

## 전단변형과 시간변화 이동자기력을 고려한 레일의 강제진동모델링

김준수\* · 김성종\* · 이 혁\* · 하성규\*\* · 이영현\*\*

\* 한양대학교 기계공학부, \*\* 국방과학연구소

### Forced Vibration Modeling of Rail Considering Shear Deformation and Moving Magnetic Load

Jun Soo Kim<sup>\*</sup>, Seong Jong Kim<sup>\*</sup>, Hyuk Lee<sup>\*</sup>, Sung Kyu Ha<sup>\*\*†</sup> and Young-Hyun Lee<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.,

<sup>\*\*</sup> Agency for Defense Development

(Received June 7, 2013 ; Revised September 24, 2013 ; Accepted September 27, 2013)

**Key Words:** Critical Velocity(임계속도), Timoshenko Beam Theory(티모셴코 보 이론), Euler Beam Theory(오일러 보 이론), Beam On Elastic Foundation(탄성체의 지지를 받는 보), Dynamic Response(동적 응답)

**초록:** 시간변화 이동자기력이 작용하는 레일의 변형을 티모셴코 보 이론(Timoshenko beam theory)로 가정하였으며, 보의 진동특성에 영향을 미치는 탄성체기초의 감쇠효과 및 강성을 고려하였다. 푸리에 급수와 수치해석을 이용해 강제진동모델의 동적응답과 임계속도를 구하였다. 레일의 진동모델을 유한요소 해석 및 오일러 보 이론(Euler beam theory)과 비교 검증하였다. 강제진동모델을 이용하여 레일의 영구변형을 예측하였으며, 실험결과 레일표면의 영구변형 및 마모를 확인하였다. 보의 설계변수인 레일의 형상, 재료, 탄성체 기초의 감쇠효과 및 강성이 레일의 임계속도 및 레일의 처짐, 축 방향 응력, 전단 응력에 미치는 영향에 대한 매개변수적 연구를 진행하였으며, 보의 설계방향을 얻을 수 있었다.

**Abstract:** A forced vibration model of a rail system was established using the Timoshenko beam theory to determine the dynamic response of a rail under time-varying load considering the damping effect and stiffness of the elastic foundation. By using a Fourier series and a numerical method, the critical velocity and dynamic response of the rail were obtained. The forced vibration model was verified by using FEM and Euler beam theory. The permanent deformation of the rail was predicted based on the forced vibration model. The permanent deformation and wear were observed through the experiment. Parametric studies were then conducted to investigate the effect of five design factors, i.e., rail cross-section shape, rail material density, rail material stiffness, containment stiffness, and damping coefficient between rail and containment, on four performance indices of the rail, i.e., critical velocity, maximum deflection, maximum longitudinal stress, and maximum shear stress.

- 기호설명 -

$E$  : 레일의 탄성계수  
 $I$  : 레일의 관성모멘트  
 $\rho$  : 레일의 밀도  
 $A$  : 레일의 단면적  
 $G$  : 레일의 전단계수  
 $\kappa$  : 전단력계수  
 $k$  : 컨테인먼트(Containment)의 강성  
 $c$  : 레일에 작용하는 감쇠효과

$v$  : 전자기력의 이동속도  
 $I_e$  : 레일에 작용하는 전류  
 $L'$  : 레일의 단위길이당 인덕턴스 정도

### 1. 서론

전자기력을 이용한 가속기술은 Fig. 1과 같이 전위차가 있는 2개의 전도체 레일 사이에 전도체인 전기자(armature)를 두고, 전기자 상의 전류와 레일의 전류에 의해 발생하는 자장의 상호작용(로렌츠 힘  $F_z$ )으로 전기자를 가속시키는 기술을 말한다.<sup>(1)</sup> 이때 레일에 전류가 흐르게 되면 두 레일

<sup>†</sup> Corresponding Author, [sungkha@gmail.com](mailto:sungkha@gmail.com)

도 서로 밀어내는 방향으로 힘( $F_y$ )을 받게 되어 레일이 측면방향으로 변형하게 된다(Fig. 2). 레일에 작용하는 전자기력은 레일에 강제진동을 발생시킨다.

$$F_y = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} L' I_c^2 \quad (1)$$

레일의 강제진동 해석을 위해 많은 연구자들이 레일의 동적응답을 수학적 모델링 하였으나,<sup>(2-7)</sup> 오일러 보 이론에 국한되어진 연구였다. 실제 전기가 발사 시 레일에는 국부적으로 전단변형 및 레일의 회전이 발생하기 때문에 티모센코 보 이론을 사용해야 보다 정확한 해석결과를 얻을 수 있다.<sup>(8,9)</sup>

레일과 컨테인먼트(containment) 사이에는 변형 및 마찰 등의 이유로 감쇠효과가 존재하는데, 오일러 보 이론을 사용하여 감쇠효과를 고려하기 위한 연구가 수행된 바 있다.<sup>(10-12)</sup> 또한 다양한 하중을 받는 보의 동적응답을 얻기 위하여 유한요소해석이 진행된 바 있다.<sup>(13-15)</sup>

기존의 많은 논문에서 레일에 작용하는 전자기력의 이동속도와 크기가 시간에 대하여 일정하다고 가정하였다. 하지만 레일에 작용하는 전자기력의 크기와 속도는 시간에 대하여 일정하지 않다.

