

## 배수구조를 기반으로 한 Clark 모형의 재해석

박상현\* · 김주철\*\* · 정동국\*\*\* · 정관수\*\*\*\*

Park, Sang Hyun\*, Kim, Joo Cheol\*\*, Jeong, Dong Kug\*\*\*, Jung, Kwan Sue\*\*\*\*

## Re-Analysis of Clark Model Based on Drainage Structure of Basin

### ABSTRACT

This study presents the width function-based Clark model. To this end, rescaled width function with distinction between hillslope and channel velocity is used as time-area curve and then it is routed through linear storage within the framework of not finite difference scheme used in original Clark model but analytical expression of linear storage routing. There are three parameters focused in this study: storage coefficient, hillslope velocity and channel velocity. SCE-UA, one of the popular global optimization methods, is applied to estimate them. The shapes of resulting IUHs from this study are evaluated in terms of the three statistical moments of hydrologic response functions: mean, variance and the third moment about the center of IUH. The correlation coefficients to the three statistical moments simulated in this study against these of observed hydrographs were estimated at 0.995 for the mean, 0.993 for the variance and 0.983 for the third moment about the center of IUH. The shape of resulting IUHs from this study give rise to satisfactory simulation results in terms of the mean and variance. But the third moment about the center of IUH tend to be overestimated. Clark model proposed in this study is superior to the one only taking into account mean and variance of IUH with respect to skewness, peak discharge and peak time of runoff hydrograph. From this result it is confirmed that the method suggested in this study is useful tool to reflect the heterogeneity of drainage path and hydrodynamic parameters. The variation of statistical moments of IUH are mainly influenced by storage coefficient and in turn the effect of channel velocity is greater than the one of hillslope velocity. Therefore storage coefficient and channel velocity are the crucial factors in shaping the form of IUH and should be considered carefully to apply Clark model proposed in this study.

**Key words :** Width function, SCE-UA, Storage coefficient, Hillslope velocity, Channel velocity

### 초록

본 연구에서는 유역의 배수구조를 설명할 수 있는 폭 함수 기반의 Clark 모형을 제안하였다. 시간-면적곡선으로는 지표면과 하천에 대하여 개별적인 동수역학적 특성을 적용한 재조정된 폭 함수를 이용하였다. 선형저수지 추적의 경우 기존의 Clark 모형과 같이 차별화된 형태가 아니라 해석식을 적용하여 수행하였다. 본 연구에서 고려한 주요한 매개변수들로는 지표면평균이송속도 및 하천평균이송속도와 저류상수를 들 수 있다. 실제 매개변수의 추정 과정에는 전역최적화 기법 중의 하나인 SCE-UA 기법을 적용하였다. 또한 Clark 모형으로부터 유도된 순간단위도의 형상은 원점에 대한 1차모멘트와 면적중심에 대한 2, 3차 모멘트로 구분하여 평가하였다. 관측 수문사상의 통계모멘트들과 본 연구에서 추정된 통계모멘트들의 상관계수는 1차모멘트의 경우 0.995, 2차모멘트는 0.993, 3차모멘트는 0.983로 산정되었다. 평균과 분산에 대해서는 추정값과 관측값이 대체로 일치하는 경향을 보여주었다. 그러나 추정된 3차모멘트에 대한 결과는 다소 과대 평가되는 경향을 나타내었다. 제안된 Clark 모형은 순간단위도의 형상을 평균과 분산만을 고려하여 적용한 방법보다 수문곡선의 왜곡 및 첨두좌표의 모의와 관련된 한계점을 개선하였다.

\* 정회원 · 금강유역환경청 측정분석과 환경연구사 ([pbaby75@korea.kr](mailto:pbaby75@korea.kr))

\*\* 정회원 · 충남대학교 국제수자원연구소 수석연구원 ([kjc@cnu.ac.kr](mailto:kjc@cnu.ac.kr))

\*\*\* 정회원 · 교신저자 · 한남대학교 건설시스템공학과 교수 (Corresponding Author · Hannam University · [dkjeong@hnu.kr](mailto:dkjeong@hnu.kr))

\*\*\*\* 정회원 · 충남대학교 토목공학과 교수 ([ksjung@cnu.ac.kr](mailto:ksjung@cnu.ac.kr))

Received June 17, 2013/ revised July 18, 2013/ accepted August 21, 2013

이러한 결과로부터 본 연구에서 제시한 방법론은 배수경로의 이질성과 동적매개변수들의 영향을 적절하게 반영할 수 있음을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 고려한 모멘트들의 변동성은 주로 저류상수의 영향이 크게 나타나고 있으며, 지표면평균이송속도보다는 하천평균이송속도가 크게 영향을 미치는 것을 확인할 수 있었다. 이로부터 저류상수와 하천평균이송속도가 Clark 모형으로부터 유도되는 순간단위도의 형상을 결정하는 데 지배적인 역할을 하는 것으로 확인되었다. 따라서 두 매개변수는 모형의 적용 과정에서 중요하게 고려되어야 할 것으로 판단된다.

**검색어** : 폭 함수, SCE-UA, 저류상수, 지표면평균이송속도, 하천평균이송속도

## 1. 서론

Nash(1959)에 의하여 모멘트법이 제시된 이래 순간단위도의 통계학적 모멘트는 강우-유출 응답과정을 해석하기 위한 주요한 특성매개변수로 이용되어 왔다. Rinaldo et al.(1991)은 Strahler의 치수법칙을 기반으로 유역 내 배수경로의 이질성(heterogeneity)에 대한 분석을 통하여 순간단위도의 2차 모멘트(분산)에 대한 체계적인 접근방법을 제시하였다. 이후 GIS의 발전과 함께 이들은 격자를 기반으로 한 배수구조의 이질성과 결합하여 순간단위도의 2차 모멘트를 정량화할 수 있는 개념으로 발전하였다(Di Lazzaro, 2009).

Botter and Rinaldo(2003)는 격자를 기반으로 한 수치실험을 배경으로 지표면유동과 하천유동의 상호 작용이 순간단위도의 왜곡도(skewness) 혹은 3차 모멘트의 거동을 지배하는 주요한 특성이 될 수 있음을 지적한 바 있다. 특히 이들은 자연유역의 폭 함수(width function)가 양자의 상호작용에 따라 왜곡도가 역전된 형태의 응답 함수로 변화하는 과정을 예시한 바 있는데, 본 연구는 이 점에 주목하여 출발하게 되었다. 즉 본 연구에서도 지표면유동과 하천유동의 상호작용에 따른 순간단위도의 통계학적 모멘트들에 대한 물리적 접근을 수행할 수 있는 모형을 제안하고자 하는 것이다. 본 연구에서는 이러한 제반사항을 적용할 수 있는 도구로 Clark 모형을 선정하였다.

