

저 레이놀즈 수에서 실린더 경계 유속조건에 따른 흐름 특성

송창근* · 서일원** · 김태원***

Song, Chang Geun*, Seo, Il Won**, Kim, Tae Won***

Flow Characteristics According to Velocity Conditions of Cylinder Boundary Under Low Reynolds Number

ABSTRACT

Existing conventional model for analysis of shallow water flow just assumed the internal boundary condition as free-slip, which resulted in the wrong prediction about the velocity, vorticity, water level, shear stress distribution, and time variation of drag and lift force around a structure. In this study, a finite element model that can predict flow characteristics around the structure accurately was developed and internal boundary conditions were generalized as partial slip condition using slip length concept. Laminar flow characteristics behind circular cylinder were analyzed by varying the internal boundary conditions. The simulation results of (1) time variations of longitudinal and transverse velocities, and vorticity; (2) wake length; (3) vortex shedding phenomena by slip length; (4) and mass conservation showed that the vortex shedding had never observed and laminar flow like creeping motion was occurred under free-slip condition. Assignment of partial slip condition changed the velocity distribution on the cylinder surface and influenced the magnitude of the shear stress and the occurrence of vorticity so that the period of vortex shedding was reduced compared with the case of no slip condition. The maximum mass conservation error occurred in the case of no slip condition, which had the value of 0.73%, and there was 0.21 % reduction in the maximum mass conservation error by changing the internal boundary condition from no slip to partial slip condition.

Key words : Internal boundary conditions, Partial slip condition, Slip length, Circular cylinder, Laminar flow, Mass conservation

초 록

기존의 천수흐름 해석 상용모형에서는 내부 경계조건을 단순히 완전활동조건으로 가정하여 유체의 흐름을 해석함으로써 구조물 주위에서의 유속, 와도, 수위, 전단력의 분포, 항력 및 양력의 시간에 따른 변화 등을 올바르게 해석하지 못하였다. 본 연구에서는 구조물 주위에서의 흐름특성을 정확하게 예측할 수 있는 유한요소모형을 개발하고, 구조물에서의 경계조건을 활동길이를 이용한 부분활동조건으로 묘사하여 내부경계조건에 따른 원형 실린더 후면에서의 층류 흐름특성을 분석하였다. 종횡방향 유속 및 와도의 시간에 따른 변화, 후류길이, 활동길이에 따른 와류열의 변화와 질량보존율을 비교한 결과 완전활동조건을 부여한 경우에는 와류열이 전혀 형성되지 않고 완전한 층류흐름이 발생하였다. 부분활동조건을 입력한 경우 실린더 표면에서의 유속분포가 변화되어 전단력의 크기와 와도의 발생에 영향을 미치므로 무활조건을 부여한 경우에 비해 와류열의 발생 주기가 짧아졌다. 최대 질량보존 오차는 무활조건을 적용한 경우 0.73%로 나타났으며, 무활조건에 비해 부분활동조건을 부여한 경우의 오차율이 최대 0.21% 감소하였다.

검색어 : 내부 경계조건, 부분 활동조건, 활동길이, 원형 실린더, 층류, 질량보존

* 정희원 · 인천대학교 안전공학과 조교수 (baybreeze119@incheon.ac.kr)

** 정희원 · 교신저자 · 서울대학교 건설환경공학부 교수 (**Corresponding Author** · Seoul National University · seoilwon@snu.ac.kr)

*** (주)웹솔루스 전무 (ktw@websolus.co.kr)

Received July 9, 2013/ revised September 2, 2013/ accepted September 5, 2013

1. 서론

동수역학적으로 자유수면 흐름을 모의하고자 하는 경우 연속체 가설에 의한 물리법칙을 적용하여 유도된 질량보존방정식과 운동량보존방정식을 이용한다. 이 방정식은 대부분 비선형 편미분 방정식으로 표현되며, 일반적인 경우 해석해가 존재하지 않으므로 이를 풀기 위해 컴퓨터를 이용한 수치모형이 널리 사용된다. 지배방정식을 종결 짓기 위해서는 경계조건이 반드시 필요하며 특히 내부 경계면에 부여되는 경계조건은 경계면에서의 전단력 분포를 변화 시키므로 흐름의 분리 정도 및 난류 발생과 직접적으로 연관이 있으며(Niavarani and Priezjev, 2009), 고체 경계면 근처에서의 유동장을 해석하는데 결정적인 인자로 작용하므로 물리적 경계면에서 유체운동에 대한 가정은 매우 중요하다. 고체 경계면에서 유체의 유속은 법선방향과 접선방향 성분으로 구분할 수 있다. 물리적인 관점에서 유체는 고체 벽을 통과할 수 없으므로 경계면에 수직인 법선방향의 유속이 0이라는 불투수조건(impermeable condition)이 일반적으로 적용된다. 반면, 접선방향 유속성분의 존재에 대해서는 많은 논란이 있었으나 18세기 후반 및 19세기 초반에 들어서 고체와 유체가 접촉해 있는 경계면에서 유체의 상대적 운동속도가 0이라는 무활조건(no-slip condition)이 통상적으로 수용되었다. 하지만 이 가설은 기본 물리법칙에 의해 유도된 것이 아닌 오랜 기간 동안의 암묵적 동의에 의해 통용된 것으로 최근 관측장비 및 기술의 급속한 발전에 힘입어 마이크로 유동, 저점성 흐름, 화학적으로 처리된 벽면을 지나는 유체의 흐름, 고전단 흐름, 물리적으로 경계면이 매끄럽지 않은 물체가 물에 잠긴 경우의 흐름 등의 특수한 상황에서는 고체 경계면에서 접선방향으로 0이 아닌 미약한 유속이 존재함이 밝혀져 기존에 통상적으로 적용되었던 무활조건이 성립되지 않는다(Tophøj et al., 2006; Hron et al., 2008; Daniello et al., 2009; Liu et al., 2009; Niavarani and Priezjev, 2010). 상류부의 유속과 고체 경계면 주위의 유속의 차로 인해 형성되는 전단력은 항력을 유발하므로, 유체역학의 다양한 분야에서 이 힘의 크기를 줄이기 위해 많은 노력을 기울이고 있다. 특히 고체경계면에 소수 코팅(hydrophobic coating)을 하게 되는 경우 경계면에서 유속이 발생하게 되어 항력이 크게 감소하게 되므로 물리적으로 올바른 내부 경계조건을 입력하여야 정확한 해석이 가능하다.

