

# 기하학적 비선형 효과를 고려한 복합재료 적층 쉘 구조의 유한요소 동적 해석

이상열<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>안동대학교 토목공학과

## Finite element dynamic analysis of laminated composite shell structures considering geometric nonlinear effects

Sang-Youl Lee<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Andong National University

**요약** 본 연구에서는 복합재료 적층 쉘 구조의 기하학적 비선형 동적 거동을 상세 분석하였다. Sanders의 1차 전단 변형 쉘이론 및 비선형 방정식을 기반으로, 비선형 동적 방정식의 해는 Newmark 방법과 Newton-Raphson 반복법을 혼용하여 적용하여 산정하였다. 본 연구에서 개발한 유한요소 해석프로그램을 사용하여 쉘의 곡률, 화이버 보강각도 및 적층 배열의 변화가 적층 쉘의 기하학적 비선형 동적 거동에 미치는 영향을 상세 분석하였다. 몇 가지 수치해석 결과는 기존 문헌으로부터 얻어진 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 본 연구의 새로운 결과는 최대 동적변위에 대한 적층 쉘 구조의 곡률, 화이버 보강각도 그리고 적층 배열 형식과의 중요한 상호관계를 보여준다. 몇 가지 수치 해석 예제는 동적 특성을 고려한 적층 쉘 구조를 상세 설계하는데 필요한 가이드라인을 제시할 수 있을 것으로 기대된다.

**Abstract** This study carried out a geometrical nonlinear dynamic analysis of laminated composite shell structures. Based on the first-order shear deformation shell theory and nonlinear formulation of Sanders, the Newmark method and Newton-Raphson iteration are used for dynamic solution considering nonlinear effects. The effects of radius, fiber angles, and layup sequences on the nonlinear dynamic response for various parameters are studied using a nonlinear dynamic finite element program developed for this study. The several numerical results were in good agreement with those reported by other investigators for square composite plates, and the new results reported in this paper show the significant interactions between the radius, fiber angles and layup sequence in the laminate. Key observation points are discussed and a brief design guideline of laminated composite shells is given.

**Key Words** : Laminated composite shell, nonlinear dynamics, radius, layup sequence

### 1. 서론

곡률을 갖는 구조형식은 해석상의 난해함에도 불구하고 현대 구조물에서 다양하게 사용되고 있다. 특히 복합 재료로 이루어진 적층된 쉘 구조는 고강성, 고강도 및 경량성 등으로 우수한 역학적 특성을 나타낸다. 다양한 형

태를 갖는 적층된 구조 형식은 화이버 적층배열 등의 매개변수와 연관되어 거동에 다양한 영향을 미치게 되는데, 특히 동적거동에 큰 영향을 줄 수 있다[1].

정사각형 복합신소재 적층판의 기하학적 비선형 정적 및 동적 해석은 그동안 다양한 연구가 진행되었다 [3,4,6,7]. 비선형 이론에 근간한 판의 동적해석은 기존의

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No. 2012R1A1A1014722).

\*Corresponding Author : Sang-Youl Lee (Andong National University)

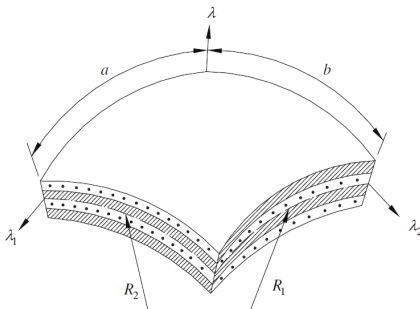
Tel: +82-10-3011-4696 email: lsy@anu.ac.kr