Clark 모형은 국내에서도 많은 적용과 연구가 수행되고 있으나 대부분 매개변수 추정과 경험식 개발에 집중되어 있다(Yoo, 2009). Yoon and Hong(1995)는 유역평균유속을 산정하여 시간-면적곡선을 간단히 구성할 수 있는 방법을 개발하였고, 매개변수를 미세측 유역에서 쉽게 산정할 수 있도록 단순 회귀식을 유도하였다. Seong(1999)은 시간-면적곡선을 해석적인 방법으로 유도하였으며 도달시간은 지형학적 자기상사성, 저류상수는 유역에 대한 시간 특성의 상사성 공식을 이용하여 추정하였다. Jeong and Bae(2003)는 시간-면적곡선을 GIS 기법을 이용하여 산정 할 수 있는 방법을 제안하였고 유출해석에 미치는 영향을 검토하였다. Yoon et al.(2005)은 영향력이 높은 유역의 특성인자를 이용한 Clark 합성 단위도의 매개변수의 회귀식을 유도하였다. Lee et. al.(2009)은 공간적으로 분포된 강우자료의 모의기능을 추가한 Modified Clark

방법을 이용하여, 크리깅 방법에 의해 공간 분포된 강우를 층주덱 유역에 적용하였다. 이 연구에서 적용된 Modified Clark 방법은 격자별 유하거리를 산정하고 유역출구까지의 도달시간은 격자별로 고유하게 산정된다. 그러나 격자별 도달시간 산정을 위한 유속은 유역 전체를 동일하게 가정하여 적용하게 된다. Yoo and Shin (2010)은 Nash 순간단위도의 구조를 이용하여 유역의 저류상수와 도달시간을 추정하는 경험적인 방법을 제시하였다. 이러한 연구들은 실무에서 효율적이고 신뢰성 있는 Clark 모형의 적용 등을 위하여 반드시 필요하지만, Clark 모형을 이용하여 정확한 강우-유출 해석을 위해서는 모형에 대한 근본적인 이해가 반드시 필요하다. 이러한 강우-유출 현상의 본질적인 특성에 접근하기 위해서는 Clark 모형의 이론적 근거인 순간단위도의 형상에 대한 정량적인 평가가 선행되어야 할 것으로 판단된다. 하지만 이에 대한 국내 연구사례는 찾아보기가 어려운 실정에 있다.

Park et. al.(2013)은 폭 함수를 기반으로 시간-면적곡선을 구성하고, 모멘트법의 원리에 따라 도달시간과 저류상수를 산정할 수 있는 방법론을 제시하였다. 또한 순간단위도의 형상을 정량적으로 계량하는 관계식을 제시한바 있다. 그러나 Park et. al.(2013)이 제안한 방법은 순간단위도의 형상을 평균과 분산만을 고려하여 적용한 것이고, 결과로 수문곡선의 왜곡되는 정도와 첨두유량이 대체로 과소평가 되는 한계점을 보여주었다.

따라서 본 연구에서는 유역의 배수구조를 설명할 수 있는 폭 함수 기반의 Clark 모형을 제안하고, 시간-면적곡선으로는 지표면과 하천에 대하여 개별적인 동수역학적 특성을 적용한 제조정된 폭 함수를 이용하고자 한다. 또한 선형저수지 추적의 경우 기존의 Clark 모형과 같이 차별화된 형태가 아니라 해석식을 적용하여 수행하고자 한다. 본 연구에서 제안된 모형을 기반으로 순간단위도의 형상을 정량적으로 계량할 수 있는 관계식을 제시하고자 한다. 이를 바탕으로 본 연구는 강우-유출 현상의 본질적인 특성에 접근할 수 있는 합리적인 수단을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 Clark 모형의 공식화

Clark(1945)은 시간-면적곡선을 선형저수지에 추적하여 순간

단위도의 개념을 제시하였고, 일반식은 시간-면적곡선  $w(t)$ 와 Eq. (1)과 같은 선형저수지  $f(t)$ 의 회선적분(convolution) 형태로 Eq. (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f(t) = \frac{1}{K} e^{-\frac{t}{K}}, \quad 0 < t < \infty \quad (1)$$

$$h(t) = \int_0^t w(\tau) f(t-\tau) d\tau \quad (2)$$

여기서  $h(t)$ 는 Clark의 순간단위도와  $K$ 는 저류상수이다. Clark 모형의 매개변수는 도달시간(time of concentration)  $T_c$ 와  $K$ 로 각각 선형수로 계열의 기저시간(base time)과 선형저수지의 평균체류시간으로 해석되어 진다.

### 2.2 Clark 모형의 통계모멘트

Eq. (2)로 정의되는 순간단위도의 주요한 통계모멘트들은 모멘트법의 원리로부터 다음과 같이 유도할 수 있다(Dooge, 1973; Singh, 1988).

$$M_1(h) = \bar{t} = \int_0^{T_c} t w(t) dt + K \quad (3)$$

$$M_2^u(h) = \sigma_t^2 = \int_0^{T_c} (t - \bar{t})^2 w(t) dt + K^2 \quad (4)$$

$$M_3^u(h) = \int_0^{T_c} (t - \bar{t})^3 w(t) dt + 2K^3 \quad (5)$$

여기서  $M_1(h)$ 는 원점에 대한 순간단위도  $h(t)$ 의 1차 모멘트이고  $M_2^u(h)$ ,  $M_3^u(h)$ 은 각각 면적 중심에 대한  $h(t)$ 의 2, 3차 모멘트이다. Lienhard(1964)의 통계물리학적 접근법에 따라 순간단위도는 무작위 추출한 강우입자의 유역 내 유하시간(travel time)의 확률밀도함수와 합동임이 명시적으로 입증된 바 있다(Rodriguez-Iturbe and Valdes, 1979). 이에 따라  $M_1(h)$ ,  $M_2^u(h)$ 는 각각 유하시간의 평균( $\bar{t}$ )과 분산( $\sigma_t^2$ )의 의미를 가지게 되고  $M_3^u(h)$ 는 유하시간 분포의 왜곡을 정량화하게 된다.

## 3. 유역 내 배수경로의 이질성을 고려한 Clark 모형의 제안

### 3.1 모형의 구성

Park et. al.(2013)이 제시한 과정을 기반으로 유역 내 배수경로를 지표면과 하천으로 구분하면, 시간-면적곡선은 재조정된 폭

함수로부터 산정될 수 있다. 임의의  $i$ 지점에서 유역 출구점까지 총 유하시간은 운동학적 특성인 지표면평균이송속도( $\bar{u}_h$ )와 하천 평균이송속도( $\bar{u}_c$ )를 적용하여 Eq. (6)과 같이 표현할 수 있다. 또한 재조정된 폭 함수  $w(t)$ 는 Eq. (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$t_i = \frac{L_{h_i}}{\bar{u}_h} + \frac{L_{c_i}}{\bar{u}_c} \quad (6)$$

$$w(t) = w\left(\frac{L_{h_i}}{\bar{u}_h} + \frac{L_{c_i}}{\bar{u}_c}\right) \quad (7)$$

여기서  $L_{h_i}$ 와  $L_{c_i}$ 는  $i$ 지점에서 유역의 출구 지점까지 지표면과 하천경로길이를 의미한다. 또한 주요한 통계모멘트들은 Eqs. (3)~(5)의 모멘트 법의 원리로부터 다음과 같이 유도할 수 있다. 이것은 유역의 지형특성과 연결하고 운동학적 특성 변화에 따라 순간단위도 행상을 합리적으로 평가할 수 있는 수단이 될 수 있음을 의미한다.

$$M_1(h) = \left(\frac{\bar{L}_h}{\bar{u}_h} + \frac{\bar{L}_c}{\bar{u}_c}\right) + K \quad (8)$$

$$M_2^u(h) = \left[ \frac{1}{\bar{u}_h^2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)^2 \right\} + \frac{1}{\bar{u}_c^2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{c_i} - \bar{L}_c)^2 \right\} \right] + K^2 + \frac{2}{\bar{u}_h \bar{u}_c} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)(L_{c_i} - \bar{L}_c) \right\} \quad (9)$$

$$M_3^u(h) = \left[ \frac{1}{\bar{u}_h^3} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)^3 \right\} + \frac{1}{\bar{u}_c^3} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{c_i} - \bar{L}_c)^3 \right\} \right] + 2K^3 + \frac{3}{\bar{u}_h^2 \bar{u}_c} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)^2 (L_{c_i} - \bar{L}_c) \right\} + \frac{3}{\bar{u}_h \bar{u}_c^2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)(L_{c_i} - \bar{L}_c)^2 \right\} \quad (10)$$

