

수정된 사랑의 수학적 모델링과 그 거동 해석(1)

배영철*

Modified Mathematical Modelling of Love and its Behaviour Analysis

Young-Chul Bae*

요 약

사람의 감정 중의 하나인 사랑은 사회학과 심리학에서 주된 관심사로 연구되어 왔다. 본 논문에서는 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식을 이용하여 수정된 사랑방정식을 제시하였다. 또한 이 수정된 사랑 방정식에서 파라미터를 변화시켰을 때의 거동을 시계열과 위상 공간으로 나타내고, 이들 사이에 외부적인 자극인 3자가 개입했을 때의 관계를 시계열과 위상 공간으로 나타내어 이들 사이의 거동 관계가 비선형 특성이 있음을 분석한다.

ABSTRACT

Love which is one of the emotional of mankind, has been studied in sociology and psychology as a matter of grate concern. In this paper we propose a modified romantic behaviors by using basic the love equation of Romeo and Juliet. We represent the behaviors using time series and phase portrait when we vary the parameter in the modified love equation. Also we analyze the behavior's relation by using time series and phase portraits when external force applied as the third person between Romeo and Juliet

키워드

Love Model, Mathematical Model, Chaos, Random Variable, Time Series, Phase Portrait, Behavior Analysis, Romeo and Juliet

사랑 모델, 수학적 모델, 카오스, 랜덤 변수, 시계열, 위상 공간, 거동 해석, 로미오와 줄리엣

1. 서 론

사람은 감정의 동물이라고 한다. 사람이 가질 수 있는 감정은 희노애락으로 표현한다. 이중에서도 애에 해당하는 사랑이란 다른 동물은 가질 수 없는 인간만이 가지고 있는 독특한 감정요소의 하나이다. 사랑은 좋아하고 아끼는 마음으로 표현하지만 사랑의 정의는 명확하지 않다. 사랑에 대한 많은 생물학적, 생리학적, 철학적, 윤리적, 종교적인 연구가 있었지만 수학적으로 모

델링하고 이들의 거동을 해석한 경우는 거의 없었다 [6], [14].

따라서 사랑도 감정의 한 영역이라고 볼 때 감정에 대한 수학적 표현에 대한 연구는 중독 모델[1-2], 행복 모델[3-5], 사랑 모델[5-6],[14] 등이 연구되었다. 이들 연구들은 모두 시간 변화량에 대한 지각 등의 변화량을 중심으로 중독과 행복에 대한 정의를 한 후 이 정의로부터 2차원의 미분 방정식을 유도하여 이들 거동으로부터 비선형적인 특성이 있음을 보였다.

* 교신저자(corresponding author) : 전남대학교 전기·전자통신·컴퓨터 공학부(ycbae@jnu.ac.kr)

접수일자 : 2014. 11. 10

심사(수정)일자 : 2014. 12. 21

게재 확정일자 : 2014. 12. 15

사람의 감정외에 시스템에서 비선형적인 거동에 대한 연구[7-13]는 많이 진행해왔으나 이는 사람이 아닌 시스템에 대한 것으로 사람의 감정과는 다른 영역이다, 사람의 감정의 영역의 하나인 사랑에 대한 연구를 많은 학자들이 진행해 왔다 [5-6],[14]. 특히 수학자들은 수학적 관점에서 사랑에 대한 정의를 해결하고자 하는 노력을 지속[5-6]하였으며 그 대표적으로 로미오와 줄리엣의 사랑을 들 수 있다[6],[14]. 이들 로미오와 줄리엣의 사랑에서는 수학적인 모델을 제시하였으나 명확하게 이들 사이의 거동 관계를 제시하지 못한 문제점을 가지고 있다.

본 논문에서는 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식 [6],[14]에서 제시한 기본 방정식을 이용하여 보다 진화된 수정된 방정식을 이용하여 이들의 거동을 시계열과 위상 공간으로 나타내고, 이들 사이에 외부적인 자극인 3자가 개입했을 때의 관계를 시계열과 위상 공간으로 나타내어 이들 사이의 거동 관계를 분석을 통하여 비선형 특성이 있음을 확인한다.

II. 사랑 모델

일반적으로 사랑 모델은 로미오와 줄리엣에 대한 사랑 방정식으로 식(1), 식(2)과 같이 표현한다[6],[13].

