

수도요금의 불확실성을 고려한 상수도 사업의 가치 평가*

정인찬¹ · 김재희² · 김승권^{3†}

¹고려대학교 정보경영공학전문대학원, ²전북대학교 경영학부, ³고려대학교 산업경영공학부

An Evaluation of the Economic Value of Outsourcing of Water Supply Services Considering Uncertainty of Water Price

In-chan Jeong¹ · Jae-hee Kim² · Sheung-kown Kim^{3†}

¹Graduate School of Information Management Engineering, Korea University

²Division of Business Administration, Chonbuk National University

³School of Industrial Management Engineering, Korea University

■ Abstract ■

It is essential to carry out an economic analysis on public water supply projects so that policy makers and water enterprises are aware of the actual value of the project. However, many popular approaches based on discounted cash flow analysis do not capture the uncertainties inherent in cash flow. In order to analyze the economic values of the water supply project of local governments, we utilize real option model, which considers uncertainty in future water price behavior and captures the value of real life flexibility. The real option model is designed to incorporate the option to expand and abandon, and it is applied to a local government case. Furthermore, we assess the project by exploring Luehrman's option space to accommodate the more efficient decision making. The results show that substantial amount of potential value is included in the public water supply service, and the overall value is greater than the value obtained from the discounted cash flow model.

Keywords : Economic Analysis, Uncertainty, Real Options, Option Space, Water Supply Services

논문접수일 : 2014년 06월 05일 논문게재확정일 : 2014년 10월 11일

논문수정일 : 2014년 10월 08일

* 이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2013R1A1A2013753).

이 논문은 2014년도 전북대학교 연구기반 조성비 지원에 의하여 연구되었음.

† 교신저자, kimsk@korea.ac.kr

1. 서 론

최근 물 시장의 세계화에 따라 물 산업은 투자자들의 새로운 투자대상으로 대두되고 있으며, 국내의 경우 물 산업의 경쟁력 강화를 위해 지자체 상수도 사업의 위탁 운영이 확대되고 있다. 이러한 상수도 사업은 지자체와 사업자 모두에게 미치는 영향이 크고 장기간에 걸친 대규모 시설투자를 요구하여 시행 전의 타당성 검토가 매우 중요하다.

공공투자사업의 경제성 분석에는 순현재가치법, 편익·비용분석법, 내부수익률법 등과 같이 현금흐름할인법(Discounted Cash Flow)에 근간을 둔 경제성 분석법이 널리 활용되고 있다. 현금흐름할인법은 미래의 기대현금흐름에 할인율을 적용하는 방법으로, 현금흐름이 비교적 안정적인 단기 사업의 경제성 분석에 적합하다[11, 14, 17]. 그러나 이 방법은 확정적(deterministic)인 현금흐름을 가정하기 때문에 투자사업의 잠재적 불확실성을 고려하는데 한계가 있다. 가령, 상수도 사업은 대개 20~40년의 장기사업인 경우가 많고, 투자수익을 결정하는 수도요금과 상수도 판매량 등이 확정적이지 않은 경우가 일반적이다. 이 경우에 현금흐름할인법을 활용하면, 현금흐름 변동에 대한 의사결정을 위해 투자사업을 재평가해야 하고, 분석시점마다 각기 다른 결과가 제시될 수 있어 의사결정의 일관성 유지가 쉽지 않게 된다. 이처럼 현금흐름할인법은 위험관리를 통한 가치 창출이나 투자 효율성을 높이는 등 전략적인 의사결정의 유연성을 감안하지 못하여 불확실성을 갖는 투자사업의 가치를 평가하는데 한계가 있다는 단점이 있다[8, 10, 15, 18, 20].

이 같은 현금흐름할인법의 한계를 보완하기 위해 Myers[16]는 실물옵션(Real Options)법을 처음 제안하였다. 실물옵션법은 사업상황에 따라 투자사업을 확장 또는 축소, 연기, 포기하는 등의 전략적 의사결정의 가치를 실물옵션을 통해 평가한다. 즉, 실물옵션법은 미래 불확실성에 대처하는 의사결정의 잠재적 가치를 평가하고, 이를 투자사업의 가치로 반영한다[8]. Teisberg[19]는 실물옵션법을 동적

(dynamic) 현금흐름할인법, 의사결정론(decision analysis)과 비교하였으며, Trigeorgis[20]는 사업의 불확실성과 복잡성에 따라 현금흐름할인법에 민감도 분석을 활용하거나 시뮬레이션, 의사결정나무(decision tree) 등을 활용할 수 있으며, 이들 중 실물옵션법이 가장 적절하다고 주장하였다.

많은 것은 않지만, 실물옵션법을 활용하여 수자원 개발 사업의 경제성을 분석한 국내의 사례를 찾아볼 수 있다. 먼저, 명세민[2]은 확장옵션과 포기옵션을 고려한 실물옵션 모형을 활용하여 지자체 상수도 사업의 경제성을 분석하였다. 그러나 이 연구에서 확장옵션과 포기옵션을 동시에 보유한 경우는 단일 옵션을 보유한 경우보다 더욱 유연한 의사결정이 가능함에도 불구하고, 시간 연속적인 의사결정 옵션의 경로종속성을 고려하지 않아 단일 옵션을 보유한 경우와 동일한 사업가치를 제시한 한계가 있었다. 그 밖에 유순영 등[4]은 수자원 공급 사업의 경제성 분석에 실물옵션법의 활용이 가능함을 보였다. 그러나 이 연구는 실제 사례가 아닌 가공의 예제 문제를 대상으로 하여 블랙-숄즈(Black-Scholes) 모형의 적용가능성을 확인한 데 그쳤다.

본 연구의 목적은 미래 불확실성을 갖는 상수도 사업의 경제성을 분석하는 것이다. 이를 위해 K지방자치단체를 대상으로, 실물옵션법을 활용하여 상수도 사업의 순현금흐름을 기초자산(underlying asset)으로 한 경제성 평가 과정을 제시하였다. 이 과정에서 과거 수도요금의 변동성을 이용하여 기초자산의 불확실성을 고려하였으며, 실물옵션의 잠재 가치에 가장 큰 영향을 미치는 변동성을 비롯한 주요 매개변수의 도출 과정을 제시하였다. 실물옵션법을 활용한 분석 결과, 현금흐름할인법 대비, 확장옵션을 고려하면 15,451백만 원, 포기옵션을 고려하면 2백만 원, 그리고 확장 및 포기옵션을 동시에 고려하면 15,455백만 원의 추가적인 가치가 있는 것으로 나타나, 불확실성을 고려할 경우 확정적인 현금흐름을 가정한 경우에 비해 추가적인 가치가 있음을 확인하였다. 아울러 Luehrman[12, 13]의 옵션공간(Option Space)의 개념을 활용하여 경제성 및

불확실성을 종합적으로 고려한 의사결정을 지원하고자 하였다.

본 연구의 이후 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 실물옵션법과 옵션공간의 이론적 내용을 소개한다. 이어 제 3장에서는 실물옵션법과 옵션공간의 활용 과정을 소개하고, 제 4장에서는 그 결과를 분석한다. 끝으로 제 5장에서는 결론과 시사점을 제시한다.

2. 이론적 배경

2.1 실물옵션법

2.1.1 기본 개념

Myers[16]는 미래 불확실성을 고려하지 못하는 현금흐름할인법의 단점을 보완하기 위해 실물옵션법을 제안하였다. 실물옵션법은 불확실한 미래 위험을 헷지(hedge)하여 투자비용의 손실을 최소화한다는 금융옵션의 개념을 실물 자산으로 적용한 것으로, <표 1>은 금융옵션과 실물옵션을 비교한 것이다.