Received August 5, 2013

Revised October 10, 2013

Accepted November 7, 2013

선형 동적해석과 유사한 거동특성을 보이는 경우도 있으나, 탄성계수, 전단탄성계수 비의 변화 및 판의 기하학적 변화 등에 따라 선형이론에 의한 결과와 비교했을 때 상이한 특성을 보이는 경우가 많다. 그러나 기존 연구는 정사각형 또는 경사진 형태의 복합소재 적층판의 기하학적 비선형 동적거동을 규명하였으며, 곡률을 갖는 경우에 대한 상세 해석은 상대적으로 미미한 실정이다. 복합재료 적층 셸 구조는 곡률의 크기 또는 화이버 보강각도 변화 등에 따라 동적 거동특성에 영향을 미치게 되며, 분할시간대에 따라 선형과 비선형 동적거동은 주기 또는 진동수가 서로 다른 특성을 보일 수 있다. 이러한 거동은 대칭 또는 비대칭의 적층배열의 변화에 따라 민감하여 예측하기가 난해하다. Ji and Lee는 중앙개구부를 갖는 직사각형 적층판의 비선형 동적거동을 분석하였다[2]. 본 연구는 이를 곡률을 갖는 셸의 경우에 대하여 보다 일반화하여 확장한 해석 프로그램을 개발하였으며, 다양한 매개변수 변화에 대하여 적층 셸의 기하학적 비선형성이 고려된 동적거동에 미치는 영향을 상세 분석하기로 한다.



[Fig. 1] Laminated composite shells

## 2. 기본 개념 및 이론 고찰

Sanders의 1차 전단 및 비선형 이론에 근거한 곡률을 갖는 적층판의 비선형 변형률과 단면력을 요약하여 기술하기로 한다. Sanders의 셸 구조에 대한 자세한 이론은 참고문헌을 참조한다[8,11]. 그림 1은 셸의 전체 크기 a와 b를 갖는 적층 셸구조의 좌표계를 보여준다. 그림 1을 참조하여 식(1)과 같은 관계에 의하여 곡선 좌표계를 직선 좌표계로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} dx &= \alpha_1 d\lambda_1, dy = \alpha_2 d\lambda_2, dz = d\lambda \\ a &= \alpha_1 R_1, b = \alpha_2 R_2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $\alpha_1, \alpha_2$ 는 Lamé의 계수를 의미한다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{yy}^1 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{w_0}{R_1} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{w_0}{R_2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y - \frac{v_0}{R_2} \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x - \frac{u_0}{R_1} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

Sanders의 1차전단 변형 이론에 대하여 von karman의 기하학적 비선형 변형률은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다 [10]. 식 (2)에서,  $u_0, v_0$ , 그리고  $w_0$ 는 직교 좌표계에서의 중립면 변위를,  $\phi_x$  과  $\phi_y$ 는 두께 z방향으로의 전단변형에 대한 회전각을 각각 의미한다.

한편, 임의의 섬유보강 각도로 적층된 셸 구조의 단면력을 식 (2)의 변형률의 향으로 표현하면 식 (3)~(5)와 같이 나타낼 수 있다. 식 에서  $A_{ij}$ 는 면내 강성을,  $D_{ij}$ 는 면의 휨강성을 각각 나타내며 직교 및 경사좌표계에서 대칭특성을 갖는다. 또한 면내 및 면의 강성이 조합되면 면내-면의 연계강성  $B_{ij}$ 가 발생하게 되며, 대칭 적층의 경우 값은 0이 되며, 비대칭 적층형태의 경우 값을 갖는다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{Bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^1 \\ \epsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서,  $\{N\}, \{M\}$ , 그리고  $\{Q\}$ 는 면내력, 모멘트, 그리고 전단력을,  $K_s$ 는 1차 전단변형 판이론에서 가정된 전단보정계수를 각각 의미한다

본 연구는 경사된 적층 쉘의 비선형 동적 유한요소 해석을 위하여 Sanders의 1차 전단변형 이론에 근간하여 절점 당 5개의 자유도  $\{u, v, w, \phi_1, \phi_2\}$ 를 갖는 Non-conforming 요소를 사용하였다. 감쇠(damping) 효과를 포함하는 경우에 대한 일반화된 동적 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [C]\{\dot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (6)$$

여기서,  $[M], [C]$ , 그리고  $[K]$ 는 시스템의 질량, 감쇠 및 강성 매트릭스를 각각 의미한다. 각 매트릭스에 대한 상세한 식의 기술은 생략하기로 한다. 식 (6)의 해를 구하기 위하여 Newmark  $\beta$  방법을 사용하였으며, 식 (6)는 식 (7)로 표현할 수 있다.

