

## 천연가스 유량 측정에서 헬름홀츠 자유에너지를 이용한 임계유동함수 계산

하 영 철\*† · 허 재 영\*

\* 한국가스공사 연구개발원

### Evaluation of Critical Flow Function by Using Helmholtz Free Energy for Natural Gas Flow Measurement

Young-Cheol Ha\*† and Jae-Young Her

\* Gas Quality and Flow Measurement Lab, R&D Division, Korea Gas Corporation

(Received April 8, 2013 ; Revised September 20, 2013 ; Accepted September 29, 2013)

**Key Words:** Critical Flow Function(임계유동함수), Natural Gas(천연가스), Flow Measurement(유량측정), Helmholtz Free Energy(헬름홀츠 자유에너지), Sonic Nozzle(소닉노즐), Critical Flow Venturi Nozzle(임계유속노즐, 소닉노즐), Calibration(교정)

**초록:** 본 연구에서는 천연가스 유량 측정에서 2차 표준으로 사용되는 소닉노즐 뱅크—12개 노즐 패키지로 구성—의 임계유동함수 계산 시간을 1초 이하로 단축하고자 하였다. 이를 위해 AGA 8-dc 상태방정식을 적용한 헬름홀츠 자유에너지를 유도하고 이로부터 적분 항이 없는 열역학 상태량 식을 도출하여 CFF 계산에 적용하였다. 그 결과 CFF 계산 시간이 기존 6.7초/12개에서 0.6초/12개로 크게 감소하는 것을 확인할 수 있었고 이 계산 시간은 가스 성분 수와 거의 무관함도 알 수 있었다. 또한 본 계산 결과의 정확도를 확인하기 위해 기존 CFF 국제비교연구의 결과와 비교한 결과 차이가 없음도 확인하였다.

**Abstract:** This study aimed to calculate the CFFs (critical flow functions) of a sonic nozzle bank with a 12-nozzle package within 1 s. Toward this end, the Helmholtz free energy of natural gas was formulated by using the AGA8-dc equation of state in a form without integral terms, and thereafter, thermodynamic properties such as the enthalpy, entropy, speed of sound, and heat capacity, which are used in CFF calculation, were derived in analytical form. As a result, the calculation time of CFFs was improved from 6.7 s in a previous study to 0.6 s per 12-nozzle package and kept almost constant regardless of the number of components in natural gas. Furthermore, it was confirmed that the calculated CFF values were in agreement with the results of a CFF international comparison test carried out under ISO management in 1998-1999.

- 기호설명 -

$A_{nt}$  : 소닉노즐 목 지름 [ $m^2$ ]  
 $a$  : 몰 당 헬름홀츠 자유에너지 [ $kJ/kmol$ ]  
 $b_n$  : 상태방정식 AGA8-dc의 매개변수  
 $B$  : AGA8-dc의 두 번째 비리얼 계수 [ $m^3/kmol$ ]  
 $B\sim J$ : 헬름홀츠 에너지 식에서 이상가스의 정압 비열 계수 [-]  
 $C^*$  : 임계유동함수 [-]

$C_n^*$  : AGA8-dc의 가스 조성 계수  
 $C_d$  : 소닉노즐의 유출계수 [-]  
 $c_n$  : 상태방정식 AGA8-dc의 매개변수[-]  
 $c_p$  : 몰 당 정압비열 [ $kJ/kmol-K$ ]  
 $c_v$  : 몰 당 정적비열 [ $kJ/kmol-K$ ]  
 $h$  : 몰 당 엔탈피 [ $kJ/kmol$ ]  
 $k_n$  : AGA8-dc의 매개변수[-]  
 $K$  : AGA8-dc의 크기 조정 매개변수 [ $m^3/kmol$ ]  
 $M$  : 몰 질량[ $kg/kmol$ ]  
 $p$  : 절대 압력 [Pa]  
 $q_m$  : 질량 유량 [ $kg/s$ ]  
 $R_u$  : 일반가스상수 [ $kJ/kmol-K$ ]

† Corresponding Author. [fractals@kogas.or.kr](mailto:fractals@kogas.or.kr)