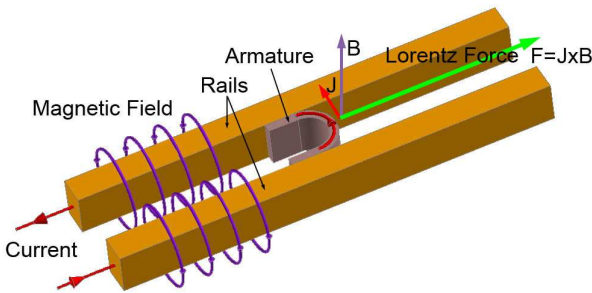


Fig. 1 Schematic of a electromagnetic launcher

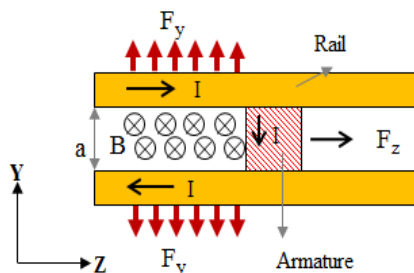


Fig. 2 Forces acting in electromagnetic launcher

본 연구에서는 티모센코 보 이론을 적용하여 시간변화 이동자기력이 작용하는 레일의 강제진동모델을 유도하였으며, 이를 오일러 보 이론 및 유한요소해석과 비교 검증하였다. 레일의 설계변수인 레일의 형상, 재료의 성능, 레일에 작용하는 감쇠효과와 컨테인먼트의 강성이 레일의 동적응답에 미치는 영향에 대한 매개변수적 연구를 진행하였으며, 시간변화 하중이 작용하는 레일의 진동해석을 통해 궁극적으로 레일의 설계에 적용하고자 한다.

## 2. 본 론

### 2.1 레일의 강제진동모델

#### 2.1.1 레일 해석모델

구리 레일과 절연체 G10 및 이를 구속하는 컨테인먼트(Fig. 3)를 탄성체 기초에 의해 지지되는 보 (beam on elastic foundation)로 모델링(Fig. 4) 하였다.

본 연구에서는 이동 자기력의 영향을 받는 레일의 동적응답을 푸리에 급수(Fourier series)와 수치해석을 이용하여 구하였다.

레일의 처짐  $w$ 와 회전  $\theta$ 로 구성된 레일의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -AG\kappa & 0 \\ 0 & -EI \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w'' \\ \theta'' \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & AG\kappa \\ -AG\kappa & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w' \\ \theta' \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & AG\kappa \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \rho A & 0 \\ 0 & \rho I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q(x,t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

레일에 작용하는 시간변화 이동자기력을 단위 길이당 전자기력의 크기  $g(t)$ 와 전자기력의 위치  $f(t)$ 가 복합적으로 작용하는 계단함수(Heaviside step function)로 가정하였다.

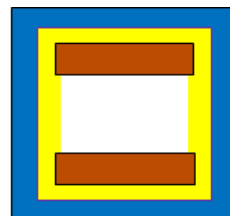


Fig. 3 Cross section schematic of rail system

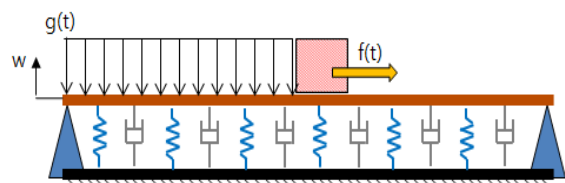


Fig. 4 Schematic of the rail on elastic foundation

$$g(t) \cdot H(f(t) - x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x > f(t) \\ g(t), & \text{if } x \leq f(t) \end{cases} \quad (3)$$

레일의 경계조건은 단순지지보라고 가정할 수 있으며, 거리  $x$ 에 대하여 푸리에 사인급수를 적용함으로서 레일의 처짐  $w(x,t)$ 와 회전  $\theta(x,t)$ , 하중  $q(x,t)$ 를 다음과 같이 변환하였다.

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(t) \sin(\chi_n x) \quad (4)$$

$$\theta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(t) \cos(\chi_n x) \quad (5)$$

$$q(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin(\chi_n x) \quad (6)$$

$$F_n(t) = \frac{2g(t)(1 - \cos(\chi_n f(t)))}{n\pi} \quad (7)$$

$$\chi_n = \frac{n\pi}{L} \quad (8)$$

식 (4, 5, 6)을 이용하여 시간과 거리에 대한 편미분방정식 (2)를 시간만의 상미분방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} k + AG\kappa\chi_n^2 & -AG\kappa\chi_n \\ -AG\kappa\chi_n & EI\chi_n^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} W_n(t) \\ \theta_n(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{W}_n(t) \\ \dot{\theta}_n(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \rho A & 0 \\ 0 & \rho I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{W}_n(t) \\ \ddot{\theta}_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2g(t)}{n\pi}(1 - \cos(\chi_n f(t))) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

여기서  $W_n(t)$ 와  $\theta_n(t)$ 는 레일의 처짐과 회전의 푸리에 급수 표현식이며,  $g(t)$ 와  $f(t)$ 가 시간의 함수라면, 식 (9)을 수치해석 함으로써 레일의 처짐 및 회전을 구할 수 있다.

레일의 처짐 및 회전으로부터 레일에 발생하는 축 방향 응력과 전단 응력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \quad (10)$$

$$\sigma_{xx} = zE \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n \theta_n(t) \sin(\chi_n x) \quad (11)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\kappa}{2} \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - \theta(x,t) \right) \quad (12)$$

$$\sigma_{xy-\max} = 1.5G\kappa \left( -\sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(t) \cos(\chi_n x) + \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n w_n(t) \cos(\chi_n x) \right) \quad (13)$$

레일의 경계조건이 단순 지지보일 때 푸리에 급수의 형상 및 주기는 레일의 모드형상(Mode shape)과 주파수와 연관된다. 2.1.2 항에서 자세하게 언급하겠지만, 전자기력이 일정한 속도로 이동하고  $g(t)$ 가 일정하다면 식 (9)의 해 및 고유주파수를 해석적인(analytic) 방법으로 구할 수 있다.

이 경우 식 (7)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_n(t) = \frac{2g(t)(1 - \cos(\frac{n\pi v}{L}t))}{n\pi} \quad (14)$$

외력  $F_n(t)$ 의 주파수  $\frac{n\pi v}{L}$ 와  $W_n(t)$ 의 고유주파수가 일치할 때 공진이 발생하며, 이 관계로부터 공진을 일으키는 이동속도와 이때의 푸리에 수를 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다.