$$[\hat{K}(\{\Delta\}_{s+1})]\{\Delta\}_{s+1} = \{\hat{F}\}_{s,s+1} \quad (7)$$

여기서,

$$[\hat{K}(\{\Delta\}_{s+1})]\{\Delta\}_{s+1} = [K(\{\Delta\}_{s+1})] + a_3[M]_{s+1} + a_6[C]_{s+1}$$

$$\{\hat{F}\}_{s,s+1} = \{F\}_{s+1} + [M]_{s+1}\{\Phi\}_s + [C]_{s+1}\{\Omega\}_s$$

$$\{\Phi\}_s = a_3\{\Delta\}_s + a_4\{\dot{\Delta}\}_s + a_5\{\ddot{\Delta}\}_s$$

$$\{\Omega\}_s = a_6\{\Delta\}_s + a_7\{\dot{\Delta}\}_s + a_8\{\ddot{\Delta}\}_s \text{ 이고,}$$

$$a_3 = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}, \quad a_4 = a_3 \Delta t, \quad a_5 = \frac{1}{\gamma} - 1$$

$$a_6 = \frac{\alpha}{\beta \Delta t}, \quad a_7 = \frac{\alpha}{\beta} - 1, \quad a_8 = \Delta t \left( \frac{\alpha}{\gamma} - 1 \right) \text{ 이며,}$$

$\gamma = 2\beta$  이다.

식 (7)은 Newton-Raphson의 반복 방법에 의하여 (r+1) 번째 반복에서의 증분 해  $\{\delta\Delta\}$ 를 위한 선형 방정식을 접선강도  $[\hat{K}^T]$  및 잉여력 매트릭스  $\{R\}$ 를 사용하여 구한다. 비선형 동적 해석은 Newmark 방법과 Newton-Raphson 방법을 결합 사용하여 적층 쉘의 비선형 동적해를 구하는 과정으로 수치 해석적으로 복잡한 과정을 거치게 된다. 수치해석 과정은 크게 하중 증분, 시간 증분, 그리고 비선형 반복계산의 3단계 계산과정이 필요하다[10].

### 3. 매개변수 영향 분석

#### 3.1 해석 모델 및 프로그램 검증

적층 구조 형식의 다양한 기하학적 특성변화에 따라 동적 비선형 효과를 무시할 수 없으며, 경우에 따라 비선형 해석을 실시하여 동적특성을 보다 정확하게 파악할 필요가 있다. 따라서 본 매개 변수 연구에서는 선형해석과의 비교보다는 기하학적 비선형 동적효과를 고려하여 보다 엄밀한 해석을 수행하기로 한다.

본 연구에서는 기존의 복합적층 판구조에서 확장하여 곡률을 갖는 복합소재 적층 쉘의 기하학적 비선형 동적 해석을 위하여 Fortran 언어를 사용한 프로그램 코드를 자체 개발하였다. 여기서, 적층 쉘의 길이 대비 곡률반경의 변화는  $R(=R_1/a=R_2/a)$ 로 정의하며 R이 증가한다는 의미는 곡률 효과가 감소된다는 의미이며,  $R=50$  이상부터는 평판과 유사한 형상을 갖게 된다. 개발한 해석프로그램으로부터 수행한 매개변수 해석은 기존 결과와의 검증 등을 위하여 다음과 같은 2가지 재료를 사용하며, 사용한 재료는 무차원화된 범위로 환산하여 사용하기로 한다.

<재료 I>

$$a = b = 25\text{cm}, \quad E_1 = E_2 = 2.1 \times 10^6 \text{N/cm}^2,$$

$$h = 2.5\text{cm}, \quad \nu_{12} = 0.25, \quad \rho = 8 \times 10^{-6} \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4$$

$$\bar{w} = 10^3 w_0 E_2 h^3 / q_0 a^4$$

<재료 II>

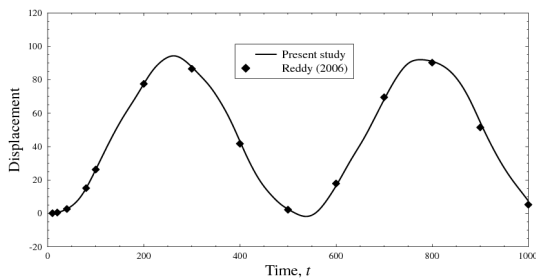
$$a = b = 25\text{cm}, \quad E_1 = 25E_2, \quad E_2 = 2.1 \times 10^6 \text{N/cm}^2,$$

$$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.5E_2, \quad h = 5\text{cm},$$