- $s$  : 몰 당 엔트로피[kJ/kmol-K]
- $T$  : 절대 온도 [K]
- $u_n$  : 상태방정식 AGA8-dc의 매개변수[-]
- $V$  : 유속 [m/s]
- $v$  : 몰 부피 [m<sup>3</sup>/kmol]
- $x$  : 가스 성분 농도 [kmol/kmol]
- $w$  : 음속 [m/s]
- $X$  : 가스 조성의 벡터[-]
- $Z$  : 압축인자[-]

## 그리스문자

- $\alpha$  : 무차원 헬름홀츠 자유에너지 [-]
- $\delta$  : 무차원 축소 밀도(= $K^3\rho$ ) [-]
- $\rho$  : 몰 밀도 [kmol/m<sup>3</sup>]
- $\rho_m$  : 질량 밀도[kg/m<sup>3</sup>]
- $\tau$  : 축소 온도  $1K/T$  [-]

## 위 첨자

- o : 이상가스
- r : 헬름홀츠 자유에너지의 잔류 항

## 아래 첨자

- o : 정체 조건
- nt : 소닉노즐 목의 유동 조건
- r : 기준 조건
- i : 천연가스  $i$ 번째 성분
- $\delta$  : 축소 밀도  $\delta$ 로 미분
- $\tau$  : 축소 온도  $\tau$ 로 미분

## 1. 서론

가스 유량 측정에서 1차 표준(primary standard)이 중량측정시스템(질량-시간 측정법)인 경우, 이 표준으로 교정할 수 있는 유량계는 소닉노즐뿐이다. 우리나라는 중량측정시스템으로 표준유동율을 결정하기 때문에 이로부터 표준유동율을 소급 받는 교정기관의 기준용 표준(reference standard)은 거의 대부분 소닉노즐로 되어 있다.

소닉노즐로 천연가스 유량을 측정할 때 한 가지 어려운 점은 임계유동함수(critical flow function, CFF) 계산이다. 공기의 경우, 간단하고 정확한 CFF 식이 잘 알려져 있지만, 천연가스의 경우

는 AGA8-dc<sup>(1)</sup> 상태방정식(압축인자 식, 불확도 0.1 %)이 개발된 1992년이 되어서야 정확한 CFF 계산이 가능해졌고 이후 계산 방법 및 계산값의 국제적 통일을 위해 국제비교연구<sup>(2)</sup>(98-99년 ISO 주관)가 수행되면서 비로써 CFF 계산 체계가 정립되었다.

하지만, 이 때 정립된 CFF 계산 방법에도 한 가지 결함이 있는데 그것은 계산 시간이 너무 길다는 점이다. CFF의 계산 시간은 유동 가스의 압력(또는 밀도)에 비례하여 증가하는데, 현재 상용되는 가장 빠른 pc로도 50 bar에서 약 0.56초/회 정도 소요된다. NIST<sup>(3)</sup>의 소닉노즐뱅크처럼 수십 개의 소닉노즐을 한 개의 배관에 삽입하여 모든 노즐의 입구 유동 조건을 같게 하거나 또는 서너 개의 노즐만 각기 다른 배관에 설치하여 유량 측정을 한다면 임계유동함수 계산 시간 0.56초/회는 문제되지 않는다. 그러나 본 공사의 교정 설비—압력 10~50 bar, 실 유량 24,000 m<sup>3</sup>/h, 2015년 준공 예정—처럼 28개의 소닉노즐이 병렬로 구성된 12개의 노즐 패키지(소닉노즐뱅크)에 분산 설치되는 경우, CFF 계산 시간만 6~7초가 되고 여기에 수백 개의 측정 데이터 수집 시간과 데이터 처리 시간을 합치면 10초가 되어, 정밀·정확한 유량 측정에서 요구하는 4초 이하의 측정 주기를 만족시킬 수 없게 된다.