실물옵션법은 사업의 현금흐름 상황에 따라 투자사업을 확장 또는 축소, 연기, 포기하는 등의 실물옵션으로써 전략적인 의사결정의 유연성을 고려한다. 그리고 실물옵션의 가치계산을 통해 다음과 같이 미래 불확실성에 대처하는 의사결정의 유연성 가치와 전략적 가치를 투자사업의 경제적 가치로 반영한다[21].

$$\text{Expanded (or Strategic) NPV(ENPV)} \quad (1)$$

$$= \text{passive NPV} + \text{옵션 프리미엄(ROV, 유연성 가치+전략적 가치)}$$

즉, 실물옵션법으로 분석한 투자사업 가치인 ENPV는 현금흐름할인법으로 분석한 투자사업 가치인 passive NPV, 그리고 의사결정의 유연성 가치와 전략적 가치인 ROV(Real Option Value)의 합으로 정의된다. 만약 기초자산의 미래 불확실성이 없다면, 미래 현금흐름이 기대현금흐름대로 발생하여 의사결정의 유연성이나 전략적 가치를 고려할 필요가 없기 때문에, ROV는 0이고 ENPV는 passive NPV와 동일하다. 이와 반대로, 미래 불확실성이 크다면 그 만큼 의사결정의 유연성과 전략적 가치가 중요하여, ROV가 증가하고 이에 따라 ENPV도 증가한다. 이처럼 실물옵션법은 미래 불확실성 하에서 현금흐름할인법이 고려하지 못하는 의사결정의 가치(ROV)를 통해 사업의 잠재적인 가치를 평가한다.

투자사업의 경제성 분석에 실물옵션법을 활용하기 위해서는 우선 투자사업의 특성에 적합한 운영 옵션, 즉 실물옵션의 종류를 선정해야 한다. 기본적인 실물옵션의 종류로는 시장 상황에 따라 투자 또는 계약의 시기를 연기하는 연기옵션(option to defer), 생산규모나 물적·인적 자원의 투입규모를 변경하는 축소옵션(option to contract)과 확장옵션(option to expand), 그리고 시장상황이 침체되어 사업을 중단하고 그 잔존가치를 회수하는 포기옵션(option to abandon) 등이 있다. 실물옵션의 종류가 확정되면, 기초자산의 대상을 선정하고 그 기초자산의 현재가치(s)와 변동성(σ)을 산정한다. 그 밖에 옵션 행사가격(exercise price)인 투자비용의

<표 1> 금융옵션과 실물옵션의 비교[20]

	주식의 콜옵션(금융옵션)	투자대안의 옵션(실물옵션)
기초자산	주식의 현재가	기대현금흐름의 현재가치
행사가격	고정 주식 가격	투자비용의 현재가치
만기	기준일(fixed date)	기회가 소멸할 때까지
리스크	주식 가치의 불확실성	투자대안 가치의 불확실성
배당금	주식 소유자에게 지불	투자대기기간 동안 지불비용
이자율	무위험이자율	무위험이자율

현재가치(x), 옵션 만기기간(T)인 투자기간, 무위험이자율(r_f) 등의 정보가 필요하며, 무위험이자율의 경우 헤지 포지션의 수익률에 상응하는 국고채 금리를 사용할 수 있다.

2.1.2 실물옵션의 가치 계산법

실물옵션의 가치 계산법으로는 연속시간을 고려한 편미분방정식 접근법, 시물레이션 접근법, 그리고 이산시간을 고려한 동적 계획(dynamic programming) 접근법 등이 있다[8]. 먼저, 편미분방정식 접근법은 옵션 모형의 입력변수를 함수로 하는 편미분방정식과 옵션에 대한 경계조건을 이용하여 연속적으로 변화하는 옵션가치와 변동성을 보여주며, 입력변수에 대한 가정에 따라 다양하게 변형된다. 가령, 기초자산의 불확실성을 반영한 확률과정에 대한 가정이 다르거나, 옵션 행사가격이 결정론적인지 확률적인지 등에 따라 각기 다른 모형으로 구분될 수 있다[3]. 블랙-숄즈 모형은 기초자산의 확률과정을 기하브라운운동(Geometric Brownian Motion)으로 가정한 편미분방정식 접근법의 대표적인 예이다. 이러한 편미분방정식 접근법은 분석대상에 대한 정확한 이해를 바탕으로 현실 상황에 가장 적합한 모형을 선택하고 정교한 계산을 할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 현실의 실무 환경에 활용하기에는 모형의 선택과 입력변수에 대한 가정을 요구하는데다 계산과정이 복잡하다는 단점이 있다[1, 3].

몬테카를로 시물레이션으로 대표되는 시물레이션 접근법은 난수를 이용해서 기초자산 가치변화의 모든 경로를 계산한 다음, 각 경로의 최종 시점에서 최적 의사결정을 결정하고 그 수익성을 계산한다. 그리고 그 수익성의 평균치를 현재가치로 할인하여 현재의 옵션가치를 계산한다. 그러나 이 방법은 각각의 의사결정을 새로운 경로에서 시작하기 때문에 옵션 만기 이전에 권리를 행사하는 미국형 옵션이나 복합옵션 등에는 적용하기가 쉽지 않다[8]. 또한 할인을 선정이나, 시물레이션 결과로 도출된 분포를 의사결정에 적용할 명확한 규칙이 없다는

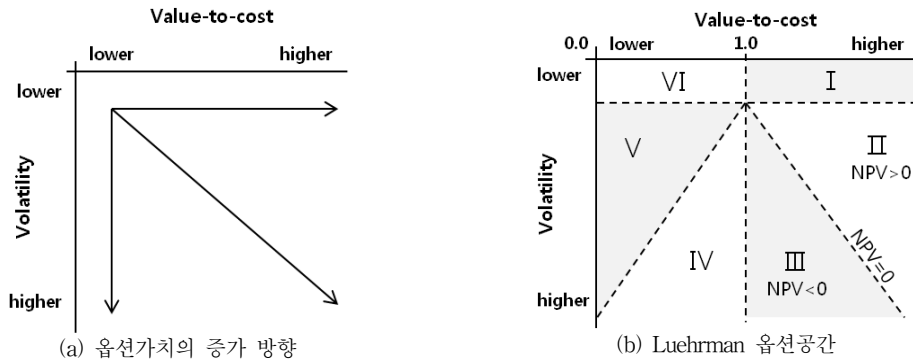
단점이 있다[3].

동적 계획 접근법은 옵션 만기까지 기초자산의 미래가치를 추정해서 미래의 최적 의사결정을 탐색한 후 현금흐름할인을 역행 반복하여 현재의 최적 의사결정을 제시한다. 이 방법은 옵션 만기기간 동안 기초자산의 가치변화와 의사결정 방식을 탐색할 수 있어 옵션가치의 원천을 직관적으로 보여줄 수 있다[8]. 이러한 장점은 Cox et al.[9]의 연구에서 제안된 이항옵션 가격결정 모형(binomial option pricing model)에서 잘 나타난다. 이 모형은 연속시간을 고려한 편미분방정식 접근법을 실무 환경에서 쉽게 활용할 수 있도록 이산시간으로 근사한 모형으로, 옵션 만기기간(T)이 짧은 단위기간(ΔT)으로 세분화될수록 편미분방정식 접근법에 수렴하는 결과가 도출된다[8]. 본 연구에서는 이항 옵션 가격결정 모형을 활용하여 실물옵션의 가치를 계산하였으며, 이항옵션 가격결정 모형에 대한 자세한 유도과정은 부록에 기술하였다.

2.1.3 Luehrman 옵션공간

Luehrman[12, 13]이 제안한 옵션공간은 미래 불확실성을 갖는 투자사업의 대안을 변동성 축과 가치대비비용(value-to-cost) 축의 2차원 공간으로 도시해서 투자사업 대안의 특성을 현금흐름할인법과 실물옵션법의 관점에서 분석할 수 있다. 옵션공간에 투자사업 대안을 도시하기 위해서는 기초자산의 현재가치 S 와 변동성 σ , 투자비용 X , 무위험이자율 r_f , 투자기간 T 와같은 정보가 필요하다. 옵션공간의 세로축인 변동성 축의 값은 $\sigma(T)^{1/2}$ 로 계산되며, 가로축인 가치대비비용 축의 값은 기초자산의 현재가치 S 를 투자비용의 현재가치 $PV(X)$ 로 나누어 계산된다. 이때, 투자비용의 현재가치 $PV(X)$ 는 무위험이자율 r_f 로 할인하여 계산한다[12].

<그림 1>(a)는 변동성 축의 값과 가치대비비용 축의 값이 증가할수록 옵션가치가 증가함을 보여주며, 이는 실물옵션법에서 변동성이 크고 사업기간이 길며 기초자산이 클수록 옵션가치가 커진다는



<그림 1> Luehrman 옵션공간[13]

점과 잘 부합한다. <그림 1>(b)는 Luehrman 옵션 공간을 보인 것으로, 옵션공간의 6개 구역은 기존의 NPV 척도에 더해 변동성 척도와 가치대비용 척도를 동시에 고려하여 보다 세분화 된 의사결정을 제시한다.