Fig 5에서와 같이 공진을 일으키는 가장 낮은 속도를 임계속도라 하며, 일정한 크기의 전자기력이 임계속도로 이동한다면 매우 큰 진동을 유발하게 된다.<sup>(15-18)</sup>

### 2.1.2 감쇠효과를 무시한 경우

감쇠효과를 무시할 때, 다음과 같이 자기력의 이동속도  $v$  및 크기  $q_0$ 가 일정하다면, 레일의 처짐 및 회전각을 해석적인 방법으로 구할 수 있다.

$$q(x,t) = q_0 \cdot H(vt - x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x > vt \\ q_0, & \text{if } x \leq vt \end{cases} \quad (15)$$

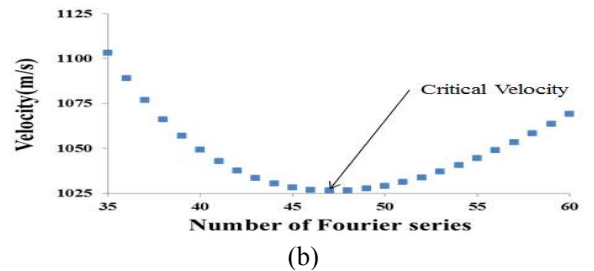
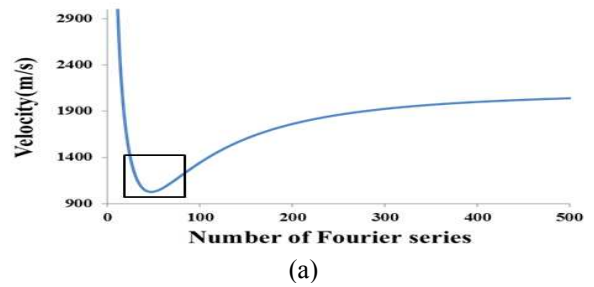


Fig. 5 (a) Relationship of velocity with Fourier number (b) Critical velocity of rail

지배방정식 (2)에 푸리에 급수와 라플라스변환 (Laplace transform)을 적용하여 이론 해를 구하면 다음과 같다.<sup>(16)</sup>

$$W_n(t) = Q_n \left( \frac{(\mu_n^2 - \omega_3^2)\cos\mu_n t}{\mu_n^2(\mu_n^2 - \omega_{1n}^2)(\mu_n^2 - \omega_{2n}^2)} + \frac{(\omega_{1n}^2 - \omega_3^2)\cos\omega_{1n} t}{\omega_{1n}^2(\omega_{1n}^2 - \mu_n^2)(\omega_{1n}^2 - \omega_{2n}^2)} + \frac{(\omega_{2n}^2 - \omega_3^2)\cos\omega_{2n} t}{\omega_{2n}^2(\omega_{2n}^2 - \mu_n^2)(\omega_{2n}^2 - \omega_{1n}^2)} + \frac{\omega_3^2}{\mu_n^2\omega_{1n}^2\omega_{2n}^2} \right) \quad (16)$$

$$\mu_n = \frac{n\pi v}{L} \quad (17)$$

$$Q_n = \frac{2q_0\mu_n^2}{\rho A n \pi} \quad (18)$$

$$\lambda_n = \frac{k}{\rho A} + \frac{A G \kappa}{\rho I} + \frac{G \kappa \chi_n^2}{\rho} + \frac{E \chi_n^2}{\rho} \quad (19)$$

$$\omega_{1,2n}^2 = \frac{1}{2} \left( \lambda_n \pm \sqrt{(\lambda_n)^2 - 4 \left( \frac{k G \kappa}{\rho^2 I} + \frac{E k \chi_n^2}{\rho^2 A} + \frac{E G \kappa \chi_n^4}{\rho^2} \right)} \right) \quad (20)$$

$$\omega_{3n}^2 = \frac{A G \kappa}{\rho I} + \frac{E \chi_n^2}{\rho} \quad (21)$$

공진이 발생할 때의 고유주파수  $\omega_n$ 는 이동자기력의 가진 주파수  $\mu_n = \frac{n\pi v}{L} = \chi_n v$ 와 일치하므로 식 (20)에서  $\omega_n = \mu_n$ 을 대입하고  $v$ 를  $\chi_n$ 으로 표현한 후  $\chi_n$ 에 대하여 미분하여 미분 값을 0으로 놓으면 다음과 같은 임계속도를 얻을 수 있다.

$$V_{cr}^{Ti} = \left( \frac{EI^2 k^2 - A^2 G \kappa I k (E + 2 G \kappa)}{\rho (Ik - A^2 G \kappa)^2} + \frac{2 \sqrt{A^4 I k (G \kappa)^3 (-EI k + G \kappa (A^2 E + Ik))}}{\rho (Ik - A^2 G \kappa)^2} \right)^{0.5} \quad (22)$$

여기서 전단특성을 무시하면 기존 논문에서 제시한 오일러 보 이론의 임계속도를 얻을 수 있다.<sup>(17,18)</sup>

$$V_{cr}^{Eu} = \sqrt{\frac{\sqrt{4 E I k}}{\rho I}} \quad (23)$$

### 3. 결과

#### 3.1 티모센코 및 오일러 보 이론의 임계속도 특성비교

Table 1의 물성치를 이용하여 티모센코 보 이론의 임계속도와 오일러 보 이론의 임계속도를 비

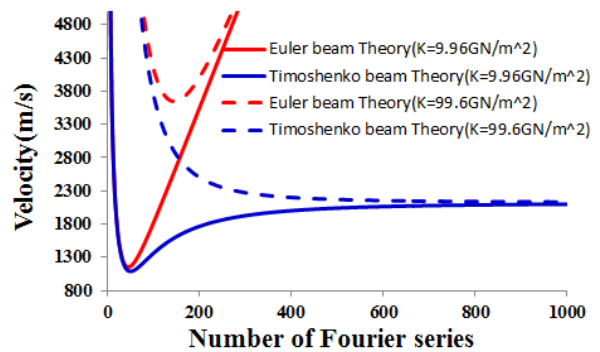
교 분석하였다.

컨테인먼트의 강성  $k$ 가 증가할 때 오일러 보 이론의 임계속도는 계속 증가한다(Fig. 6). 이것은 실제 물리현상에서는 발생할 수 없는 현상이므로 비현실적이다.