내부 경계조건을 단순히 완전활동조건(free-slip condition)으로 가정하여 유체의 흐름을 해석하는 경우 구조물 주위에서의 유속의 방향 및 크기, 와도, 수위의 상승 및 하강, 전단력의 분포, 항력 및 양력의 시간에 따른 변화 양상 등을 올바르게 해석하지 못하여 실제의 흐름 거동과 차이를 보이게 된다. 따라서 본 연구에서는 구조물 주위에서의 유동장과 흐름특성을 정확하게 예측할 수

있는 유한요소모형을 개발하고, 내부경계조건을 부분활동조건으로 일반화하여 완전활동조건 및 무활조건을 아울러 적용할 수 있는 정확성과 적용성이 개선된 내부 경계조건 부여 방법을 제시하고자 한다.

2. 활동길이 및 내부경계조건 적용 알고리즘

하천이나 수로의 흐름을 해석을 하는 경우 벽면 경계조건은 외부 경계인 양안과 내부 경계인 물리적 구조물(섬, 교각 등)에 적용된다. 유한요소모형에서는 내부 및 외부 경계에서의 유속성분을 접선방향과 법선 방향으로 구분하여 계산한다. Fig. 1과 같은 지형의 경우 절점 C점에서의 유속성분을 구하기 위해서는, 다음 식과 같이 절점 C를 포함하는 요소의 형상함수(ϕ_c)를 고려하여 경계면에서의 법선방향 단위벡터의 x방향 성분(n_x)과 y방향 성분(n_y)을 각 요소의 면적(dA)을 이용하여 다음과 같이 계산한다(Pinder and Gray, 1977).

$$n_x = \frac{\int_{I+II+III} (\partial\phi_c/\partial x)dA}{\left\{ \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_c/\partial x)dA \right]^2 + \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_c/\partial y)dA \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (1)$$

$$n_y = \frac{\int_{I+II+III} (\partial\phi_c/\partial y)dA}{\left\{ \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_c/\partial x)dA \right]^2 + \left[\int_{I+II+III} (\partial\phi_c/\partial y)dA \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (2)$$

직교좌표계 상의 유속(u_1, u_2)과 회전좌표계 상의 유속(u_n, u_t)은 위에서 정의한 단위벡터에 의해 다음과 같이 표현된다(Engelman and Sani, 1982).

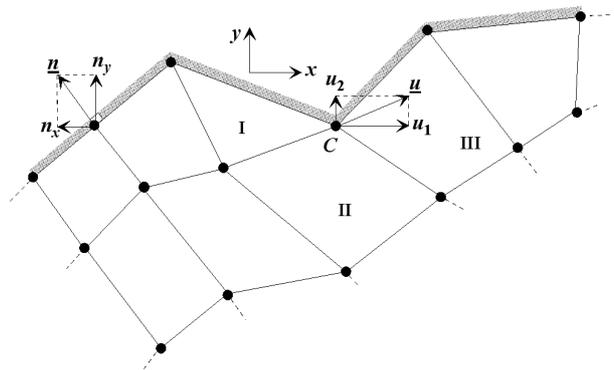


Fig. 1. Coordinates Description and Unit Vector Components at Boundary Wall

$$u_n = n_x u_1 + n_y u_2 \quad (3)$$

$$u_t = -n_y u_1 + n_x u_2 \quad (4)$$

따라서 벽면에서의 접선방향 유속이 존재하는 활동조건을 이용하는 경우 Eq. (3)에서 $u_n = 0$ 이 부여되며, 무활조건을 적용하는 경우에는 $u_t = u_n = 0$ 을 부여한다.

물리적 경계면에서의 유체운동에 대한 가정은 동수역학 흐름해석에 있어서 매우 중요하다. 고체 경계면에서 유체의 유속은 법선방향과 접선방향 성분으로 구분할 수 있으며, 유체는 고체벽을 통과할 수 없으므로 경계면에서의 법선방향 유속은 0의 값을 갖는다. 접선방향의 유속은 부분활동조건으로 일반화하여 접선방향 유속($u_s t$) 성분이 접선점성응력(tangential viscous stress) 및 활동길이(slip length, b)에 비례한다는 식으로 표현할 수 있다.

$$\underline{u}_s \cdot \underline{t} = -\frac{b}{\nu} \underline{t} \cdot (\underline{\tau} \cdot \underline{n}) \quad (5)$$

Fig. 2에 제시된 바와 같이 $\underline{n} = (n_x, n_y)$ 와 $\underline{t} = (-n_y, n_x)$ 는 경계면에서 수직 및 평행한 단위벡터, ν 는 동점성계수, $\underline{u}_s = (u_{s1}, u_{s2})$ 는 고체경계면에서의 직교좌표계 방향 유속, b 는 경계면에서부터 외삽에 의해 유속이 0이 되는 지점까지의 법선방향 거리로 정의되는 활동길이이다. 접선점성응력은 다음과 같이 정의된다.

$$\underline{\tau} = \nu \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} & 2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (6)$$

경계면을 관통하는 유속이 존재하지 않는다는 불투수조건을 부여하기 위해 다음의 식을 이용한다.

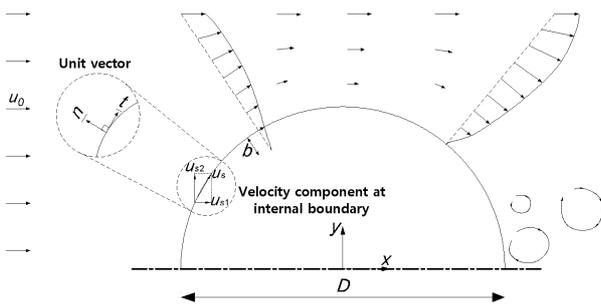


Fig. 2. Velocity Components and Slip Length (b) at Internal Boundary

$$\underline{u}_s \cdot \underline{n} = 0 \quad (7)$$

Eqs. (5) and (7)은 다음과 같이 풀어서 쓸 수 있다.

$$u_{s1} n_y - u_{s2} n_x = \frac{b}{\nu} \underline{t} \cdot (\underline{\tau} \cdot \underline{n}) \quad (8)$$

$$u_{s1} n_x + u_{s2} n_y = 0 \quad (9)$$

Eqs. (8) and (9)에 각각 n_y 와 n_x 를 곱하고 $n_x^2 + n_y^2 = 1$ 조건을 이용하여 이 두 식을 더하면 경계면에서의 x -방향 접선유속성분(u_{s1})은 다음과 같이 표현된다 (Parvazinia et al., 2006).

$$u_{s1} = -b n_y \left[2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) n_x n_y + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) (n_y^2 - n_x^2) \right] \quad (10)$$

마찬가지로 경계면에서의 y -방향 접선유속성분(u_{s2})은 다음과 같이 표현된다.

$$u_{s2} = b n_x \left[2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) n_x n_y + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) (n_y^2 - n_x^2) \right] \quad (11)$$

활동길이(b)가 커질수록 경계면에서 마찰력은 작아지며 유속은 증가하게 된다. 무활조건은 부분활동조건의 특수한 경우로 활동길이에 0이 입력된 것으로 간주할 수 있으며, 별도의 활동길이를 입력하지 않는 경우에는 완전활동조건에 해당한다.