Luehrman[13]은 옵션공간의 구역에 따라 투자사업 대안의 NPV를 구분하였다. 즉, 옵션공간의 I 구역~II구역이면 NPV가 양수, III구역~VI구역이면 NPV가 음수, II구역과 III구역의 경계이면 NPV가 0이 된다. <표 2>는 Luehrman 옵션공간의 6개 구역별 의미를 정리한 것이다. 한편, 고영술[1]은 Luehrman이 그의 연구에서 IV구역과 V구역의 경계를 명확하게 구분하지 않은 것을 보완하기 위해 그 경계를 $ENPV = 0$ 으로 설정하고, I~IV구역이면 투자대안의 ENPV가 양수, V~VI구역이면 투자대

안의 ENPV가 음수로 구분한 바 있다.

3. 실물옵션을 활용한 상수도 위·수탁 사업의 경제성 분석

3.1 상수도 위·수탁 사업의 개요

과거 물 관련 서비스는 공공서비스로 간주되어 행정기관의 업무로 간주되어 왔다. 그러나 소득수준의 향상으로 더 높은 품질의 물에 대한 수요가 증가하게 되었고 이를 더 효율적으로 생산하고 공급해야 할 필요성이 대두되었다. 이에 따라 일부 지자체의 경우 상수도 공급 사업을 한국수자원공사와 같은 수자원 전문기업에 위탁하는 것을 검토하고 있으며, 나아가 민간 기업에게까지 수도사업

<표 2> Luehrman 옵션공간의 구역별 의미[13]

옵션공간 구역	구역별 의미
I 구역(invest now)	변동성이 매우 작고 가치대비비용이 1보다 크므로, 즉시 투자 가능함.
II 구역(maybe now)	변동성이 크고 가치대비비용이 1보다 크고 NPV가 양수이므로, 투자 가능함.
III 구역(probably later)	변동성이 크고 가치대비비용이 1보다 커서 투자 가치는 있으나, NPV가 음수이므로 투자 보류를 권장함.
IV 구역(maybe later)	가치대비비용이 1보다 작고 NPV가 음수이므로, 투자 보류를 권장함. 단, 변동성이 커서 투자 가치가 발생할 수 있음.
V 구역(probably never)	가치대비비용이 1보다 작고 NPV가 음수이므로, 투자 포기를 권장함.
VI 구역(invest never)	가치대비비용이 1보다 작으며 NPV가 음수이고 변동성이 매우 작으므로, 투자 포기를 권장함.

〈표 3〉 연도별 가용 추가투자비

(단위 : 백만 원)

연도	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
시설개량비	15,956	16,041	8,023	7,753	4,709	5,196	5,692	5,026	5,002	4,936
추가투자비	3,535	3,553	1,777	1,718	1,043	1,151	1,261	1,113	1,108	1,093
연도	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
시설개량비	6,190	5,542	5,599	4,881	5,217	3,547	3,406	3,260	3,910	3,198
추가투자비	1,371	1,228	1,240	1,081	1,156	786	755	722	866	708

자의 지위를 부여하는 방안까지 검토하고 있다[5].

본 연구에서는 K지방자치단체의 상수도 위탁 경영 문제를 다루고자 한다. K지자체는 상수도 사업의 효율을 제고하고 깨끗한 수돗물을 시민에게 안정적으로 공급하기 위해, 한국수자원공사에 상수도의 운영·관리와 시설개선, 고객 및 요금 관리를 위탁하는 방안을 추진하였다. 이에 따라 한국수자원공사는 상수도 수탁 사업의 경제성 분석을 위해, 사업기간인 2009년~2028년 동안의 증분비용과 증분편익을 산정해서 편익·비용분석법을 활용한 결과, 투자비용 대비 편익(B/C ratio)을 양호한 수준으로 분석하였다. 그러나 이러한 경제성 분석에는 20년 장기간 동안의 현금흐름에 대한 불확실성을 고려하지 못한 한계가 있다. 이에 따라 본 연구에서는 현금흐름할인법을 활용한 기존의 경제성 분석을 대신하여, 상수도 판매 수익의 불확실성을 고려한 경제성 분석을 위해 실물옵션법을 활용하였다.

3.2 실물옵션법의 활용

3.2.1 실물옵션의 적용성 검토

실물옵션법을 활용한 상수도 사업의 경제성 분석을 위해서는 우선 상수도 사업의 특성에 적합한 실물옵션을 선정해야 한다. 이를 위해 다음과 같이 확장, 축소, 포기, 연기옵션의 적용가능성을 검토하였다. 우선 확장옵션의 경우, 추가투자를 통한 사업규모 확장이나 사업 가속화는 다른 지자체로의 후속사업 연계와 그에 따른 시너지 효과를 기대할 수 있어 고려대상에 포함하였다. 둘째, 축소옵션은 위탁지자체 수의 감소 또는 지자체별 위탁물량의 축

소전락이 있을 수 있으나, 장치산업(고정비)의 특성상 임의적 축소가 현실적으로 어려움을 감안하여 고려대상에서 제외하였다. 셋째, 포기옵션은 현재 대부분의 위·수탁계약상 중도 해지조항이 있어 사업을 중도 포기할 경우 시설투자의 잔존가치를 회수할 수 있다. 그리고 본 위·수탁계약이 초창기임을 감안할 때, 향후 수도 사업 구조개편으로 경쟁체제로 돌입할 경우 타 사업자에게 본 사업을 양도할 가능성을 배제할 수 없어 고려대상에 포함하였다. 넷째, 연기옵션은 수도요금에 현실화되는 시점까지 투자를 연기하거나 수익성 위주의 선별적 계약을 통해 보다 나은 수익성을 기대할 수는 있으나, 현실적으로 이러한 계약은 불가능하여 고려대상에서 제외하였다[2].

이에 따라 본 연구에서는 확장옵션과 포기옵션을 고려한다. 우선, 확장옵션의 경우는 계약서에 명시된 투자비용 외에 추가로 투자할 수 있는 옵션이다. 본 연구에서는 추가로 투자할 수 있는 비용을 K지자체 상수도 사업의 총현금유출 272,653백만 원의 10%¹⁾ 수준으로 간주하고, 이를 연도별로 산정하기 위해 <표 3>과 같이 한국수자원공사에서 추정된 연도별 시설개량비 자료를 활용하였다.²⁾ 그리고 추가투자를 할 경우에는 수입 측면에서 당해 연도 현금흐름의 3% 증가를 가정하였다.

1) 명세민[2]은 현재 위·수탁 운영 중인 논산시의 사례를 통해 총자본투자비의 10% 수준으로 추정하였으며, 본 연구에서는 이를 준용하였다.

2) 연도별 가용 추가투자비는 한국수자원공사에서 추정된 연도별 시설개량비의 22.15%에 상응하며, 그 총합은 추가투자비로 간주한 27,265백만 원이다.

〈표 4〉 연도별 시설투자 잔존가치

(단위 : 백만 원)

연도	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
시설개량비	15,956	16,041	8,023	7,753	4,709	5,196	5,692	5,026	5,002	4,936
누적 잔존가치	118	1,432	2,731	4,337	5,710	7,384	9,260	11,303	13,536	15,907
연도	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
시설개량비	6,190	5,542	5,599	4,881	5,217	3,547	3,406	3,260	3,910	3,198
누적 잔존가치	18,661	21,678	24,704	27,931	31,531	33,968	36,569	39,331	42,219	45,257

포기옵션의 경우, 사업의 현금흐름이 좋지 못하여 상수도 사업을 중도에 포기하고 시설투자의 잔존가치를 회수할 수 있는 옵션이다. 본 연구에서는 시설투자의 잔존가치 산정을 위해 지방공기업법 시행규칙 제19조에 제시된 내용연수, 즉, 관로 30년, 공정 및 설비 20년, 관로부속설비 20년, 블록시스템 20년, 통합운영 시스템 15년, 계량기 15년, 조사설계비 15년, 정보시스템 5년의 내용연수를 적용하였다. 이처럼 각 시설 항목에 대한 투자금을 각각의 내용연수를 고려하여 정액법으로 감가상각하고, 이를 누적하여 <표 4>의 연도별 시설투자 잔존가치를 도출하였다.