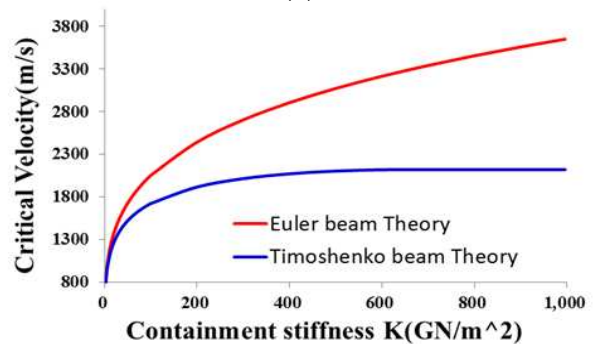
반면 티모센코 보 이론의 임계속도는 강성  $k$ 의 증가와 더불어 일정량 증가 후 컨테인먼트의 강성이  $k = \frac{(A G \kappa)^2}{EI - G \kappa I}$ 에 도달하였을 때 횡파의 속도  $V_{sh} = \sqrt{\frac{G \kappa}{\rho}}$ 에 수렴한다(Fig. 6). 이는 컨테인먼트의 강성증가로 티모센코 보 이론의 임계속도를 상승시키는 것에 한계가 존재함을 의미한다. 오일러 보 이론에서는 횡파속도 이상에서도 임계속도를 갖기 때문에 비논리적이라 할 수 있다.

Table 1 Mechanical property of rail

Young Modulus	126.9Gpa
Poisson Ratio	0.35
Density	8,900kg/m <sup>3</sup>
Kappa	0.85



(a)



(b)

Fig. 6 (a) Relationship of velocity with Fourier Number (Euler beam Theory vs Timoshenko beam Theory) (b) Relationship of critical velocity with Containment stiffness K (Euler beam Theory vs Timoshenko beam Theory)

3.2 레일의 동적응답 모델 비교

서로 다른 모델링으로부터 구한 응답특성을 비교 분석하기 위하여 티모센코, 오일러 및 유한요소 모델링을 수행하였다. 모델링에 사용된 물성치, 경계조건과 하중을 Table 2와 Fig. 7, Fig. 8에 나타내었다.

3.2.1 레일의 변형거동 모델 비교

Fig. 9는 티모센코 보 이론을 사용한 강제진동 모델, 유한요소해석 및 오일러 보 이론으로 계산된 레일의 처짐을 비교한 것이다.

Fig. 9(a)와 같이 임계속도 이하에서는 정하중이 작용했을 때의 정적 처짐량(약 0.0008m)을 중심으로 비교적 작은 진폭으로 진동하지만, Fig. 9(b)와 같이 임계속도에 접근하면 정적 처짐량의 약 3배에 해당하는 매우 큰 진동이 발생한다. Fig. 9(c)와 같이 임계속도보다 큰 속도에서는 단순조화진동 파형에 가까운 특성을 나타내며 정하중일 때의 약 2배에 이르는 진폭을 갖는다.

유한요소 모델과 티모센코 모델은 진폭 및 파장 등의 전반적인 특성이 매우 유사하다. 오일러 모델은 다른 2개의 모델과 달리 Fig. 9(c)에서와 같은 임계속도보다 훨씬 높은 속도에서도 전기자의 전방에서 작은 진폭을 갖는 진동이 계속 유지됨을 알 수 있다. 이것은 Fig. 6(a)에서와 같이 이동

속도가 무한히 증가하더라도 이에 상응하는 높은 진동수(짧은 파장)를 갖는 파동(wave)이 존재할 수 있기 때문에 나타나는 현상으로서 물리적으로 발생할 수 없는 현상이다.

임계속도 면에서도 유한요소 모델과 티모센코 모델이 매우 유사하며, 전단변형을 고려한 결과 오일러 모델에 비하여 약 5.73% 더 정확한 값을 갖는다(Table 3).

Table 3 Critical velocity of rail

Theory	Critical velocity
Timoshenko beam theory	1,081m/s
Euler beam theory	1,145m/s
Abaqus	1,082m/s

Table 2 Parameters used in the simulation of dynamic response of a rail

Length	2.75m
Moment of Inertia	5.21E-8m <sup>4</sup>
Area	0.001m <sup>2</sup>
Containment stiffness k	5.15 GN/m
Distributed load	4.22 MN/m

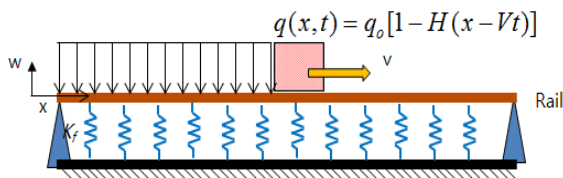


Fig. 7 Geometry of the rail

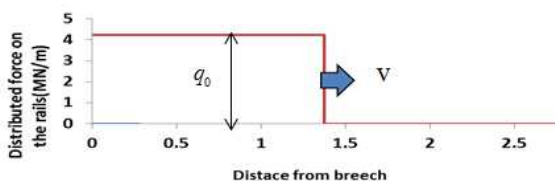
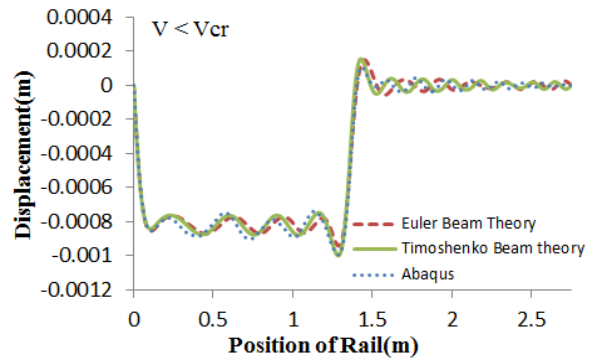
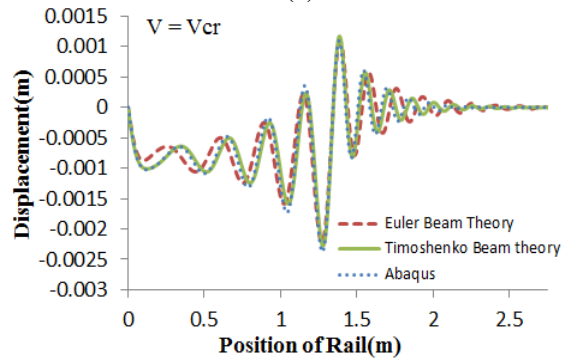