부분활동 경계조건을 적용하기 위한 수치계산 알고리즘을 Fig. 3에 수록하였다. 모든 절점에 0의 유속과 일정한 수심이 부여되는 정수압 초기조건을 가정하고 등매개변수요소에 의해 좌표축을 자연좌표계로 변형하여 경계면에서의 접선 및 법선벡터를 Eqs. (1) and (2)를 이용하여 계산한다. 입력된 요소 및 절점 정보와 모의조건에 의해(Seo and Song (2010) Fig. 2 참조) 내부경계면에 해당하는 절점을 읽어 들이고 활동길이(b)를 부여하면 Eqs. (10) and (11)에 의해 내부 경계절점에서의 유속이 할당된다. 이상의 초기조건 및 경계조건을 입력하여 지배방정식을 풀게 되면 종횡방향 유속과 수심을 구할 수 있으며 이 결과와 이전 반복에서 계산된 값의 변화량이 정해진 허용범위(수심의 경우 10^{-6} m)보다 크면 구해진 유동장을 반영하여 다시 부분활동조건을 계산하여 경계조건에 반영하고 위의 과정을 재수행하여 허용범위 보다 작게 될 때까지 반복하여 수렴된 유속장을 얻는 구조이다.

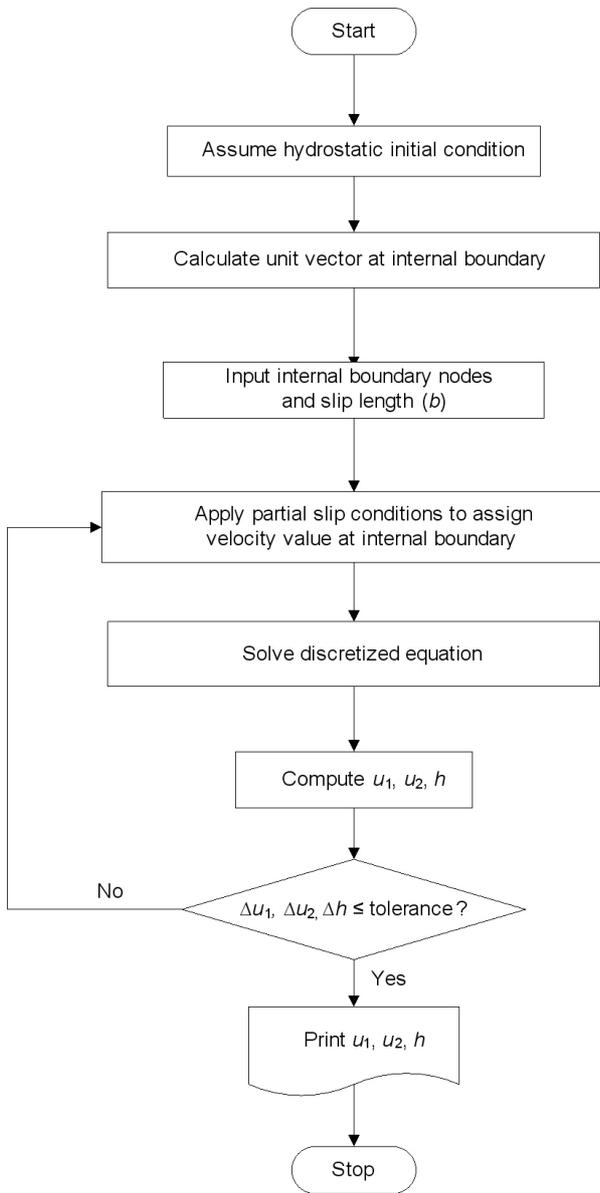


Fig. 3. Flow Chart for Assignment of Internal Boundary Condition

3. 계산모형

본 연구에서 인용하거나 이와 유사한 연구의 경우 대부분 Navier-Stokes 방정식이나 이의 변형된 형태인 유동-와도 방정식(stream-vorticity equation)과 같은 방정식을 기반으로 하여 내부 구조물을 포함하는 층류흐름 해석을 수행하였다. 그러나 Zienkiewicz and Heinrich (1979)가 제시한 바와 같이 정수압 가정, 연직방향으로 균등한 유속분포 가정 및 Boussinesq 가정을 통해 Navier-Stokes 방정식의 압력과 천수방정식의 수심이 상호 대응되는 관계로 두 방정식은 유사성을 지니므로, Yulistiyanto et al. (1998), Zhou

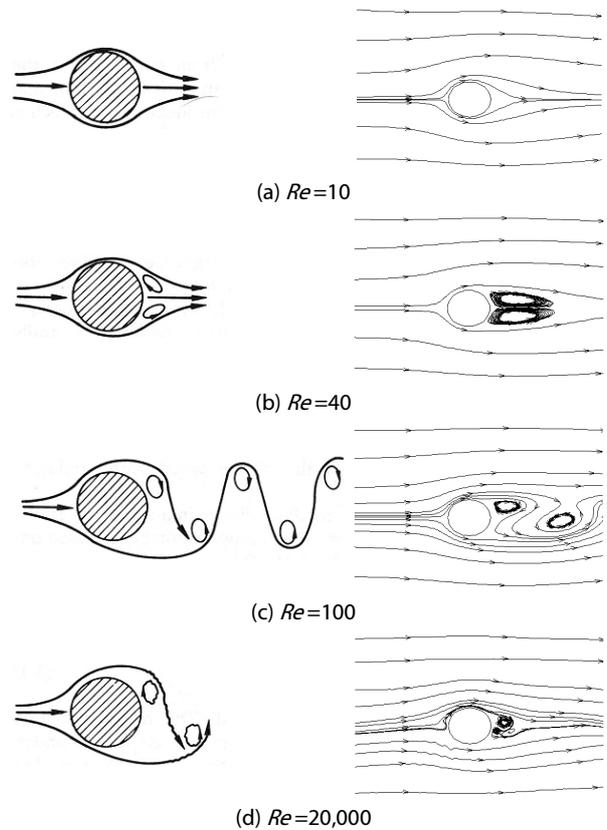


Fig. 4. Streamline Configuration Around Circular Cylinder by Re Number (Left: Lienhard (1966), Right: This study)