여기서  $\bar{L}_h$ 와  $\bar{L}_c$ 는 평균지표면경로길이와 평균하천경로길이를 나타낸다. Eqs. (9) and (10)을 적용하면, 왜곡은 Eq. (11)과 같이 정량화 시킬 수 있다.

$$\text{skewness} = \frac{M_3^u(h)}{M_2^u(h)^{3/2}} \quad (11)$$

본 연구에서는 유역 내 배수구조의 이질성을 고려하기 위해서 다음과 같이 Clark 모형을 재구성하였다. 만약 유역 전반에 걸쳐  $t_d$ 의 지속시간 동안 단위유효강우의 발생하면, 재조정된 폭 함수  $w(t)$ 에서 임의의 시간간격  $t_c$ 에 대한 형상이 직사각형(rectangular)이고 이를 선형저수지의 응답함수  $f(t)$ 에 추적할 경우 임의의 시간간격  $t_c$ 의 폭 함수로부터 유도되는 지속시간단위도  $U(t)$ (Duration Unit Hydrograph, DUH)는 다음과 같이 나타낼 수 있다(Cheng, 1982)

$$U(t) = \frac{1}{t_c t_d} \left[ \begin{aligned} & \left\{ t - K + K \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \right\} - u_{t_d}(t) \{ t - t_d - K \\ & + K \exp\left(-\frac{t-t_d}{K}\right) \} - u_{t_c}(t) \{ t - t_c - K \\ & + K \exp\left(-\frac{t-t_c}{K}\right) \} + u_{t_d+t_c}(t) \{ t - t_d - t_c \\ & - K + K \exp\left(-\frac{t-t_d-t_c}{K}\right) \} \end{aligned} \right] \quad (12)$$

여기서  $u_m(t)$ 은  $t \geq m$  경우  $u_m(t) = 1$ 이고  $t < m$  경우  $u_m(t) = 0$ 으로 정의되는 계단함수(step function)를 나타낸다. 재조정된 폭 함수  $w(t)$ 에 의한 지속시간단위도는 Eq. (12)에  $w(t)$ 의 시간간격별 가중치들을 곱하고 시간간격  $t_c$ 만큼 증가시키며 지체시킨다. 이후 동일한 시간축에 대한 중거값들을 누적하면 재조정된 폭 함수  $w(t)$ 에 의한 지속시간단위도를 산정할 수 있다. 지속시간단위도가 산정되면 각 지속시간별 유효우량으로 인한 직접유출수문곡선은 단위도와의 회전적분 연산에 의해 계산될 수 있다. Fig. 1은 이상의 과정을 통하여 유역 출구에서 직접유출량을 산정하는 과정을 나타낸 것이다. 본 과정은 프로그래밍 언어인 FORTRAN을 이용하여 구성하였다. Clark 모형에 의한 강우-유출 모의는 Eq. (13)과 같이 차별화된 선형저수지 추적을 적용하는 것이 일반적이다. 그러나 이를 적용하면 수학적으로 표현이 가능한 순간단위도의 최대 장점인 해석적인 평가는 어렵게 된다. 이에 반해 본 연구에서 제안된 Clark 모형은 Eqs. (8)~(10)을 이용하여 순간단위도의 형상에 대한 해석적 평가가 가능해 진다.

$$O_i = \left[ \frac{\Delta t}{K + 0.5\Delta t} \right] \cdot I_{avg} + \left[ 1 - \frac{\Delta t}{K + 0.5\Delta t} \right] \cdot O_{i-1} \quad (13)$$

여기서  $O_i$ 는  $i$ 시점의 직접유출량,  $K$ 은 저류상수,  $\Delta t$ 는 시간간격,  $I_{avg}$ 는  $i-1$ 과  $i$  시간간격에 대한 평균유입량을 나타낸다.

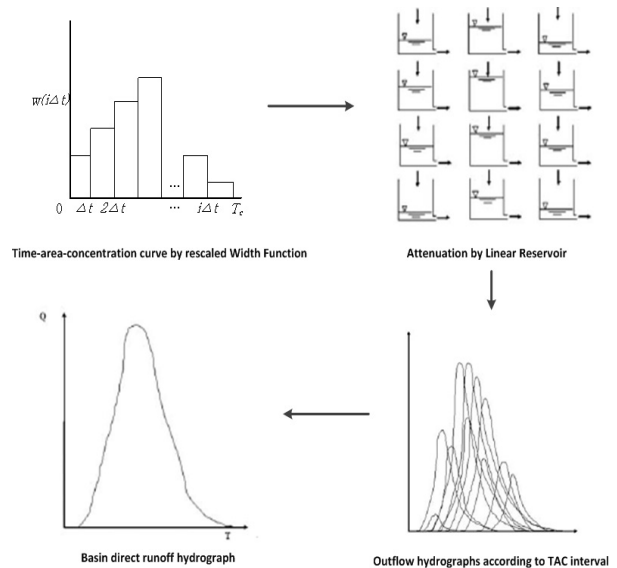


Fig. 1. Direct Runoff of Clark Model in This Study

### 3.2 매개변수의 산정

본 연구에서 제안된 Clark 모형을 적용하기 위해서는 지표면과 하천의 평균이송속도를 나타내는  $\bar{u}_h$ ,  $\bar{u}_c$ 와 선형저수지 추적을 위한 저류상수  $K$ 을 필요로 한다. 만약 호우사상에 대한 관측 자료가 주어질 경우 매개변수들은 Eqs. (8)~(10)을 이용하여 산정될 수 있다. 그러나 3차 연립방정식인 Eqs. (8)~(10)은  $\bar{u}_h$ ,  $\bar{u}_c$ 와  $K$ 을 해석적으로 유도하기에 어려움이 따른다. 따라서 본 연구에서는 SCE-UA 최적화 기법을 이용하여 관측 자료로부터 직접 산정하고자 한다. SCE-UA 최적화 기법은 Duan et al.(1992)에 의해 개발되었으며, 이 기법은 주어진 목적함수에 대해 모형의 매개변수를 효과적으로 추정할 수 있는 것으로 알려져 있다(Eckardt and Arnold, 2001; Lee and Kang, 2001; Lee, 2006).

### 4. 적용사례

#### 4.1 대상유역과 수문사상 및 지형특성인자 산정

본 연구의 적용은 Fig. 2와 같이 금강수계인 보청천에 위치한 기대와 산계수위국을 출구 지점으로 하는 유역을 대상으로 하였다. 또한 수문사상은 International Hydrologic Programme(IHP) Research Paper(2001~2005)와 Water Management Information System(<http://www.wamis.go.kr>)에서 제공하는 수위자료를 Annual Hydrological Report on Korea(2007, 2009, 2010)와 2011년 Hydrological Survey Report(2012)의 수위-유량곡선식에 적용하여 선정하였다. 본 연구에서 면적평균강우량은 티센법을 적용하였고, 기저유출분리는 수평직선분리법을 사용하였으며 수평직선분