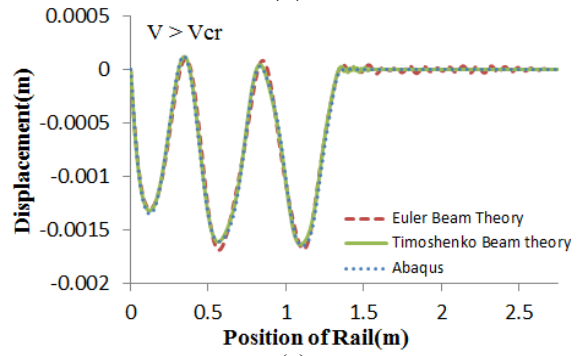
Fig. 8 Moving load condition of rail



(a)



(b)



(c)

Fig. 9 Verification of rail displacement; (a) V=800m/s, (b) V=Vcr, (c) V=2000m/s

3.2.2 레일의 응력거동 모델 검증

Fig. 10과 Fig. 11은 레일의 축 방향 응력 및 전단응력을 비교한 그림으로서, 처짐에서의 경우와 마찬가지로, 축 방향 응력(Fig. 10) 및 전단 응력(Fig. 11)은 유한요소 모델과 티모셴코 모델이 매우 유사하다.

하지만 전자기력의 이동속도가 임계속도 이상일 때 전기자의 전방에 짧은 파장의 응력이 나타

나는 현상이 있다. 오일러 모델의 경우, 앞서 설명한 바와 같이 횡파속도 이상에서도 존재하는 매우 짧은 파장의 파동으로 인하여 전기자의 전방에서 매우 높은 응력이 발생함을 알 수 있다(Fig. 10(c)).

좀 더 자세하게 설명하면, Fig. 6(a)에서 티모셴코 및 오일러 모델 모두에 대하여 전자기력의 이동속도가  $V_{cr}^{Ti} < V < V_{sh}$ 일 때 공진을 유발시키는

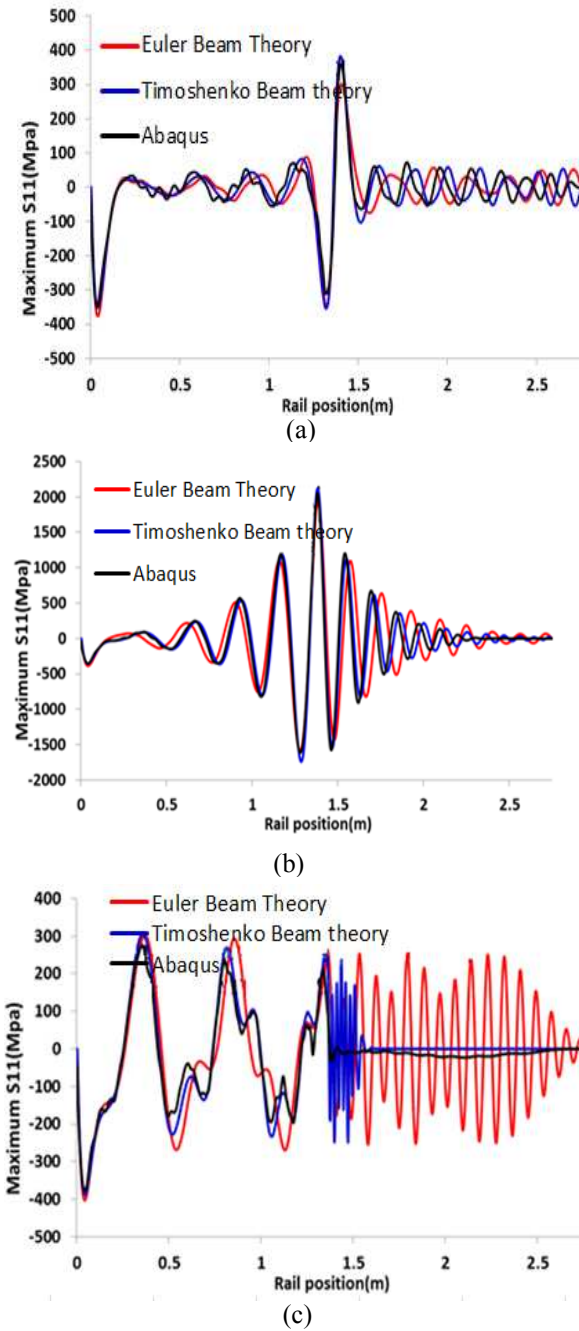


Fig. 10 Verification of rail maximum axial stress; (a) V=800m/s, (b) V=Vcr, (c) V=2000m/s