CFF 계산 시간이 긴 이유는, AGA 8-dc가 복잡하다는 것과 노즐 목의 유동 조건—CFF는 노즐 목에서 가스 밀도와 유속(음속)의 곱으로 구함—을 찾아내는데 필요한 실제가스의 엔탈피, 엔트로피, 정압비열, 정적비열 등의 상태량 계산식이 밀도의 적분 꼴<sup>(4)</sup>로 되어 있어서 각 상태량 계산 시 AGA8-dc를 수십 회 호출해야 하는데 있다. 따라서 CFF 계산 시간을 줄이려면 이들 상태량 계산식의 형태를 적분이 없는 꼴로 바꿔야만 한다.

CFF의 계산에 필요한 상태량 식을, 적분이 없는 형태로 도출하려면 이들을 도출할 기본 식이 필요하며 후보 식으로는, 내부 에너지를 르장드르 변환(partial Legendre transform)한 깁스 자유에너지와 헬름홀츠 자유에너지를 들 수 있다. 그런데 깁스 에너지의 경우, 전미분의 독립변수가 온도와 압력이어서 열역학 상태량들이 쉽게 유도되지 않는 문제가 있다. 반면, 헬름홀츠 에너지는 전미분의 독립 변수가 온도와 부피(또는 밀도)여

서 열역학 상태량이 쉽게 유도되고 AGA8-dc(독립변수 온도, 밀도)와도 직접 결합된다.

헬름홀츠 자유에너지 식과 이로부터 적분이 없는 형태의 열역학적 상태량 식을 구하려는 시도는, 매우 복잡한 GERG-2004<sup>(5)</sup> 상태방정식이 2007년에 개발되면서 이미 이루어졌고 이에 대해서는 GERG TM15<sup>(5)</sup>보고서에 간략히 기술되어 있다. 따라서 본 연구에서는 GERG TM15의 방법을 준용하여 AGA8-dc를 적용한 헬름홀츠 에너지 식을 만들고 이로부터 CFF 계산에 필요한 상태량 식을 도출하여 12개 노즐 패키지로 구성된 노즐뱅크의 CFF 계산 시간을 1초 이하로 줄이고자 하였다. 그리고 계산 결과의 유효성 확인을 위해 98-99년도 국제비교연구 때 본 공사와 NEL(영국 표준과학연구원)에서 ISO에 제출했던 계산 결과와 비교하였다.

## 2. 임계유동함수

소닉노즐로 흐르는 가스의 질량 유량은 다음과 같은 일반적인 유량 식으로 나타낼 수 있다.

$$q_m = C_d \rho_{m,nt} V_{nt} A_{nt} \quad (1)$$

여기서  $q_m$ 은 가스의 질량 유량,  $\rho_{m,nt}$ 는 노즐목에서 질량 밀도,  $V_{nt}$ 는 노즐목에서 유속(음속),  $A_{nt}$ 는 노즐목의 단면적,  $C_d$  노즐의 유출계수를 나타낸다.

식 (1)로 유량을 계산하기 위해서는 노즐목에서 가스의 온도·압력을 정확히 측정해야 하는데 노즐목의 유동이 외부 간섭에 대단히 민감하기 때문에 이를 실측하기는 매우 어렵다. 따라서 등엔트로피 관계식을 이용하여 식 (1)을 식 (2)로 변형하고 노즐 입구의 온도와 압력을 대신 측정하여 유량을 계산한다.

$$q_m = C_d A_{nt} C_* \frac{p_o}{\sqrt{(R_u/M) T_o}} \quad (2)$$

여기서  $T_o$ ,  $p_o$ 는 노즐 입구의 정체 온도와 정체 압력을 각각 나타내며 이 값들은 노즐 입구에서 측정된 정온도와 정압력으로부터 계산된다. 식 (1)과 (2)로부터 임계유동함수  $C_*$ 는 식 (3)과

같이 정의되며 소닉노즐 입구와 목 사이의 열역학적 유동 상태량들을 규정하는 무차원 함수이다. 보다 좁은 의미로는 노즐 입구와 목 사이의 임계 질량 플럭스라고 할 수 있다.