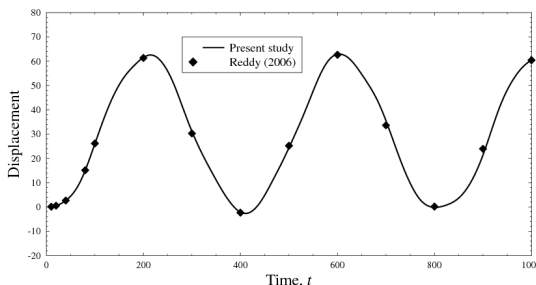
$$\nu_{12} = 0.25, \quad \rho = 8 \times 10^{-6} \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4, \quad \bar{w} = w/h,$$

$$q_0 = 100 \text{N/cm}^2$$

그림 2는 등분포 하중  $q_0$ 를 받는 4변 단순지지된 정사각형 등방성판의 중앙점에서의 무차원화된 비선형 동적 변위를 비교한 것이다. 여기서, 동적하중은 Heaviside step 함수에 의하여 각 분할시간(sec)에 등분포하중  $q_0$ 가 갑자기 가해지는 경우이다. 해석 모델은 재료 I을 사용하였으며, 등분포 하중  $q_0$ 를 두 종류로 변화하였을 때 기존 연구[10]로부터 얻어진 비선형 동적 변위와 비교 도시하였다. 개발된 프로그램으로부터 계산된 결과는 기존 연구 결과와 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 표 1은 복합소재 쉘 구조의 곡률 및 적층 배열 변화에 따른 무차원 고유진동수를 기존 문헌과 비교한 것이다. 그림 2의 결과가 비선형 동적 해석에 대한 검증이라면, 표 1은 곡률을 갖고 화이버 보강 배열이 변화되는 경우에 대한 동적 특성을 기존 문헌과 비교한 것이라 할 수 있다. 기존의 두 가지 결과는 고차항 이론(HSDT)을 적용한 것이며, 본 연구에서 개발된 프로그램은 일차항이론(FSDT)를 적용한 것이다. 고차항 이론보다 적용이 간편한 일차항 이론을 적용한 본 개발프로그램의 연구결과와 비교했을 때 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서, 본 연구의 수치해석 예제는 일차항이론을 적용하기로 한다.



(a)  $q_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ N/cm}^2$



(b)  $q_0 = 5.0 \times 10^3 \text{ N/cm}^2$

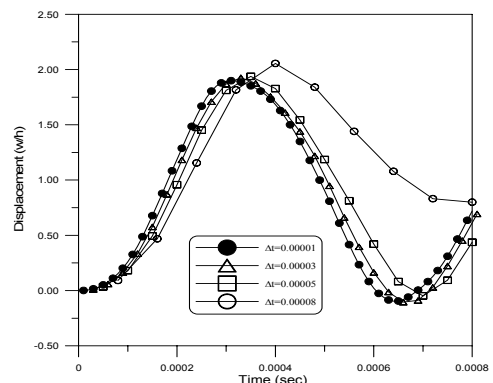
[Fig. 2] Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements at a central point of square plates with simply supported subjected to distributed loads (Material I).

[Table 1] Comparison of normalized natural frequencies of composite shells for different R and layup sequences

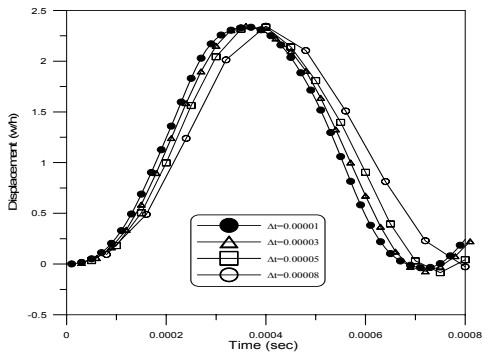
R	Reference	Layup sequence		
		[0/90]	[0/90/0]	[0/90/90/0]
5	Ref. [9]	28.840	31.020	31.100
	Ref. [5]	29.049	31.216	31.296
	This study	28.900	30.777	30.919
10	Ref. [9]	16.710	20.350	20.380
	Ref. [5]	16.762	20.394	20.422
	This study	16.744	20.283	20.333
20	Ref. [9]	11.840	16.620	16.630
	Ref. [5]	11.806	16.595	16.595
	This study	11.843	16.549	16.567
50	Ref. [9]	10.060	15.420	15.420
	Ref. [5]	9.9822	15.361	15.359
	This study	10.047	15.333	15.341
100	Ref. [9]	9.7840	15.240	15.230
	Ref. [5]	9.6929	15.176	15.170
	This study	9.7636	15.151	15.157
$10^9$ (plate)	Ref. [9]	9.6880	15.170	15.170
	Ref. [5]	9.5905	15.115	15.109
	This study	9.6674	15.090	15.096