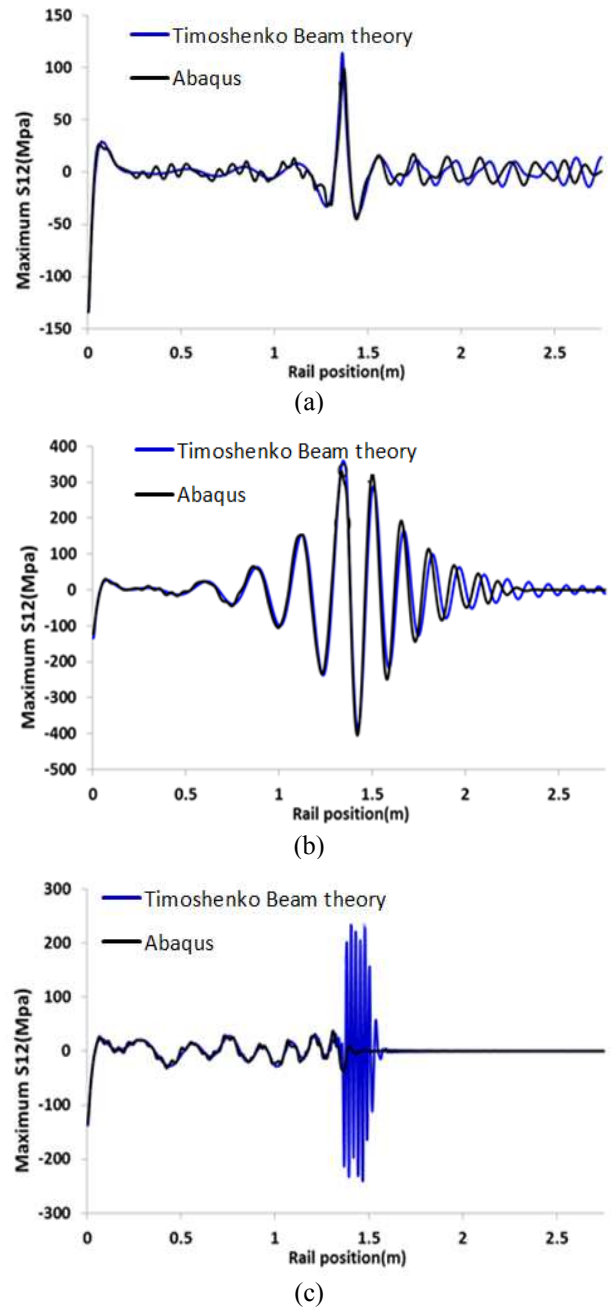


Fig. 11 Verification of rail maximum shear stress; (a) V=800m/s, (b) V=Vcr, (c) V=2000m/s

Table 4 Specification of rail system

Barrel Length	1.94m
Moment of Inertia	$2.5E-9m^4$
Area	$0.0003m^2$
Containment stiffness k	$9.96GN/m^2$
Kappa	0.85
Tensile Strength, Yield	333.4 MPa

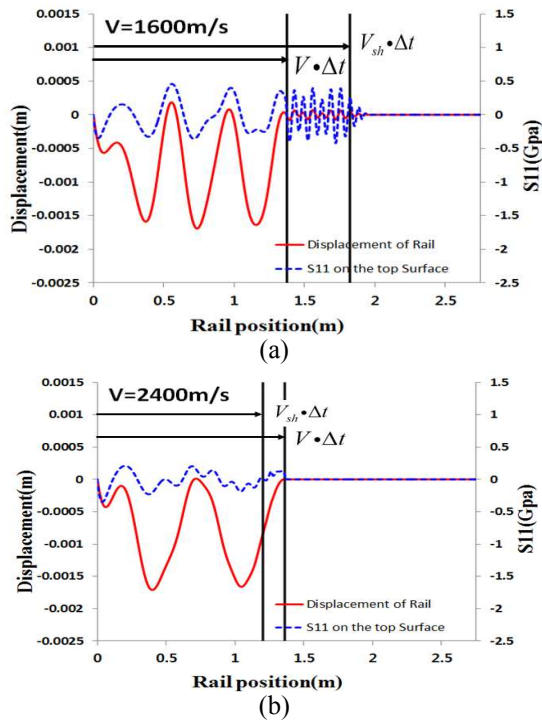


Fig. 12 Dynamic response of Rail; (a) Armature speed < transverse wave speed, (b) Armature speed > transverse wave speed

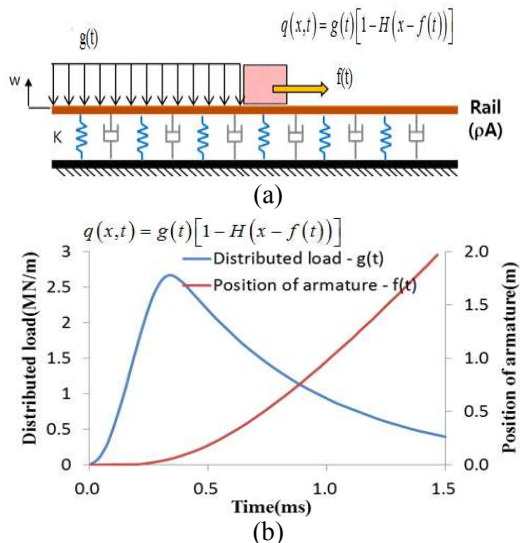


Fig. 13 (a) Geometry of the rail, (b) Moving load condition of rail

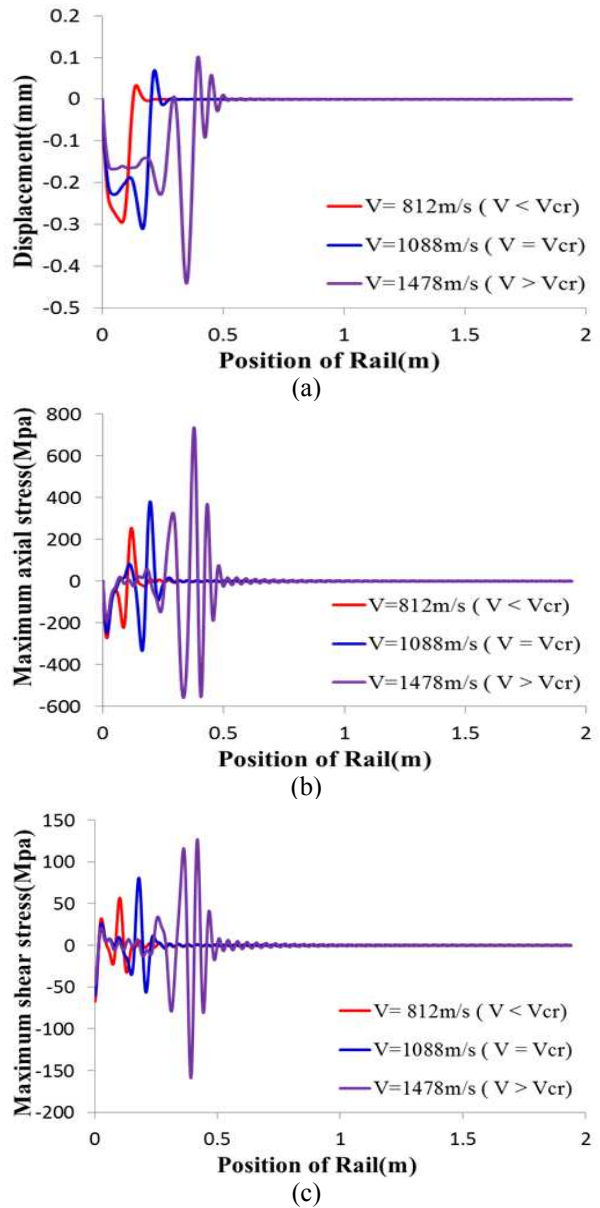
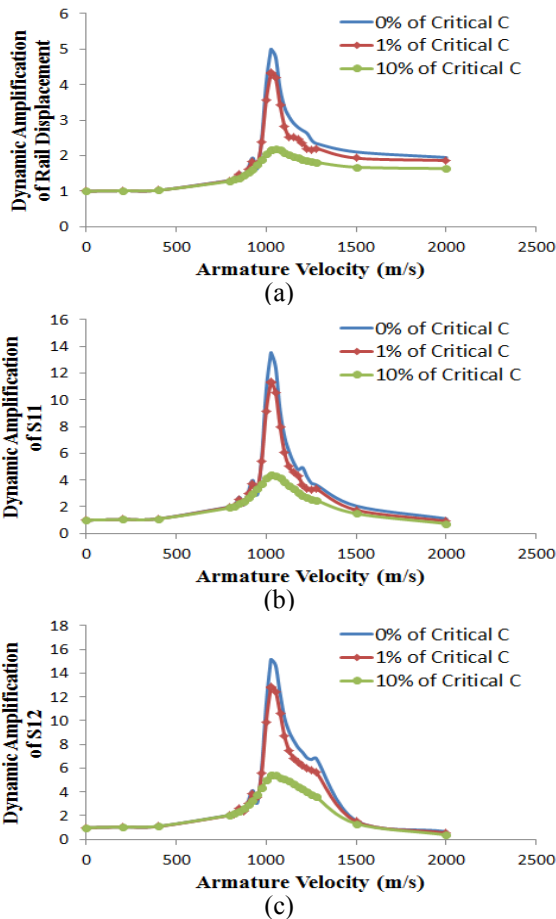