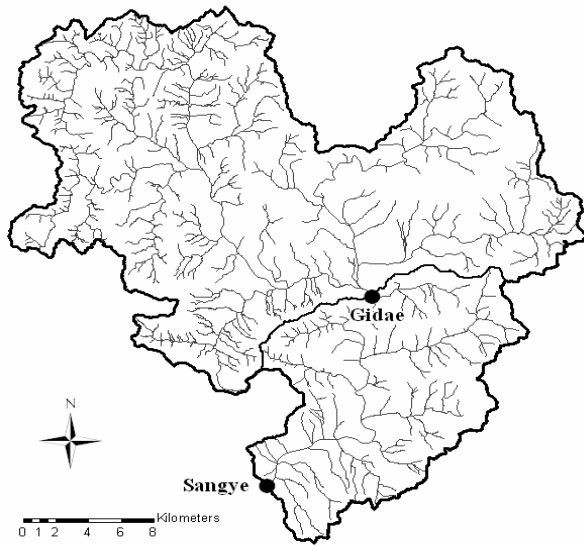


Fig. 2. Target Basin of This Study

Table 1. The Outline of Storm Events

Watershed	Event	Runoff rate	$Q_p(m^3/s)$	$t_p(hr)$
Gidae	2007-07-01	0.53	209.7	5
	2009-07-12	0.35	160.6	7
	2011-07-25	0.47	251.5	5
	2011-08-03	0.39	86.2	6
Sangye	2000-06-26	0.24	284.5	9
	2001-06-30	0.23	75.3	11
	2004-08-18	0.22	139.0	12
	2007-07-10	0.58	226.7	14

리법의 적용이 어려운 경우에는 수문곡선의 감수부를 반대수지에 도시하여 감수부 경사가 급변하는 점을 종점으로 하는 주 지하수 감수곡선(master depletion point)에 적용하였다. 또한 유효수량 분리방법은 수문곡선의 상승시점 이전까지의 강우량은 초기손실로

취하고, 그 후의 손실량은 일정 손실율로 가정하는 초기손실일정손실법을 적용하였다. 이상의 과정을 통하여 선정된 소유역별 수문사상들은 Table 1과 같다.

본 연구에서 지형분석을 위해 사용된 수치고도모형(DEM)은 1/25,000 수치지도로부터 상용 S/W인 Arc Info를 이용하여 20 m×20 m의 격자망으로 구성하였다. 또한 DEM을 이용하여 흐름방향도를 생성하고 Arc/Info의 FLOWLENGTH 함수를 사용하여 각 격자별 지표면과 하천의 경로길이를 계산하였다. 이를 바탕으로 모멘트 법의 원리에 따라 산정된 각종 지형특성인자들은 Table 2와 같다. 여기서 A는  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)^2 (L_{c_i} - \bar{L}_c)$ , B는  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)(L_{c_i} - \bar{L}_c)^2$ 이고  $M_3^u(L)$ 은 유하거리의 면적중심에 대한 3차 모멘트를 의미한다.

#### 4.2 폭 함수를 이용한 시간-면적곡선의 구성

본 연구에서 제안된 Clark 모형을 적용하기 위하여 시간-면적곡선은 앞서 제시한 Eq. (7)을 이용하여 구성하였다. Figs. 3-4는 유역 전체 평균유속  $\bar{u}$ 을 1 m/s로 가정하고 하천평균이송속도( $\bar{u}_c$ )의 지표면평균이송속도( $\bar{u}_h$ )에 대한 비인  $r = \bar{u}_c / \bar{u}_h$ 을 1~100으로 변화시키며 구성된 재조정된 폭 함수를 나타낸다. 매개변수들 중에 저류상수  $K$ 는 0, 지표면평균이송속도( $\bar{u}_h$ )와 하천평균이송속도( $\bar{u}_c$ )는 Eq. (8)를 이용하여 결정하였다. 또한 폭 함수의 형상을 나타내는 각종 모멘트들은 Eqs. (8)-(10)을 이용하여 산정하였다. 여기서 저류상수  $K$ 가 0인 것은 전형적인 시간-면적곡선의 역할인 지체효과(translation effect)를 설명하는 것이다. Figs. 3-4를 살펴보면  $r=1$ 인 경우는 지표면과 하천평균이송속도가 각각 1 m/s로 동일하게 적용된 것으로, 이는 유역 내 배수경로의 동일한 특성에 의하여 지체효과에 대한 모의가 이루어지고 있음을 나타낸다. 또한 운동학적 특성이 변함에 따라 배수구조의 이질성 때문에 재조정된 폭 함수(시간-면적곡선) 형상이 변화하고 있음을 확인할 수 있다.

Table 2. Geomorphological Statistics of Each Target Basin

Water-shed	Area(km <sup>2</sup> )	Channel		Hillslope		Co-variance(m <sup>2</sup> )	Total variance(m <sup>2</sup> )
		Mean(m)	Variance(m <sup>2</sup> )	Mean(m)	Variance(m <sup>2</sup> )		
Gidae	354.14	17,104	62,831,300	375	152,181	-339,719	62,258,725
Sangye	485.21	30,027	158,953,000	373	148,836	-190,788	158,711,391
Water-shed	3rd moment(m <sup>3</sup> )						
	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{c_i} - \bar{L}_c)^3$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_{h_i} - \bar{L}_h)^3$	A	B	$M_3^u(L)$		
Gidae	103,755,833,344	122,648,656	-86,362,440	-86,362,240	103,360,307,200		
Sangye	-713,747,398,656	116,987,856	8,245,073	7,846,858	-713,582,116,864		

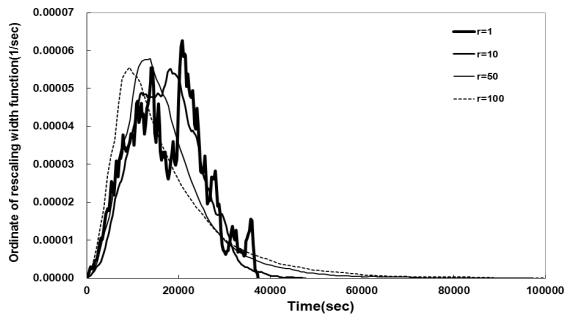


Fig. 3. Rescaling Width Function of Gidae Watershed According to  $r = u_c / u_h$ ;  $u = 1.0 \text{ m/s}$

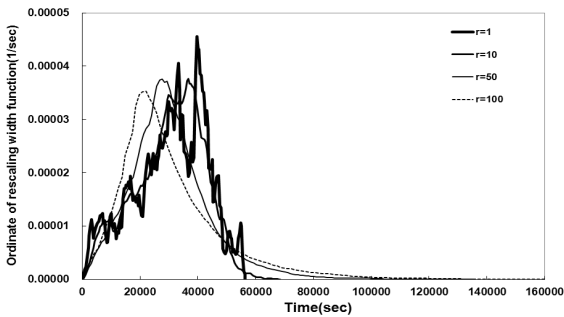


Fig. 4. Rescaling Width Function of Sangye Watershed According to  $r = u_c / u_h$ ;  $u = 1.0 \text{ m/s}$

### 4.3 저류상수와 도달시간 및 특성유속의 산정

제안된 Clark 모형을 기반으로 직접유출량을 산정하기 위해서는 저류상수와 도달시간이 추정되어야 한다. 특히 유역을 지표면과 하천으로 구분하였기 때문에 도달시간의 산정을 위해서는 지표면 평균이송속도( $\bar{u}_h$ )와 하천평균이송속도( $\bar{u}_c$ )는 반드시 결정되어야

