

의결권 최대화를 목적으로 하는 순환출자 해소 휴리스틱 방법

박 찬 규[†]

동국대학교 경영대학 경영학부(서울캠퍼스)

A Heuristic Method for Resolving Circular Shareholding with the Objective of Voting Rights Maximization

Chan-Kyoo Park

School of Business, Dongguk University at Seoul

■ Abstract ■

Circular shareholding refers to a situation where at least three member firms in a business group have stock in other member firms and establish a series of ownership in a circular way. Although many studies have focused on the ultimate effect of circular shareholding on firm's value and profitability, there have been few studies which address how to resolve circular shareholding from the perspective of optimization theory.

This paper proposes a heuristic method for identifying shareholdings which need to be cleared in order to settle the problem of circular shareholding in a business group. The proposed heuristic tries to maximize the sum of voting rights the controlling family has in its business group firms. The applications results confirm that the heuristic provides near-optimal solutions for most of 16 Korean large business groups involving circular shareholding.

Keywords : Circular Shareholding, Business Group, Optimization Model, Voting Rights, Heuristic Method

1. 서 론

재벌이라 불리기도 하는 대규모 기업집단은 우리나라 경제에서 큰 비중을 차지하고 있다. 대규모 기업집단에 속하는지 여부는 상호출자제한 대상 지정 여부로 판단하는데[2], 상호출자제한 대상으로 지정된 63개 대규모 기업집단의 매출액은 2010년 국내 총산출의 33.6%를 차지하고 있고[6], 자산총액 상위 10개 기업집단에 소속된 상장 법인의 시가총액 비중은 54.66%에 달한다[13]. 이처럼 대규모 기업집단의 경제력 집중이 계속되는 상황에서 기업집단의 지배구조에 관한 연구가 꾸준히 수행되어 왔다.

대규모 기업집단의 지배구조와 관련된 제도들로 상호출자금지제도, 금융보험사 의결권제한제도, 지주회사제도, 출자총액제한제도 등이 있다[2, 21]. 이중 출자총액제한제도는 그 효과에 관한 상반된 연구결과들[4, 11]이 제시되면서 많은 논란을 거친 끝에 2011년에 폐지되었다. 본 연구와 가장 관련이 제도는 상호출자금지인데, 상호출자(cross-shareholding)란 두 회사가 서로에게 출자하여 주식을 상호 보유하는 것을 말한다. 상호출자는 외부로부터 자금 유입 없이도 회사를 지배할 수 있게 해주는 가공의 결권을 가능케 한다. 2013년 기준으로 자산총액이 5조인 이상인 기업집단은 상호출자제한 기업집단으로 지정되었고 62개 기업집단이 이에 포함되어 있다[2].

대규모 기업집단에서 상호출자가 금지되어 있지만 상호출자를 우회하는 수단으로 순환출자(circular shareholding)가 있다. 순환출자는 동일 기업집단에 속하는 세 개 이상의 기업이 다른 기업에 출자함으로써 환(cycle) 형태의 출자구조를 형성하는 상황을 말한다. 가장 단순한 예로 계열사 A가 계열사 B에 출자하고, 계열사 B가 계열사 C에 출자하며, 다시 계열사 C가 계열사 A에 출자하면 순환출자가 된다. 출자구조가 환 행태를 형성하며 그로 인해 가공의결권을 가능케 한다는 점에서 순환출자는 상호출자와 유사하다. 하지만 순환출자는 3개 이상의 기업이 관여될 때에만 형성될 수 있다는 점

에서 상호출자와 다르다. 또한, 대규모 기업집단의 경우 상호출자는 명시적으로 금지되고 있으나, 순환출자는 그렇지 않다는 점에서도 순환출자는 상호출자와 구분된다. 순환출자를 별도로 구분하지 않고 상호출자의 한 형태로 간주하는 연구들도 많으나[15, 17], 본 연구에서는 우리나라 제도의 특수성을 반영하고 논의를 보다 명확히 하기 위해 순환출자와 상호출자를 구분하기로 한다.

앞서 언급한 바와 같이 순환출자는 가공의결권을 형성함으로써 지배주주의 지배권을 확대하는 수단으로 사용될 수 있다[9]. 이는 순환출자의 증가와 지배주주의 직접 출자지분 감소와의 상관성을 통해 확인할 수 있다[5]. 또한, 순환출자는 피라미드 출자와 더불어 계열사에 대한 소유와 지배간의 괴리를 심화시키는 대표적인 수단으로 알려져 있다[15, 17, 22]. 소유와 지배간의 괴리 심화는 이진(tunneling) 등과 같이 지배주주의 사적 이익 추구 가능성을 높이고[1, 16, 20], 궁극적으로 기업가치, 기업성과, 주가 등에 부정적인 영향을 미친다[18, 19, 23, 24, 25]. 따라서 대규모 기업집단의 지배구조 개선과 이를 통한 소수 주주의 이익 보호를 위해 순환출자 금지 필요성에 관한 논의가 지속적으로 진행되어 왔으며, 이러한 추세에 맞추어 SK그룹과 한화그룹은 순환출자를 완전히 해소하였고 삼성그룹은 2016년까지 순환출자를 정리할 계획을 세운 것으로 알려져 있다.

순환출자에 관한 연구는 크게 세 가지 주제로 분류할 수 있다. 첫 번째 주제는 순환출자가 경영활동, 기업가치, 경영성과 등에 미치는 영향을 분석하는 것으로 재무관리, 회계학, 경제학 관점에서 많은 연구가 수행되어 왔다[1, 16, 19, 20, 23, 24, 25]. 두 번째 주제는 순환출자의 문제점과 해결 방안을 법률적·정책적 관점에서 분석하고 대안을 제시하는 것이다[3, 10, 12]. 마지막 주제는 순환출자 해소를 최적화 관점에서 분석하는 것이다. 순환출자 해소 문제를 최적화 모형으로 표현하고 이를 실제 기업집단에 적용하여 그 결과를 분석하는 연구들이 수행된 바 있다. 또한, 박승록 등[6]은 가장 약한 연

결고리 단절 방식, 수직형 지배구조 구축 방식, 지주회사 방식 등 3가지 순환출자 해소 방안에 소요되는 비용을 분석한 결과를 제시하였다. 본 연구는 마지막 주제에 관한 연구로서 순환출자 해소를 표현한 최적화 모형의 근사해를 찾는 방법을 제시한다.

순환출자 해소 문제를 위한 최적화 관점의 연구는 대규모 기업집단의 복잡한 출자구조에서 어느 계열사 간의 출자관계를 정리해야 순환출자를 제거할 수 있는가를 다룬다. 최소의 비용으로 순환출자를 해소하는 문제는 정수계획법 모형으로 표현된다[7]. 나아가 순환출자 해소 시 기업집단의 지배주주는 비용보다 계열사에 대한 현금흐름권(cash-flow rights) 또는 의결권(voting rights)을 보다 중시할 수 있다는 점을 고려하여 지배주주의 현금흐름권 또는 의결권을 최대화하면서 순환출자를 해소하는 모형이 개발되었다[26]. 최근에는 현금흐름권을 최대화하는 순환출자 해소 모형의 근사최적해를 구하는 휴리스틱 방법이 제시된 바 있다[8].

본 연구는 Park et al.[26]이 제시한 두 가지 최적화 모형 중에 의결권을 최대화하면서 순환출자를 해소하는 모형(이후 *VCSP*)라 부르기로 하며 식은 3절에 제시되어 있다)를 다룬다. 기업집단에 속하는 계열사 개수가 n 개이고 계열사 간의 출자관계가 m 개 형성되어 있을 경우 (*VCSP*)는 $(2n+3m)$ 개의 변수를 갖고 $(4n+4m)$ 개의 제약식(정수 제약과 상한·하한 제약은 제외)를 갖는다. 규모가 가장 큰 롯데그룹의 경우 소속 계열사 개수가 78개이며 계열사 출자관계도 239건에 달한다. 이 경우 (*VCSP*)의 변수 개수는 873개이고, 제약식 개수는 1,268개로서 (*VCSP*)를 풀기 위해서는 정교한 최적화 소프트웨어가 요구된다. 또한, 실제 순환출자 해소 문제를 다루는 관리자나 정책결정자는 다양한 시나리오나 비정형화된 제약 사항 등을 감안하여 해결책을 탐색하게 되는데, 이 경우 복잡한 최적화 모형보다 간편하며 이해하기 쉬운 휴리스틱 방법이 필요할 수 있다. 휴리스틱 방법은 직관적으로 이해 가능한 근사최적해를 구할 수 있다는 점 외에도 다

양한 시나리오에 따라 순환출자 해소 대안을 탐색할 때 유용한 정보를 제공할 수 있을 것이다. 이러한 점에 착안하여 본 연구는 (*VCSP*)의 근사최적해를 구하는 휴리스틱 방법을 제시하고자 한다.