### 3.2 최적 분할 시간 결정

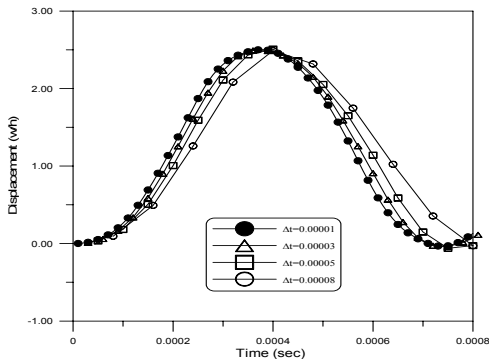
유한요소 동적 비선형 해석에 있어서 적절한 분할 시간대의 결정은 수치 해석적으로 중요한 의미를 갖는다. 그림 3은 재료 II로 이루어진 적층 쉘의 R의 변화와 분할 시간대 변화에 따른 비선형 동적변위의 수렴성을 비교한 것이다. 그림 3의 결과로부터 곡률의 변화에 상관없이 0.00003sec의 분할 시간대 이하부터 비교적 안정적인 변위곡선을 보임을 알 수 있다. 그러나 R=2.0의 곡률에서는 0.00008sec로 분할한 경우 다소 큰 오차가 발생하였다. 따라서 본 연구에서는 보다 안정적인 변위를 도시하기 위하여 분할 시간을 0.00001sec로 고정하였다.



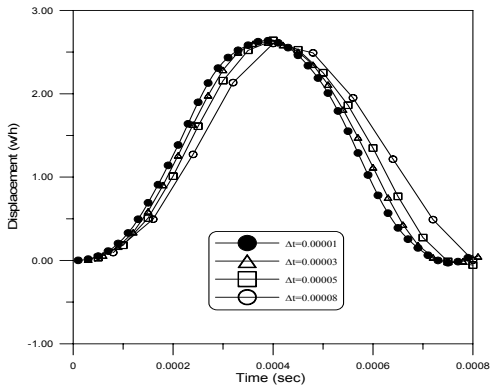
(a)  $R = 2.0$



(b)  $R = 5.0$



(c)  $R = 10.0$



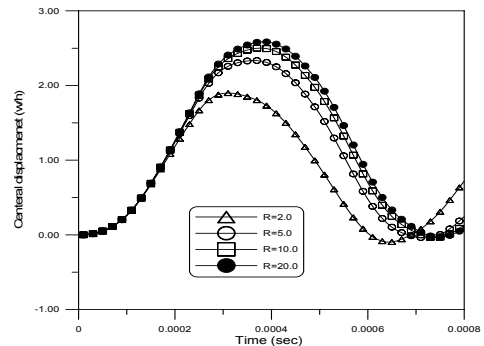
(d)  $R = 50.0$

[Fig. 3] Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements at a central point of composite shells for different division times and  $R$  (Material II).