한다. 이를 위하여 본 연구에서는 SCE-UA 최적화 기법을 이용하여 관측 자료로부터 매개변수들을 직접 추정하였다. 최적화 기법을 적용할 때 매개변수들의 경계조건은 Park et. al.(2013)이 제시한 연구결과와 Bhattacharya et. al.(2012)의 연구에서 산정된 매개변수들을 검토하였고, 이에 따라 추정될 수 있는 가능 범위를 고려하여 결정하였다. 저류상수의 경계조건은 0.0 hr과 30.0 hr, 초기조건은 15.0 hr을 적용하고 지표면 평균이송속도( $\bar{u}_h$ ) 경계조건은 0.0 m/s와 1.0 m/s, 초기조건은 0.5 m/s 그리고 하천 평균이송속도( $\bar{u}_c$ ) 경계조건은 0.0 m/s와 5.0 m/s, 초기조건은 2.5 m/s를 적용하였다. 또한 목적함수는 관측된 직접유출 수문곡선과 모의된 직접유출 수문곡선의 평균제곱근오차(Root Mean Square Error; RMSE)를 최소화하는 것으로 설정하였다. 여기서 주의할 점은 하천평균이송속도의 지표면평균이송속도에 대한 비인 r이 1보다 작은 경우가 발생하는지 여부를 확인할 필요가 있다. r이 1보다 작은 경우는 지표면평균이송속도가 하천평균이송속도보다 클 때 나타나는 것으로, 이는 물리적으로 타당성이 결여된 것을 의미한다. 이를 바탕으로 추정된 매개변수들, 관측 자료로부터 산정된 모멘트들과 Eqs. (8)-(11)을 이용하여 산정된 모멘트들은 Table 3과 같다. 여기서 도달시간은 경로길이별로 지표면평균이송속도와 하천평균이송속도를 적용했을 때 가장 긴 유하시간을 의미한다. 또한 산정된 대상유역별 매개변수들의 평균값은 추후 본 연구에서 제안된 Clark 모형에 대한 매개변수들 변화에 따른 모멘트들의 거동특성을 확인하기 위한 기준값으로 사용하고자 한다. 관측 수문사상의 통계모멘트들과 모의된 통계모멘트들은 Figs. 5~7과 같이 비교·검토하였다. 결과로 1차모멘트(평균)의 상관관계수(R)은 0.995, 2차모멘트(분산)은 0.993, 3차모멘트는 0.983로 산정되었다. 추정값과 관측값에 대한 통계모멘트들의

Table 3. Estimation of Clark Method Parameters, Dynamic Parameter and Moment by Observed Event and Estimated SCE-UA Optimization

Water-shed	Event	Parameters				Moment					
		K(hr)	T <sub>c</sub> (hr)	u <sub>h</sub> (m/s)	u <sub>c</sub> (m/s)	Observation			SCE-UA Optimization		
						M <sub>1</sub> <sup>o</sup> (h)(hr)	M <sub>2</sub> <sup>o</sup> (h)(hr <sup>2</sup> )	M <sub>3</sub> <sup>o</sup> (h)(hr <sup>3</sup> )	M <sub>1</sub> <sup>e</sup> (h)(hr)	M <sub>2</sub> <sup>e</sup> (h)(hr <sup>2</sup> )	M <sub>3</sub> <sup>e</sup> (h)(hr <sup>3</sup> )
Gidae	2007-07-01	6.06	5.98	0.243	3.067	7.92	32.05	227.66	8.04	37.33	444.66
	2009-07-12	10.12	6.21	0.238	2.911	12.85	106.76	1312.37	12.19	103.04	2070.66
	2011-07-25	8.36	3.62	0.459	4.057	10.50	82.76	1170.03	9.75	70.13	1166.51
	2011-08-03	11.25	7.07	0.214	2.459	14.50	133.39	1900.62	13.66	127.41	2844.23
	Average	8.94	5.72	0.289	3.124	11.44	88.74	1152.67	10.83	80.56	2145.89
Sangye	2000-06-26	8.85	9.89	0.167	2.836	12.11	61.62	583.02	12.41	80.16	1385.24
	2001-06-30	6.33	16.81	0.096	1.700	12.30	37.20	205.97	12.32	45.40	507.51
	2004-08-18	15.50	8.21	0.245	2.676	20.40	271.21	5841.81	19.04	242.14	7448.57
	2007-07-10	12.90	14.93	0.121	1.656	19.75	196.69	4091.00	18.79	171.44	4288.45
	Average	10.90	12.46	0.157	2.217	16.14	141.68	2680.45	15.32	121.58	2585.75

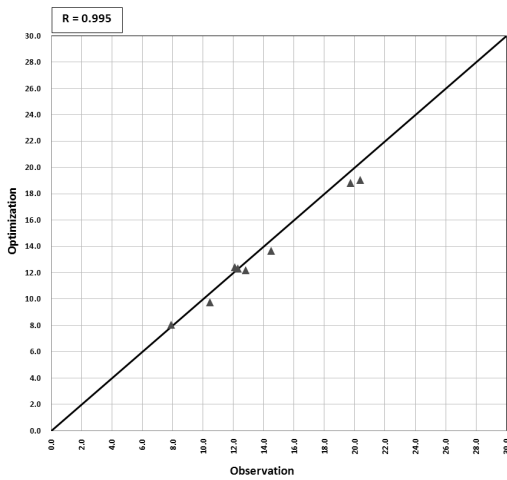


Fig. 5. Scatter Diagram of  $M_1(h)$

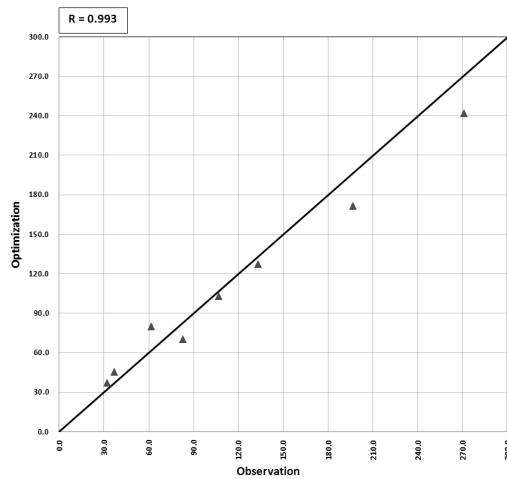


Fig. 6. Scatter Diagram of  $M_2(h)$

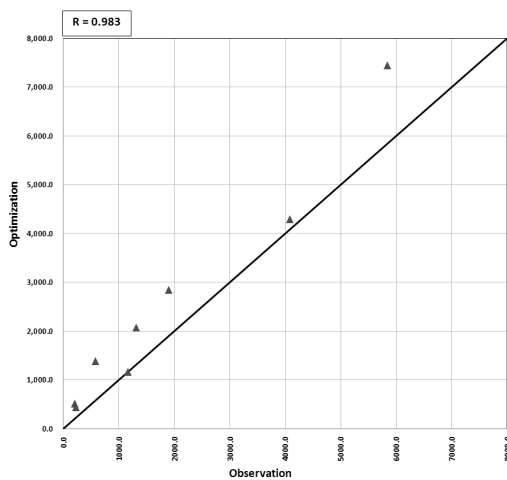


Fig. 7. Scatter Diagram of  $M_3(h)$

상관계수는 대체로 양호한 결과를 나타내었다. 또한 평균과 분산에 대해서는 추정값과 관측값이 대체로 일치하는 경향을 보여주었다. 그러나 3차모멘트에 대한 결과는 본 연구에서 제시한 관계식이 다소 과대 평가되는 경향을 나타내었다. 향후 더 많은 수문사상의 분석 또는 대상구역의 확장을 통하여 심도 있는 분석을 수행하고, 각 사상의 초기시점에서 대상 구역의 선행함수조건에 따른 토양공극의 포화도 및 이에 따른 유출역의 변화를 고려하여 배수구조의 평가를 수행한다면 의미 있는 결과를 확인할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 4.4 적용성 검토

적용성을 검토하기 위하여 Table 3과 같이 추정된 매개변수들을 모형에 입력하여 직접유출량을 산정하였고, 그 결과를 Figs. 8 and 9와 같이 도시하였다. 여기서 Moment Method 직접유출수문곡선은 본 연구에서 제안한 방법과의 상대적인 우수성 비교를 위하여 Park et. al.(2013)이 제안한 방법을 동일한 사상에 적용한 결과를 나타낸 것이다. 또한 정량적으로 비교하기 위해 침투유량과 침투시간, 관측된 침투유량에 대한 상대오차와 침투 발생 시간에 대한 상대오차, 평균제곱근오차(Root Mean Square Error; RMSE) 및 효율계수 E(Efficiency Coefficient)를 Table 4와 같이 산정하였다.