본 연구는 순환출자 해소를 위한 휴리스틱을 다룬 기존 연구[8]와 네 가지 측면에서 차별화된다. 첫째 본 연구는 의결권 최대화를 목적으로 하고 있으나, 기존 휴리스틱은 현금흐름권 최대화를 목적으로 하였다. 현금흐름권은 소유권으로도 불리며 배당금에 대한 권리를 의미한다. 반면 의결권은 지배권, 통제권으로 불리며 임원 임명과 의사결정 권한을 의미한다. 수학적 정의에 있어서도 의결권의 계산 방법은 현금흐름권과 다르며, 의결권은 현금흐름권과 달리 선형성(linearity)을 갖지 않아 선형대수학의 특성을 활용하기도 어렵다. 또한, 계열사에 대한 의결권이 높은 기업집단에서는 순환출자 해소 시 현금흐름권에 관심을 두겠지만, 계열사에 대한 지배권이 낮은 기업집단은 현금흐름권보다는 의결권 유지에 보다 중점을 둘 것이다. 일부 기업집단을 제외한 대부분의 우리나라 기업집단에서 의결권이 높지 않다는 점을 고려하면 순환출자 해소 시 의결권을 최대화하는 것이 보다 현실적인 목표라 할 수 있다. 따라서 의결권 최대화를 다루는 본 연구가 현금흐름권 최대화를 다루는 기존 휴리스틱 연구[8]보다 실용적이라고 할 수 있다. 두 번째로 본 연구에서 다루는 최적화 모형과 기존 휴리스틱에서 다루는 최적화 모형이 다르다. 이는 의결권의 수학적 정의와 현금흐름권의 수학적 정의가 다른 데서 기인한다. 의결권 최대화 모형인 (*VCSP*)는 목적함수가 의결권의 합이며 변수가 의결권의 정의를 충족해야 한다는 제약식이 포함된다. 반면 현금흐름권 최대화 모형은 목적함수가 현금흐름권의 합이며, 제약식에도 현금흐름권의 정의를 충족해야 한다는 제약이 포함된다. 세 번째로 순환출자 해소를 위한 휴리스틱 방법의 핵심은 호 선택 규칙이라고 할 수 있는데, 본 연구에서 제시한 휴리스틱은 삭제할 호를 선택하는 기준에 있어서 기존 연구의 휴리스틱[8]과 근본적인 차이를 갖는다. 본 연구는 의결

권 감소를 최소로 하는 호를 선택하는 반면에 기존 연구의 휴리스틱은 현금흐름권 감소를 최소로 하는 호를 선택한다는 점에서 호 선택 기준이 전혀 다르다고 할 수 있다. 마지막으로 적용결과에 있어서도 본 연구는 2013년 공정위의 자료를 기반으로 순환출자를 가지고 있는 16개 기업집단 모두에 적용한 결과를 제시했다는 점에서 기존 연구와 차별화된다. 또한, 본 연구는 두 개의 의결권 최대화 휴리스틱 방법을 구현하고 그 결과를 의결권 최대화 모형의 결과와 비교했다는 점에서 기존 연구와 구별된다.

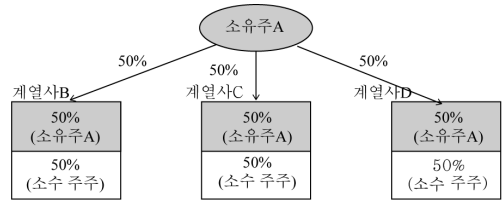
이후 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 간단한 예를 통해 순환출자의 문제점을 알아보고, 제 3장에서는 기존 연구에서 제시된 최적화 모형을 살펴본다. 제 4장에서는 휴리스틱 방법을 제안하며 제 5장에서는 간단한 예제와 대규모 기업집단에 실제 적용한 결과를 분석한다. 마지막으로 제 6장에서는 본 연구의 결론을 제시한다.

2. 순환출자의 문제점

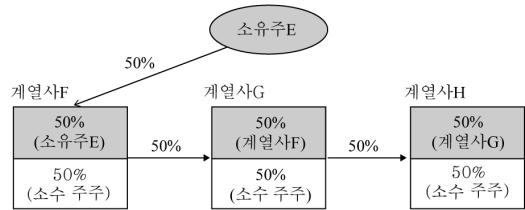
간단한 예를 통해 순환출자의 문제점을 알아본다. [그림 1]은 3개 기업집단의 출자현황을 보여준다. (a)의 경우 기업집단의 소유주 A는 계열사 B, C, D에 직접 출자하여 각각 50%의 지분을 보유하고 있다. (a)에는 피라미드나 순환출자가 존재하지 않으며, 소유주는 모든 계열사를 직접 지배할 수 있다. 반면 (b)의 경우 소유주 E는 계열사 F에만 출자하였고, 계열사 F는 G에 출자하고 계열사 G는 계열사 H에 출자하였다. 소유주 E는 계열사 F를 직접 지배할 수 있고, 계열사들을 통해 다른 계열사 G, H도 지배할 수 있다.

마지막으로 (c)의 경우 소유주 I는 자신이 보유한 계열사 J의 25% 지분과 계열사 L이 보유한 25% 지분을 합쳐 계열사 J를 지배할 수 있다. 또한, 계열사 J를 통해 계열사 K에 지배권을 행사할 수 있고 계열사 K를 통해 계열사 L을 지배할 수 있다.

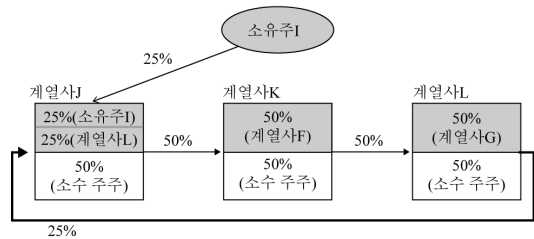
[그림 1]의 (a), (b), (c) 모두 소유주가 모든 계



(a) 순환출자와 피라미드식 출자가 모두 없는 경우



(b) 피라미드식 출자만 있는 경우



(c) 순환출자가 형성된 경우

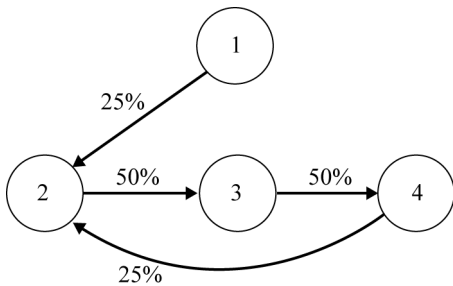
[그림 1] 기업집단의 출자 현황 예

열사에 지배권을 행사할 수 있다는 점에서 공통점을 갖는다. 즉, 소유주가 계열사에 대해 갖는 지배권(control rights)(의결권(voting rights)이라 부르기도 함) 수준은 동일하다. 하지만 소유주가 보유한 계열사의 직접 지분에는 차이가 있다. 예를 들어 계열사 B, F, J의 소유주 직접 지분을 비교해 보면 소유주 A의 직접 지분이 가장 많고, 소유주 I의 직접 지분이 가장 작다. 계열사 B, F, J의 경우 소유권(ownership rights)(현금흐름권(cash-flow rights)이라 부르기도 함)은 직접 지분과 거의 동일한 값을 가진다는 점을 고려하면, 소유권과 지배권의 차이는 계열사 J에서 가장 커진다. 이는 피라미드출자와 순환출자가 소유권과 지배권 사이의 괴리를 확대시키고 있음을 보여준다.

3. 순환출자 해소를 위한 최적화 모형 연구 현황

본 절에서는 순환출자 해소 최적화 모형에 관한 기존 연구를 간략하게 살펴본다. 보다 상세한 내용은 박찬규 외[7], Park et al.[26], 박찬규[8]을 참조하기 바란다.

최적화 모형을 알아보기 전에 논의에 필요한 기호들을 정의한다. 계열사(또는 지배주주) 간 출자 현황을 나타내는 네트워크를 소유지분 네트워크(owner-ship network)라 한다. 계열사(또는 지배주주)는 소유지분 네트워크에서 점(node)로 표현된다. 계열사 i (또는 지배주주)가 다른 계열사 j 의 지분 s_{ij} 를 보유하는 경우 이 출자관계는 유방향 호(directed arc) (i, j) 로 표현된다. 예를 들어, [그림 1]의 (c)에 나타난 출자현황을 소유지분 네트워크로 표현하기 위해 소유주 I를 점 1, 계열사 J를 점 2, 계열사 K를 점 3, 계열사 L를 점 4로 두면 [그림 2]와 같은 소유지분 네트워크를 얻을 수 있다.



[그림 2] 소유지분 네트워크 예

소유지분 네트워크의 점집합을 $N=1, 2, \dots, n$, 호 집합을 E 로 나타내고, 소유지분 네트워크를 $G=(N, E)$ 로 표현한다. 서로 다른 점들의 수열(sequence) (i_1, i_2, \dots, i_r) 이 $(i_k, i_{k+1}) \in E$ (단, $k=1, \dots, r-1$ 이다)을 만족하면 경로(path)라 부른다. 또, (i_1, \dots, i_{r-1}) 이 경로이고 $i_1=i_r$ 일 때 수열 $(i_1, \dots, i_{r-1}, i_r)$ 을 환(cycle)이라 한다(네트워크 이론에 관해서는 Ahuja et al.[14]를 참조하기 바란다). 논의의 편의를 위해

기업집단의 소유주는 소유지분 네트워크에서 점 1로 표현하기로 한다. 소유주가 계열사 i 를 지배할 수 있다는 것은 소유지분 네트워크에서 점 1에서 점 i 로 가는 경로 $(1, \dots, i)$ 가 반드시 하나 이상 존재한다는 것을 의미한다. 또한, 순환출자가 형성된 경우에는 소유지분 네트워크에 반드시 환이 존재한다. [그림 2]에서 환 $(2, 3, 4, 2)$ 가 존재하는데 이는 세 개의 계열사가 순환출자를 구성하고 있음을 뜻한다.