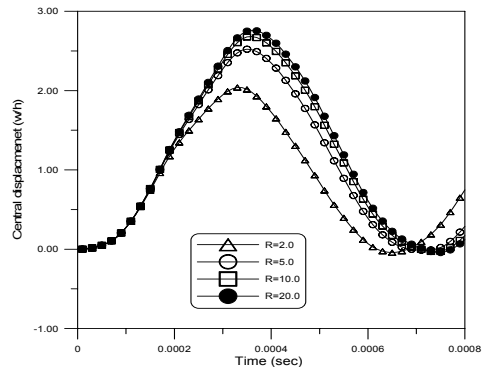
### 3.3 쉘의 곡률 변화의 영향

그림 4(a)는 곡률 변화에 따른 [0/90/90/0] 대칭 적층 쉘의 중앙점에서의 비선형 동적변위를 비교한 것이다. 그림에서 쉘의  $R$ 이 감소함에 따라 비선형 동적변위의 크기는 감소하며 진동수는 증가함을 알 수 있다. 여기서  $R$ 이 감소한다는 의미는 곡률반경이 작아짐을 의미하며, 즉 쉘

의 곡률이 크다는 것을 의미한다. 따라서 곡률이 증가함에 따라 최대 변위의 크기는 감소하므로 유리한 강성을 갖는다고 할 수 있으나 외력에 의하여 진동수는 증가하므로 진동에는 다소 취약할 수 있음에 유의한다. 그림 4(b)는 그림 4와 동일한 물성과 조건에 대하여 [0/90/0/90] 비대칭 적층된 경우이다. 비대칭 적층의 경우, 식 (3)의  $B_{ij}$ 가 발생하여 동적 변위에 영향을 주게 된다. 그림 5와 같이 비대칭 적층의 경우 큰 곡률 ( $R=2.0$ )의 경우에는 대칭적층과 큰 변화가 없으나  $R$ 이 증가함에 따라 비선형 최대 변위는 다소 증가함을 알 수 있다. 이와 같은 변화는 면내-면외 연계강성  $B_{ij}$ 로 발생하며, 영향의 정도는 쉘의 곡률 및 적층 배열 변화 등에 민감하게 작용된다.



(a) [0/90/90/0]



(b) [0/90/90/0]

[Fig. 4] Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements at a central point of composite shells for  $R$  (Material II).

### 3.4 섬유보강각도 변화의 영향

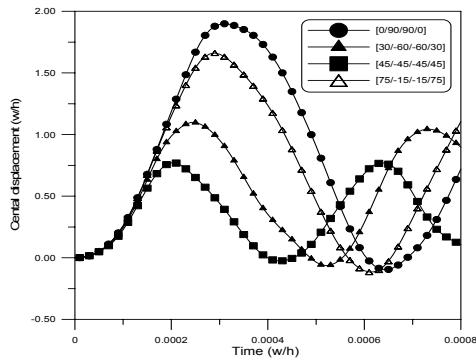
그림 5는 쉘의 곡률 및 섬유보강각도 변화에 따른 4개로 대칭 적층된 쉘의 중앙점에서의 비선형 동적변위를 비교한 것이다. 중앙점의 비선형 최대 처짐은 전반적으로

셸의 곡률 변화와 관계없이 화이버 보강각도의 영향을 크게 받음을 알 수 있다. 특히, [45/-45/-45/45] 적층 구조가 가장 적은 최대 중앙 처짐을 나타내며 진동 주기도 짧음을 알 수 있다. 또한, 앞의 경우와 유사하게  $R=5.0$  이상부터는 섬유보강 각도와 관계없이 동적 변위의 변화가 크지 않음을 알 수 있다. 반면,  $R=2.0$ 의 곡률을 갖는 경우는 동적 변위의 차이가 다소 변화함을 알 수 있다.

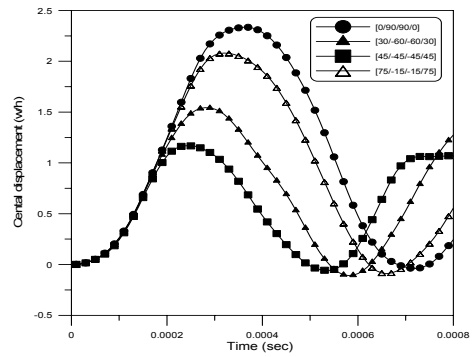
표 2는 그림 5(a)~(d)에 대하여 최대 변위 및 최대 변위 기준 변화율을 비교한 것이다. 표 2로부터 동일한 곡률을 갖는 경우에도 적층배열에 따라 최대 동적 처짐은 50%이상 큰 차이를 보임을 더욱 명확하게 관찰할 수 있다. 이러한 결과로부터 적층 셸의 적층배열, 보강각도 및 곡률 등을 적절히 조정함으로써 구조 전체 강성을 조절할 수 있음을 확인할 수 있다.