(2002), Negretti (2003), Chan et al. (2006), Liang et al. (2007), 및 Liang et al. (2008) 등의 연구와 같이 수심평균된 천수흐름 해석모형을 실린더 부근의 유속장과 와류 구조를 해석하기 위해 적용한 연구도 다수 존재한다. 따라서 본 연구에서는 내부 경계조건에 따른 원형 실린더 후면에서의 층류 흐름 특성을 해석하기 위해 다음과 같은 천수방정식을 지배방정식으로 이용하였다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \nabla \cdot \underline{u} + \underline{u} \cdot (\nabla h) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + (\underline{u} \cdot \nabla) \underline{u} = -g \nabla (H+h) + \frac{1}{h} \nabla \cdot (h \nu \nabla \underline{u}) - \frac{gn^2}{h^{4/3}} \underline{u} \parallel \underline{u} \parallel \quad (13)$$

위 식에서 h 는 수심, $\underline{u} = (u_1, u_2)$ 은 중력방향 수심평균 유속, g 는 중력가속도, n 은 하상의 거칠기 정도를 나타내는 조도계수, H 는 기준선으로부터 하상까지의 거리, ν 는 동점성계수를 나타낸다. 본 연구에서는 질량보존방정식인 Eq. (12)는 Galerkin법, 운동

량보존방정식인 Eq. (13)은 SU/PG 기법으로 이산화하였다. 수학적 모형의 유도과정 및 지배방정식의 구성은 Seo and Song (2010)에 기술되어 있고, SU/PG 기법을 이용한 수치모형의 구성에 대한 내용은 Song and Seo (2012)의 연구와 동일하므로 생략하였다.

이상유체가 아닌 실제 유체의 흐름을 해석하는 경우 유체의 점성효과에 의해 마찰전단응력이 발생하게 되며 마찰의 영향이 미치는 영역인 경계층이 존재하게 된다. 특히, 실제 유체가 장애물 주변을 흐르는 경우 관성력에 의해 경계면 후면에서 유선이 급선회할 수 없으므로 박리(separation) 현상이 발생하게 된다. 이와 같이 유체 흐름 내에 존재하는 내부 경계면에 의해 발생하는 마찰전단응력 및 박리현상은 상류단 유속(u_0), 실린더 직경(D) 및 동점성계수(ν)로 정의되는 Re 수에 따라 결정된다. Fig. 4는 기존 문헌 Lienhard (1966)에 제시된 Re 수에 따른 실린더 주변에서의 유선 형상을 본 연구에서 개발한 모형이 잘 재현할 수 있는지를 검토하기 위한 것이다. 박리현상이 전혀 발생하지 않는 $Re=10$ 인 경우, 실린더 후면에 대칭인 후류(wake)가 발생하는 $Re=40$ 인 경우, 층류특성을 가지는 교차하는 와류열(vortex street)이 발생하는 $Re=100$ 인 경우, 완전한 난류 특성을 가지는 와류열이 발생하는 $Re=20,000$ 인 경우 모두 실린더 후면에서의 박리특성과 와류 형상이 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 본 연구에서는 실린더 후면에서 교차하는 와류열에 의해 층류가 발생하고, 다양한 흐름특성인자를 기존 연구자의 결과와 비교하여 정량적으로 분석할 수 있는 $Re=100$ 이하의 저레이놀즈 수의 경우에 국한하여 분석을 수행하였다.

4. 내부 경계조건에 따른 흐름 특성

4.1 수치모의 조건

본 연구에서는 내부 경계면에서의 접선방향 유속이 존재하는 완전활동조건, 부분활동조건, 그리고 벽면에서 유속이 없는 무활조건에 따른 실린더 후면에서 중형방향 유속 및 와도의 시간에 따른 변화 양상, 활동길이에 따른 와류열 형상, 내부 경계조건에 따른 질량보존율 등을 해석하기 위해 Table 1과 같은 수치모의 조건을 구성하였다. 수로의 폭(W)과 길이(l)는 각각 7.04 m와 6.71 m, 실린더 직경(D) 0.22 m, 상류단 유속(u_0) 0.1 m/s, 하류단 수심(h_0) 0.5 m, 매끄러운 표면 조건을 부여하기 위한 조도계수는 0.012로 설정하였다. 수치모의를 위한 시간간격은 $\Delta t u_0 / D = 0.0227$ 로 하여 와류 진동(vortex shedding)의 주기 당 280회의 계산이 수행 되도록 하였다. 또한 관성력과 점성력의 비율로 정의되는 무차원수인 Re 수는 20, 40, 80, 100의 조건으로 구성하였다. 경계면에서의 유속의 크기는 활동길이(b)로 결정되어 $b = \infty$ 인 경우에는 완전활동조건, $b = 0.0$ 인 경우에는 무활조건, 이외의 값인 경우 부분활동조건을 의미하며, 무활 및 완전활동조건을 포함하여 총 5개의 활동

길이를 고려하였다.

Beaudan and Moin (1994)이 지적한 바와 같이 실린더 표면의 절점이 생긴 경우 항력계수와 St 수가 과소 산정될 수 있으므로 Fig. 5와 같이 실린더 표면의 절점수를 30개로부터 180개까지

Table 1. Computational Domain and Simulation Conditions

Attribute	Symbol	Value
Channel width	W	7.04 m
Channel length	l	6.71 m
Cylinder diameter	D	0.22 m
Upstream velocity	u_0	0.1 m/s
Downstream water depth	h_0	0.5 m
Manning coeff.	n	0.012
Time step	$\Delta t u_0 / D$	0.0227
Re number	Re	20, 40, 80, 100
Slip length ($\times 10^{-3}$)	b/D	0, 4.5, 14, 18, ∞