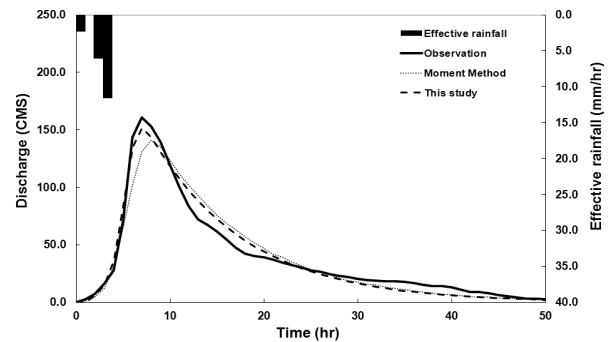


Fig. 8. Comparison of Observed and Simulated Runoff Hydrographs in the Gidae Watershed(2009.07.12)

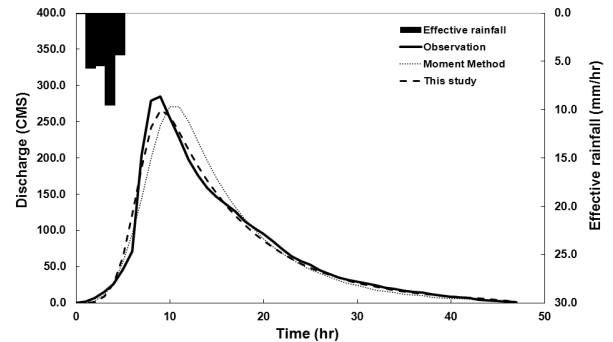


Fig. 9. Comparison of Observed and Simulated Runoff Hydrographs in the Sangye Watershed(2000.06.26)

Table 4. The Relative Err., RMSE and the Efficiency Coefficient

Water-shed	Event	$Q_p(m^3/s)$			$T_p(hr)$			RMSE	Efficiency Coefficient
		Obs.	Sim.	Relative error(%)	Obs.	Sim.	Relative error(%)		
Gidae	2007-07-01	209.7	208.1	0.8	5	5	0.0	4.7	0.99
	2009-07-12	160.6	151.4	5.7	7	7	0.0	6.9	0.97
	2011-07-25	251.5	241.7	3.9	5	5	0.0	8.4	0.98
	2011-08-03	86.2	74.3	13.8	6	6	0.0	3.8	0.96
Sangye	2000-06-26	284.5	266	6.5	9	9	0.0	11.3	0.98
	2001-06-30	75.3	67.4	10.5	11	11	0.0	4.1	0.96
	2004-08-18	139.0	128.9	7.3	12	12	0.0	5.9	0.97
	2007-07-10	226.7	219.1	3.4	14	14	0.0	7.3	0.99

다. 여기에서 효율계수란 모의된 직접유출 수문곡선의 재현정도를 평가하기 위하여 Nash and Sutcliffe(1970)에 의하여 제안된 결정 계수와 유사한 형태의 지표로서 1에 가까울수록 우수한 재현정도를 의미한다. 침투유량에 대한 상대오차는 기대 0.8~13.8%, 산계 3.4~10.5%의 범위를 나타내었다. 또한 침투시간에 대한 상대오차는 관측값과 일치함을 확인하였다. 평균제곱근오차는 기대 3.8~8.4, 산계 7.3~11.3의 범위를 보여주었다. 효율계수는 대상유역에 대하여 0.96 이상의 수치를 보이고 있다. 이상의 결과를 검토하여 보면 전체적으로 모의결과가 관측값에 접근하고 있다. 또한 Figs. 8 and 9를 살펴보면, Park et. al.(2013)이 제안한 방법으로 모의된 결과보다 본 연구에서 제안된 모형의 결과가 개선되고 있음을 나타내고 있다. 그러나 침투유량에 대해서는 HEC-1을 이용하여 모의된 결과가 관측값에 더 가까운 수치를 보이고 있다. 하지만 본 연구에서 재해석된 Clark 모형도 관측값에서 크게 벗어나지 않는 것으로 판단된다. 유역을 지표면과 하천으로 구분(유역의 배수구조 고려)하여 재해석한 측면은 하나의 동일한 유속으로 가정하여 모의되는 기존의 Clark 모형에 비해 실제 유출 모의에 있어 더 물리적인 특성을 반영한 연구 결과로 판단된다.

이러한 결과로부터 본 연구에서 제시한 방법론은 배수경로의 이질성과 동적매개변수들의 영향을 적절하게 반영할 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한 순간단위도의 왜곡도(skewness) 혹은 3차 모멘트의 거동은 본 연구에서 제안된 모형을 기반으로 적절하게 평가할 수 있음을 알 수 있었다.

#### 4.5 특성유속과 저류상수에 따른 Clark 순간단위도 형상의 거동특성 분석

본 연구에서 제안된 Clark 모형의 주요 매개변수는 지표면평균 이송속도 및 하천평균이송속도로 대별되는 특성유속과 저류상수이다. 이러한 매개변수들에 따른 Clark 모형의 거동특성은 Jeong(1989)이 제시한 방법과 유사하게 수행되었다. Eqs. (8)-(10)을 이용하여

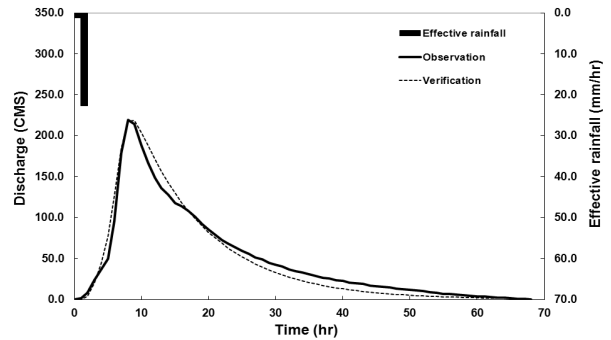


Fig. 10. Comparison of Observed and Verified Runoff Hydrographs in the Sangye Watershed(2008.07.23)

산계 유역의 대표하는 매개변수들을 변화시키면서 순간단위도 형상, 즉 통계모멘트들에 대한 변동성을 확인하였다. 산계 유역의 대표하는 매개변수들은 Table 3과 같이 사상별로 산정된 값을 평균하여 이용하였고, 기준으로 이용될 수 있는지 여부를 확인하기 위해 산정된 대표 매개변수들을 실제 수문사상에 적용하여 Fig. 10과 같이 검증을 실시하였다. 수문사상의 부족으로 신뢰성 있는 검증의 결과를 제시하기는 미흡할 지라도 모형의 거동특성 분석을 위한 대표 매개변수들로 사용되기에는 대체로 양호한 것으로 판단된다. 거동특성 분석은 대표 매개변수들을 기준으로 일정비율로 감소 혹은 증가시키면서 수행되었다. 여기서 1차 모멘트는 유역별 기준 매개변수들의 지체시간을 기반으로 무차원화 하였고, 2차 모멘트는 표준편차의 평균치에 대한 비율을 나타내는 변동계수 (variation coefficient)와 3차 모멘트는 Eq. (11)의 왜곡도(skewness)를 이용하였다.