3.2.2 실물옵션법의 매개변수 산정

본 연구에서는 K지자체 상수도 위·수탁 사업의 기대현금흐름을 추정하기 위해 화폐가치로 계량할 수 있는 직접비용만을 고려해서 시설개량비, 운영비, 법인세의 합으로 총현금유출(투자비용)을 산정하였고, 연간 계획판매량과 수도요금의 곱으로 총현금유입(수익)을 산정하였다. 이를 토대로 실물옵션법을 활용하기 위해서는 기초자산의 대상을 선정해야 하며, 본 연구에서는 총현금유출과 총현금유입의 차인 순현금흐름을 기초자산의 대상으로 선정하여 미래 불확실성 하에서 순현금흐름의 가치변동을 고려하였다.

순현금흐름의 변동성(σ) 정보를 도출하기 위해서 총현금유출이 일정하고 총현금유입이 변동할 수 있다고 가정하였다. 이때, 현금유입에 해당하는 상수도 판매 수익은 연간 계획판매량과 수도요금의 곱

으로 정의되며, 두 요소에 대한 변동성을 고려해볼 수 있다. 그러나 본 연구에서는 문제를 단순화하기 위해 더 많은 변동성을 가진 것으로 판단되는 수도요금에 대해서만 변동성을 고려하였다. 여기서 수도요금에 대한 변동성이 크다고 판단한 근거는 계약 조건에 의해 사업자가 임의로 수도요금을 정할 수 없고, 정치·경제·사회적인 통제 불가능한 요인이 큰 영향을 미치기 때문이다. 이와 반대로, 상수도 판매량(공급량)은 어떤 개발 계획이 있고 상수도 공급시설을 어떻게 확충하느냐에 좌우되는 특성이 있다. 따라서 수년간의 판매량을 사전에 계획하고 일정 부분 통제할 수 있을 것으로 기대하였다. 이 때문에 한국수자원공사 역시 사업기간 동안의 인구수 변화를 토대로 연간 계획판매량을 추정하고 있다. 이에 본 연구에서는 한국수자원공사가 K지자체의 개발계획을 토대로 추정한 연간 상수도 판매량 자료를 활용하였다.

이에 따라 수도요금의 변동성을 도출하기 위해 2001년~2010년의 K지자체 과거 수도요금 자료에 자연로그를 취한 후 차분을 이용하여 과거 수도요금의 전년대비 변화율을 계산한 결과,³⁾ 표준편차가 5.81%로 나타났다. 그리고 과거 수도요금 전년대비 변화율의 평균과 표준편차를 이용한 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 2011년~2028년의 수도요금을 예측함으로써 K지자체 상수도 사업기간인 2009년~2028년 동안의 수도요금 시나리오를 도출하였다. 그

3) 수도요금과 같이 시계열 자료의 변화가 적을 경우, 시계열 자료의 자연로그 차분은 이전 시점 자료에 대한 현재 시점 자료의 변화율을 나타낸다.

〈표 5〉 K지자체 상수도 위·수탁 사업의 기대현금흐름

(단위 : 백만 원)

구 분	현금유출					현금유입				순현금흐름의 현재가치
	시설개발비	운영비	법인세	현금유출계	현재가치	계획판매량 [천톤/년]	수도요금 ⁴⁾ [원/톤]	현금유입계	현재가치	
2009	15,956	7,571	703	24,230	23,033	20,416	665	13,572	12,901	-10,132
2010	16,041	7,049	724	23,814	21,518	21,149	666	14,085	12,727	-8,791
2011	8,023	7,119	693	15,836	13,602	21,897	647	14,176	12,176	-1,425
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2028	3,198	7,367	-2,065	8,501	3,084	29,204	929	27,117	9,838	6,754
합계	123,084	144,946	4,623	272,653	178,552	523,131	-	394,804	225,474	46,923

〈표 6〉 이항옵션 가격결정 모형에 입력된 매개변수

매개변수	매개변수 값	비고
기초자산의 현재가치 S	46,923 백만 원	순현금흐름의 현재가치(NPV)
기초자산의 변동성 σ	5.86%	수도요금 변화율의 표준편차
옵션 행사가격 X	178,552 백만 원	투자비용의 현재가치
옵션 만기기간 T	20년	단위기간 $\Delta T=1$ 년
무위험이자율 r_f	3.46%	20년 국고채금리(2013년 기준)
상승률 u	1.0604	$u = \exp\{\sigma(\Delta T)^{1/2}\}$
하락률 d	0.9431	$d = 1/u = \exp\{-\sigma(\Delta T)^{1/2}\}$
위험중립확률 p	0.7854	$p = (\exp\{r_f \Delta T\} - d) / (u - d)$

리고 이 시나리오에서 계산된 수도요금 변화율의 표준편차 5.86%를 K지자체 상수도 사업의 기초자산인 순현금흐름의 변동성(σ)으로 간주하였다.

한편, 순현금흐름의 현재가치(S)를 산정하기 위해 한국수자원공사에서 추정한 지출계획과 계획판매량 정보에, 앞서 도출한 수도요금 시나리오 정보를 추가하여 <표 5>의 기대현금흐름표를 만들고, 이 표의 연도별 총현금유출과 총현금유입을 사회적 할인율 5.2%⁵⁾로 할인하였다. 그 결과, 순현금흐름의

현재가치(NPV)는 46,923백만 원으로 나타났다.

옵션 행사가격인 투자비용의 현재가치(X)는 연도별 총현금유출을 사회적 할인율 5.2%로 할인하여 산정하였다. 그리고 옵션 만기기간(T)은 K지자체 상수도 사업기간인 20년이고, 이에 상응하는 20년 국고채금리(2013년 기준, 3.46%)를 무위험이자율(r_f)로 사용하였다.

3.2.3 실물옵션의 가치계산 : 이항옵션 가격결정 모형

본 연구에서는 실물옵션의 가치계산을 위해 Cox et al.[9]의 이항옵션 가격결정 모형을 활용하였다. 우선, 다음 <표 6>의 매개변수⁶⁾를 이용해서 기초자산 가치가 상승과 하락을 반복하는 이항격자

4) <표 5>의 수도요금은 K지자체 상수도 사업기간인 2009년~2028년 동안의 수도요금 시나리오를 사용하였다.

5) 한국수자원공사가 상수도 위·수탁 사업의 경제성 분석에 사용한 할인율과 동일한 것으로, 2004년에 한국개발연구원(KDI)에서 수행한 「예비타당성조사 수행을 위한 일반지침 수정보완연구(제4판)」의 적정 사회적 할인율 5.2%~6.5%를 준용하여 5.2%를 적용하였다[7].

6) 기초자산의 현재가치(S)와 변동성(σ)은 앞서 도출한 수도요금 시나리오에 근거하여 산정되었다.

기초자산 ($t = 0$)	2009 ($t = 1$)	2010 ($t = 2$)	2011 ($t = 3$)	2012 ($t = 4$)	...	2027 ($t = 19$)	2028 ($t = 20$)
46,923	49,755	52,758	55,943	59,320	...	142,897	151,523
	44,251	46,923	49,755	52,758	...	127,091	134,762
		41,732	44,251	46,923	...	113,033	119,856
			39,357	41,732	...	100,530	106,598
				37,116	...	89,410	94,807
					...	⋮	⋮
						15,408	16,338
							14,531

(단위 : 백만 원)

* 이항격자에서의 기초자산 가치 전개 방향(시간 순)

t 시점의 가치 S_t

\nearrow

\searrow

$t+1$ 시점에서 S_t 가 상승한 $S_{u,t+1}$
 $t+1$ 시점에서 S_t 가 하락한 $S_{d,t+1}$

<그림 2> 기초자산 현재가치 S 의 상승과 하락

(binomial lattices)를 전개하면 <그림 2>과 같다.

옵션가치 계산과정은 <그림 2>의 이항격자에서 만기시점의 기초자산 가치 $S_{t=20}$ 을 토대로 시간 역순으로 계산하며,⁷⁾ 다음 식 (2)의 단위기간($\Delta T = 1$) 이항옵션 가격결정 모형을 반복 적용하면 현재 시점의 옵션가치 $V_{t=0}$ (ENPV)를 도출할 수 있다.

$$C = \exp\{-r_f \Delta T\} [pC_u + (1-p)C_d] \quad (2)$$

이때, 고려대상이 확장옵션이면 확장 또는 유지, 포기옵션이면 포기 또는 유지와 같은 의사결정의 가치를 매 시점마다 비교하고, 더 큰 의사결정의 가치값을 해당 시점의 옵션가치로 산정한다.⁸⁾ 우선 확장옵션을 고려할 경우, t 시점에서 I_a 를 추가로 투자해서 현금흐름이 i_{CF} (%) 증가할 경우의 옵션가치를 V_t^{expand} , 기존 투자계획을 유지할 경우의 옵션가치를 $V_t^{continue}$ 라 하면, 옵션 만기기간 T 에 대한 t 시점의 옵션가치 V_t 는 다음과 같이 계산된다.

$$V_t^{continue} = \begin{cases} S_t & (t = T) \\ \exp\{-r_f \Delta T\} [pV_{u,t+1} + (1-p)V_{d,t+1}] & (0 \leq t < T) \end{cases}$$

7) 만기 시점의 옵션가치는 옵션의 종류에 따라 다르게 계산된다. 가령, 단계별 투자를 고려한 순차적 복합 옵션(sequential compound option)의 경우, 만기시점의 기초자산 가치에서 해당 단계의 투자비용(X)을 제외한다.