본 연구는 기존 최적화 모형의 가정을 그대로 따르는데 기존 최적화 모형은 두 가지 가정을 갖는다. 첫 번째는 점 1로부터 다른 모든 점으로 가는 경로가 하나 이상 존재한다는 가정이다. 이는 소유주가 모든 계열사를 지배할 수 있다는 것을 의미하며 기업집단의 정의상 대부분 성립한다고 할 수 있다. 두 번째는 점 1로 들어오는(incoming) 호는 없다는 가정이다. 즉, $(i, 1) \in E$ 인 점 i 가 존재하지 않는다는 가정이다. 이는 소유주가 순환출자를 나타내는 환에 포함되지 않음을 의미한다. 소유주는 통상적으로 자연인이므로 점 1로 들어오는 호는 없다고 볼 수 있다. 또 우리나라에서는 소유주가 자연인이 아닌 기업 또는 기관인 경우에도 자회사가 기업집단의 소유주에 해당하는 모회사의 주식을 보유하는 경우는 없다. 따라서 두 번째 가정도 우리나라 기업집단에서는 성립한다.

순환출자를 해소한다는 것은 소유지분 네트워크 상의 일부 호를 제거함으로써 소유지분 네트워크에 더 이상 환이 존재하지 않게 만들음을 의미한다. 환이 없는 네트워크를 무환 네트워크(acyclic network)라고 하는데 순환출자 해소는 소유지분 네트워크를 무환 네트워크로 만드는 것이다. 또한 무환 네트워크는 반드시 위상순서(topological order)를 갖는데, 위상순서란 네트워크의 모든 점에 순서 $t_i (t_i=1, 2, \dots, n)$ 를 부여한 것으로 호 $(i, j) \in E$ 에 대해 $t_i < t_j$ 를 만족하도록 부여한 순서 t_i 를 말한다. 결론적으로 순환출자를 해소하는 것은 소유지분 네트워크 상의 일부 호를 제거함으로써 소유

지분 네트워크가 위상순서를 갖도록 만드는 것과 동일하다[7].

호 (i, j) 의 제거 여부를 나타내는 변수를 w_{ij} 라 하고, 호 (i, j) 가 제거되면 $w_{ij}=1$ 이 되고 그렇지 않으면 $w_{ij}=0$ 이 된다. 호 (i, j) 를 제거하는 데 소요되는 비용을 c_{ij} 로 나타내자. $Adj(i) = \{j | (i, j) \in E\}$ 는 점 i 에 인접한 점들의 집합을 의미하고, $Adj^{-1}(i) = \{j | (j, i) \in E\}$ 는 점 i 로 들어오는 호를 갖는 점들의 집합이다. 소유지분 네트워크에서 최소의 비용으로 호를 제거함으로써 순환출자를 정리하는 문제를 최적화 모형으로 나타내면 다음 (CCSP)와 같다[7].

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} w_{ij}$$

$$s.t. t_j \geq t_i + 1 - n w_{ij} \quad \forall (i, j) \in E,$$

$$t_1 = 1,$$

$$(CCSP) : \quad 1 < t_i \leq n, \quad \forall i \in N - \{1\},$$

$$\sum_{j \in Adj(i)} f_{ij} - \sum_{k \in Adj^{-1}(i)} f_{ki} = \begin{cases} n-1, & i=1, \\ -1, & \forall i \in N - \{1\} \end{cases},$$

$$0 \leq f_{ij} \leq (n-1)(1-w_{ij}), \quad \forall (i, j) \in E,$$

$$w_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in E.$$

(CCSP)의 목적함수는 호를 제거하는 비용의 합이다. $c_{ij}=1$ 로 두면 (CCSP)는 제거하는 호의 개수를 최소화하는 문제가 된다. (CCSP)의 제약식 중 첫 번째부터 세 번째 제약식은 위상순서가 존재해야 함을 표현한 것이다. 그 다음 제약식은 점 1로부터 다른 모든 점으로 가는 경로가 존재해야 함을 표현한 것이다. 이는 최단경로문제(shortest path problem)를 선형계획법(linear programming) 모형으로 표현할 때 사용하는 제약식과 동일하다. 앞서 설명한 바와 같이 점 1로부터 점 i 로 가는 경로가 존재함은 소유주가 점 i 에 해당하는 계열사를 지배할 수 있다는 것을 뜻한다. 순환출자를 해소하더라도 소유주가 모든 계열사를 지배할 수 있어야 한다는 것을 표현하기 위해 네 번째 제약식이 필요하다. 마지막 제약식은 제거

되지 않은 호로만 경로가 구성되어야 한다는 것을 표현한다.

순환출자 해소 시 비용 최소화 이외에 다른 목적함수들을 고려해 볼 수 있는데, 현금흐름권(cash-flow rights) 최대화와 의결권(voting rights) 최대화이다. 현금흐름권 최대화를 위한 휴리스틱 방법은 박찬규[8]에 제시되어 있으므로 본 연구는 의결권을 최대화하는 경우만을 다룬다. 먼저 점 i 의 의결권은 다음 식과 같이 정의된다. 일반적으로 자기주식(treasury stock)은 의결권이 없으므로 $s_{ii}=0$ 이라 본다.

$$y_j = \sum_{i \in Adj^{-1}(j)} \min(y_i, s_{ij}) \quad (1)$$

단, $y_1 = 1$ 이고 $y_j \geq 0$ 이다.

임의의 소유지분 네트워크에서 y_j 는 유일하게 결정되며 그 값은 항상 $0 \leq y_j \leq 1$ 이다[26]. 식 (1)에서 보는 바와 같이 의결권 계산 시에는 현금흐름권과 달리 선형성(linearity)이 충족되지 않는다. 이는 선형대수학의 여러 가지 정리를 현금흐름권의 특성 분석에 적용할 수 있으나 의결권의 특성 규명 시에는 그럴 수 없음을 의미한다.

순환출자 정리를 위해 일부 호가 제거되면 제거되는 호는 의결권 계산에서 제외되어야 하므로 이러한 상황을 고려하여 식 (1)을 다시 쓰면 식 (2)와 같다. 앞서 정의한 바와 같이 w_{ij} 는 호의 제거 여부를 나타내는 변수이다.

$$y_j = \sum_{i \in Adj^{-1}(j)} \min(y_i, s_{ij}(1-w_{ij})) \quad (2)$$

단, $y_1 = 1$ 이고 $y_j \geq 0$ 이다.

의결권을 최대화하면서 순환출자를 해소하는 문제를 최적화 모형으로 나타내면 다음 (VCSP)와 같다[26]. $\alpha_j (\geq 0)$ 는 계열사 j 에 대한 가중치이다.

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{j \in N} \alpha_j y_j \\
 & s.t. \quad y_j = \sum_{i \in Adj^{-1}(j)} \eta_{ij}, \forall j \in N - \{1\}, \\
 & \quad \eta_{ij} \leq y_i, \forall (i, j) \in E, \\
 & \quad \eta_{ij} \leq s_{ij}(1 - w_{ij}), \forall (i, j) \in E, \\
 & \quad y_1 = 1, \\
 & \quad t_j \geq t_i + 1 - n w_{ij}, \forall (i, j) \in E, \\
 (VCSP): \quad & t_1 = 1, \\
 & 1 \leq t_i \leq n, \forall i \in N - \{1\}, \\
 & \sum_{j \in Adj(i)} f_{ij} - \sum_{k \in Adj^{-1}(i)} f_{ki} = \begin{cases} n-1, & i=1, \\ -1, & \forall i \in N - \{1\} \end{cases} \\
 & 0 \leq f_{ij} \leq (n-1)(1 - w_{ij}), \forall (i, j) \in E \\
 & w_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in E, \\
 & y_j \geq 0, \forall j \in N, \\
 & \eta_{ii} \geq 0, \forall (i, j) \in E
 \end{aligned}$$

식 (1)에 제시된 의결권의 정의에 의해 항상 $y_1 = 1$ 이므로 점 1의 가중치는 (VCSP)의 목적함수 값에 영향을 주지 않는다. 따라서, $\alpha_1 = 0$ 으로 두고 $\sum_{j=2}^n \alpha_j = 1$ 이 되도록 가중치를 설정한다. (VCSP)의 목적함수는 의결권의 합을 최대로 한다. 첫 번째 제약식부터 네 번째 제약식까지는 y_j 가 식 (2)에 제시된 의결권 정의를 만족하게 만드는 제약식이다. 그 다음 세 개의 제약식은 위상순서가 존재해야 한다는 제약식이고, 이후 제약식들은 점 1로부터 다른 계열사로 가는 경로가 존재해야 한다는 제약식이다. 의결권 정의에 관한 제약식 이외에 나머지 제약식은 (CCSP)의 제약식과 동일하다.

(VCSP)는 두 가지 측면에서 순환출자를 해소해야 하는 기업집단의 현실을 반영하지 못하고 있다. 첫 번째는 소유주로부터 각 계열사로 가는 경로가 존재한다는 제약식만으로는 충분한 의결권이 확보되지 않을 수도 있다. 소유주로부터 각 계열사로 가는 경로가 존재하더라도 경로에 포함된 호들의 지분이 작으면 계열사에 대한 소유주의 의

결권도 작게 되고 소유주가 계열사를 지배하지 못할 수도 있다, 따라서 순환출자 해소 후에도 모든 계열사를 지배할 수 있으려면 소유주가 각 계열사에 대해 일정 수준 이상의 의결권을 갖고 있어야 한다는 제약식이 필요하다. 두 번째로 (VCSP)는 계열사 간 신규 지분 취득을 고려하지 않고 있다. 순환출자로 인한 의결권 감소를 만회하기 위해 계열사의 여유 자금을 다른 계열사 지분 취득에 사용할 수도 있다. 또한, 순환출자 해소를 발생하는 자금을 다른 계열사의 지분을 취득하는 데 사용할 수도 있다.