Figs. 11~13을 바탕으로 거동특성 분석 결과를 살펴보면, 저류상수에 의한 지체시간 변동성을 제외하고 각종 통계모멘트의 변동성은 비선형 관계를 나타내었다. 이러한 비선형 관계는 Eqs. (8)-(10)에서 확인할 수 있다. 비선형 관계에 따라 명확하게 거동특성을



판단할 수 없지만, 경향성은 Figs. 11~13을 바탕으로 검토되었다. Fig. 11을 살펴보면, 지체시간 변동성은 저류상수가 대체로 크게 나타나고 있다. 또한 지표면평균이송속도보다 하천평균이송속도가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 저류상수는 선형적인 비례관계를 보이는 것이 특이한 점이다. 이러한 저류상수에 대한 지체시간

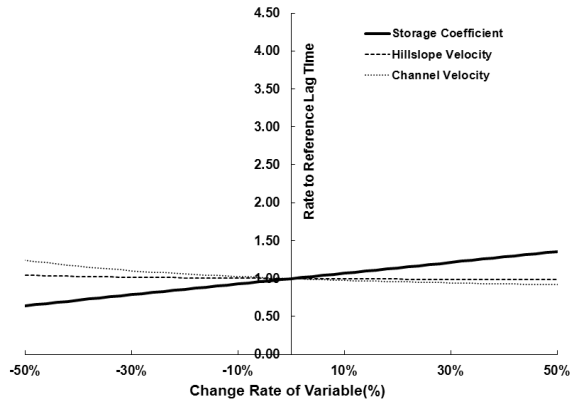


Fig. 11. Behavioral Analysis of Lag Time for Sangye Watershed

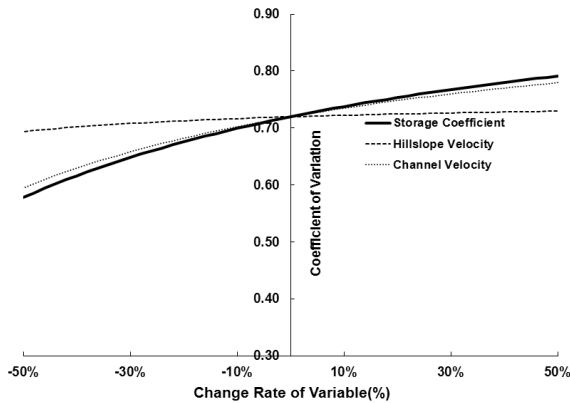


Fig. 12. Behavioral Analysis of Coefficient Variation for Sangye Watershed

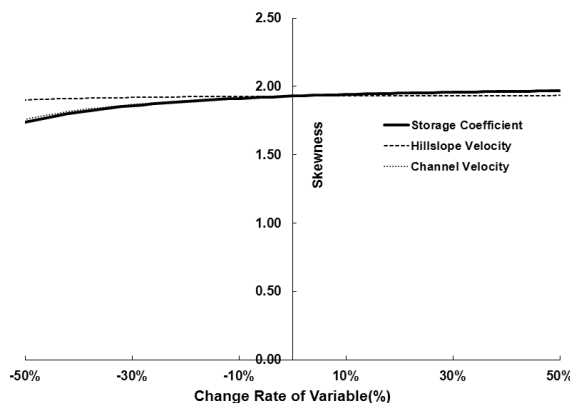


Fig. 13. Behavioral Analysis of Skewness for Sangye Watershed

의 변동성은 Eq. (8)에서 확인할 수 있다. 지표면평균이송속도와 하천평균이송속도가 임의의 수로 고정된다면 저류상수는 선형 관계를 나타낸다. 본 연구에서 제시된 Clark 모형에 의한 저류효과(저류상수)는 배수구조 및 동수역학적 특성과 독립적으로 고려되고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 저류상수에도 유역 내 물 입자들의 흐름현상을 내포하고 있기 때문에, 만약 저류상수 자체로만 해석된다면 강우-유출 현상의 본질적인 특성에 접근하기가 어려울 것이다. 이에 수리수문학적 특징들뿐만 아니라 지형학적 특성과 고려하여 저류상수의 근본적인 의미를 파악해야 할 것으로 판단된다.

Figs. 12 and 13을 살펴보면 변동계수와 왜곡도는 저류상수, 하천평균이송속도, 지표면평균이송속도 순으로 나타내었다. 여기서 주목할 점은 변동계수 및 왜곡도에서 저류상수와 하천평균이송속도가 유사한 거동 특성을 보여주고 있다는 것이다. 2차 모멘트와 3차 모멘트는 Eq. (9) 및 Eq. (10)에서 상호작용하는 특성속도들의 항과 저류상수로 구분되어져 있다. Table 2의 지형학적 통계값을 살펴보면, 하천경로길이에 대한 2, 3차 모멘트가 지표면경로길이보다 지배적인 값을 나타낸다. 이를 바탕으로 변동계수와 왜곡도는 하천평균이송속도와 저류상수가 지배적으로 기여하고, 이에 따라 유사한 거동 특성을 보여주는 것으로 판단된다.

검토한 결과로 본 연구에서 제시한 모형은 저류상수, 하천평균이송속도가 순간단위도의 형상을 결정하는데 지배적인 역할을 하는 것으로 판단된다. 따라서 두 매개변수는 모형의 적용 과정에서 중요하게 고려되어야 할 것으로 생각된다.

#### 4.6 거동특성 결과에 따른 수문사상의 적용

이상의 결과로부터 지표면평균이송속도는 저류상수와 하천평균이송속도에 비해 Clark 모형의 순간단위도 형상에 상대적으로 작은 영향을 끼치는 것을 확인하였다. 이에 Table 4의 대상유역별

Table 5. Estimation of Clark Method Parameters and Dynamic Parameter by Estimated SCE-UA Optimization ; Constant  $u_h$  to Each Watershed

Water-shed	Event	Parameters			
		SCE-UA optimization			
		$K$ (hr)	$T_c$ (hr)	$u_h$ (m/s)	$u_c$ (m/s)
Gidae	2007-07-01	6.07	5.43	0.289	2.950
	2009-07-12	10.13	5.54	0.289	2.794
	2011-07-25	8.17	4.90	0.289	4.000
	2011-08-03	11.26	5.97	0.289	2.330
Sangye	2000-06-26	8.83	10.21	0.157	2.863
	2001-06-30	6.44	13.30	0.157	1.603
	2004-08-18	15.47	10.18	0.157	2.876
	2007-07-10	12.91	13.30	0.157	1.603

지표면평균이송속도의 평균값을 고정시킨 후, SCE-UA 최적화기법을 적용하여 저류상수와 하천평균이송속도를 추정하였다. 추정된 매개변수들의 결과는 Table 5와 같이 나타났다. 유역의 상하류간 또는 규모에 따라 저류상수 및 도달시간의 경향 검토는 동일 시간의 수문사상으로 비교하는 것이 가장 적합하나, 수문사상의 부족으로 이러한 검토를 수행하는데 한계점이 발생하였다. 하지만 유역의 하류 방향 또는 유역 규모가 커짐에 따라 저류상수 및 도달시간이 길어지는 경향을 파악할 수 있었다. 향후 수문사상 및 대상유역의 확장을 바탕으로 연구가 수행되어진다면, 좀 더 의미 있는 연구결과가 도출될 것으로 생각된다.