8) 의사결정자는 대부분 사업가치를 더 좋게 하는 의사결정을 할 것이고, 이러한 의사결정규칙에 따른 것이다.

$$V_t^{expand} = V_t^{continue} \times (1 + i_{CF}) - I_a \quad (1 \leq t \leq T), \quad (3)$$

$$V_t = \begin{cases} \max[V_t^{continue}, V_t^{expand}] & (1 \leq t \leq T) \\ V_t^{continue} & (t = 0) \end{cases}$$

포기옵션을 고려할 경우, t 시점에서 투자회수를 할 수 있는 시설투자 잔존가치가 D_t 일 때, 사업을 중도에 포기할 경우의 옵션가치를 $V_t^{abandon}$, 사업을 유지할 경우의 옵션가치를 $V_t^{continue}$ 라 하면, 옵션 만기기간 T 에 대한 t 시점의 옵션가치 V_t 는 다음과 같이 계산된다.

$$V_t^{continue} = \begin{cases} S_t & (t = T) \\ \exp\{-r_f \Delta T\} [pV_{u,t+1} + (1-p)V_{d,t+1}] & (0 \leq t < T) \end{cases}$$

$$V_t^{abandon} = D_t \quad (1 \leq t \leq T), \quad (4)$$

$$V_t = \begin{cases} \max[V_t^{continue}, V_t^{abandon}] & (1 \leq t \leq T) \\ V_t^{continue} & (t = 0) \end{cases}$$

확장옵션과 포기옵션을 동시에 고려할 경우, 기존의 명세민[2]의 연구는 현재시점($t = 0$)을 포함한 모든 시점의 옵션가치 V_t 에 대해 확장, 포기, 유지 중 가치가 가장 큰 의사결정을 선택하는데 그쳐, 단일 옵션을 보유한 경우와 동일한 사업가치(ENPV)를 제시한 한계가 있었다. 즉, 시간 역순으로 옵션가치를 계산함에 있어서 t 시점의 옵션가치 계산에 $t+1$ 시점에서 선택된 옵션가치를 반영하지 않아, 연속적인 옵션(의사결정)의 경로종속성을 고려하지 못했다. 그 결과, 두 옵션을 동시에 고려하여 보다 유

연해진 의사결정의 가치를 사업의 가치로 반영하지 못하였다. 이에 본 연구에서는 확장옵션과 포기 옵션을 동시에 고려할 경우의 사업가치 계산을 위해 Mun[15]이 제시한 선택옵션(option to choose)⁹⁾의 개념을 적용하였다. 이는 다음에 정리한 바와 같이, t 시점에서 추가 투자할 경우의 옵션가치를 V_t^{expand} , 포기할 경우의 옵션가치를 $V_t^{abandon}$, 유지할 경우의 옵션가치를 $V_t^{continue}$ 라 하면, 이들 중 가장 큰 옵션가치를 V_t^{choose} 로 선택하고, 이를 이전 시점의 옵션가치 계산에 반영하면 된다.

$$V_t^{choose} = \max[V_t^{expand}, V_t^{abandon}, V_t^{continue}], \quad (5)$$

$$(1 \leq t \leq T)$$

$$V_t = \exp\{-r_f \Delta T\} [p V_{u,t+1}^{choose} + (1-p) V_{d,t+1}^{choose}].$$

$$(0 \leq t < T)$$

4. K지자체 상수도 위·수탁 사업의 경제성 분석 결과

4.1 실물옵션법을 활용한 경제성 분석 결과

다음은 수도요금의 불확실성을 고려하고, 확장옵션과 포기옵션을 고려하여 K지자체 상수도 위탁 사업의 경제성을 분석한 과정을 보여준다. 먼저, <그림 3>은 확장옵션을 고려한 경우로, $t=1$ 과 $t=2$ 시점에는 시설개량을 위한 투자비용이 커서 추가투자를 통해 증가한 순현금흐름보다 추가투자를 하지 않을 경우의 순현금흐름이 더 유리하여 사업을 유지하고, $t=3$ 시점 이후에는 현금흐름 상황에 따라 추가투자를 고려하는 것이 바람직함을 보여준다. 이 경우, 현금흐름할인법이 제시한 사업가치 46,923백만 원(NPV)에 더해, 확장옵션을 고려한 의사결정 가치가 15,451백만 원(ROV)으로 평가되어 그 사업가

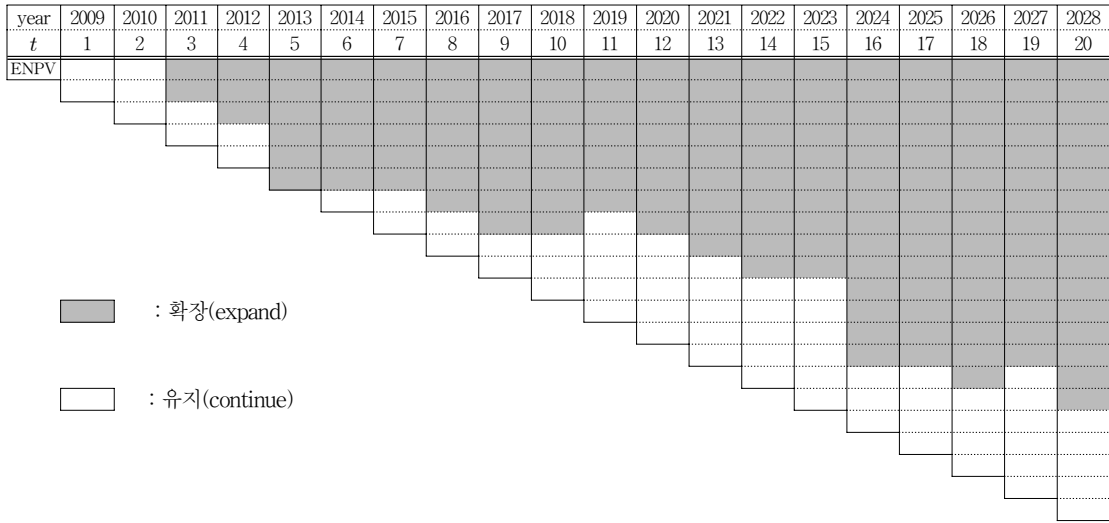
치는 62,374백만 원(ENPV)으로 분석되었다.

<그림 4>는 포기옵션을 고려한 경우로, $t=20$ 시점에서는 현금흐름이 좋지 않을 경우 사업을 유지하기 보다는 사업포기를 고려하여 시설투자 잔존가치를 회수하는 것이 바람직함을 보여준다.¹⁰⁾ 전체적으로, 투자비용의 손실을 최소화하는 포기옵션을 고려한 경우의 사업가치는 46,925백만 원(ENPV)으로 나타났는데, 이는 현금흐름할인법이 제시한 사업가치 46,923백만 원(NPV)와 큰 차이가 나지 않는 결과다. 이상의 결과를 통해 K지자체 상수도 사업의 경우 사업포기의 가치가 크지 않은 것으로 판단할 수 있다.