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ \quad (1)$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR + dJ \quad (2)$$

여기서 a 와 b 는 로미오의 사랑 형태이고, c 와 d 는 줄리엣의 사랑 형태를 나타낸다.

식(1)과 식(2)의 로미오와 줄리엣의 기본적인 사랑 모델로부터 보다 특수한 형태의 거동 해석을 위해서 식(1)과 식(2)를 식(3)과 식(4)와 같이 수정한 사랑 모델을 적용한다[6],[13].

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ(1 - |J|) \quad (3)$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR(1 - |R|) + dJ \quad (4)$$

식(3)과 식(4)는 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식에서 각각 상대방의 사랑을 1로 보지 않고 상대방의 사랑에서 어느 정도 가변적인 요소를 반영한 수식이다.

로미오와 줄리엣의 사랑 방정식은 2001년 Sprott[6]에 의해 제안한 a 와 b 의 부호에 의존하는 4개의 형태 중 하나를 나타낼 수 있다.

1. $a > 0, b > 0$ 일 때

로미오는 자신의 감정뿐만 아니라 줄리엣의 감정도 격려하는 상태인 아주 열심인 상태이다.

2. $a > 0, b < 0$ 일 때

로미오는 그가 느끼는 것 보다 줄리엣의 감정으로 부터 보상받기를 더 많이 원하는 상태인 자기도취적인 상태이다.

3. $a < 0, b > 0$ 일 때

로미오는 그 자신의 느낌으로부터 숨기지만 줄리엣에 의해 격려 받는 신중한 사랑의 상태이다.

4. $a < 0, b < 0$ 일 때

로미오는 그 자신의 느낌으로 뿐만 아니라 줄리엣의 느낌으로부터도 숨기는 운둔의 상태이다.

III. 수정된 사랑 모델에서의 거동 해석

3.1 $c = 1, d = 1$ 을 고정

식(3)과 식(4)에서 $c = d = 1$ 로 파라미터를 고정하고 a, b 파라미터를 변화시켰을 때 이들 사이의 거동 해석을 알아본다. 이는 로미오의 마음에 변화를 줄 수 있는 로미오 자신의 마음과 줄리엣으로부터 영향을 받은 마음을 고정시킨 상태에서 줄리엣의 마음에서의 줄리엣 자신과 로미오의 마음 상태인 a, b 파라미터 값의 변화만을 고려한 상태를 확인한다.

1) $a > 0, b > 0$ ($a = 2, b = 2$)인 경우인 경우

이 조건은 로미오는 자신의 감정뿐만 아니라 줄리엣의 감정도 격려하는 상태인 아주 열심인 상태이다.

이 조건에서는 그림 1의 (a)와 (b)와 같은 시계열과 위상 공간을 얻는다.

2) $a > 0, b < 0$ ($a=2, b=-2$)인 경우

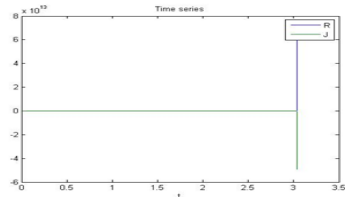
이 조건에서는 그림 1의 (c)와 (d)와 같은 시계열과 위상 공간을 얻는다. 그림 1의 (c)와 (d)의 시계열과 위상 공간을 통하여 로미오는 자기도취, 줄리엣은 아주 열심인 상태를 보여준다.

3) $a < 0, b > 0$ ($a=-2, b=2$)인 경우

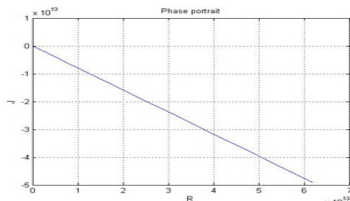
이 조건에서는 그림 1의 (e)와 (f)와 같은 시계열과 위상 공간을 얻는다. 그림 1의 (e)와 (f)의 시계열과 위상 공간을 통하여 로미오는 신중한 상태, 줄리엣은 열심인 상태를 보여준다.