Fig. 14 Dynamic response of experimental rail; (a) displacement, (b) Axial stress S11, (c) Shear stress S12

주파수가 2개 존재한다. 이때 긴 파장을 갖는 파동은 전기자의 후방에 짧은 파장을 갖는 파동은 전기자의 전방에 발생하게 된다. 이때 전자기력의 이동속도가 임계속도를 넘어서게 되면 Fig. 12(a)와 같이 전기자의 전방에 짧은 파장의 파동이 발생하게 된다. 그러나  $V_{sh} < V$  일 경우, 티모셴코 모델에서는 1개의 주파수에 대응하는 단 하나의 파동만 존재하는 대신 오일러 모델에서는 2개의 주파수에 대응하는 2개의 파동이 존재하게 된다. 따라서 티모셴코 모델에서는 전기자의 이동속도

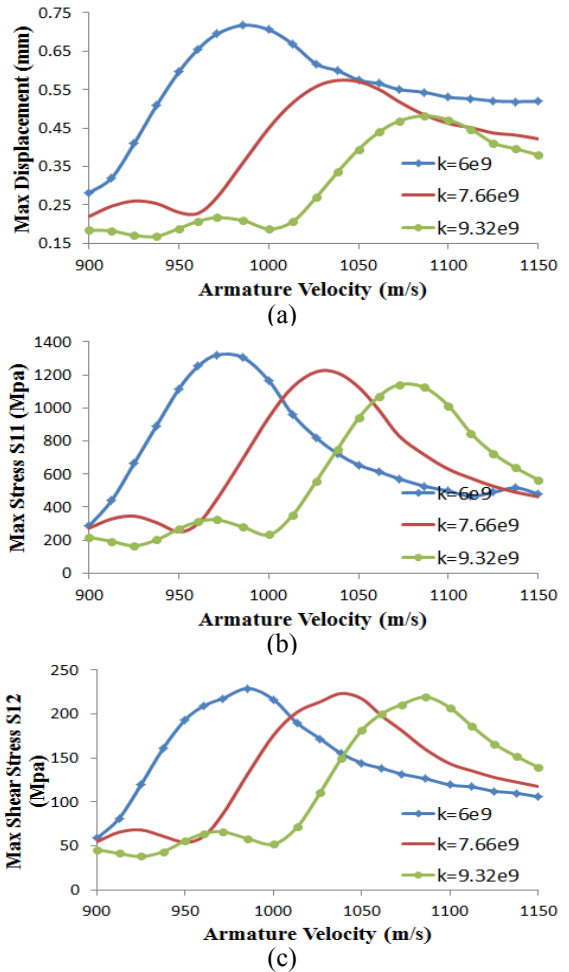
**Table 5** Mechanical property of rail

Barrel Length	1.94m
Young Modulus	126.9Gpa
Moment of Inertia	$2.5E-9m^4$
Poisson Ratio	0.35
Density	$8,900kg/m^3$
Area	$0.0003m^2$
Containment stiffness k	$7.66GN/m^2$
Kappa	0.85
Distributed load	$1.27MN/m$



**Fig. 15** Dynamic amplification of the mid point of the rail during the launch at various armature velocity vs damping effect; (a) Displacement, (b) S11, (c) S12

가 횡파속도를 추월하였을 때 Fig. 12(b)와 같이 전기자의 후방에만 파동이 존재한다. 하지만, 오일러 모델에서는 항상 전기자를 앞지르는 파동이 존재하게 된다. 따라서 오일러 모델을 사용하여 응력해석을 수행한다면 상당히 큰 오차를 야기할 수 있다.



**Fig. 16** Maximum dynamic response of the mid point of the rail during the launch at various armature velocity vs stiffness of containment; (a) Displacement, (b) S11, (c) S12

### 3.3 시간변화 이동자기력을 고려한 레일의 동적 거동

전자기력의 크기 및 전기자의 이동속도가 시간에 따라 변할 경우에는 해석적인 방법을 동원할 수 없기 때문에 수치해석적인 방법으로 해를 구하여야 한다. 여기서는 실제 상황을 모사할 수 있도록 Fig. 13과 같이 시간에 따라 변화하는 이동하중과 이동속도를 적용하여 응답을 구하였다.

레일의 단면특성 및 물성치는 Table 4와 같다. 컨테인먼트의 강성 k는 레일의 단면을 유한요소 해석하여 구하였으며, 레일에 작용하는 감쇠효과는 없다고 가정하였다.