<그림 5>는 확장옵션과 포기옵션을 동시에 고려한 경우로, $t=1$ 과 $t=2$ 시점에는 추가투자를 하지 않을 경우의 순현금흐름이 가장 유리하여 사업을 유지한다. 이후 $t=19$ 시점까지는 현금흐름 상황에 따라 추가투자 또는 사업유지를 고려할 수 있으며, $t=20$ 시점에서는 추가투자 또는 사업포기를 고려할 수 있음을 보여준다. 한편, 앞서 확장옵션만을 고려한 경우와 비교하여, $t=14\sim 19$ 시점 동안 현금흐름 상황이 좋지 않을 경우에도 ‘추가 투자’가 제시된 것은, 포기옵션을 통해 $t=20$ 시점에서 회수할 수 있는 잔존가치에 기인한 것으로 분석된다. 즉, 의사결정자가 장래에 사업포기를 고려하더라도 추가투자를 통해 사업가치를 극대화하는 의사결정이 바람직함을 보여준다. 전체적으로, 확장옵션과 포기옵션을 동시에 고려한 경우의 사업가치는 62,377백만 원(ENPV)으로 분석되었으며, 현금흐름할인법이 제시한 사업가치 46,923백만 원(NPV)과 비교하면, 확장 및 포기옵션을 통해 수도요금의 불확실성에 대처하는 의사결정의 가치는 15,455백만 원(ROV)이 된다.

9) 선택옵션은 사업가치를 더 좋게 하는 의사결정규칙을 따르며, 다수 옵션을 동시에 고려할 경우의 옵션가치 계산에 유용하여 실물옵션법과 의사결정나무가 결합한 모형[6]에 활용된 바 있다.

10) 수도법시행령 제40조에 의거하여 지자체 위·수탁 사업의 계약 조건에 중도 해지조항이 마련되어 있으며, 수탁자인 수도사업자가 상수도 사업을 포기할 경우에는 위탁자인 지자체가 직접 운영하게 된다.



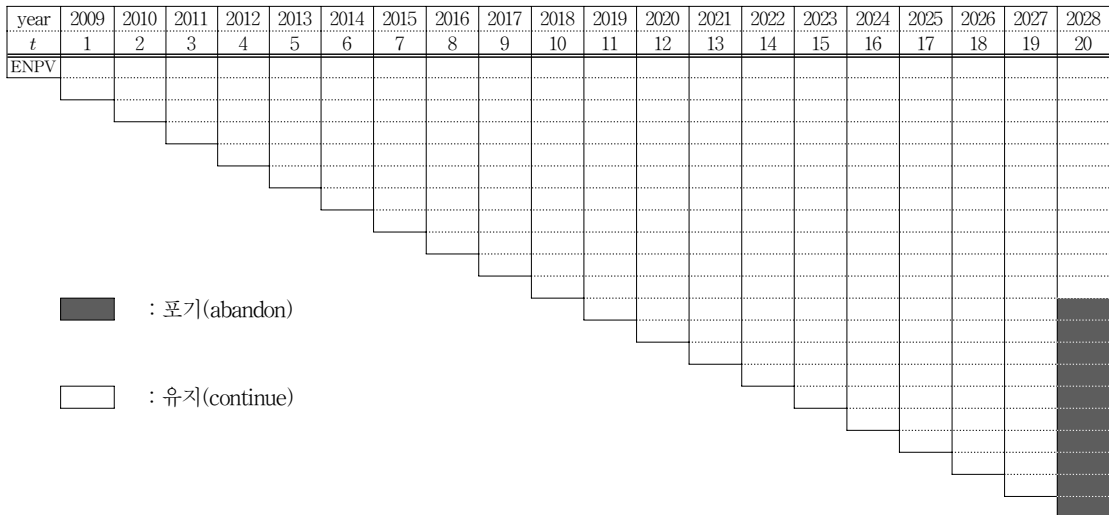
ENPV ($t = 0$)	2009 ($t = 1$)	2010 ($t = 2$)	2011 ($t = 3$)	2012 ($t = 4$)	...	2027 ($t = 19$)	2028 ($t = 20$)
62,374	66,567	71,035	75,796	80,292	...	150,029	155,360
	57,259	61,128	65,261	69,446	...	133,260	138,097
		52,485	56,027	59,801	...	118,345	122,743
			48,129	51,404	...	105,081	109,088
				44,035	...	93,284	96,943
					∴	∴	∴
						15,408	16,338
							14,531

(단위 : 백만 원)

* 이항격자에서의 옵션가치 계산 방향(시간 역순)

t 시점의 가치 V_t ← $t+1$ 시점의 가치 $V_{u,t+1}$
 $t+1$ 시점의 가치 $V_{d,t+1}$

〈그림 3〉 확장옵션을 고려한 옵션가치 계산 과정

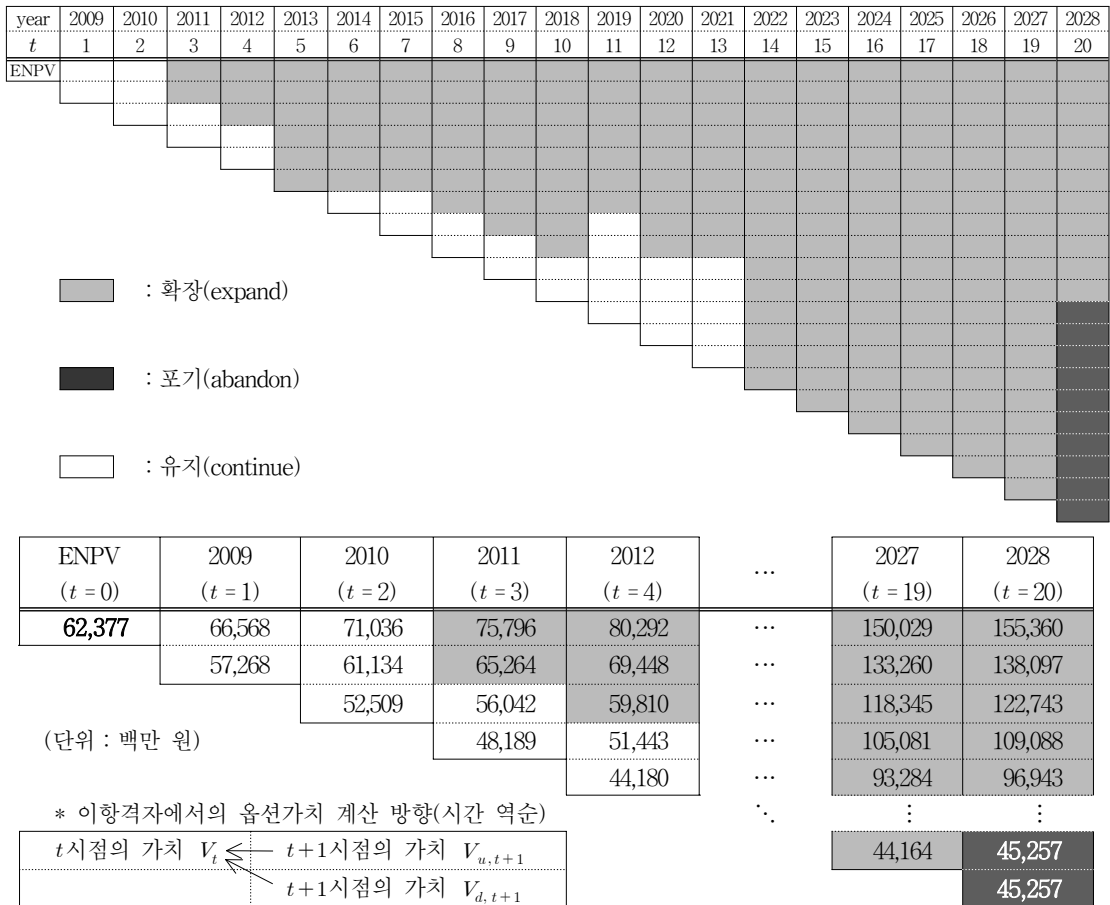


ENPV ($t = 0$)	2009 ($t = 1$)	2010 ($t = 2$)	2011 ($t = 3$)	2012 ($t = 4$)	...	2027 ($t = 19$)	2028 ($t = 20$)
46,925	49,756	52,759	55,943	59,320	...	142,897	151,523
	44,258	46,927	49,757	52,760	...	127,091	134,762
		41,750	44,262	46,929	...	113,033	119,856
(단위 : 백만 원)			39,403	41,762	...	100,530	106,598
				37,229	...	89,410	94,807
					⋮	⋮	⋮
						43,718	45,257
							45,257