4) $a < 0, b < 0$ ($a=-2, b=-2$)인 경우

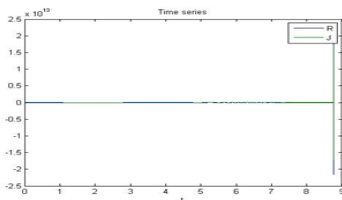
이 조건에서는 그림 1의 (g)와 (h)와 같은 시계열과 위상 공간을 얻는다. 그림 1의 (g)와 (h)의 시계열과 위상 공간을 통하여 로미오는 은둔의 사랑을 줄리엣은 열심인 상태를 보여준다.



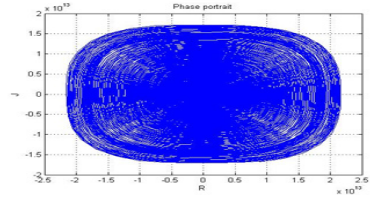
(a) $a=2, b=2$ 일 때 시계열 데이터
(a) Time series when $a=2, b=2$



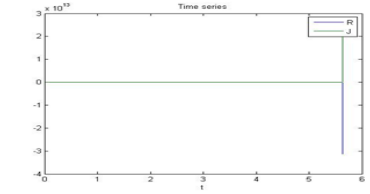
(b) $a=2, b=2$ 일 때 위상공간
(b) Phase portrait when $a=2, b=2$



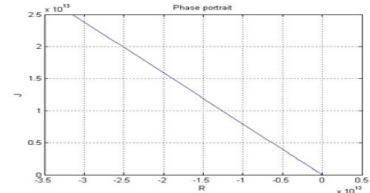
(c) $a=2, b=-2$ 일 때 시계열 데이터
(c) Time series when $a=2, b=-2$



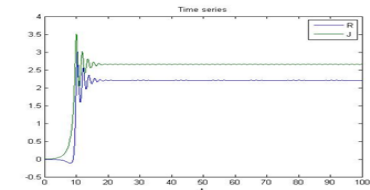
(d) $a=2, b=-2$ 일 때 위상공간
(d) Phase portrait when $a=2, b=-2$



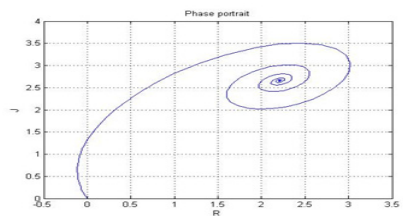
(e) $a=-2, b=2$ 일 때 시계열 데이터
(e) Time series when $a=-2, b=2$



(f) $a=-2, b=2$ 일 때 위상공간
(f) Phase portrait when $a=-2, b=2$



(g) $a=-2, b=-2$ 일 때 시계열 데이터
(g) Time series when $a=-2, b=-2$



(h) $a=-2, b=-2$ 일 때 위상공간
(h) Phase portrait when $a=-2, b=-2$

그림 1. $c=1, d=1$ 일 때의 a, b 파라미터 변화에 따른 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간
Fig. 1 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet according to parameter variation of a and b when $c=1, d=1$

3.2 $a=-2, b=-2, c=1, d=1$ 의 조건에서 외부의 힘을 인가할 때

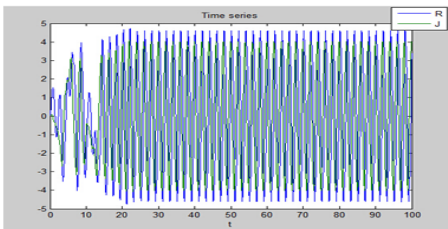
이 조건은 식(3)과 식(4)에서 로미오와 줄리엣에 외부적인 힘 또는 동기를 인가할 경우의 거동을 살펴본다.

1) 외부에서 힘이 인가하지 않을 때
이 경우는 그림 1(g)와 1(h)와 같이 결과를 얻는다.

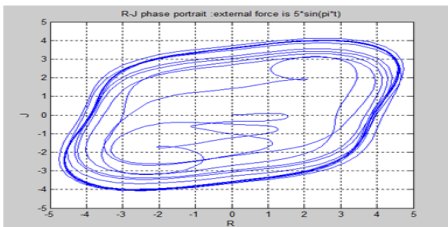
2) 로미오에게만 정현파를 인가할 때
로미오에게 $5 \sin wt$ 의 정현파를 인가할 경우 그림 2(a)와 그림 2(b)와 같이 로미오와 줄리엣의 거동에 변화가 나타나기 시작하여 리미트 사이클 형태가 나타난다.