[Table 2] Comparison of normalized maximum nonlinear dynamic displacements of composite shells for R and layup sequences

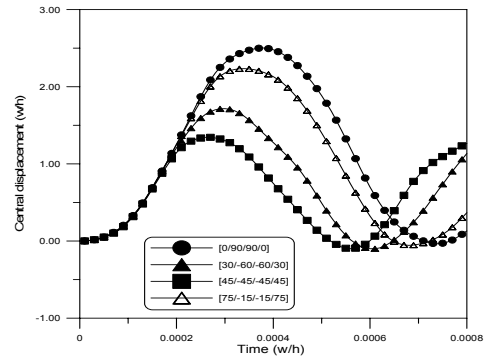
R	Layup sequences			
	[0/90/90/0]	[30/-60/-60/30]	[45/-45/-45/45]	[75/-15/-15/75]
2	1.8990	1.0974	0.7704	1.6618
(difference)	(1.000)	(0.572)	(0.407)	(0.875)
5	2.3348	1.5432	1.1683	2.0805
(difference)	(1.000)	(0.657)	(0.500)	(0.891)
10	2.5020	1.7162	1.3447	2.2351
(difference)	(1.000)	(0.686)	(0.537)	(0.893)
50	2.6363	1.8612	1.4982	2.3661
(difference)	(1.000)	(0.706)	(0.568)	(0.897)



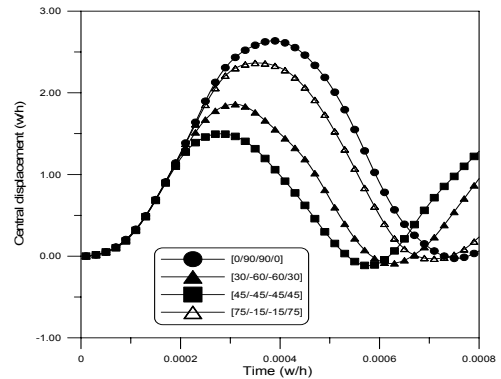
(a)  $R=2.0$



(b)  $R=5.0$



(c)  $R=10.0$



(d)  $R=50.0$

[Fig. 5] Comparison of normalized nonlinear dynamic displacements of composite shells for fiber angles and R (Material II).

#### 4. 요약 및 결론

본 연구는 복합소재 적층 셸 구조의 곡률 변화, 적층배열, 및 화이버 보강각도 변화 등의 다양한 매개변수가 기하학적 비선형 동적 거동에 미치는 영향을 상세 분석하였다. 매개변수 해석 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 적층 쉘의 곡률 반경  $R$ 이 감소함에 따라 비선형 동적변위의 크기는 감소하며 진동수는 증가한다. 곡률이 증가함에 따라 최대 변위의 크기는 감소하므로 유리한 강성을 갖는다고 할 수 있으나 외력에 의하여 진동수는 증가하므로 진동에는 다소 취약할 수 있음에 유의해야 한다.
- (2) 비대칭 적층의 경우, 면내-면의 연계강성  $B_{ij}$ 가 발생하여 동적 변위에 영향을 주게 된다. 비대칭 적층의 경우 큰 곡률 ( $R=2.0$ )의 경우에는 대칭적층과 큰 변화가 없으나  $R$ 이 증가함에 따라 비선형 최대 변위는 다소 증가한다. 이와 같은 변화는 면내-면의 연계강성  $B_{ij}$ 로 발생하며, 영향의 정도는 쉘의 곡률 및 적층 배열 변화 등에 민감하게 작용된다.
- (3) 최대 비선형 동적 변위는 화이버 보강각도 변화에 매우 민감하게 영향을 받는다. 특히, [45/45/45/45] 적층 구조가 가장 적은 최대 중앙 처짐을 나타내며 진동 주기도 짧다. 또한, 앞의 경우와 유사하게  $R=5.0$  이상부터는 섬유보강 각도와 관계없이 동적 변위의 변화가 크지 않으나,  $R=2.0$ 의 곡률을 갖는 경우에는 동적 변위의 차이가 다소 변화한다.
- (4) 수치해석 결과, 동일한 곡률을 갖는 경우에도 적층 배열에 따라 최대 동적변위는 50%이상의 차이를 보이는 경우도 발생하였다. 이러한 결과로부터 적층 쉘의 적층배열, 보강각도 및 곡률 등을 적절히 조정함으로써 구조 전체 강성을 최적화하여 조절할 수 있다.