* 이항격자에서의 옵션가치 계산 방향(시간 역순)

t 시점의 가치 V_t ← $t+1$ 시점의 가치 $V_{u,t+1}$
 $t+1$ 시점의 가치 $V_{d,t+1}$

〈그림 4〉 포기옵션을 고려한 옵션가치 계산 과정



〈그림 5〉 확장옵션과 포기옵션을 동시에 고려한 옵션가치 계산 과정

〈표 7〉은 K지자체 상수도 위탁 사업에 대한 경제성 분석 결과를 정리한 것이다. 현금흐름할인법

을 통한 경제성 분석 결과가 46,923백만 원(NPV)에 그친 반면, 수도요금의 불확실성 하에서 실물옵션법

의 확장옵션을 고려할 경우의 사업가치는 62,374백만 원(ENPV), 포기옵션을 고려할 경우 2백만 원(ENPV), 그리고 확장 및 포기옵션을 동시에 고려할 경우 62,377백만 원(ENPV)으로 나타나, 현금흐름할인법에 비해 각각 15,451백만 원, 2백만 원, 그리고 15,455백만 원의 의사결정 가치가 있음을 알 수 있다. 특히, 확장옵션과 포기옵션을 동시에 고려할 경우의 의사결정 가치(ROV)가 확장옵션이나 포기옵션을 단독으로 고려한 두 경우의 단순합계보다 크게 나타난 것은 복수의 옵션을 동시에 고려할 경우에 더욱 유연한 의사결정이 가능하고 그로 인한 시너지 효과가 있음을 보여준다. 이러한 결과는 불확실성이 비교적 작은 상수도 사업의 경제성 분석에도 실물옵션법의 활용을 검토할 필요가 있음을 시사한다.

<표 7> 분석 방법에 따른 K지자체 상수도 사업의 경제성 분석 결과 요약

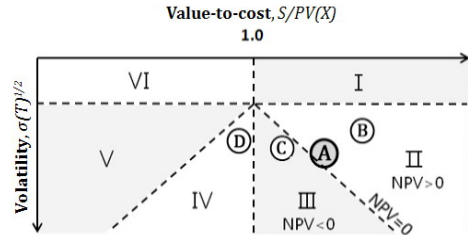
(단위 : 백만 원)

분석 방법	사업가치	의사결정 가치
현금흐름할인법	46,923(NPV)	-
확장옵션 고려	62,374(ENPV)	15,451(ROV)
포기옵션 고려	46,925(ENPV)	2(ROV)
확장옵션과 포기옵션을 동시에 고려	62,377(ENPV)	15,455(ROV)

4.2 옵션공간을 활용한 투자대안 분석

K지자체 상수도 위·수탁 사업의 투자대안을 Luehrman의 옵션공간에 도식하기 위해 <표 6>의 매개변수 정보를 이용하여 필요한 결과를 도출하였다. 즉, 옵션공간의 세로축인 변동성 축의 값은 $\sigma(T)^{1/2} = (5.86\%)(20)^{1/2} = 26.12\%$ ¹¹⁾ 가로축인 가치대비비용 축의 값은 총현금유입¹²⁾과 총현금유출을 각각 무

위험이자율 3.46%로 할인한 현재가치를 이용하여 $\frac{S}{PV(X)} = \frac{263,963}{203,381} = 1.32$ 로 계산되어, 다음과 같은 옵션공간을 도식하였다.



<그림 6> 옵션공간에 도식한 K지자체 상수도 위·수탁 사업의 상태

<그림 6>에서 A는 K지자체 상수도 위·수탁 사업의 상태로, 옵션공간에서의 변동성이 작지 않고 가치대비비용이 1 이상인 II구역에 해당하는 것으로 나타났다. II구역은 NPV와 ENPV가 모두 양수인 구역으로, K지자체 상수도 사업은 경제적 타당성이 충분함을 알 수 있다. 여기에서, 장래 수도요금의 불확실성을 고려해서 가령, A에 비하여 수도요금의 변동성이 더 작으면서도 수도요금이 꾸준히 증가할 경우를 가정할 수 있다. 이 경우, 현금흐름할인법의 관점에서는 총현금유입이 증가하여 가치대비비용이 증가하고, 실물옵션법의 관점에서는 변동성이 감소하여, B의 위치로 이동한다. 즉, ‘즉시 투자할 것’의 I구역으로 접근하게 되어 사업의 경제성이 더욱 타당해짐을 쉽게 알 수 있다. 이와는 반대로, 수도요금의 변동성이 더 작고 수도요금이 예상에 미치지 못할 경우를 가정하면, 현금흐름할인법의 관점에서는 총현금유입이 감소하여 가치대비비용이 감소하고, 실물옵션법의 관점에서는 변동성이 감소하기 때문에, 투자를 보류(III구역의 C)하거나 포기(IV구역의 D)를 고려해야 할 수 있음을 그림을 통해 파악할 수 있다.

이처럼 불확실성을 갖는 투자사업의 대안을 옵션공간상에서 탐색하는 것은 투자대안의 다양한 가능성을 확인하고 직관적으로 분석할 수 있어 보다 합리적인 투자의사결정을 지원할 수 있다.

11) 옵션공간에서의 변동성은 실물옵션법에서의 변동성 5.86%에 투자의 시간가치가 고려되어 26.12%로 나타났다.
 12) 총현금유입은 수도요금의 불확실성을 고려하기 위해 앞서 도출한 수도요금 시나리오를 이용하여 산정하였다.

5. 결 론

본 연구의 목적은 장래 수도요금의 불확실하여 확정적인 현금흐름 정보를 확보할 수 없는 현실에서 상수도 사업의 가치를 분석하는 것으로, 실물옵션법을 활용하여 K지자체 상수도 위·수탁 사업의 가치를 분석하였다. 이를 위해, 먼저 실물옵션 모형의 기초자산으로는 사업가치의 지표인 순현금흐름을 선정하였다. 그리고 상수도 사업의 특성을 감안하여 확장옵션과 포기옵션을 고려한 후, 직관적인 계산이 가능한 이항옵션 가격결정 모형을 이용하여 상수도 사업의 가치를 평가하였다. 즉, 전략적 의사결정의 유연성이 필요한 시기를 파악하고 현금흐름할인법이 평가하는 못하는 사업의 잠재적 가치를 포함한 종합적인 가치를 산정하였다. 그 결과 현금흐름할인법 대비, 확장옵션을 고려하면 15, 451백만원, 포기옵션을 고려하면 2백만 원, 그리고 확장 및 포기옵션을 동시에 고려하면 15,455백만 원의 잠재적인 가치가 추가될 수 있음을 확인하였다. 이는 불확실성이 비교적 작은 상수도 위·수탁 사업의 경우에도 실물옵션법을 활용하여 그 가치를 분석할 필요가 있음을 시사한다. 한편, K지자체 상수도 위·수탁 사업의 투자대안을 Luehrman 옵션 공간에 나타내어 투자대안의 상태를 파악하였으며, 수도요금이 변화할 경우 투자의사결정이 달라질 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 입력 자료의 변동성을 고려함에 있어 투자비용과 상수도 판매량은 장래 개발 계획에 의거하여 확정적으로 알 수 있다고 가정하였는데, 실제로는 판매량도 변동성을 가질 수 있다. 따라서 향후 상수도 요금 외에 다른 변수의 변동성까지 모두 고려한 분석을 수행할 경우, 상수도 사업의 가치를 더 정확히 평가할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] 고영술, “실물옵션과 2차원 옵션공간을 이용한 투자전략”, 『관세학회지』, 제9권, 제1호(2008), pp.463-487.
- [2] 명세민, “DCF와 실물옵션을 이용한 투자안 평가 상호비교 : 사례연구”, 충남대학교 경영대학원 석사학위논문, 2004.
- [3] 설성수, 유창석, “기술 및 투자 가치평가를 위한 실무형 실물옵션”, 『기술혁신학회지』, 제5권, 제1호(2002), pp.44-58.
- [4] 유순영, Unger, J.A. Andre, 김태희, “수자원 공급 사업의 경제성 평가 : 실물옵션가치평가 기법의 적용성 검토”, 『자원환경지질』, 제41권, 제5호(2008), pp.551-562.
- [5] 윤용로, “미래의 황금산업, 물산업 육성을 위한 추진전략”, 『춘천물포럼』, NGO 세션 2 : 세계화와 물, 2007.
- [6] 최경현, 조대명, 정영기, “R&D 프로젝트 투자 의사결정을 위한 실물옵션 의사결정나무 모델”, 『IE Interfaces』, 제24권, 제4호(2011), pp. 408-419.
- [7] 한국수자원공사, 『광주시 상수도 운영효율화 사업계획서』, 제6권(2008).
- [8] Amram, M. and N. Kulatilaka, *Real Options : Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press, ISBN 0875848451(alk.paper), 1999.
- [9] Cox, J.C., S.A. Ross, and M. Rubinstein, “Option Pricing : A Simplified Approach,” *Journal of Financial Economics*, Vol.7(1979), pp.229-263.
- [10] Dixit, A.K. and R.S. Pindyck, *Investment under Uncertainty*, N.J. : Princeton Univ. Press, Princeton, 1979.
- [11] Luehrman, T.A., “What’s it Worth? A General Managers Guide to Valuation,” *Harvard Business Review*, Vol.75, No.3(1997), pp.132-142.
- [12] Luehrman, T.A., “Investment Opportunities as Real Options : Getting Started on the numbers,” *Harvard Business Review*, Re-