$$C_* = \rho_{m,nt} V_{nt} \frac{\sqrt{(R_u/M) T_o}}{p_o} \quad (3)$$

## 3. 상태량 식

### 3.1 헬름홀츠 자유에너지

헬름홀츠 자유에너지 식의 장점은, 이 식으로부터 열역학 상태량을 간단히 유도할 수 있다는 점과 유도된 상태량 식에 적분 항이 없다는 점이다. 또한 AGA8-dc나 GERG-2004를 헬름홀츠 에너지 식에 적용할 경우, 두 압축인자 식이 매우 복잡함에도 불구하고 헬름홀츠 에너지 식과 이로부터 유도되는 상태량 식의 형태가 매우 간단하다는 점이다. 이것이 가능한 이유는 두 압축인자 식이 헬름홀츠 자유에너지로부터 식 (4)와 같은 관계가 성립하도록 개발되었기 때문이다<sup>(6)</sup>. Maxwell 관계식은 압축인자  $Z$ 와 무차원 헬름홀츠 에너지  $\alpha(=a/RT)$ 의 관계에 대해 식 (5)와 같은 정보만 주며, 이상가스 항과 실제가스 거동항에 대한 세밀한 관계에 대해서는 어떠한 정보도 주지 않는다. 의미상으로는 식 (4)가 당연한 것처럼 보이지만 헬름홀츠 에너지의 편차함수(식 (6))를 유도해보면 식 (4)가 성립하지 않는 것을 알 수 있다. 만일 식 (6)의  $-\ln Z$ 을 이상가스 항에 넣는다면 식 (4)가 성립하고 헬름홀츠 에너지 식도 매우 간단히 유도될 수 있는데 바로 이러한 방법에 의해 유도된 헬름홀츠 에너지 식으로 AGA8-dc와 GERG-2004가 개발된 것이다. 이로 인해 실제가스의 밀도가 헬름홀츠 에너지의 이상가스 항과 실제가스 거동항 모두에 독립변수로 들어가게 되는 약간의 모순이 발생한다. 따라서 이상가스의 헬름홀츠 자유에너지와 이로부터 이상가스의 엔트로피를 구할 때는 식 (7)의  $\alpha^o$ 에  $\ln Z$ 을 더해줘야 한다.

$$Z = 1 + \rho \left( \frac{\partial \alpha^r}{\partial \rho} \right)_T \quad (4)$$

Table 2 Equations for Helmholtz free energy and thermodynamic properties

$$\alpha^o(\delta, \tau, X) = -\tau \int_{\tau_r}^{\tau} \frac{c_p^o}{R_u} \frac{d\tau}{\tau^2} + \int_{\tau_r}^{\tau} \left( \frac{c_p^o - R_u}{R_u} \right) \frac{d\tau}{\tau} + \ln \left( \frac{\delta}{\delta_r^o} \right) + \sum_{i=1}^N x_i \ln x_i - 1 \quad (9)$$

$$\alpha^r = \frac{\delta}{K^3} \sum_{n=1}^{18} B_n^* \tau^{u_n} - \delta \sum_{n=13}^{18} C_n \tau^{u_n} + \sum_{n=13}^{58} C_n \tau^{u_n} \delta^{b_n} \exp(-c_n \delta^{k_n}) \quad (10)$$

$$\frac{(c_p^o)_i}{R_u} = B_i^o + C_i^o \left[ \frac{D_i^o \tau}{\sinh(D_i^o \tau)} \right]^2 + E_i^o \left[ \frac{F_i^o \tau}{\cosh(F_i^o \tau)} \right]^2 + G_i^o \left[ \frac{H_i^o \tau}{\sinh(H_i^o \tau)} \right]^2 + I_i^o \left[ \frac{J_i^o \tau}{\cosh(J_i^o \tau)} \right]^2 \quad (11)$$

$$\alpha^o(\delta, \tau, X) = \sum_{i=1}^N x_i \left\{ -\frac{(s_r^o)_i}{R_u} + \frac{(h_r^o)_i}{R_u} \tau + B_i^o(1 + \ln \tau) + C_i^o \ln[\sinh(D_i^o \tau)] - E_i^o \ln[\cosh(F_i^o \tau)] \right\} \quad (12)$$

$$+ \sum_{i=1}^N x_i \left\{ G_i^o \ln[\sinh(H_i^o \tau)] - I_i^o \ln[\cosh(J_i^o \tau)] + \ln x_i \right\} + \ln \left( \frac{\delta}{\delta_r^o} \right) + \ln \left( \frac{\tau}{\tau_r} \right) - 1$$

