름

Soares-Frazão (2007)는 Fig. 7과 같이 길이 5.6m의 실험 수로에서 상류 저수지와 하류 웅덩이에 물을 채워 저수지의 붕괴에 의한 흐름이 높이 0.065m의 삼각형 턱(bottom sill)을 지나는 실험을 수행하였다. 이때, 경사는 1.4/10 ( $> 1/10$ )로 포물선형 용기에 비해 작은 편이나 대경사의 영향이 나타날 것으로 보인다. 45s 동안의 실험에서 수위의 직접 측정과 함께 턱이 있는 구간에서는 수위의 종방향 변화를 살펴 보기 위해 고속 CCD 카메라를 이용한 촬영이 이루어졌다.

Fig. 8은 1.8, 3.0, 그리고 3.7 s일 때 정지 영상과 디지털 영상분석에 의한 수면곡선을 각각 나타낸 그림이다. 그림에서 노란색 네모로 표시된 점이 영상분석에 의한 수면이다. Fig. 8(a)에 보이듯이, 초기에는 흐름이 저수지로부터 댐 붕괴에 의해 분류(jet)처럼 진행된다. 턱의 역경사면에서

단파(bore)가 발생되어 그 상류로 전파되고, 월류된 일부는 턱의 순경사면에 의해 가속되어 웅덩이에서 하류 끝의 벽에서 반사된다(Fig. 8(b) and 8(c) 참조).

압력 수정이 고려되지 않은 Eq. (4)의 운동량 방정식을 이용한 Hwang (2013)의 결과도 실험 결과와 비교하였으며, 그림에서 붉은색 실선으로 나타내었다(Fig. 8). 모의된 수면곡선은 영상분석 결과와 대체로 일치하나, 턱의 역경사에서 발생하는 단파의 이동 속도가 실험 결과에 비해 과대 추정되는 것으로 나타난다. 따라서 턱에 반사되는 흐름이 실험에 비해 더 많고 턱을 넘는 월류는 비교적 적다(Hwang, 2013).

압력 수정항이 있는 모형을 Soares-Frazão (2007)의 실험 결과 및 Hwang (2013)의 모의 결과와 비교하였다. 이를 위해 모의 조건을 Hwang (2013)의 조건과 일치시켰으며, 그림에서 압력 수정이 고려된 결과를 파란색 실선으로 나타내었다. 초기에는 흐름이 분류처럼 진행되어 수심이 매우 작으므로 경사에 의한 영향이 크지 않을 것이다. 결국, Fig. 8(a)에서 보이듯이, 모의 결과 사이에서 압력 수정항의 고려 유무에 따른 차이가 거의 없어 두 결과는 서로 중첩되어 있다.

그러나 턱의 역경사면에서 발생한 단파가 상류로 전파되는 3.0s에서 압력 수정항의 고려 유무에 따른 이동 속

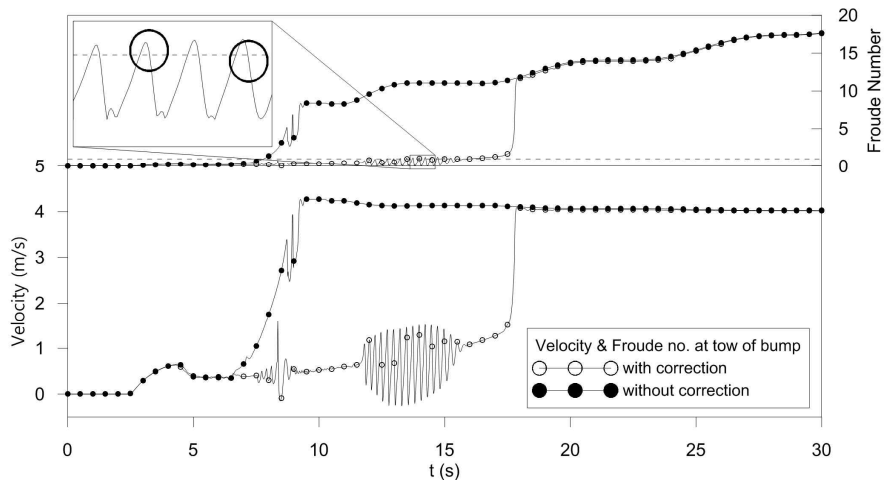


Fig. 6. Velocity and Froude Number at the Tow of Bump

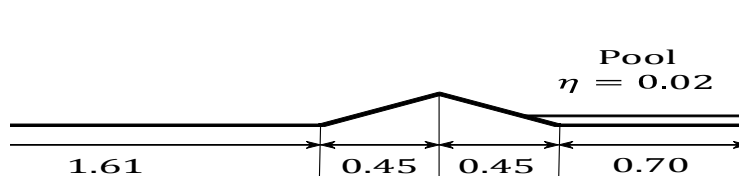


Fig. 7. Experimental Set-up and Initial Conditions (in meters)

도의 차이가 나타난다(Fig. 8(b) 참조). 압력 수정이 고려된 모형의 결과가 디지털 영상분석에 의한 수위에 더 근접함을 알 수 있다. Fig. 8(c)에서도 압력 수정항이 있는 모형의 결과가 상류로 진행되는 단파에 더 잘 포착된다. 또한, 턱을 넘어가는 흐름의 수심도 압력 수정이 고려되

지 않은 모형에 비해 수심이 약간 더 크다. 따라서 압력 수정항이 없는 모형에 비해 압력 수정이 고려된 모형의 결과가 턱에 반사되는 흐름은 더 적고 월류는 더 많아 실험 결과에 잘 부합됨이 확인된다.