위와 같은 (VCSP)의 문제점을 수정하면서 순환출자를 해소하는 최적화모형은 기존에 형성된 계열사 간 출자관계뿐만 아니라 새롭게 형성될 수 있는 출자관계도 함께 고려하여 소유지분 네트워크를 구성해야 한다. 기존 형성된 출자관계를 나타내는 호들의 집합을 E^1 이라 하고 새롭게 형성 가능한 출자관계를 나타내는 호들의 집합을 E^2 라 두면, 소유지분 네트워크 $G=(N, E)$ 에서 $E = E^1 \cup E^2$ 가 된다. $(i, j) \in E^1$ 인 호 (i, j) 가 갖는 지분 s_{ij} 는 이미 확정된 값이지만, $(i, j) \in E^2$ 인 호 (i, j) 의 지분 $z_{ij} (\geq 0)$ 는 최적화모형의 결정변수가 된다. 앞서 살펴본 최적화모형들과 마찬가지로 변수 w_{ij} 은 호 (i, j) 가 소유지분 네트워크에서 삭제되면 1이 되고 삭제되지 않으면 0이 된다. 호 (i, j) 가 E^2 에 속할 경우 $w_{ij} = 1$ 는 신규 출자를 하지 않음을 의미하고 $w_{ij} = 0$ 는 새로운 출자관계를 형성함을 의미한다. $(i, j) \in E^2$ 인 경우 $w_{ij} = 1$ 이면 $z_{ij} = 0$ 이 되어야 하고 $w_{ij} = 0$ 이면 $z_{ij} > 0$ 이 되어야 한다. 이를 수식으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$-w_{ij} + \epsilon \leq z_{ij} \leq (1 - w_{ij}), \forall (i, j) \in E^2 \quad (3)$$

단, ϵ 은 충분히 작은 양수이다.

계열사의 신규 출자는 가용한 자금에 의해 제한을 받을 수 있다. 계열사 j 가 신규 출자에 사용할

수 있는 자금을 Γ_j 라고 하자. 또 순환출자 해소 과정에서 지분을 처분하는 대가로 들어오는 자금을 다시 다른 계열사의 지분을 취득하는 데 사용할 수 있다고 가정하자. 계열사 i 의 시가총액 (market capitalization)을 γ_i 라 하면 계열사 j (또는 소유주)는 신규 출자 시 다음 제약식을 충족해야 한다.

$$\sum_{i|(j,i) \in E^2} \gamma_i z_{ji} \leq \sum_{i|(j,i) \in E^1} \gamma_i s_{ji} w_{ji} + \Gamma_j \quad (4)$$

식 (4)에서 좌변은 신규 출자에 소요되는 자금을 나타내고 우변은 정리되는 지분으로부터 들어오는 자금과 계열사 j 의 신규 출자 가용 자금의 합을 나타낸다. 또한, 신규 출자 지분과 기존 보유 지분을 모두 합쳐 기업집단 전체가 계열사 j 의 지분을 A_j 까지 보유할 수 있다고 하면 다음 제약식을 만족해야 한다.

$$\sum_{i|(i,j) \in E^1} (1-w_{ij})s_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in E^2} z_{ij} \leq A_j \quad (5)$$

식 (5)에서 첫 번째 항은 기업집단 전체에서 보유하고 있는 계열사 j 의 지분의 합에서 정리되는 지분을 제외한 값을 나타내고 두 번째 항은 계열사 j 에 신규 출자하여 획득한 지분의 합을 나타낸다.

마지막으로 순환출자 후에도 계열사 j 에 대한 의결권이 일정 수준 이상으로 유지되어야 한다. 이를 제약식으로 표현하면 다음과 같다. 단, β_j 는 계열사 j 를 지배할 수 있는 데 필요한 최소한의 의결권 수준을 나타낸다.

$$y_j \geq \beta_j \quad (6)$$

식 (3)~식 (6)에서 제시된 제약식을 추가함으로써 (VCSP)의 단점을 보완한 최적화모형은 다음 (MCSP)와 같다.

$$\max \sum_{j \in N} \alpha_j y_j$$

$$s.t. \quad y_j = \sum_{i \in Adj^1(j)} \eta_{ij} \quad \forall j \in N - \{1\},$$

$$\eta_{ij} \leq y_i, \quad \forall (i,j) \in E,$$

$$\eta_{ij} \leq s_{ij}(1-w_{ij}), \quad \forall (i,j) \in E^1,$$

$$\eta_{ij} \leq z_{ij}, \quad \forall (i,j) \in E^2,$$

$$y_j \geq \beta_j, \quad \forall j \in N - \{1\},$$

$$y_1 = 1,$$

$$z_{ij} \leq (1-w_{ij}), \quad \forall (i,j) \in E^2,$$

$$z_{ij} \geq -w_{ij} + \epsilon, \quad \forall (i,j) \in E^2,$$

$$(MCSP) : \quad \sum_{i|(i,j) \in E^2} \gamma_i z_{ji} - \sum_{i|(i,j) \in E^1} \gamma_i s_{ji} w_{ji} \leq \Gamma_j, \quad \forall j \in N - \{1\},$$

$$\sum_{i|(i,j) \in E^1} (1-w_{ij})s_{ij} + \sum_{i|(i,j) \in E^2} z_{ij} \leq A_j, \quad \forall j \in N - \{1\},$$

$$t_j \geq t_i + 1 - nw_{ij}, \quad \forall (i,j) \in E,$$

$$t_1 = 1,$$

$$1 \leq t_i \leq n, \quad \forall i \in N - \{1\},$$

$$\sum_{j \in Adj(i)} f_{ij} - \sum_{k \in Adj^1(i)} f_{ki} = \begin{cases} n-1, & i=1, \\ -1, & \forall i \in N - \{1\} \end{cases}$$

$$0 \leq f_{ij} \leq (n-1)(1-w_{ij}), \quad \forall (i,j) \in E$$

$$w_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in E,$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad \forall (i,j) \in E^2,$$

$$\eta_{ij} \geq 0, \quad \forall (i,j) \in E.$$

(MCSP)는 (VCSP)에 비해 현실 상황을 보다 잘 반영하고 있지만 실제 (MCSP)를 적용하는 데는 두 가지 문제점이 있다. 첫째, 순환출자 후에도 각 계열사에 대해 보유하고 있어야 할 최소의결권 수준을 설정해야 하는데 이에 관한 정보를 획득하기가 쉽지 않다. 예를 들어 2013년 기준으로 삼성엔지니어링에 갖는 의결권은 14.3%에 지나지 않는다. 의결권이 이렇게 작음에도 계열사를 통제할 수 있다는 것은 지분이 매우 분산되어 있어 경영권을 위협하는 다른 대주주들이 없거나 또는 기업집단 공개 시스템에 공시된 정보로는 알 수 없는 다른 수단을 통해 경영권을 유지할 수 있음을 의미한다. 따라서 각 계열사를 지배하기 위한 의결권의 최소수준을

정하기는 쉽지 않다. 둘째, 신규 순환출자를 포함하여 최적화모형을 풀기 위해서는 추가적인 데이터가 필요하다. 각 계열사별로 신규 출자에 동원할 수 있는 자금 규모, 획득 가능한 지분의 상한, 각 계열사의 시가 총액 또는 기업 가치 평가 등의 자료가 요구된다. 현실적으로 이러한 자료를 모두 획득하기는 쉽지 않다. 또한, 신규 출자는 금융보험사의 결권 제한제도, 지주회사제도 등을 반영하여 출자 대상 계열사, 출자할 지분 규모 등을 선정해야 한다. 이러한 이유로 순환출자를 다룬 기존 연구들도 신규 출자 상황을 별도로 고려하지는 않았다[3, 6, 7, 9, 21].

(MCSP)가 이론적으로 보다 정확한 모형이기는 하지만 위에서 설명한 바와 같이 (MCSP)를 적용하는 데는 현실적으로 어려움이 많으므로 본 연구에서는 (VCSP)에 초점을 맞춘다. (VCSP)는 기업집단 공개시스템에 등록된 자료만으로도 모형 적용이 가능하다는 장점이 있기 때문이다. (VCSP)가 (MCSP)에 비해 적용이 용이하지만 그럼에도 불구하고 (VCSP)를 적용 시 두 가지 한계점이 있다. 첫 번째로 최적화모형의 변수와 제약식 개수가 많을 수 있다는 점이다. $|M|=n$, $|E|=m$ 라 할 때 (VCSP)의 변수 개수는 $(2n+3m)$ 개이고 제약식 개수는 약 $(4n+4m)$ 개다. 순환출자를 포함하고 있는 우리나라 16개 기업집단의 출자현황을 소유지분 네트워크로 표현하면 점의 개수는 16~84개이고, 호의 개수는 26~239개이다. 따라서 (VCSP)의 경우 변수 개수는 최소 110에서 최대 885개이고, 제약식 개수는 최소 136개에서 최대 1,124개에 달한다. 또한 (VCSP)는 m 개의 정수 변수를 포함하고 있는 혼합정수계획법 문제이다. 따라서 최적해를 구하기 위해서는 규모가 큰 정수계획법 문제를 풀 수 있는 정교한 최적화 소프트웨어가 필요하다. (VCSP) 모형의 또 다른 한계점은 그 복잡함으로 인해 최적해 도출 과정을 직관적으로 이해하기 어렵다는 점이다. 실제 순환출자 해소 문제를 다루는 관리자나 정책결정자는 계열사 간 선호도나 비정형화된 제약식 등 다양한 시나리오를

감안하여 대안을 탐색할 수도 있는데, 이 경우 복잡한 최적화 모형보다 이해하기 쉬우면서 빠르게 근사최적해를 제공할 수 있는 휴리스틱 방법이 더 유익할 수 있다. 이러한 점에 착안하여 다음 절에서는 (VCSP)의 근사최적해를 구하는 휴리스틱 방법을 제시한다.