$$\frac{h}{R_u T} = \tau \alpha_\tau + \delta \alpha_\delta \quad (13) \quad \frac{s}{R_u} = \tau \alpha_\tau - \alpha \quad (14)$$

$$\frac{c_v}{R_u} = -\tau^2 \alpha_{\tau\tau} \quad (15) \quad \frac{c_p}{R_u} = -\tau^2 \alpha_{\tau\tau} + \frac{(\delta \alpha_\delta - \tau \delta \alpha_{\tau\delta})^2}{2\delta \alpha_\delta + \delta^2 \alpha_{\delta\delta}} \quad (16)$$

$$\frac{w^2 M}{R_u T} = (2\delta \alpha_\delta + \delta^2 \alpha_{\delta\delta}) - \frac{1}{\tau^2 \alpha_{\tau\tau}} (\delta \alpha_\delta - \tau \delta \alpha_{\tau\delta})^2 = (2\delta \alpha_\delta + \delta^2 \alpha_{\delta\delta}) \frac{c_p}{c_v} = \chi \frac{c_p}{c_v} \quad (17)$$

$$Z = \frac{p}{\rho RT} = \rho \left( \frac{\partial \alpha}{\partial \rho} \right)_T \quad (5)$$

$$\alpha^r = \int_0^\rho \frac{Z-1}{\rho} d\rho - \ln Z \quad (6)$$

$$\alpha = \alpha^o(\rho, T, X) + \alpha^r(\rho, T, X) \quad (7)$$

$$Z = 1 + \rho B - K^3 \rho \sum_{n=13}^{18} C_n T^{-u_n} \quad (8)$$

$$+ \sum_{n=13}^{58} C_n T^{-u_n} (b_n - c_n k_n K^3 \rho) (K^3 \rho)^{b_n} \exp[-c_n (K^3 \rho)^{k_n}]$$

실제가스의 헬름홀츠 자유에너지 식을 구하기 위해 식 (4)와 상태방정식 (8) 그리고 이상가스의 엔탈피, 엔트로피 관계식을 이용하여  $\alpha^o$ 와  $\alpha^r$  구하면 각각 식 (9), (10)과 같이 된다. 식 (9)에서 적분 항의 정압비열( $(c_p^o)_i/R_u$ )에, 본 공사의 기존 연구<sup>(4)</sup>에 적용한 Aly-Lee<sup>(7)</sup>모델(식 (11))을 그대로 적용하면 식 (12)와 같이 정리된다. 여기서 축소 기준 온도  $\tau_r$  조건에서 성분별 엔탈피( $(h_r^o)_i$ ), 엔트로피( $(s_r^o)_i$ )의 계산은 이상가스의 엔탈피와 엔트로

피 정의에 따라 식 (11)을 이용하여 구하면 된다. 다만, 이 모델의 계수는 기존 연구와 달리 Aly-Lee와 Macfall<sup>(8)</sup>의 값 대신 보다 정확한 Jaeschke<sup>(9)</sup>의 회귀분석 결과를 사용하였고 이를 정리하면 Table 2와 같다. 그리고 AGA8-dc 상태방정식 (8)에 쓰이는 파라미터와 수식은 14쪽 분량이 넘어서 여기서는 따로 정리하지 않았다.

### 3.2 CFF 계산에 필요한 상태량 식

임계유동함수를 구하는데 필요한 열역학 상태량 식은 엔탈피, 엔트로피, 정압비열, 정적비열, 음속 식이다. 이들은 헬름홀츠 자유에너지와 Maxwell 관계식으로 간단히 구해지며 정리하면 식 (13)~(17)과 같다. 여기서, 온도  $T$  대신 무차원 온도  $\tau(=1K/T)$ , 몰 밀도  $\rho$  대신 무차원 밀도  $\delta(=K^3\rho)$ 가 사용한 주된 이유는, 헬름홀츠 에너지와 미분 형식으로 표현되는 각 상태량이,  $x_i \rightarrow 0$  일 때도 해석적으로 되게 하기 위함이다.