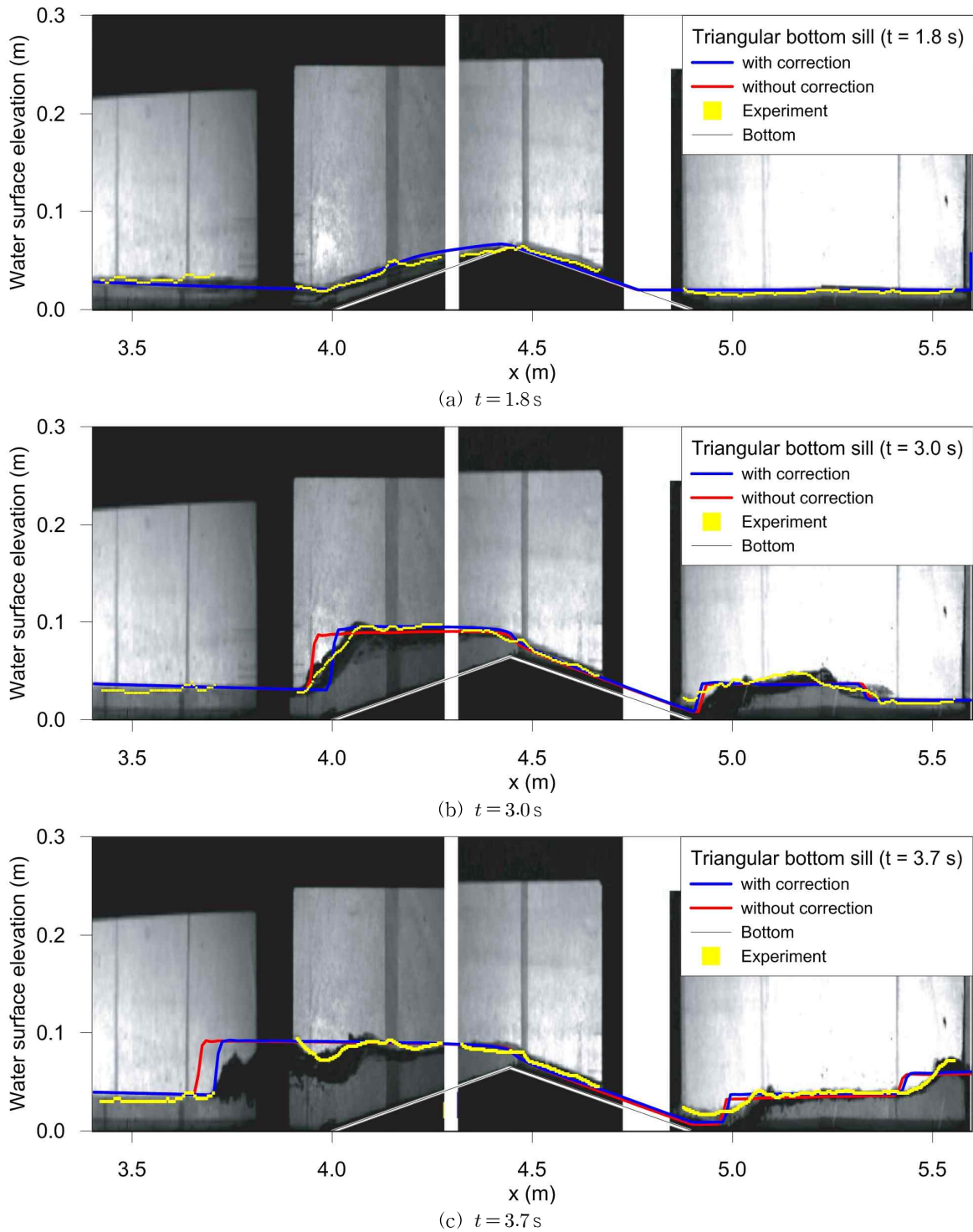


Fig. 8. Water Surface Profiles of Experiment (digital imaging) and Simulations

## 4. 결 론

대경사 수로의 부등류에 대해 적용될 수 있도록 수정된, 새로운 정수압 분포를 유도하고 이를 천수방정식에 적용하여 대경사를 지나는 천수 흐름을 보다 정확하게 해석할 수 있는 유한체적 모형을 개발하였다. 모형에서 흐름률 항에 대해 HLLL 기법을 적용하였으며, PSC를 고려하기 위해 VFR를 이용하여 모형을 구성하였다. 이를 대경사를 지나는 천수 흐름에 적용하여 몇 가지 문제를 검토하였으며, 도출된 결론은 다음과 같다.