3) 줄리엣에게만 정현파를 인가할 때
줄리엣에게 $5 \sin wt$ 의 정현파를 인가할 경우 그림 2(c)와 그림 2(d)와 같이 로미오와 줄리엣의 거동에 변화가 나타나기 시작하여 리미트 사이클 형태가 나타난다.

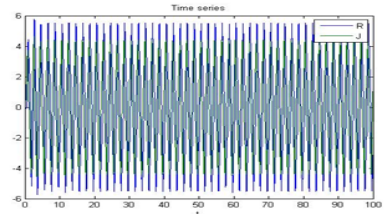
4) $a < 0, b < 0$ 인 경우
이 경우 로미오의 은둔 상태의 사랑을 나타낸다. 따라서 로미오의 거동과 줄리엣의 거동이 반대 방향으로 향한다.



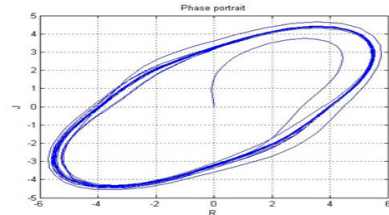
(a) 로미오에게만 정현파를 인가할 시계열 데이터
(a) Time series when apply sine wave to Romeo



(b) 로미오에게만 정현파를 인가할 위상 공간
(b) Phase portrait when apply sine wave to Romeo



(c) 줄리엣에게만 정현파를 인가할 시계열 데이터
(c) Time series when apply sine wave to Juliet



(d) 줄리엣에게만 정현파를 인가할 위상 공간
(d) Phase portrait when apply sine wave to Juliet

그림 2. $a=-2, b=-2, c=1, d=1$ 일 때의 외부 힘을 인가 한 경우 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간

Fig. 2 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet according to apply external force when $a=-2, b=-2, c=1, d=1$

3.3 $a=-2, b=-20, c=1, d=1$ 의 조건에서 외부의 힘을 인가할 때

이 조건은 식(3)과 식(4)에서 로미오와 줄리엣에 외부적인 힘 또는 동기를 인가할 경우의 거동을 살펴본다.

1) 로미오에게만 정현파를 인가할 때
로미오에게 $5 \sin wt$ 의 정현파를 인가할 경우 그림 3(a)와 그림 3(b)와 같이 로미오와 줄리엣의 거동에 변화가 나타나기 시작하여 어트랙터가 형성되어 간다.

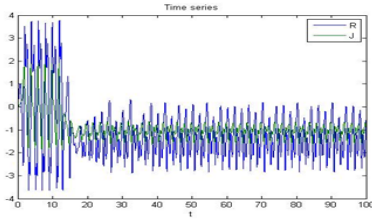
2) 줄리엣에게만 정현파를 인가할 때
줄리엣에게 $5 \sin wt$ 의 정현파를 인가할 경우 그림 3(c)와 그림 3(d)와 같이 로미오와 줄리엣의 거동에 변화가 나타나기 시작하여 어트랙터가 형성되어 간다.

VI. 결론 및 향후 과제

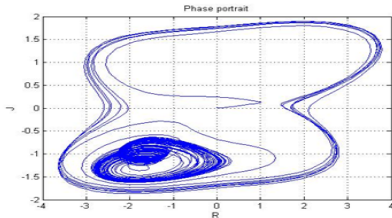
본 논문에서는 로미오와 줄리엣의 사랑의 관점에서 기존에 나와 있는 수학적 표현을 수정한 새로운 수식을 기반으로 거동을 해석하였다. 거동해석에서 외부적인 자극을 주었을 때 선형적인 거동이외에 비선형적인 거동인 카오스적인 거동이 존재함을 확인하였다. 앞으로 이 수식을 기반으로 한 비선형 거동에 대한 해석으로 포엔카레맵, 리아프노프 지수, 분기도, 프랙탈 차원 과 같은 추가적인 검증이 필요하며 이를 이용하여 로봇 등에 감성 모델을 이식하는 것이 과제로 남는다.