식 (13)~(17)을 살펴보면, CFF 계산에 필요한 상태량들이, 헬름홀츠 자유에너지  $\alpha$ 와 다섯 가지 편도함수 즉,  $\alpha_\tau$ ,  $\alpha_\delta$ ,  $\alpha_{\tau\tau}$ ,  $\alpha_{\delta\delta}$ ,  $\alpha_{\delta\tau}$  만으로 표현되

**Table 2** Numerical values of the parameters of eqn. (11) for isobaric heat capacities in the ideal-gas state  $(c_p^o)_i/R_u$  for pure gases

Components	$B_i^o$	$C_i^o$	$D_i^o$	$E_i^o$	$F_i^o$	$G_i^o$	$H_i^o$	$I_i^o$	$J_i^o$
CH <sub>4</sub>	4.00088	0.76315	820.659	0.00460	178.410	8.74432	1062.82	-4.46921	1090.53
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	3.50031	0.13732	662.738	-0.14660	-680.562	0.90066	1740.06	0.00000	0.000
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	3.50002	2.04452	919.306	-1.06044	-865.070	2.03366	483.553	0.01393	341.109
IC <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	4.00263	4.33939	559.314	1.23722	223.284	13.1974	1031.38	-6.01989	1071.29
NC <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	4.02939	6.60569	479.856	3.19700	200.893	19.1921	955.312	-8.37267	1027.29
IC <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
NC <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	4.06714	8.97575	438.270	5.25156	198.018	25.1423	1905.02	16.13880	893.765
NC <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	4.33944	9.44893	468.270	6.89406	183.636	24.4618	1914.10	14.78240	903.185
NC <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	4.00000	11.76180	292.503	20.11010	910.237	33.1688	1919.37	0.00000	0.000
NC <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	4.00000	8.95043	178.670	21.83600	840.538	33.4032	1774.25	0.00000	0.000
N <sub>2</sub>	4.00000	11.69770	182.326	26.81420	859.207	38.6164	1826.59	0.00000	0.000
CO <sub>2</sub>	4.00000	13.72660	169.789	30.47070	836.195	43.5561	1760.46	0.00000	0.000

**Table 3** Natural gas compositions for international comparison of CFFs accomplished during '98-99 (mol %)

Components	Gas A	Gas B	Gas C	Gas D
CH <sub>4</sub>	82.916	93.301	88.360	94.330
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	13.665	3.585	8.550	1.250
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1.052	0.567	2.040	0.320
IC <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0.044	0.327	0.360	0.060
NC <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0.066	0.073	0.010	0.010
IC <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0.004	0.055	0.000	0.010
NC <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0.004	0.019	0.000	0.000
NC <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	0.002	0.052	0.000	0.000
NC <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	0.003	0.073	0.000	0.010
N <sub>2</sub>	1.242	1.637	0.680	3.640
CO <sub>2</sub>	1.002	0.311	0.000	0.370
sum	100.000	100.000	100.000	100.000

는 것을 알 수 있고 특히, 적분 항이 없어서 수치 계산 시 복잡한 AGA8-dc의 호출 횟수가 수십분의 일로 감소하는 것을 알 수 있다.

#### 4. 임계유동함수 계산

임계유동함수 계산 방법은 Ha<sup>(4)</sup>의 논문에 자세히 기술되어 있으므로 여기서는 간단히 기술하고자 한다. 임계유동함수 계산 시 경계 조건은 식 (18)과 (19)이며 보조적으로 쓰이는 상태량 식이 엔탈피와 음속(비열비 포함) 식인 (20), (21)이다. 계산 절차는 먼저, 노즐 입구의 정체 유동 조건에서 엔탈피, 엔트로피를 구한다. 이후 노즐 목의 온도를 가정하고 노즐 유동의 등엔트로피 조건(식 (18))으로부터 노즐 목의 밀도를 구한다. 이 밀도와 가정된 온도를 이용하여 노즐 목에서 엔탈피를 구하고 이로부터 음속을 구한 후 식 (21)로 계산한 음