복합소재 적층 쉘의 비선형 동적 거동은 다양한 기하학적 변화에 따라 예측이 난해하다. 따라서 본 연구에서 수행한 매개변수 영향 분석은 비선형 동적 거동에 대한 복합소재 적층 쉘 구조의 합리적인 설계에 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 다만, 본 연구에서 제시한 결과는 제한된 수치해석 모델로 도출된 것이므로 향후 더욱 다양한 매개변수 연구 수행으로 더욱 명확하게 입증되어야 할 것이다.

## Reference

- [1] S. Y. Lee, and S. Y. Chang, "Dynamic Instability of Delaminated Composite Structures with Various Geometrical Shapes," Journal of the Korean Society for Advanced Composite Structures, Vol. 1, No. 1, pp.1-8, 2010.
- [2] H. S. Ji, and S. Y. Lee, "Nonlinear dynamic behaviors of laminated composite structures containing central cutouts," Journal of Korean Society of Steel Construction, Vol. 23, No. 5, pp.607-614, 2011.
- [3] J. S. Chang, and Y. P. Huang, "Geometrically nonlinear static and transiently dynamic behavior of laminated composite plates based on a higher order displacement field", Composite Structures, Vol.18, pp.327-364, 1991.  
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0263-8223\(91\)90003-H](http://dx.doi.org/10.1016/0263-8223(91)90003-H)
- [4] J. Chen, D. J. Dawe, and S. Wang, "Nonlinear transient analysis of rectangular composite laminated plates", Composite Structures, Vol.49, pp.129-139, 2000.  
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0263-8223\(99\)00108-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0263-8223(99)00108-7)
- [5] A. J. M. Ferreira, C. M. C. Roque, and R. M. N. Jorge, "Static and free vibration analysis of composite shells by radial basis functions", Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol.30, pp.719-733, 2006.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enganabound.2006.05.002>
- [6] M. R. Khalil, M. D. Olson, and D. L. Anderson, "Non-linear dynamic analysis of stiffened plates" , Computers and Structures, Vol.29, pp.929-941, 1998,.
- [7] S. S. E, Lam, D. J. Dawe, and Z. G. Azizian "Non-linear analysis of rectangular laminates under end shortening, using shear deformation plate theory", International Journal of Numerical Method in Engineering, Vol.36, pp.1045-1064, 1993.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/nme.1620360611>
- [8] T. Park, and S. Y. Lee, "Parametric instability of delaminated composite spherical shells subjected to in-plane pulsating forces", Composite Structures, Vol.91, pp.196-204, 2009.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.05.001>
- [9] J. N. Reddy, and C. F. Liu, "A higher-order shear deformation theory for laminated elastic shells", International Journal of Engineering Science, Vol.23, pp.319-330, 1985.  
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225\(85\)90051-5](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225(85)90051-5)
- [10] J. N. Reddy, "An Introduction to nonlinear finite element Analysis", Oxford University Press, 2006.
- [11] J. L. Sanders, "Nonlinear theories for thin shells", Quarterly of Applied Mathematics, Vol.21, No.1, pp.21-36, 1963.

이 상 열(Sang-Youl Lee)

[정회원]



- 1997년 2월 : 서울시립대학교 대학원 토목공학과 (공학석사)
- 2000년 2월 : 서울시립대학교 대학원 토목공학과 (공학박사)
- 2002년 8월 ~ 2004년 1월 : 미국 메사추세츠 공과대학(MIT) 토목환경공학과 Post-doc.
- 2005년 4월 ~ 2006년 6월 : 스페인 국립 Granada 대학교 구조공학과 연구교수
- 2006년 7월 ~ 2009년 1월 : 한양대학교 건설환경공학과 BK 계약교수
- 2011년 3월 ~ 현재 : 안동대학교 토목공학과 조교수

<관심분야>

복합재료 구조공학, 전산구조역학