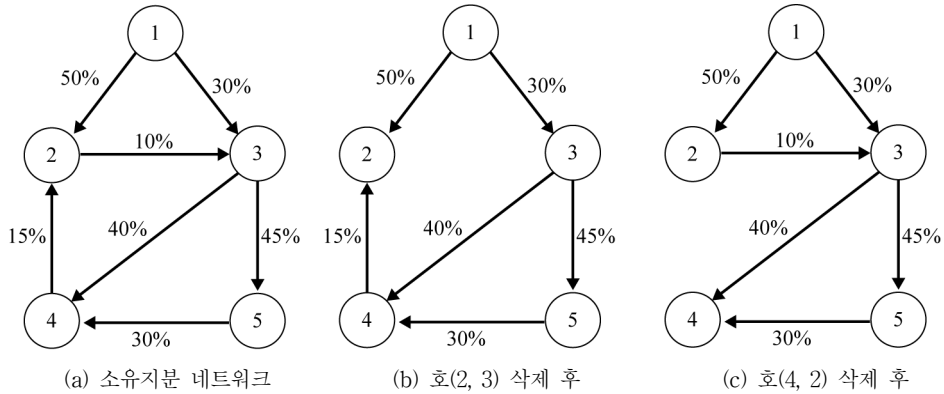
4. 의결권 최대화를 위한 휴리스틱 방법

본 절에서 제시하는 휴리스틱 방법은 일정한 조건을 만족하는 호를 하나씩 제거하여 소유지분 네트워크에 더 이상 환이 존재하지 않을 때 종료한다. 제거되는 호 (u, v) 는 <표 1>의 두 가지 조건을 반드시 만족해야 한다. <표 1>의 첫 번째 조건은 호 (u, v) 가 환을 유발할 때에만 제거하는 것이다. 어떠한 환에도 포함되지 않은 호는 순환출자와 무관하므로 제거하지 않고 그대로 둘 때 의결권을 최대화할 수 있다. 두 번째 조건은 호 (u, v) 를 제거하더라도 점 1로부터 점 v 로 가는 경로가 존재하는 경우에만 호 (u, v) 를 제거할 수 있다는 것이다. 조건 2가 만족되지 않은 경우에는 호 (u, v) 를 제거하면 점 1로부터 점 v 로 가는 경로가 없어지며 소유주가 더 이상 계열사 v 를 지배할 수 없게 된다. 조건 2는 (VCSP)에서 점 1로부터 다른 모든 점으로 가는 경로가 존재해야 한다는 제약식을 휴리스틱 방법에 맞게 달리 표현한 것이다.

<표 1> 호 선택시 만족해야 할 조건

조건 1 : 호 (u, v) 를 포함하는 환이 존재한다. 조건 2 : 점 1에서 v 로 가는 경로 중 호 (u, v) 를 지나지 않은 경로가 존재한다.

간단한 예를 통해 의결권의 수리적 특성을 알아보자. [그림 3]은 간단한 소유지분 네트워크에서 순환출자를 해소하기 위해 호를 제거한 결과를 보여준다.



[그림 3] 순환출자 해소 방안

[그림 3]에서 순환출자를 해소하기 위해 제거해야 할 호의 조합은 여러 가지가 있다. 예를 들어, (b)의 경우처럼 호 (2, 3)를 제거하거나, (c)의 경우처럼 호 (4, 2)를 제거하면 순환출자가 해소된다. 그러나 호 (3, 4)와 호 (5, 4)를 제거하면 순환출자는 정리되지만 점 1에서 점 4로 가는 경로가 더 이상 존재하지 않게 된다. 따라서 호 (3, 4)와 (5, 4)를 제거하는 것은 선택 대안이 될 수가 없다.

[그림 3]의 (a)에서 의결권을 계산해보자. 식 (1)의 의결권 정의에 따라 다음 연립방정식을 풀어야 한다. 식 (7)의 연립방정식은 순환출자로 인해 순환적(recursive) 형태를 띠므로 바로 계산할 수 없고 변환이 필요하다.

$$y_2 = \min(y_1, 0.5) + \min(y_4, 0.15) \quad (7)$$

$$y_3 = \min(y_1, 0.3) + \min(y_2, 0.1)$$

$$y_4 = \min(y_3, 0.4) + \min(y_5, 0.3)$$

$$y_5 = \min(y_3, 0.45)$$

먼저 의결권의 정의에 따라 $y_1 = 1$ 을 대입한다. 또 환을 구성하는 호들 중 가장 작은 지분을 갖는 호는 (2, 3)이므로 Park et al.[26]에 따라 $\min(y_2, s_{23}) = s_{23} = 0.10$ 이 성립한다. 이를 식 (7)에 대입하고 방정식의 순서를 재배열하면 다음 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$y_3 = \min(1, 0.3) + 0.1 \quad (8)$$

$$y_5 = \min(y_3, 0.45)$$

$$y_4 = \min(y_3, 0.4) + \min(y_5, 0.3)$$

$$y_2 = \min(1, 0.5) + \min(y_4, 0.15)$$

식 (8)의 연립방정식을 차례로 풀면, 각 점의 의결권은 $y_2 = 0.65$, $y_3 = 0.4$, $y_4 = 0.7$, $y_5 = 0.4$ 가 된다. 각 계열사의 가중치를 동일하게 $\alpha_j = 0.25$ (단, $j = 2, 3, 4$)로 설정하면, 의결권의 가중합은 $\sum_{j=2}^4 \alpha_j y_j = 0.5375$ 이 된다.

의결권 최대화를 위해 가장 직관적으로 고려해 볼 수 있는 휴리스틱 방법은 최소 지분을 나타내는 호를 차례로 제거하는 것이다. 즉, 환을 구성하는 호 중에서 가장 작은 지분을 가진 호를 차례로 제거하여 순환출자를 해소하는 휴리스틱 방법을 고려해 보자. [그림 3]의 (a)에는 환 (2, 3, 4, 2)와 환 (2, 3, 5, 4, 2)가 존재한다. 환에 포함되는 호 중에서 가장 작은 지분을 나타내는 호는 (2, 3)이다. 호 (2, 3)을 제거하면 [그림 3]의 (b)와 같은 네트워크가 된다. 호 (2, 3)을 제거하더라도 점 1에서 다른 모든 점으로 가는 경로가 존재하므로 호 (2, 3)은 조건 1과 조건 2를 모두 만족한다. [그림 3]의 (b)에서 각 점의 의결권을 구하는 식은 다음과 같다.

$$y_3 = \min(1, 0.3) \tag{9}$$

$$y_5 = \min(y_3, 0.45)$$

$$y_4 = \min(y_3, 0.4) + \min(y_5, 0.3)$$

$$y_2 = \min(1, 0.5) + \min(y_4, 0.15)$$

식 (9)을 차례로 풀면 $y_2 = 0.65$, $y_3 = 0.3$, $y_4 = 0.6$, $y_5 = 0.3$ 을 얻는다. 이때 의결권의 가중합은 $\sum_{j=2}^4 \alpha_j y_j = 0.4625$ 가 된다. 호 (2, 3)을 제거하여 순환 출자를 정리함으로써 의결권의 가중합이 0.075만큼 감소했다. 각 점의 의결권 변화를 보다 자세히 분석해 보자. 먼저 호 (2, 3)를 제거했으므로 y_3 의 의결권이 0.4에서 0.3으로 감소한다. 또한, [그림 3]의 (a)에서 $y_3 < s_{35}$ 이므로 $y_5 = \min(y_3, s_{35}) = y_3$ 이 성립하였고, $y_3 < s_{34}$, $y_5 \geq s_{54}$ 이므로 $y_4 = \min(y_3, s_{34}) + \min(y_5, s_{54}) = y_3 + s_{54}$ 가 성립하였다. 따라서 y_3 이 감소하면 y_5 와 y_4 도 더불어 감소하게 된다. 이와 같은 이유로 호 (2, 3)을 제거하면 y_3 이 감소할 뿐만 아니라 점 3에 연결된 y_4 와 y_5 도 함께 감소하여 의결권의 감소폭이 커진다.

반면 [그림 3]의 (a)에서 호 (4, 2)를 제거한 (c)의 경우를 보자. (c)에서 각 점의 의결권을 계산하는 식은 다음과 같다.

$$y_2 = \min(1, 0.5) \tag{10}$$

$$y_3 = \min(1, 0.3) + \min(y_2, 0.1)$$

$$y_5 = \min(y_3, 0.45)$$

$$y_4 = \min(y_3, 0.4) + \min(y_5, 0.3)$$

식 (10)의 방정식을 차례로 풀면 $y_2 = 0.5$, $y_3 = 0.4$, $y_4 = 0.7$, $y_5 = 0.4$ 을 얻는다. 의결권의 가중합은 $\sum_{j=2}^4 \alpha_j y_j = 0.5$ 이 된다. 호 (4, 2)을 제거함으로써 점 2의 의결권은 0.65에서 0.5로 감소하였다. 하지만 호 (4, 2)을 제거한 후에도 여전히 $\min(y_2, s_{23}) = s_{23}$ 이므로 점 3의 의결권은 변하지 않고 점 4와 점 5의 의결권도 그대로 유지된다. 즉, 호 (4, 2)를 제거할

경우 점 2의 의결권은 감소하지만 점 2에 연결된 다른 점의 의결권은 영향을 받지 않는다. 이로 인해 호 (4, 2)의 지분 s_{42} 가 호 (2, 3)의 지분 s_{23} 보다 더 크어도 불구하고 호 (4, 2)을 제거하는 것이 호 (2, 3)을 제거할 때보다 의결권의 가중합을 더 높게 유지할 수 있다.