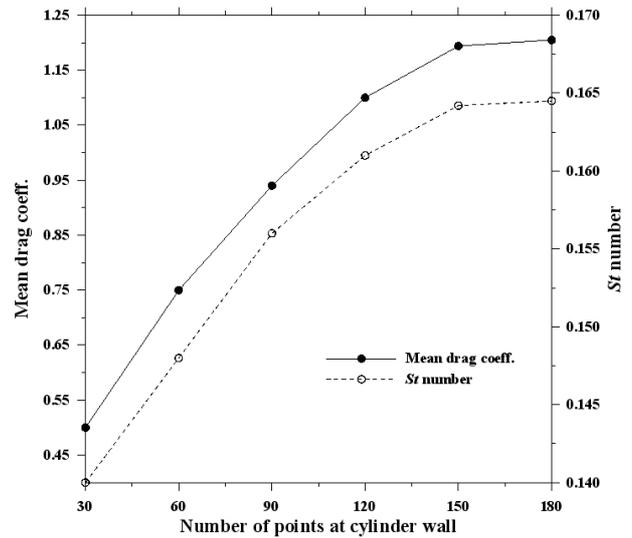


Fig. 5. Convergence of Mean Drag Coefficient and St Number to Check Mesh Dependency

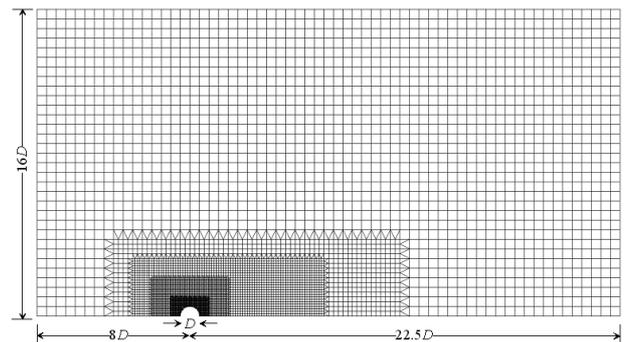


Fig. 6. Mesh Layout

변화시키면서 요소수의 증가에 따른 항력계수와 St 수의 수렴 정도를 확인하였다. 여기서 St 수는 교호적으로 발생하는 와류열의 특성을 표현하기 위한 무차원 수로 와류열의 진동 주기를 f 라 할 경우 $St = fD/u_0$ 로 표현되며, 본 연구에서는 유한요소망과 수치모의 결과의 의존도를 평가하기 위한 지표로 이용되었다. 실린더 표면의 절점을 180개로 구성한 요소망을 이용하는 경우 평균 항력계수와 St 수가 수렴하므로 이에 의한 Fig. 6과 같은 요소망을 수치모의에 이용하였다. 이 요소망은 14,143개의 절점과 14,778개의 삼각 및 사각 요소로 구성되며 내부 경계조건을 정확하게 재현하기 위해 실린더 부근에서는 조밀하게 구성하였다. 또한 측벽 경계와 상하류단 경계가 모의 결과에 영향을 미치지 않도록 충분히 이격되어 있어야 하므로 Behr et al.(1995)이 제시한 측벽으로부터 $16D$, Tezduyar and Shih (1991) 및 Behr et al.(1991)이 제시한 상류단으로부터 $8D$, 하류단으로부터 $22.5D$ 만큼 떨어져서 실린더가 위치하도록 모의영역을 설계하였다. 이상의 수치모의 조건과 지형 격자망은 Seo and Song (2012)에서 제시된 것과 동일하나 Seo and Song (2012)에서는 다양한 Re 수와 활동길이에 따른 실린더 원주에서의 종횡방향 유속, 수심 및 와도 분포와 활동길이에 따른 항력계수, 양력계수 및 St 수의 변동 양상 등의 정량적인 분석에 치중한 반면, 본 연구에서는 실린더 후면에서의 종횡방향 유속 및 와도의 시간에 따른 변화 양상, 후류길이, 활동길이에 따른 와류열의 변화와 질량보존을 비교 등에 초점을 맞추어 기술하였다.

4.2 실린더 후면의 층류 흐름 분석

Re 수에 따른 실린더 후면에서의 시간평균된 재순환 길이(L)를 무차원화하여 Fig. 7에 수록하였다. 이 그림에서 본 연구에 의해 계산된 재순환 길이가 기존 연구결과와 잘 일치하며 특히 Ha Minh (1979)와 Braza (1981)에 의한 결과와 Dennis and Chang (1970)에 의한 결과의 평균에 가까운 값을 가짐을 알 수 있다. Re 수가 증가함에 따라 재순환영역이 점차 팽창하여 커지게 되며 가로축인 Re 수와 세로축인 L/D 가 선형에 가까운 관계를 보였다. 또한 $b/D=0.018$ 에 의해 구성된 직선의 기울기가 무활조건 ($b/D=0.0$)인 경우에 비해 완만하였다. 이는 부분활동조건이 부여되는 경우 벽면 와도와 벽면 전단력이 감소하여 재부착점(reattachment point)이 실린더의 후방 정체점(rear stagnation point) 방향으로 이동하였기 때문이다.

Fig. 8은 실린더 좌측과 우측에서 생성된 와류가 하류로 전달되어 가는 특정 시간인 $tu_0/D = 138.6$ 와 $tu_0/D = 142.0$ 에서의 와도의 순간포착 형상을 도시한 것이다. 이 두 그림에서 실린더 후면에서 와도가 교호적으로 발달함을 알 수 있으며 실선으로 표시된 무활조건과 점선으로 표현된 부분활동조건에 의한 와도분포를 비교해보면 위상차와 진폭차가 발생함을 알 수 있다. 부분활동조건은 실린더