References

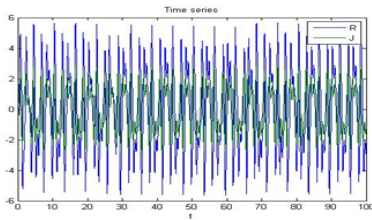
- [1] Y.-C. Bae, "Chaotic Phenomena in Addiction Model for Digital Leisure," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 13, no. 4, Dec. 2013, pp. 291-297.
- [2] M.-M. Kim and Y. Bae, "Mathematical Modelling and Chaotic Behavior Analysis of Cyber Addiction," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 24, no. 3, June 2014, pp. 245-250.
- [3] Y.-C. Bae, " Synchronization of Dynamical Happiness Model," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 13, no. 4, 2013, pp. 291-297.
- [4] S.-H. Kim, S.-K. Choi, Y.-C. Bae, and Y. Park, "Mathematical Modelling of Happiness and its Nonlinear Analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, vol. 9, no. 6, 2013, pp. 711-717.
- [5] J. C. Sprott, "Dynamical Models of happiness," *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*, vol. 9, no. 1, 2005, pp. 23-36.
- [6] J. C. Sprott, " Dynamics of love and happiness," *Chaos and Complex Systems Seminar*, Madison WI, Feb. 2001.
- [7] S.-H. Yu, C.-H. Hyun, and M.-Y. Park, "Backstepping Control and Synchronization for 4-D Lorenz-Stenflo Chaotic System with Single



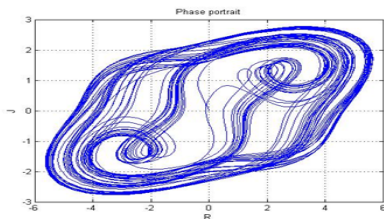
(a) 로미오에게만 정현파를 인가할 시계열 데이터
(a) Time series when apply sine wave to Romeo



(b) 로미오에게만 정현파를 인가할 위상 공간
(b) Phase portrait when apply sine wave to Romeo



(c) 줄리엣에게만 정현파를 인가할 시계열 데이터
(c) Time series when apply sine wave to Juliet



(d) 로미오에게만 정현파를 인가할 위상 공간
(d) Phase portrait when apply sine wave to Juliet

그림 3. $a=-2, b=-20, c=1, d=1$ 일 때의 외부 힘을 인가한 경우 로미오와 줄리엣의 사랑에 대한 시계열과 위상공간

Fig. 3 Time series and phase portrait of romantic style of Romeo and Juliet according to apply external force when $a=-2, b=-20, c=1, d=1$

- Input," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 11, no. 3, Sept. 2011, pp. 143-148.
- [8] S.-H. Yu, C.-H. Hyun, and M.-Y. Park, "Control and Synchronization of New Hyperchaotic System using Active Backstepping Design," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 11, no. 2, June 2011, pp. 77-83.
- [9] Y.-C. Bae, "Diagnosis of power supply by analysis of chaotic nonlinear dynamics," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 8, no. 1, 2013, pp. 113-119.
- [10] Y.-C. Bae, "Chaotic Phenomena in MEMS with Duffing Equation," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 6, no. 6, 2011, pp. 709-716.
- [11] Y.-C. Bae and J.-K. Park "A Study on Obstacle Avoid Method and Synchronization of multi chaotic robot for Robot Formation Control based on Chaotic Theory," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 5, no. 5, 2010, pp. 534-540.
- [12] Y.-C. Bae, " A study on chaotic phenomenon in rolling mill bearing," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 11, no. 4, Aug. 2001, pp. 315-319.
- [13] Y.-C. Bae, J.-W. Kim, Y.-G. Kim, and Y.-W. Shon, "Secure communication using embedding drive synchronization," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 13, no. 3, June 2003, pp. 310-315.
- [14] S.-H. Kim, Y.-W. Shon and Y.-C. Bae, "Mathematical Modelling of Love and its Nonlinear Analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 11, 2014, pp. 1297-1303.

저자 소개



배영철(Young-Chul Bae)

1984년 광운대학교 전기공학과(공학사)

1986년 광운대학교대학원 전기공학과(공학석사)

1997년 광운대학교대학원 전기공학과(공학박사)

1986년~1991년 한국전력공사

1991년~1997년 산업기술정보원 책임연구원

1997년~현재 전남대학교 전기·전자통신·컴퓨터 공학부 교수

2002년~2002년 Brigham Young University 방문교수

2011년~2011년 University of Utah 방문교수

※ 관심분야 : Chaos Control and Chaos Robot, Robot control etc.