속 값과 일치하는 지 확인한다. 이 차이가 설정 값보다 크면 노즐 목의 온도를 재설정 후 노즐 목의 유동 조건을 찾는 과정을 반복한다. CFF는 이러한 방법으로 구한 노즐 목의 밀도와 유속(음속)으로부터 식 (3)을 이용하여 구한다.

$$s_o - s_{nt} = 0 \tag{18}$$

$$V_{nt} - w = 0 \tag{19}$$

$$h_o - h_{nt} = \frac{V_{nt}^2}{2} \tag{20}$$

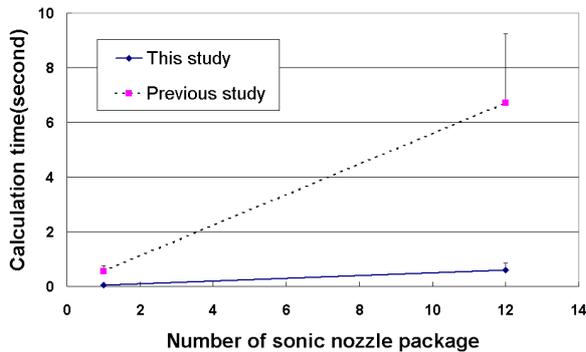
$$w = (\chi \cdot c_p / c_v \cdot R_u T / M)^{1/2} \tag{21}$$

#### 5. 계산 결과 및 고찰

Table 3은 '98-99년 CFF 국제비교 때 ISO에서

**Table 4** Comparison results of CFFs between this study and the previous study<sup>(4)</sup>

Temperature (K)	Pressure (MPa)	Gas A	Gas B	Gas C	Gas D
		This study Previous study NEL	This study Previous study NEL	This study Previous study NEL	This study Previous study NEL
273.15	2.0	0.688651	0.687626	0.688061	0.687700
		0.688656	0.687609	0.688056	0.687699
		0.688650	0.687627	0.688061	0.687700
	5.0	0.732246	0.722408	0.728891	0.718548
		0.732253	0.722384	0.728882	0.718545
		0.732244	0.722408	0.728891	0.718547
	10.0	0.846135	0.802035	0.831234	0.785702
		0.846146	0.801995	0.831216	0.785699
		0.846132	0.802035	0.831234	0.785702
293.15	2.0	0.682446	0.682450	0.682159	0.683051
		0.682452	0.682444	0.682161	0.683052
		0.682445	0.682449	0.682159	0.683051
	5.0	0.714132	0.708345	0.712040	0.706320
		0.714139	0.708338	0.712042	0.706321
		0.714132	0.708345	0.712040	0.706320
	10.0	0.785022	0.761571	0.777137	0.752618
		0.785033	0.761559	0.777139	0.752621
		0.785020	0.761571	0.777137	0.752617



**Fig. 1** Comparison of calculation times of CFFs between this study and the previous study

제시한 네 가지 가스 조성을 나타내고 Table 4는 이를 이용하여 CFF를 계산한 결과를 나타낸다. Table 4에는 각 유동 조건마다 세 개의 계산 결과가 표기되어 있는데 이는 본 계산의 유효성을 확인하기 위한 것으로 첫 줄은 본 연구의 계산값을 나타내고 둘째와 셋째 줄은 각각 본 공사와 NEL(영국 표준과학연구원)이 98년도에 ISO에 제출한 연구 결과를 나타낸다. 계산 결과를 비교해보면 기존 연구와는 최대 0.005 % - Gas B, 273.15 K, 5 MPa에서 -까지 차이 나는 것을 관찰할 수 있지만 NEL의 결과와는 소수점 6자리까지 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 기존 연구에서 각 상태량의 잔류 항(적분 꼴)을 계산할 때 Simson의 3/8

적분 공식을 사용했기 때문에, 3차 다항식보다 변화율이 작은 AGA8-dc의 수치 적분으로 인한 오차는 없는 것으로 간주할 수 있다. 따라서 전술한 편차는, 계산 방법의 차이로 인한 것이 아니라 정압비열 모델에 쓰인 계수 차이로 추정할 수 있으며 실제 계산을 통해서도 확인되었다.