## 5. 결론

본 연구에서는 유역의 배수구조를 설명할 수 있는 폭 함수 기반의 Clark 모형을 제안하였고, 시간-면적곡선으로는 지표면과 하천에 대하여 개별적인 동수역학적 특성을 적용한 재조정된 폭 함수를 이용하였다. 또한 선형저수지 추적의 경우 기존의 Clark 모형과 같이 차별화된 형태가 아니라 해석식을 적용하여 수행하였다. 본 연구에서 제안된 모형을 기반으로 순간단위도의 형상을 정량적으로 계량할 수 있는 관계식을 제시하였다. 추가로, 제안된 Clark 모형의 매개변수들을 변화시키면서 순간단위도 형상, 즉 통계모멘트들에 대한 변동성을 확인하였다. 이상의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 제안된 Clark 모형은 순간단위도의 형상을 평균과 분산만을 고려하여 적용한 방법보다 수문곡선의 왜곡 및 첨두좌표의 모의와 관련된 한계점을 개선하였다. 이러한 결과로부터 본 연구에서 제시한 방법론은 배수경로의 이질성과 동적매개변수들의 영향을 적절하게 반영할 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한 순간단위도의 왜곡도(skewness) 혹은 3차 모멘트의 거동은 본 연구에서 제안된 모형을 기반으로 적절하게 평가할 수 있음을 알 수 있었다.
- (2) 관측 수문사상의 통계모멘트들과 본 연구에서 추정된 통계모멘트들의 상관계수는 1차모멘트의 경우 0.995, 2차모멘트는 0.993, 3차모멘트는 0.983로 산정되었다. 추정값과 관측값에 대한 통계모멘트들의 상관계수는 대체로 양호한 결과를 나타내었다. 또한 평균과 분산에 대해서는 추정값과 관측값이 대체로 일치하는 경향을 보여주었다. 그러나 추정된 3차모멘트에 대한 결과는 다소 과대 평가되는 경향을 나타내었다. 향후 더 많은 수문사상의 분석 또는 대상유역의 확장을 통하여 심도 있는 분석을 수행하고, 각 사상의 초기시점에서 대상 유역의 선행함수조건에 따른 토양공극의 포화도 및 이에 따른 유출역의 변화

를 고려하여 배수구조의 평가를 수행한다면 의미 있는 결과를 확인할 수 있을 것으로 판단된다.

- (3) 본 연구에서 고려한 모멘트들의 변동성은 주로 저류상수의 영향이 크게 나타나고 있으며, 지표면평균이송속도보다는 하천평균이송속도가 크게 영향을 미치는 것을 확인할 수 있었다.
- (4) 저류상수와 하천평균이송속도가 Clark 모형으로부터 유도되는 순간단위도의 형상을 결정하는데 지배적인 역할을 하는 것으로 확인되었다. 따라서 두 매개변수는 모형의 적용 과정에서 중요하게 고려되어야 할 것으로 판단된다.

## 감사의 글

이 논문은 2012학년도 한남대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 연구되었음.

## References

- Bhattacharya, A. K., McEnroe, B. M., Zhao, H., Kumar, D. and Shinde, S. (2012). "Mod clark model: Improvement and application." *Journal of Engineering*, Vol. 2, No. 7, pp. 100-118.
- Botter, G. and Rinaldo, A. (2003). "Scale effect on geomorphologic and kinematic dispersion." *Water Resources Research*, Vol. 39, No. 10, pp. 1286-1294.
- Cheng, B. M. (1982). *A Study of geomorphologic instantaneous unit hydrograph*, Ph. D. Dissertation, University of Illinois, Urbana, Champaign.
- Clark, C. O. (1945). "Storage and the unit hydrograph." *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 110, pp. 196-223.
- Di Lazzaro, M. (2009). "Regional analysis of storm hydrographs in the rescaled width function framework." *Journal of Hydrology*, Vol. 373, pp. 352-365.
- Dooge, J. C. I. (1973). *Linear theory of hydrologic system*, Tech. Bull. 1468. Agric. Res. Serv., U.S. Dept. of Agric.
- Duan, Q., Sorooshian, S. and Gupta, V. K. (1992). "Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models." *Water Resources Research*, Vol. 28, pp. 1015-1031.
- Eckhardt K. and Arnold J. (2001). "Automatic calibration of a distributed catchment model." *Journal of Hydrology*, Vol. 251, pp. 103-109.
- Jeong, D. K. (1989). *Stochastic estimation of system states and parameters for rainfall-runoff model*, Ph. D. Dissertation, Seoul National University (in Korean).
- Jeong, D. M. and Bae, D. H. (2003). "Analysis of time-area curve effects on watershed runoff." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 36, No. 2, pp. 211-221 (in Korean).
- Lee, D. H. (2006). "Automatic calibration of SWAT model using LH-OAT sensitivity analysis and SCE-UA optimization method." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 39, No. 8,

- pp. 677-690 (in Korean).
- Lee, J. K., Kim, Y. S. and Kim, H. S. (2009). "Estimation of representative parameter in the Chungju dam area using modified Clark model." Proceeding of 2009 Conference & Civil Expo, Korean Society of Civil Engineers, pp. 569-572 (in Korean).
- Lee, S. H. and Kang, S. U. (2001). "Stream discharge estimation by hydraulic channel routing and stage measurement." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 34, No. 5, pp. 543-549 (in Korean).
- Lienhard, J. H. (1964). "A statistical mechanical prediction of the dimensionless unit hydrograph." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 69, No. 24, pp. 5231-5238.
- Minister of Land, Transport and Maritime Affairs (2007, 2009, 2010). *Annual hydrological report on Korea* (in Korean).
- Minister of Land, Transport and Maritime Affairs (2011). *Hydrological survey report* (in Korean).
- Ministry of Construction and Transportation (2001-2005). *International hydrologic programme(IHP) research paper* (in Korean).
- Nash, J. E. (1959). "Systematic determination of unit hydrograph parameters." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 64, No. 1, pp. 111-115.
- Nash, J. E. and Sutcliffe, J. V. (1970). "River flow forecasting through conceptual models. part I -a discussion on principles." *Journal of Hydrology*, Vol. 10, pp. 282-290.
- Park, S. H., Kim, J. C. and Jung, K. S. (2013). "Parameters estimation of clark model based on width function." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 46, No. 6, pp. 597-611 (in Korean).
- Rinaldo, A., Rigon, R. and Marani, M. (1991). "Geomorphological dispersion." *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 4, pp. 513-525.
- Rodríguez-Iturbe, I. and Valdes, J. B. (1979). "The geomorphologic structure of hydrologic response." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 6, pp. 1409-1420.
- Seong, K. W. (1999). "Analysis of the clark model using the similarity characteristics of the basin." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 32, No. 4, pp. 427-435 (in Korean).
- Singh V. P. (1988). *Hydrologic System - rainfall - runoff Modeling volume 1*, Prentice hall.
- Yoo, C. S. (2009). "A theoretical review of basin storage coefficient and concentration time using the nash model." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 42, No. 3, pp. 235-246 (in Korean).
- Yoon, S. Y. and Hong, I. P. (1995). "Improvement of the parameter estimation method for the clark model." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 15, No. 5, pp. 1287-1300 (in Korean).
- Yoon, T. H., Kim, S. T. and Park, J. W. (2005). "On redefining of parameters of clark model." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 25, No. 3B, pp. 181-187 (in Korean).