이상의 논의로부터 지분이 가장 작은 호를 삭제하는 것보다 의결권의 감소폭을 최소화할 수 있는 호를 삭제하는 것이 의결권 최대화에 유리함을 알 수 있다. 본 연구에서 제시할 휴리스틱은 이점에 착안하고 있으며 다음 정리에 기초를 두고 있다.

정리 1

소유지분 네트워크를 $G = (N, E)$ 라 하고 G 에서 호 (u, v) 를 제거한 네트워크를 H 라 한다. G 에서 각 점의 의결권을 y_j^G 라 하고 H 에서 각 점의 의결권을 y_j^H 라 하면 다음 식이 성립한다.

$$\sum_{j=2}^n \alpha_j y_j^G - \sum_{j=2}^n \alpha_j y_j^H \geq \Delta_{uv}^G$$

(증명) $H = (N, E - \{(u, v)\})$ 이므로 임의의 점 j 에 대해 $y_j^G \geq y_j^H$ 가 성립한다. 따라서 의결권 가중합의 차이는 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

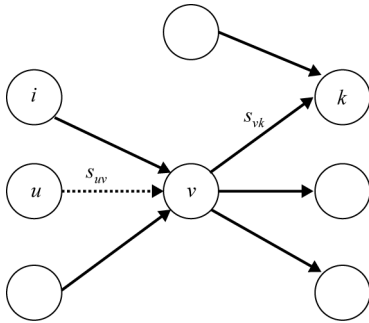
$$\begin{aligned} \sum_{j=2}^n \alpha_j y_j^G - \sum_{j=2}^n \alpha_j y_j^H &= \sum_{j=2}^n \alpha_j (y_j^G - y_j^H) \\ &\geq \alpha_v (y_v^G - y_v^H) + \sum_{k \in Adj(v)} \alpha_k (y_k^G - y_k^H) \end{aligned} \tag{11}$$

[그림 4]에서 보는 바와 같이 의결권의 정의에 따라 y_v^H 는 식 (12)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} y_v^H &= \sum_{i \in Adj^-(v) - \{u\}} \min(y_i^H, s_{i_v}) \\ &\leq \sum_{i \in Adj^-(v) - \{u\}} \min(y_i^G, s_{i_v}) \\ &= y_v^G - \min(y_u^G, s_{uv}) \end{aligned} \tag{12}$$

또한, 식 (12)를 이용하면 y_k^H 을 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 y_k^H &= \min(y_v^H, s_{vk}) + \sum_{j \in Adj^{-1}(k) - \{v\}} \min(y_j^H, s_{jk}) \quad (13) \\
 &\leq \min(y_v^G - \min(y_u^G, s_{uv}), s_{vk}) \\
 &\quad + \sum_{j \in Adj^{-1}(k) - \{v\}} \min(y_j^G, s_{jk})
 \end{aligned}$$



[그림 4] 호 (u, v) 와 $Adj(v)$

식 (12)과 식 (13)를 식 (11)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=2}^n \alpha_j y_j^G - \sum_{j=2}^n \alpha_j y_j^H &\geq \alpha_v \min(y_u^G, s_{uv}) \\
 &\quad + \sum_{k \in Adj(v)} \alpha_k \left[\min(y_v^G, s_{vk}) \right. \\
 &\quad \left. - \min(y_u^G - \min(y_u^G, s_{uv}), s_{vk}) \right] \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

정리 1은 소유지분 네트워크에서 특정 호를 제거할 때 의결권 감소폭의 하한을 제공해준다. 본 연구에서 제시할 휴리스틱 방법은 정리 1에서 제시된 의결권 감소폭 하한이 가장 작은 호를 차례로 제거하여 소유지분 네트워크에 더 이상 환이 존재하지 않을 때 종료한다. 새로운 휴리스틱 방법은 [그림 5]와 같다.

[그림 5]의 단계 0에서는 초기화를 수행한다. C 는 <표 1>의 두 조건을 모두 충족하지 못하는 호들의 집합으로 차후 호를 선택할 때 다시 고려할 필요가 없는 호들을 포함하고 있다. 단계 1에서는 소유지분 네트워크 G^i 에서 각 점의 의결권을 계산한다. 단계 2에서 $E^i - C = \emptyset$ 이면 더 이상 제거할 호가 없음을 의미하므로 종료한다. 아니면 정리 1에 의해 호 제거로 인해 감소하는 의결권 가중합의

순환출자 해소를 위한 휴리스틱 방법

단계 0. 초기화

- $G^1 \leftarrow G = (N, E)$
- $i \leftarrow 1$
- $C \leftarrow \emptyset$

단계 1. 의결권 계산

- $G^i = (N, E^i)$ 에서 각 점의 의결권 $y_j^{G^i}$ 를 계산한다.

단계 2. 호 선택

- $E^i - C = \emptyset$ 이면, 종료하고, 아니면 다음으로 간다.
- $(u^*, v^*) \leftarrow \operatorname{argmin}_{(u,v) \in E^i - C} \Delta_{uv}^{G^i}$

단계 3. 가능성(feasibility) 확인

- (u^*, v^*) 가 <표 1>의 두 조건을 모두 충족하면 단계 4로 가고, 아니면 $C \leftarrow C \cup \{(u^*, v^*)\}$ 로 두고 단계 2로 간다.

단계 4. 호 제거

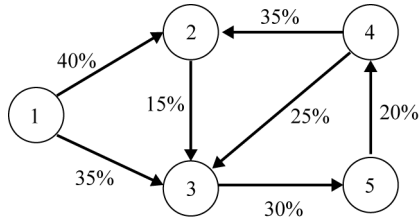
- $E^{i+1} \leftarrow E^i - \{(u^*, v^*)\}$
- $G^{i+1} = (N, E^{i+1})$
- $i \leftarrow i + 1$
- 환이 없으면 종료하고, 아니면 단계 1로 간다.

[그림 5] 의결권 최대화를 위한 순환출자 해소 휴리스틱 방법

하한이 가장 작은 호를 삭제 후보로 선택한다. 단계 3에서는 선택한 호가 <표 1>의 두 조건을 모두 충족하는지를 확인한다. 두 조건을 충족하면 단계 4에서 호를 삭제하고, 충족하지 않으면 해당 호를 C 에 추가한 다음 단계 2로 가서 다른 호를 선택한다. 단계 4에서는 호를 제거하고, 더 이상 환이 없으면 종료한다.

5. 예제 및 적용 결과

먼저 제 4장에서 제시한 휴리스틱 방법을 간단한 예제에 적용해보자. [그림 6]과 같은 지분네트워크가 있다고 하자. 여기서 모든 점의 가중치는 동일하게 $\alpha_j = 0.25 (j = 2, 3, 4)$ 라 가정한다.



[그림 6] 소유지분 네트워크 예 2

[그림 6]의 소유지분 네트워크는 환 (3, 5, 4, 3) 와 환 (2, 3, 5, 4, 2)을 포함하고 있다. [그림 5]에 제시된 휴리스틱 방법을 적용하면 먼저 $G^1 \leftarrow G, i \leftarrow 1, C \leftarrow \emptyset$ 으로 초기화한다. 다음 단계 1에서 각 점의 의결권을 계산하는데 그 결과는 <표 2>의 세 번째 열에 나타나 있다. 단계 2에서는 각 호를 제거함으로써 감소하는 의결권 가중합의 하한을 구하는데 하한을 구하는 과정이 4~6열에 제시되어 있다. <표 2>의 마지막 7열은 삭제 여부를 나타낸다.

<표 2>에서 보는 바와 같이 $i=1$ 에서 $\Delta_{uv}^{G^1}$ 이 가장 작은 호는 (2, 3)이다. 호 (2, 3)은 <표 1>의 두 조건을 모두 만족하므로 삭제할 수 있다. 호 (2, 3)을 삭제한 소유지분 네트워크가 G^2 이다. G^2 에서 $\Delta_{uv}^{G^2}$ 가 가장 작은 호는 (4, 2)와 (4, 3)이다. 그러나 호 (4, 2)는 환에 포함되지 않으므로 조건 1을 만족시키지 않는다. 호 (4, 2)는 C 에 추가되어 더

이상 삭제 후보로 고려되지 않는다. 호 (4, 3)은 조건 1과 2를 모두 만족하므로 삭제할 수 있다. 호 (4, 3)을 삭제하면 환이 없으므로 알고리즘을 종료한다.