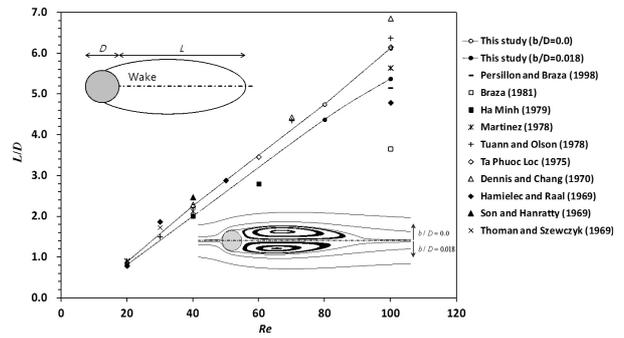


Fig. 7. Comparison of Time-Averaged Wake Length

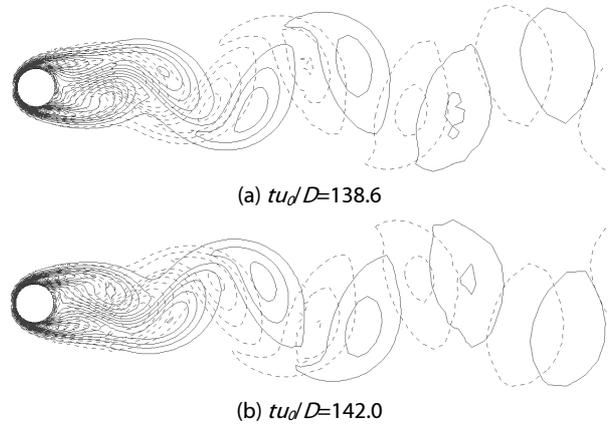
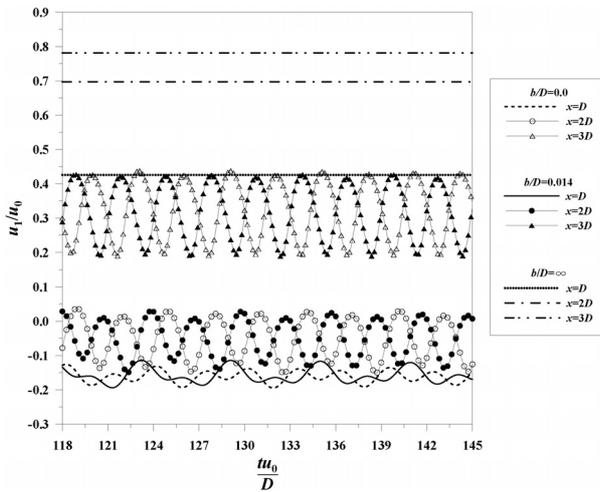


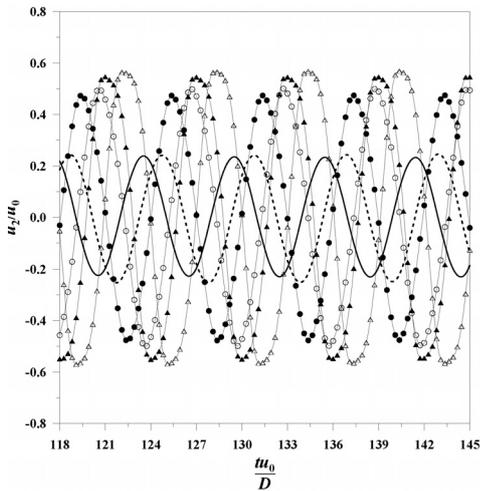
Fig. 8. Comparison of Vorticity Distribution (Solid Line: $b/D=0.0$; Dotted Line: $b/D=0.014$)

표면에서의 유속분포를 변화시키고 이는 전단력의 크기와 와도의 발생주기에 영향을 미치므로 무활조건을 부여한 경우와는 상이한 와류가 발생하는 것으로 판단된다.

구조물 후면 세 점 ($D, 0$), ($2D, 0$) 및 ($3D, 0$)에서의 시간에 따른 종횡방향 유속성분의 변화양상을 Fig. 9에 도시하였다. 종방향 유속분포를 나타낸 Fig. 9(a)의 경우 후류의 영향에 따라 종방향 유속의 특성이 3가지로 분류되었다. $b/D=0.0$ 및 0.014 의 경우 성긴 점선과 실선으로 표시된 바와 같이 ($D, 0$)점에서 역방향 흐름이 모든 시간에 걸쳐 나타났다. 속이 찬 동그라미와 빈 동그라미로 표현된 ($2D, 0$)점에서는 정방향 및 역방향 흐름이 교차하며 나타났다. 속이 찬 삼각형과 빈 삼각형으로 표현된 ($3D, 0$)점에서는 유속의 증감이 있지만 하류방향으로 향하는 흐름이 관찰되었다. 이를 바탕으로 비정상 모의 시의 후류 영역은 $2D < x < 3D$ 사이에서 종료됨을 알 수 있다. 한편 $b/D=0.0$ 과 0.014 의 경우를 비교해보면 활동길이 변화에 따라 진폭의 크기는 거의 동일하나 주기의 위상차는 시간이 경과하면서 점점 크게 발생하였다. 반면, 완전활동조건을 부여한 경우 와류열이 전혀 발생하지 않으므로 종방향 유속은 사인파의 형태가 아닌 정상상태와 같은 흐름이 나타났다.



(a) Longitudinal Velocity Distribution



(b) Transverse Velocity Distribution

Fig. 9. Time Variation of Velocity Components Behind the Cylinder

이 경우 박리현상과 분리가 전혀 발생하지 않으므로 ($D, 0$)의 위치에서 실린더 방향이 아닌 하류로 향하는 유속이 나타났으며, 실린더에서 멀어질수록 큰 값을 가졌다. 횡방향 유속분포의 경우 (Fig. 9(b)) 와류진동(vortex shedding)의 교차에 의해 y 축에 대칭인 유속분포가 두드러졌으며, 무활조건과 부분활조건 간의 진폭과 위상차는 종방향 유속의 경우와 비슷한 양상을 나타냈다. 완전활동조건을 부여한 경우에는 와류열이 형성되지 않고 Fig. 4(a)와 같은 완전한 층류흐름이 발생하여 횡방향 유속이 0의 값을 가지므로 그림에 도시하지 않았다.

구조물 후면에서 무차원화된 와도의 시간에 따른 변화양상을 Fig. 10에 도시하였다. 와도의 경우 무활조건과 부분활조건에 의한 상대적인 진폭의 차이는 실린더 전면으로 근접할수록 크게 나타났으며, $x = 2D$ 에서 가장 큰 와도가 나타났다. 이는 상술한