- print, Vol.98404(1998a).
- [13] Luehrman, T.A., "Strategy as a Portfolio of Real Options," *Harvard Business Review*, Reprint, Vol.98506(1998b).
- [14] Mitchell, G.R. and W.F. Hamilton, "Managing R&D as A Strategic Option," *Research-Technology Management*, Vol.50, No.2(2007), pp.41-50.
- [15] Mun, J.C., *Real Options Analysis : Tools and Techniques for Valuating Strategic Investments and Decision(2nd ed.)*, John Wiley and Sons, Inc., ISBN-13 : 978-0-471-74748-2, 2006.
- [16] Myers, S.C., "Determinants of Corporate Borrowing," *Journal of Financial Economics*, Vol.5(1977), pp.147-175.
- [17] Myers, S.C., "Finance Theory and Financial Strategy," *Interfaces*, Hanover, M.D. : Inform, Vol.14, No.1(1984), pp.126-137.
- [18] Sick, G., *Capital Budgeting with Real Options*, Monograph Series in Finance and Economics, New York : Salomon Brothers Center for the Study of Financial Institutions, Stern School of Business, New York University, 1990.
- [19] Teisberg, E.O., *Methods for Evaluating Capital Investment Decisions under Uncertainty*, Trigeoris, Lenos(ed.), Real Options on Capital in Capital Investment : Models, Strategies, and Applications, Praeger, Westport, 1995.
- [20] Trigeorgis, L., *Real Options : Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, Cambridge, M.A. : the MIT Press, 1999.
- [21] Trigeorgis, L., "Making Use of Real Options Simple : An Overview and Applications in Flexible/Modular Decision Making," *The Engineering Economist : A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment*, Vol. 50, No.1(2005), pp.25-53.

〈부록〉 이항옵션 가격결정 모형(Binomial Option Pricing Model)

이항옵션 가격결정 모형은 Cox et al.[9]의 연구에서 제안되었으며, Cox, J.C.와 Ross, S.A.가 제안한 위험중립 접근방식에 근간을 한 위험중립 평가(risk-neutral valuation) 모형이다. 이때, 위험중립 접근방식이란 옵션의 가치가 모든 사람의 위험선호도와 유의한 관계가 없으며, 모든 사람이 위험에 무관심하거나 중립적이라 가정해도 옵션의 가치는 변하지 않는다는 것이다. 즉, 기초자산 가치의 변동 포트폴리오와 추적 포트폴리오가 결합한 헤지 포지션이 무위험이자율 만큼 수익을 발생시키기 때문에 어떠한 위험선호도에도 옵션의 가치는 동일하게 된다. 이 개념을 도입하면 위험에 대한 프리미엄을 계산할 필요가 없게 되어 계산과정이 간편해지는 장점이 있다[8].

이항옵션 가격결정 모형은 단위기간 ΔT 동안 이자율(r)이 일정하고 옵션거래 비용이나 세금이 없으며, 무차익 거래(no arbitrage transaction)를 전제로 한다. 또한 기초자산의 현재가치 S 가 일정한 q 의 확률로 상승하거나 $1-q$ 의 확률로 하락하는 이항분포를 따른다고 가정한다. 기초자산의 현재가치 S 의 상승률과 하락률을 각각 u 와 d ($u > r > d$, $r = 1 + \text{무위험이자율 } r_f$)라 하면, 단위기간 ΔT 동안 현금흐름이 발생하여 기초자산의 현재가치 S 는 <그림 7.a>와 같이 uS 로 상승하거나 dS 로 하락하게 된다.

$$\begin{array}{ccc}
 S < \begin{array}{l} uS \text{ with } q, \\ dS \text{ with } 1-q. \end{array} & \vdots & C < \begin{array}{l} C_u = \max[0, uS - X] \text{ with } q, \\ C_d = \max[0, dS - X] \text{ with } 1-q. \end{array} \\
 \text{(a) 기초자산의 현재가치 } S \text{의 가치 변화} & & \text{(b) 콜옵션 } C \text{의 가치 변화}
 \end{array}$$

〈그림 7〉 단위기간 ΔT 이후 기초자산의 현재가치 S 와 콜옵션 C 의 가치 변화

그리고 콜옵션의 현재가치를 C , 옵션 행사가격을 X 라 하면, <그림 7>(b)와 같이 단위기간 ΔT 이후 기초자산의 현재가치 S 가 uS 로 상승하면 콜옵션 가치는 C_u 가 되고, dS 로 하락하면 콜옵션 가치는 C_d 가 된다.

한편, 기초자산의 현재가치 S 에 상응하는 주식을 β 주(株)만큼 매입하고 자금 B 로 무위험 채권(riskless bond)을 조달한 포트폴리오는 $\beta S + B$ 가 된다. 그리고 단위기간 ΔT 이후 포트폴리오 $\beta S + B$ 가 q 의 확률로 상승하면 $\beta uS + rB$, $1-q$ 의 확률로 하락하면 $\beta dS + rB$ 만큼의 가치를 갖게 된다. 만약 단위기간 ΔT 이후 포트폴리오 가치가 콜옵션의 가치와 같다면 $\beta uS + rB = C_u$, $\beta dS + rB = C_d$ 의 관계가 성립하며, 이들을 연립해서 푸는 헷징 포트폴리오(hedging portfolio)를 통해 β 와 B 를 추정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \beta &= (C_u - C_d) / (u - d)S, \\
 B &= (uC_d - dC_u) / (u - d)r.
 \end{aligned} \tag{6}$$

만약 콜옵션의 가치가 헷징 포트폴리오의 가치와 같다면 $C = \beta S + B$ 의 관계가 성립하고, 여기에 β 와 B 를 대입한 후, $p \equiv (r - d) / (u - d)$, $1 - p \equiv (u - r) / (u - d)$ 로 치환하면 다음과 같이 정리된다.

$$C = [pC_u + (1 - p)C_d] / r \tag{7}$$

이는 단위기간($\Delta T = 1$) 이후 콜옵션의 가치를 계산한 것으로, 만기일 또는 만기 이전에 옵션을 행사할 경우 n 기간 이후 콜옵션 가치계산식의 근간이 된다[9]. 여기에서, 계수 r^{-1} 을 연속복리 현재가계수인 $\exp\{-r_f \Delta T\}$ 로

대체하면 다음과 같이 단위기간 ΔT 동안의 연속 복리를 고려할 수 있게 된다.

$$C = \exp\{-r_f \Delta T\} [pC_u + (1-p)C_d] \quad (8)$$

이처럼 연속 복리를 고려하는 것은 기초자산의 가치변화 빈도가 복리의 계산 빈도와 상응해야 하고, 이항 옵션 가격결정 모형은 분석기간이 연장되어 지속적으로 상승과 하락을 반복할 수 있기 때문이다[8].

만약 앞서 정의한 p 가 기초자산의 현재가치 S 및 콜옵션 가치 C 가 상승할 확률인 q 와 서로 동등(equilibrium)하다면, 콜옵션의 보유가치가 헷지 포트폴리오의 보유가치와 일치하게 되고, 결과적으로 콜옵션의 위험과 기대수익률이 헷지 포트폴리오의 위험과 기대수익률과 일치하게 된다[9]. 이 확률 p 를 위험중립 확률(risk-neutral probability) 또는 헷지 확률(hedge probability)이라 하며, 다음과 같이 상승률 u 와 하락률 d 를 계산하면 위험중립 확률 p 를 계산할 수 있다[15].

$$\begin{aligned} u &= \exp\{\sigma(\Delta T)^{1/2}\}, \\ d &= 1/u = \exp\{-\sigma(\Delta T)^{1/2}\}, \\ p &= (\exp\{r_f \Delta T\} - d)/(u - d). \end{aligned} \quad (9)$$