다음으로 제안한 휴리스틱 방법을 국내 대규모 기업집단에 실제 적용한 결과를 알아본다. 기업집단의 소유현황은 대규모 기업집단 공개 시스템[2]으로부터 수집하였다. 2013년 기준으로 순환출자가 형성된 기업집단은 16개 그룹이다. 소유지분 네트워크를 구성할 때 소유주 지분은 그룹의 오너(owner)가 보유한 직접 지분뿐만 아니라 친족, 임원, 비영리 법인이 보유한 지분을 모두 더한 값으로 설정하였다. 자기주식은 의결권이 없으므로 소유지분 네트워크에 포함시키지 않았으나 자기주식이 있는 경우 이를 감안하여 다른 주주의 지분을 다시 계산하였다. 즉, ‘수정된 지분 = 원래 지분 / (100-자기보유지분)×100%’으로 다른 주주의 소유지분을 보정하였다. 또한, 호텔롯데와 부산롯데호텔처럼 소유주와 관련 있는 외국계 회사가 지분을 100% 보유하고 있는 경우에는 소유주의 지분으로 간주하였다. 그룹 전체 계열사의 자기자본의 합에서 해당 계열사의 자기자본이 차지하는 비중을 각 계열사의 가중치로 설정하였다. 자기자본이 음인 계열사의 경우에는 0.0001로 가중치를 두었다.

<표 2> 휴리스틱 적용 결과

(u, v)	s_w	$y_j^{G^i}$	$\min(y_u^{G^i}, s_w)$	$\sum_{k \in Adj(v)} [\min(y_v^G, s_{vk}) - \min(y_v^G - \min(y_u^{G^i}, s_w), s_{vk})]$	$\Delta_{uv}^{G^i}$	삭제 여부
$i = 1$						
(2, 3)	0.15	$y_2^{G^1} = 0.60$ $y_3^{G^1} = 0.70$ $y_4^{G^1} = 0.20$ $y_5^{G^1} = 0.30$	0.15	0	0.0375	삭제
(3, 5)	0.30		0.30	0.20	0.1250	
(4, 2)	0.35		0.20	0	0.0500	
(4, 3)	0.25		0.20	0	0.0500	
(5, 4)	0.20		0.20	0.40	0.1500	
$i = 2$						
(3, 5)	0.30	$y_2^{G^2} = 0.60$ $y_3^{G^2} = 0.55$ $y_4^{G^2} = 0.20$ $y_5^{G^2} = 0.30$	0.30	0.20	0.1250	
(4, 2)	0.35		0.20	0	0.0500	
(4, 3)	0.25		0.20	0	0.0500	삭제
(5, 4)	0.20		0.20	0.40	0.1500	

〈표 3〉 국내 대규모 기업집단 적용 결과

그룹	소유지분 네트워크			(CCSP)			(VCSF)			최소지분 후리스틱			제안한 후리스틱		
	N	E	의결권 가중합	삭제 호	의결권 가중합	감소 비율(%)	삭제 호	의결권 가중합	감소 비율(%)	삭제 호	의결권 가중합	감소 비율(%)	삭제 호	의결권 가중합	감소 비율(%)
금호아시아나	25	33	0.2484	1	0.2068	16.77%	1	0.2483	0.04%	1	0.2483	0.04%	1	0.2483	0.04%
대림	20	29	0.3426	1	0.1500	56.23%	1	0.3351	2.19%	1	0.3351	2.19%	1	0.3351	2.19%
대성	84	128	0.7449	1	0.6232	16.33%	2	0.7432	0.22%	2	0.7432	0.22%	2	0.7432	0.22%
동부	62	102	0.4676	2	0.4443	4.98%	2	0.4652	0.51%	3	0.4650	0.56%	4	0.4644	0.69%
동양	31	57	0.3678	3	0.0799	78.27%	5	0.3373	8.31%	9	0.1694	53.95%	5	0.3373	8.31%
롯데	78	239	0.6963	13	0.6205	10.89%	20	0.6778	2.66%	45	0.5876	15.61%	59	0.6615	5.00%
삼성	77	209	0.2764	8	0.2081	24.71%	13	0.2650	4.14%	21	0.2220	19.68%	27	0.2632	4.79%
영풍	24	55	0.5788	4	0.5247	9.33%	5	0.5518	4.66%	6	0.5154	10.95%	6	0.5517	4.67%
한라	24	33	0.3246	1	0.3124	3.78%	1	0.3124	3.78%	1	0.3124	3.78%	1	0.3124	3.78%
한솔	23	41	0.2251	3	0.1800	20.03%	3	0.1800	20.03%	5	0.1093	51.44%	5	0.1680	25.36%
한진	46	71	0.3478	2	0.2808	19.25%	5	0.3318	4.60%	5	0.2770	20.34%	5	0.3318	4.60%
현대	21	46	0.3461	1	0.1421	58.96%	4	0.3264	5.69%	5	0.3253	6.01%	5	0.3253	6.01%
현대백화점	36	53	0.4557	2	0.3745	17.81%	2	0.4385	3.77%	2	0.4209	7.64%	3	0.4368	4.16%
현대산업개발	16	26	0.2125	1	0.1796	15.93%	3	0.2066	2.74%	2	0.1775	16.46%	4	0.2058	3.13%
현대자동차	58	114	0.3310	2	0.1382	58.25%	3	0.2245	32.18%	4	0.1795	45.77%	4	0.1861	43.77%
현대중공업	27	37	0.2672	1	0.1686	36.90%	1	0.1686	36.90%	1	0.1686	36.90%	1	0.1686	36.90%

제안한 휴리스틱을 대규모 기업집단에 적용한 결과는 <표 3>에 제시되어 있다. 2열과 3열에는 소유지분 네트워크의 점 개수와 호 개수가 표시되어 있다. 점 개수는 소유주를 포함한 숫자이다. 4열은 의결권의 가중합을 나타낸다. 5열부터 16열은 최적화 모형 또는 휴리스틱 방법을 적용한 결과를 나타낸다. 5~7열과 8~10열은 (CCSP)과 (VCSP)을 적용한 결과를 보여준다. (CCSP)와 (VCSP)의 최적해는 CPLEX를 통해 구했다. (CCSP)에서는 모든 호의 비용을 1로 둬으로써 삭제되는 호의 개수가 최소화되도록 설정하였다. ‘삭제 호’(5열, 8열, 11열, 14열)은 순환출자 해소를 위해 삭제된 호의 개수, ‘의결권 가중합’(6열, 9열, 12열, 15열)은 순환출자 해소 후 의결권의 가중합, ‘감소 비율(%)’(7열, 10열, 13열, 16열)은 순환출자 해소로 의결권의 가중합이 감소한 비율 (= (원래 의결권의 가중합-순환출자 해소 후 의결권의 가중합)/원래 의결권의 가중합×100%)를 각각 의미한다. 11열~13열에 제시된 최소지분 휴리스틱은 4절에서 언급하였듯이 가장 작은 지분을 나타내는 호를 차례로 삭제하여 순환출자를 해소하는 휴리스틱을 의미한다. 최소지분 휴리스틱은 [그림 5]에 제안한 휴리스틱 방법과 동일하나 다만 단계 2에서 호를 선택할 때 다음 식을 사용하여 호를 선택한다는 점만 다르다.

$$(u^*, v^*) \leftarrow \operatorname{argmin}_{(u,v) \in E-C} s_{uv}$$

먼저 <표 3>에서 소유지분 네트워크의 크기를 보면 점의 개수는 16~84개이고 호의 개수는 26~239개이다. 현대산업개발, 대림, 한라, 한솔 그룹 등은 비교적 작은 규모의 소유지분 네트워크를 가지며, 롯데, 삼성, 대성, 동부, 현대자동차 그룹 등은 큰 규모의 소유지분 네트워크를 갖는다. 의결권의 가중합을 보면 대성, 롯데 그룹이 비교적 높고, 현대산업개발, 한솔 등이 낮은 것을 볼 수 있다.

(CCSP)를 적용한 결과를 보면 삭제되는 호의 개수는 전체 호의 개수에 비해 매우 작음을 알 수 있다. 롯데, 삼성, 영풍을 제외한 나머지 그룹의 경우 순환출자를 해소하기 위해 삭제해야 할 호의 최소

개수는 1~3개이다. 대부분의 그룹에서 순환출자가 많지 않거나 또는 순환출자가 소수의 핵심 출자고리를 통해 형성된다는 것을 의미한다. 이러한 핵심 출자고리를 제거하면 순환출자를 제거할 수 있지만 이 경우 대부분의 그룹에서 지배주주의 의결권이 심각하게 감소함을 볼 수 있다. 예를 들어, 현대, 현대자동차, 대림 그룹의 경우 삭제해야 할 호의 최소 개수는 1~2개이지만 해당 호들을 삭제할 경우 의결권이 50% 이상 감소함을 볼 수 있다. 동부, 한라, 한솔 그룹을 제외한 다른 그룹에서도 의결권이 크게 감소한다. 따라서 의결권 유지를 위해서는 (CCSP)를 사용하기 보다는 (VCSP)나 제안한 휴리스틱 모형을 사용할 필요가 있다. 롯데와 삼성 그룹은 가장 많은 호를 삭제해야 하는데 이는 계열사 간 순환출자가 매우 복잡하게 형성되어 있음을 시사한다.

(VCSP)를 적용한 결과를 보면 삭제되는 호의 개수는 전반적으로 (CCSP)보다 많다. (VCSP)는 복수 개의 순환출자에 포함되는 핵심 출자고리보다는 의결권에 미치는 영향이 상대적으로 미미한 출자고리를 삭제하게 되므로 (CCSP)보다 더 많은 호를 제거하게 된다. (VCSP)를 적용하면 16개 그룹 중 11개 그룹이 의결권 감소를 5% 이내로 유지하면서 순환출자를 제거할 수 있다. 특히, 금호아시아나, 대성, 동부 그룹의 경우 순환출자를 제거하더라도 의결권 가중합의 감소는 1% 미만이다. 반면 한솔, 현대자동차, 현대중공업 등은 (VCSP)를 쓰더라도 의결권이 크게 감소함을 볼 수 있다.