- 1) 대경사의 영향이 보다 정확하게 고려될 수 있는, 새로운 압력 수정항을 유도하였다. 천수방정식에서 압력 수정항과 바닥 경사 생성항의 상호 작용에 대해 토의하였으며, 잠긴 도수나 처내림과 같은 특이한 현상을 제외하고는, 그 항에 의해 바닥 경사 생성항의 영향이 대체로 감소됨을 알 수 있었다.
- 2) 천수방정식에 압력 수정항을 추가하여도 경사면에 대한 선평형성에 미치는 영향이 없음을 입증하였으며, 포물선형 용기의 정수 문제에 모형을 적용하여 선평형성이 충족됨을 보였다.
- 3) 포물선형 용기의 배수에 대한 모의에서 압력 수정항의 유무에 따른 차이가 드러났다. 압력 수정을 고려하는 모형에서 바닥 경사 생성항의 영향이 줄어들어 용기의 하류에서 도수의 진행 속도가 크게 감소됨이 확인되었다. 용기의 하류 끝에서 유속과 Froude 수의 변화를 살펴보았을 때, 압력 수정항이 추가된 모형의 결과가 그렇지 않은 경우에 비해 상류 상태가 더 오래 지속되고 유속도 큰 폭으로 감소되었다.
- 4) 삼각형 턱을 지나는 댐 붕괴 흐름에 대한 모의에서 압력 수정항이 추가된 모형으로 디지털 영상분석에 의한 수면을 압력 수정이 고려되지 않은 모형보다 더 잘 포착할 수 있음을 확인하였다. 압력 수정항이 추가된 덕분에 턱에 반사되는 흐름은 줄어들고 월류는 늘어 모의 결과가 실험 결과에 잘 부합되었다. 이 연구에서 개발된 모형으로 댐에서 여수로 흐름이나 해안에서 처오름(run-up) 등 실제 현상에 대한 실용적인 해석에 한걸음 다가갈 수 있을 것으로 기대된다.

## 감사의 글

이 연구는 국토교통과학기술진흥원(과제 번호: 12CCTI-C063749-03)과 한국건설기술연구원(과제 번호: 2014-0103)의 지원에 의한 것이다.

## References

- Aureli, F., Maranzoni, A., Mignosa, P., and Ziveri, C. (2008). "A weighted surface-depth gradient method for the numerical integration of the 2D shallow water equations with topography." *Advances in Water Resources*, Vol. 31, pp. 962-974.
- Begnudelli, L., and Sanders, B.F. (2006). "Unstructured grid finite-volume algorithm for shallow-water flow and scalar transport with wetting and drying." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 132, pp. 371-384.
- Bermudez, A., and Vázquez, M.E. (1994). "Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms." *Computers & Fluids*, Vol. 23, pp. 1049-1071.
- Bouchut, F., Mangeney-Castelnau, A., Perthame, B., and Vilotte, J.-P. (2003). "A new model of Saint Venant and Savage-Hutter type for gravity driven shallow water flows." *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences-Series I*, Vol. 336, pp. 531-536.
- Chow, V.T. (1959). *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill.
- Dressler, R.F. (1978). "New nonlinear shallow-flow equations with curvature." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 16, pp. 205-222.
- Hwang, S.-Y. (2013). "Finite-volume model for shallow-water flow over uneven bottom." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 46, pp. 139-153 (in Korean).
- Hwang, S.-Y., and Lee, S.H. (2012). "An application of the HLLL approximate Riemann solver to the shallow water equations." *Journal of Korea Society of Civil Engineers*, Vol. 32, pp. 21-27 (in Korean).
- Keller, J.B. (2003). "Shallow-water theory for arbitrary slopes of the bottom." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 489, pp. 345-348.
- Lee, K.S., and Lee, S.-T. (1988). "Two-dimensional finite-volume unsteady-flow model for shocks." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 31, pp. 279-290 (in Korean).
- Liggett, J.A. (1994). *Fluid mechanics*. McGraw-Hill.
- Linde, T. (2002). "A practical, general-purpose, two-state HLL Riemann solver for hyperbolic conservation laws." *International Journal for Numerical Methods*



- in Fluids*, Vol. 40, pp. 391–402.
- Savage, S.B., and Hutter, K. (1994). “The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part I: Analysis.” *Acta Mechanica*, Vol. 86, pp. 201–223.
- Soares-Frazão, S. (2007). “Experiments of dam-break wave over a triangular bottom sill.” *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 45, pp. 19–26.
- Van Leer, B. (1979). “Towards the ultimate conservative difference scheme V. a second order sequel to Godunov’s method.” *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, pp. 101–136.
- Van Leer, B. (2006). “Upwind and high-resolution method for compressible flow: from donor cell to residual-distribution schemes.” *Communications in Computational Physics*, Vol. 1, pp. 192–206.
- Weiyang, T. (1992). *Shallow water hydrodynamics*. Elsevier Science Publishers.

paper number : 14-108
Received : 3 November 2014
Revised : 10 November 2014
Accepted : 10 November 2014