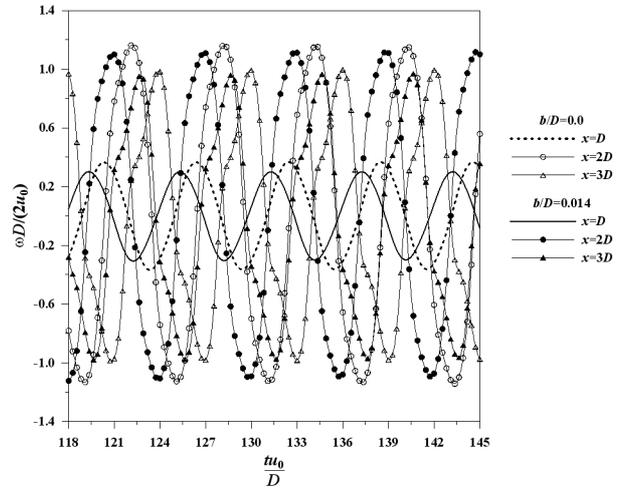


Fig. 10. Time Variation of Vorticity Behind the Cylinder

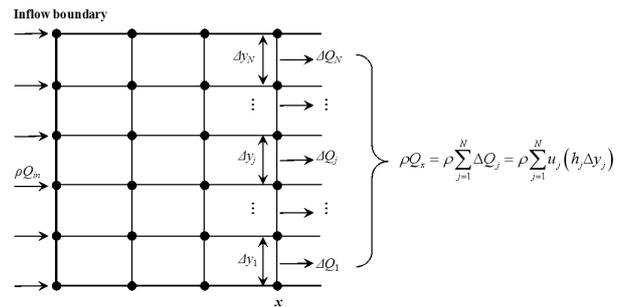


Fig. 11. Mass Flux Concept to Check the Mass Conservation

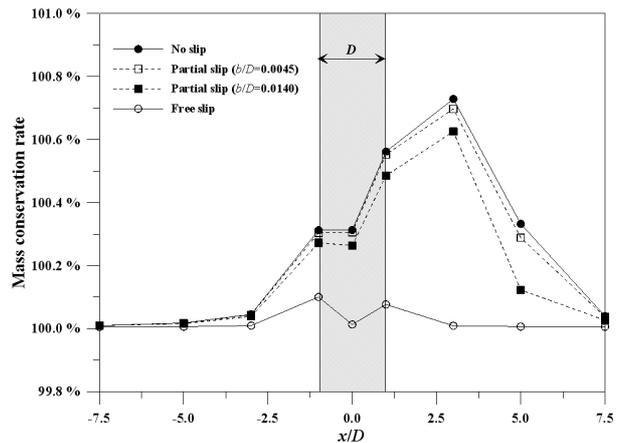


Fig. 12. Mass Conservation Rate Near the Cylinder

바와 같이 후류 영역이 $2D < x < 3D$ 사이에서 종료되므로 와류의 크기가 $x = 3D$ 이후에서는 감소하기 때문이다.

내부경계조건에 따른 실린더 전후면에서의 질량보존율을 계산하여 무활, 부분활동, 완전활동 조건이 질량보존율에 미치는 영향을 분석하였다. 수치모의를 통해 구한 절점에서의 유속 및 수심의

평균값 u_j 및 h_j 를 바탕으로 Fig. 11과 같이 수로 폭을 걸친 특정 측선을 통과하는 유량(Q_x)을 계산하고, 여기에 밀도(ρ)를 곱한 질량 플럭스 개념을 이용하였으며, 유입경계면에 부여된 유량(Q_{in})에 의한 질량플럭스를 기준으로 $\rho Q_x / \rho Q_{in}$ 에 의해 산정하였다. Fig. 12는 실린더 전후면 $|x/D| \leq 7.5$ 의 범위에서 내부경계조건에 따른 질량보존율을 도시한 것이다. 4가지 내부경계조건 모두 실린더로부터 멀어질수록 질량보존율이 100.0%에 매우 근사하였다. 실린더 후면에서는 내부경계조건에 따라 질량보존율의 차이가 보다 두드러졌으며, 최대 질량보존 오차는 무활조건을 적용한 경우의 0.73%로 나타났다. 그리고 무활조건에 비해 부분활조건을 부여한 경우의 오차율이 감소하였으며, $b/D=0.0140$ 의 활동길이를 부여한 경우 무활조건에 비해 최대 0.21% 오차율이 감소하였다. 완전활조건을 부여한 경우 실린더 표면에서의 마찰전단응력과 박리현상이 고려되지 않아 오히려 질량보존 측면에서는 가장 정확한 결과(최대 오차 0.1% 이내)를 나타냈다.

5. 결론

물리적 경계면에서의 유체운동에 대한 가정은 동수역학 흐름 해석에 있어서 매우 중요하다. 고체 경계면에서 유체의 유속은 법선방향과 접선방향 성분으로 구분할 수 있으며, 접선방향 유속성분에 대해서는 무활조건이 통상적으로 수용되었다. 하지만 기존의 천수 흐름 해석 상용모형에서는 내부 경계조건을 단순히 완전활조건으로 가정하여 유체의 흐름을 해석함으로써 구조물 주위에서의 유속, 와도 및 수위 등을 올바르게 해석하지 못하였다. 또한 최근 관측 기술의 급속한 발전에 힘입어 마이크로 유동, 저점성 흐름, 고전단 흐름 등의 특수한 상황에서는 고체 경계면에서 접선방향으로 0이 아닌 미약한 유속이 존재함이 밝혀져 기존에 통상적으로 적용되었던 무활조건이 성립되지 않는다.

본 연구에서는 접선방향 유속이 존재하는 완전활조건 및 부분활조건과 유속이 없는 무활조건을 모두 고려하기 위해 내부경계조건을 활동길이를 이용한 부분활조건으로 일반화하여 중형방향 유속 및 와도의 시간에 따른 변화 양상, 활동길이에 따른 와도 분포, 내부 경계조건에 따른 질량보존율 등을 해석하였다. 실린더 후면에서 교차하는 와류열에 의해 층류가 발생하고, 다양한 흐름특성인자를 기존 연구자의 결과와 비교하여 정량적으로 분석할 수 있는 $Re=100$ 이하의 저레이놀즈 수의 경우에 국한하여 분석을 수행하였다. Re 수가 증가함에 따라 실린더 후면에서의 시간평균된 재순환 영역이 점차 팽창하여 선형에 가까운 관계를 보였으며 부분활조건을 적용한 경우 벽면에서의 와도와 전단력이 감소하여 재부착점이 실린더의 후방 정체점 방향으로 이동하므로 무활조건을 적용한 경우에 비해 재순환 길이가 짧게 나타났다. 완전활동조

건을 부여한 경우에는 와류열이 전혀 형성되지 않고 완전한 층류흐름이 발생하였다. 부분활조건을 입력한 경우 실린더 표면에서의 유속분포가 변화되어 전단력의 크기와 와도의 발생주기에 영향을 미치므로 무활조건을 부여한 경우에 비해 와류열의 발생 주기가 짧아졌다. 특정 측선을 통과하는 유량에 밀도를 곱한 질량 플럭스 개념을 이용하여 내부경계조건에 따른 질량보존율을 검토한 결과 최대 질량보존 오차는 무활조건을 적용한 경우의 0.73%로 나타났으며, 부분활조건을 부여한 경우 무활조건에 비해 최대 0.21% 오차율이 감소하였다. 본 연구결과 및 Seo and Song(2012)의 결과를 바탕으로 판단컨대 원형실린더 주변의 요소망을 방사형으로 구성하는 경우 실린더 표면으로부터 가장 가까운 요소망까지의 법선방향 길이를 활동길이로 설정하면 수치적으로 안정적이고 다양한 흐름특성인자를 보다 정확하게 구현할 수 있는 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 건설교통기술촉진연구사업 기술사업화 과제(과제명: 하천흐름 및 지표수 분석모형의 실용화)와 건설기술 혁신사업(11기술혁신C06)의 연구비지원에 의해 수행되었습니다. 본 연구는 서울대학교 공학연구소 및 건설환경종합연구소의 지원으로 수행되었습니다.