Fig. 1은 본 방법과 기존 방법과의 CFF의 계산 시간을 비교한 것이다. 계산 조건은, 압력 5 MPa - 본 공사의 새 교정설비의 최대 압력 - 과 온도 288.15 K이며, 가스 성분 개수는 표준 LNG 성분수인 8 가지, pc는 Intel. quad core로 하였다. 또한 향후 PNG(pipeline natural gas) 도입도 감안하여 13개 성분에 대해서도 계산을 수행하고 Fig. 1에 오차 막대로 표시하였다. 계산 결과를 살펴보면, 기존 방식의 경우 12개 노즐 패키지의 CFF를 계산하는 데 6.7초가 소요되는데 반해 본 방법은 불과 0.6초 만에 계산을 완료하는 것을 알 수 있다. 또한 가스 성분을 13개로 했을 때는 본 방법의 경우 계산 시간의 차이가 거의 없는데 반해 기존 방법은 2.5초가 늘어난 9.2초가 되는 것을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 천연가스 유량 측정에 사용되는 소닉노즐의 CFF의 계산 시간을 단축하고자 하였

다. 이를 위해 AGA8-dc를 적용한 헬름홀츠 자유에너지 식을 유도하고 이로부터 적분 항이 없는 열역학 상태량을 도출하여 CFF 계산에 사용하였다. 그리고 계산 결과의 유효성을 확인하기 위해 '98~99년도 CFF 국제비교연구 때 본 공사와 NEL에서 ISO에 제출한 계산 결과와 비교하였으며 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 헬름홀츠 자유에너지로부터 적분 항이 없는 상태량 식을 유도하고 이를 12개 노즐 패키지로 구성된 노즐 뱅크의 CFF 계산에 적용한 결과 CFF 계산 시간이 기존 6.7초/12개에서 0.6초/12개로 감소되는 것을 알 수 있었고(LNG 성분 8개 기준) 성분 수가 더 늘더라도 본 방법의 CFF 계산 시간은 거의 변화가 없는 것을 알 수 있었다.

(2) 본 방법으로 계산한 CFF 값을, 본 공사의 기존 계산 결과 비교한 결과 최대 0.005 %의 차이만 보였고, NEL의 계산 결과와는 소수점 이하 6자리까지 거의 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

#### 참고문헌

- (1) Savidge, J. L. and Starling, K. E. 1994, "Compressibility Factors of Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases," AGA Report No. 8, American Gas Association, Arlington, Virginia (USA).
- (2) Park, K. A., 1998, Korea Research Institute of Standards and Science, Daejeon City, Private Communication.
- (3) Johnson, A. N., 2004, "Uncertainty and Traceability for the CEESI Iowa Natural Gas Facility," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, Vol. 109, No. 3, pp. 345-369.
- (4) Ha, Y. C. and Her, J. Y., 1999, "Evaluation of Critical Flow Factor in Natural Gas Flow Measurement Using Sonic Nozzle and International Comparison Results," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. B*, Vol. 23, No. 7, pp. 911~917.
- (5) Kunz, O., Klimech, R., Wagner, W. and Jaeschke, M., 2007, "The GERG-2004 Wide-Range Equation of State for Natural and Other Mixtures," GERG Technical Monograph 15, Groupe Europeen de Recherches Gazieres, Reihe 6 Nr. 557(Germany).
- (6) Schley, P., Jaeschke, M. and Busch, C., 1998. "Berechnung kaorische Zustandsgrößen von Erdgasen mit," *gwf-Gas/Erdgas* Vol. 139, No. 11, pp. 714~719.
- (7) Aly, F. A. and Lee, L. L., 1981, "Self Consistent Equations for Calculating the Ideal gas Heat Capacity, Enthalpy and Entropy," *Fluid Phase Equilibria*, Vol. 6, pp. 169~179.
- (8) Macfall, R. L., 1984, "Sonic Nozzle Flow Calculations for Natural Gas Using a Generalized Equation of State," Master thesis, University of Oklahoma, Norman, Oklahoma(USA).
- (9) Jaeschke, M. and Schley, P., 1995, "Ideal-Gas Thermodynamic Properties for Natural-Gas Applications," *Int. J. Thermophys.* Vol. 16, No. 6, pp 1381~1392.