다음으로 최소지분 휴리스틱과 본 연구에서 제안한 휴리스틱 방법의 적용 결과를 분석해 본다. 의결권의 가중합을 살펴보면 제안한 휴리스틱 방법은 16개 모든 기업집단에서 최소지분 휴리스틱 방법보다 더 우수하거나 동일한 수행도를 보이고 있다. 특히, 16개 중 3개 그룹을 제외한 나머지 13개 그룹에서 제안한 휴리스틱 방법과 최적화 모형 (VCSP) 간의 의결권 차이가 1% 이내인 것으로 나타나 제안한 휴리스틱 방법이 효과적임을 확인할 수 있다. 최소지분 휴리스틱과 제안한 휴리스틱의 삭제되는 호의 개수는 거의 비슷하나 제안한 휴리

스틱 방법이 최소지분 휴리스틱 방법보다 약간 더 많은 개수의 호를 삭제함을 볼 수 있다. 그러나 현대자동차 그룹의 경우 휴리스틱 방법과 (VCSP) 간의 의결권 차이가 약 11.6%이고, 한솔 그룹의 경우도 의결권 차이가 약 5.3%로 나타나 일부 그룹에서는 제안한 휴리스틱 방법이 최적화 모형보다 의결권을 보다 많이 감소시킬 수 있다. 또, 롯데, 삼성 그룹의 경우 휴리스틱 방법들이 최적화 방법보다 훨씬 많은 호를 삭제함을 볼 수 있다.

결론적으로 의결권의 합과 삭제되는 호 개수 면에서 제안한 휴리스틱 방법과 최적화 모형을 비교해 보면 대부분의 기업집단에서 제안한 휴리스틱 방법은 최적화 모형과 유사한 수행도를 보인다. 특히, 제안한 휴리스틱 방법은 의결권 면에서 최소지분 휴리스틱보다 우수한 결과를 보인다. 다만 일부 기업집단에서, 제안한 휴리스틱 방법과 최적화 모형의 의결권 차이가 비교적 클 수 있으며 삭제되는 호의 개수 면에서도 휴리스틱 방법이 최적화 모형보다 더 많은 호를 삭제할 수 있다.

마지막으로 계산시간을 살펴본다. CPLEX가 설치된 PC에서 (VCSP)의 최적해를 구하는 데 소요되는 CPU시간은 대부분 1초 이내였다. 그러나 삼성과 롯데그룹의 경우 (VCSP)의 최적해를 구하는 데 각각 483초, 514초가 소요되었다. <표 3>에서 보듯이 삼성과 롯데그룹은 계열사 간 출자가 가장 빈번하며 순환출자가 가장 복잡하게 형성되어 있어 최적해를 구하는 데도 상당한 시간이 소요된다. 반면, 휴리스틱 방법은 MATLAB으로 구현되었고 동일한 PC에서 수행되었는데 모든 기업집단에 대해 1초 이내로 근사해를 구하였다. 다양한 시나리오 하에서 순환출자 해소 문제를 반복적으로 풀어야 할 경우에는 휴리스틱 방법이 보다 적합한 대안이라고 할 수 있다.

6. 결론 및 추후 연구과제

본 연구는 순환출자를 해소하는 데 유용하게 사용될 수 있는 휴리스틱 방법을 제안하였다. 특히 기존 휴리스틱이 현금흐름권 최대화에 초점을 둔 반

면에 본 연구는 의결권 최대화에 초점을 맞춰 휴리스틱 방법을 개발하였다. 대규모 기업집단에 실제 적용한 결과 대부분의 기업집단에서 휴리스틱 방법과 최적화 모형 간의 의결권 차이가 1% 이내인 것으로 나타나 휴리스틱 방법이 실제 비즈니스 의사결정에 유용한 도구가 될 수 있음을 확인하였다.

추후 연구과제로는 첫 번째 본 연구를 포함하여 기업집단의 지배구조에 관한 최적화 모형의 적용가능성을 높이는 것이다. 이를 위해서는 의사결정자가 실제 상황에서 고려하는 다양한 제약식과 목적들을 반영하여 최적화 모형을 수정할 필요가 있다. 또한, 순환출자 해소와 더불어 계열사 간 새로운 출자관계가 형성되는 것을 동시에 고려할 수 있는 최적화 모형을 적용하는 후속 연구가 필요하다. 계열사 간 새로운 출자관계 형성은 금융보험사 의결권 제한제도, 지주회사제도 등을 반영하여 출자 회사의 자금 동원 가능성, 피출자 대상이 되는 계열사의 범위, 매입 가능한 피출자 회사 지분 상한 등을 모두 고려해야 하므로 데이터 수집과 모형 적용에 지속적 노력이 필요할 것이다. 두 번째로는 제안한 휴리스틱과 최적화 모형 간의 의결권 차이가 큰 기업집단 사례를 면밀히 분석하여 휴리스틱 방법의 효율성을 개선하는 것도 의미 있는 연구과제가 될 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 강형철, 박경서, 장하성, “한국 재벌기업집단의 그룹구조 결정요인에 관한 연구”, 『재무연구』, 제19권, 제1호(2006), pp.187-230.
- [2] 공정거래위원회, <http://www.ftc.go.kr>, 2014.
- [3] 김정호, “순환출자의 회사법적 문제점”, 『경영법률』, 제23권, 제2호(2013), pp.253-280.
- [4] 김진방, “출자총액제한제도의 이론과 현실”, 『경제발전연구』, 제13권, 제1호(2007), pp.185-222.
- [5] 김진방, “30대 재벌그룹의 순환출자-측정과 분석”, 『경제발전연구』, 제13권, 제2호(2007), pp.171-210.
- [6] 박승록, 최두열, “한국 기업집단의 순환출자 해

- 소비유에 관한 연구”, 『KBR』, 제17권, 제2호(2013), pp.347-371.
- [7] 박찬규, 김대룡, “대규모 기업집단의 순환출자 해소를 위한 최적화 모형”, 『한국경영과학회지』, 제34권, 제4호(2009), pp.73-89.
- [8] 박찬규, “대규모 기업집단의 순환출자 해소를 위한 휴리스틱 기법”, 『한국경영과학회지』, 제38권, 제4호(2013), pp.65-78.
- [9] 임영재, “환상형 순환출자의 본질에 대한 이해 및 정책방향”, KDI정책포럼 169호(2006-01), 2006.
- [10] 전삼현, “순환출자금지법안에 관한 법리 검토”, 『규제연구』, 제15권, 제2호(2006), pp.63-86.
- [11] 조성욱, 김명애, “대기업 출자총액제한제도에 대한 재무금융적 평가”, 『한국경제의 분석』, 제16권, 제3호(2010), pp.73-110.
- [12] 천경훈, “순환출자의 법적 문제”, 『상사법연구』, 제32권, 제1호(2013), pp.97-157.
- [13] 한국거래소, 주요그룹 시가총액 및 주가 등락, 보도자료(2014년 2월 14일).
- [14] Ahuja, P.K., T.L. Magnanti, and J.B. Orlin, *Network Flows : Theory, Algorithms, and Applications*, Prentice Hall, 1993.
- [15] Bebchuk, L., K. Reinier, and G. Triantis, “Stock pyramids, cross-ownership, and dual class equity : the mechanism and agency costs of separating control from cash-flow rights,” In : Morck, R. (Ed.), *Concentrated Corporate Ownership*, University of Chicago Press, Chicago, IL, (2000), pp.295-318.
- [16] Bertrand, M., P. Mehta, and S. Mullainathan, “Ferretting out tunnelling : An application to Indian business groups,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol.118(2002), pp.121-148.
- [17] Claessens, S., S. Djankov, and L. Lang, “The separation of ownership and control in East Asian corporations,” *Journal of Financial Economics*, Vol.58(2000), pp.81-112.
- [18] Claessens, S., S. Djankov, J. Fan, and L. Lang, “Disentangling the incentive and entrenchment effects of large shareholdings,” *Journal of Finance*, Vol.57(2002), pp.2379-2408.
- [19] Joh, W., “Corporate governance and profitability : Evidence from Korea before the economic crisis,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 68(2003), pp.287-322.
- [20] Johnson, S., R. La Porta, F. Lopes-de-Silanes, and A. Shleifer, “Tunneling,” *American Economic Review Papers and Proceedings*, Vol. 90(2000), pp.22-27.
- [21] Kim, W., Y. Lim, and T. Sung, “Group control motive as a determinant of ownership structure in business conglomerates : Evidence from Korea’s chaebols,” *Pacific-Basin Finance Journal*, Vol.15(2007), pp.213-252.
- [22] La Porta, R., F. Lopez-de-Silanes, and A. Shleifer, “Corporate ownership around the World,” *Journal of Finance*, Vol.54(1999), pp. 471-518.
- [23] Lemmon, M.L. and K.V. Lins, “Ownership structure, corporate governance, and firm value : Evidence from the East Asian financial crisis,” *The Journal of Finance*, Vol.58(2003), pp.1445-1468.
- [24] Lins, K., “Equity ownership and firm value in emerging markets,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.38(2003), pp. 159-184.
- [25] Mitton, T., “A cross-firm analysis of the impact of corporate governance on the East Asian financial crisis,” *Journal of Financial Economics*, Vol.64(2002), pp.215-241.
- [26] Park, C., Y. Seo, and H. Shin, “An optimization approach to resolving circular shareholding in large business groups,” *Journal of the Operational Research Society*, Forthcoming.