References

- Beaudan, P. and Moin, P. (1994). *Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at subcritical Reynolds number*, Report TF-62, Stanford University.
- Behr, M., Hastreiter, D., Mittal, S. and Tezduyar, T. E. (1995). "Incompressible flow past a circular cylinder: Dependence of the computed flow field on the location of the lateral boundaries." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 123, pp. 309-316.
- Behr, M., Liou, J., Shih, R. and Tezduyar, T. E. (1991). "Vorticity-stream function formulation of unsteady incompressible flow past a cylinder: sensitivity of the computed flow field to the location of the outflow boundary." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 12, pp. 323-342.
- Braza, M. (1981). *Simulation numérique du décollement instationnaire externe par une formulation vitesse-pressure: Application à l'écoulement autour d'un Cylindre*, Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse, France.
- Chan, F. C., Ghidaoui, M. S. and Kolyshkin, A. A. (2006). "Can the dynamics of shallow wakes be reproduced from a single time-averaged profile?" *Physics of Fluids*, 18, 048105.
- Daniello, R. J., Waterhouse, N. E. and Rothstein, J. P. (2009). "Drag reduction in turbulent flows over superhydrophobic surfaces." *Physic of Fluids*, 21, 085103.

- Dennis, S. C. R. and Chang, G. (1970). "Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 42, pp. 471-489.
- Engelman, M. S. and Sani, R. L. (1982). "The implementation of normal and/or tangential boundary conditions in finite element codes for incompressible fluid flow." *International Journal for Numerical Methods in Fluid*, Vol. 2, pp. 225-238.
- Ha Minh H. (1979). *Application de la méthode implicite des directions alternées (ADI) à la résolution des équations de Navier-Stokes autour d'un cercle*, Report M3-25, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- Hamielec, A. and Raal, J. (1969). "Numerical studies of viscous flow around circular cylinders." *Physics of Fluids*, Vol. 12, pp. 11-17.
- Hron, J., Roux, C. L., Málek, J. and Rajagopal, K. R. (2008). "Flows of incompressible fluids subject to Navier's slip on the boundary." *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 56, pp. 2128-2143.
- Liang, Q., Zang, J., Borthwick, A. G. L. and Taylor, P. H. (2007). "Shallow flow simulation on dynamically adaptive cut cell quadtree grids." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 53, pp. 1777-1799.
- Liang, S. J., Tang, J. H. and Wu, M. S. (2008). "Solution of shallow-water equations using least-squares finite-element method." *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 24, pp. 523-532.
- Lienhard, J. H. (1966). *Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders*, Bulletin 300, Washington State University.
- Liu, H., Zhou, G. J. and Burrows, R. (2009). "Lattice Boltzmann model for shallow water flows in curved and meandering channels." *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 23, No. 3, pp. 209-220.
- Martinez, G. (1978). *Caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à nombre de Reynolds modéré*, Thèse de Docteur-Ingénieur, Institute National Polytechnique de Toulouse, France.
- Negretti, M. E. (2003). *Analysis of the wake behind a circular cylinder in shallow water flow*, Master-Thesis, Trento University, Italy.
- Niavarani, A. and Priezjev, N. V. (2009). "The effective slip length and vortex formation in laminar flow over a rough surface." *Physics of Fluids*, 21, 52105.
- Niavarani, A. and Priezjev, N. V. (2010). "Modeling the combined effect of surface roughness and shear rate on slip flow of simple fluids." *Physical Review E*, 81, 011606.
- Parvazinia, M., Nassehi, V., Wakeman, R. J. and Ghoreishy, M. H. R. (2006). "Finite element modelling of flow through a porous medium between two parallel plates using the Brinkman equation." *Transport in Porous Media*, Vol. 63, pp. 71-90.
- Persillon, H. P. and Braza, M. (1998). "Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 365, pp. 23-88.
- Pinder, G. F. and Gray, W. G. (1977). *Finite element simulation in surface and subsurface hydrology*, ACADEMIC PRESS, pp. 275-283.
- Seo, I. W. and Song, C. G. (2010). "Development of 2D Finite Element Model for the Analysis of Shallow Water Flow." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 30, No. 2B, pp. 199-209 (in Korean).
- Seo, I. W. and Song, C. G. (2012). "Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder with slip conditions." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, pp. 1538-1560.
- Son, J. S. and Hanratty, T. J. (1969). "Numerical solution for the flow around a circular cylinder at Reynolds numbers of 40, 200 and 500." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 35, pp. 369-386.
- Song, C. G. and Seo, I. W. (2012). "Numerical Simulation of Convection-dominated Flow Using SU/PG Scheme." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 32, No. 3B, pp. 175-183 (in Korean).
- Ta Phuoc Loc. (1975). "Étude numérique de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible autour d'un cylindre fixe ou en rotation, Effet Magnus." *Journal of Mécanics*, Vol. 14, pp. 109-134.
- Tezduyar, T. E. and Shih, R. (1991). "Numerical experiments on downstream boundary of flow past cylinder." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, pp. 854-871.
- Thoman, D. C. and Szewczyk, A. A. (1969). "Time-dependent viscous flow over a circular cylinder." *Physics of Fluids*, Vol. 12(II), pp. 76-86.
- Tophøj, L., Møller, S. and Brøns, S. (2006). "Streamline patterns and their bifurcations near a wall with Navier slip boundary conditions." *Physics of Fluids*, 18, 083102.
- Tuann, S. Y. and Olson, M. (1978). "Numerical studies of the flow around a circular cylinder by a finite-element method." *Computers and Fluids*, Vol. 6, pp. 219-240.
- Yulistiyanto, B., Zech, Y. and Graf, W. H. (1998). "Flow around a cylinder: Shallow-water modeling with diffusion-dispersion." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 124, No. 4, pp. 419-429.
- Zhou, J. G. (2002). "A lattice Boltzmann model for the shallow water equations." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, pp. 3527-3539.
- Zienkiewicz, O. Z. and Heinrich, J. C. (1979). "A unified treatment of steady-state shallow water and two-dimensional Navier-Stokes equations-finite element penalty function approach." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 17-18, Part 3, pp. 673-698.