전자기력의 이동속도는 0.2m지점에서 임계속도인 1,088m/s에 도달한다. 이때부터 진폭이 증가하



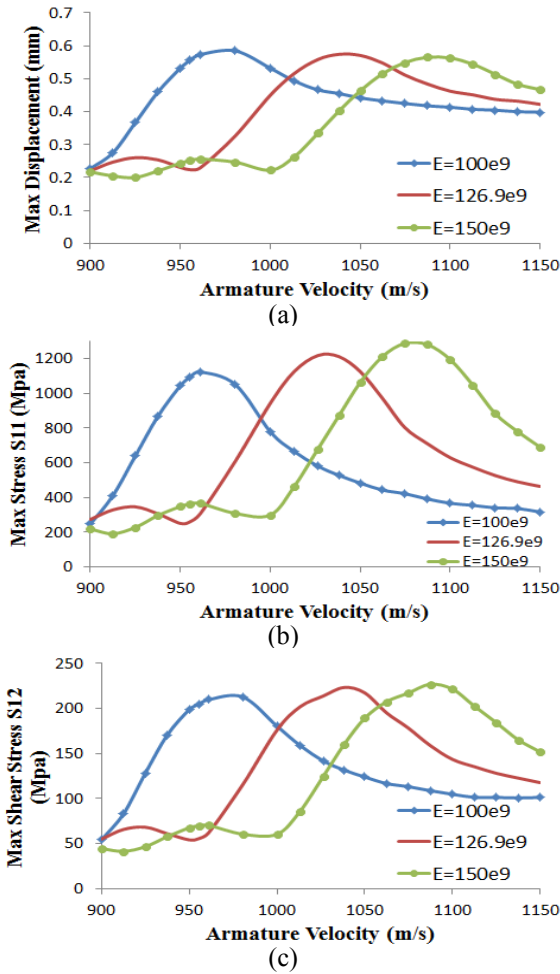


Fig. 17 Maximum dynamic response of the mid point of the rail during the launch at various armature velocity vs elastic modulus of rail; (a) Displacement, (b) S11, (c) S12

기 시작하고 이동속도가 1,478m/s이 될 때 최대의 진폭을 갖는 진동이 발생하며 그 후부터는 진폭이 감소해 나간다.

레일표면에 발생하는 최대 축 방향 응력은 753Mpa이며, 구리의 항복응력인 333.4Mpa를 초과하므로 레일 표면에 영구 변형이 일어날 가능성이 있다고 판단된다. 이런 상태에서 계속 같은 레일을 사용할 경우 레일표면의 마모를 일으킬 가능성이 크다(Fig. 14).

3.4 설계변수가 레일의 동적응답에 미치는 영향  
레일의 설계변수가 레일의 동적거동에 미치는 영향을 판단하기 위한 매개변수적 연구를 진행하였다.

각각 1%, 10%의 감쇠효과를 적용할 경우, 레일

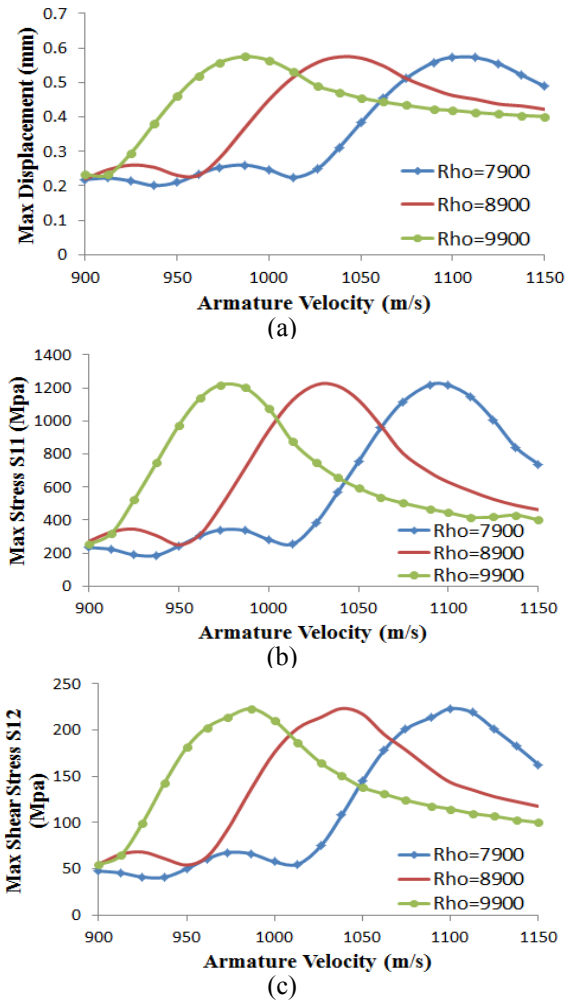


Fig. 18 Maximum dynamic response of the mid point of the rail during the launch at various Armature velocity vs density of Rail; (a) Displacement, (b) S11 (c) S12

의 중앙에서 나타나는 최대 처짐량은 14%, 56%, 축 방향 응력은 16%, 68%, 전단응력은 15%, 64% 감소한다. 따라서 레일의 감쇠효과에 대한 설계로 레일의 진동을 효과적으로 줄일 수 있다(Fig. 15).

컨테이너먼트의 강성을 각각 28%, 55% 증가시킬 경우, 레일의 임계속도는 5%, 10% 증가하며, 최대 처짐량은 20%, 33%, 축 방향 응력은 8%, 14%, 전단응력은 3%, 4% 감소하였다. 따라서 컨테이너먼트의 강성을 증가시키므로서 레일의 임계속도를 높일 수 있으며, 레일의 변형을 줄일 수 있다(Fig. 16).

레일의 탄성계수  $E$ 를 각각 27%, 50% 증가시킬 경우, 임계속도는 7%, 12% 상승하며, 레일의 최대 처짐량은 2%, 3% 감소하고, 최대 축 방향 응력은 8%, 15%, 최대 전단응력은 3%, 6% 증가하였다. 이와 같이 레일의 탄성계수  $E$ 를 증가시키면

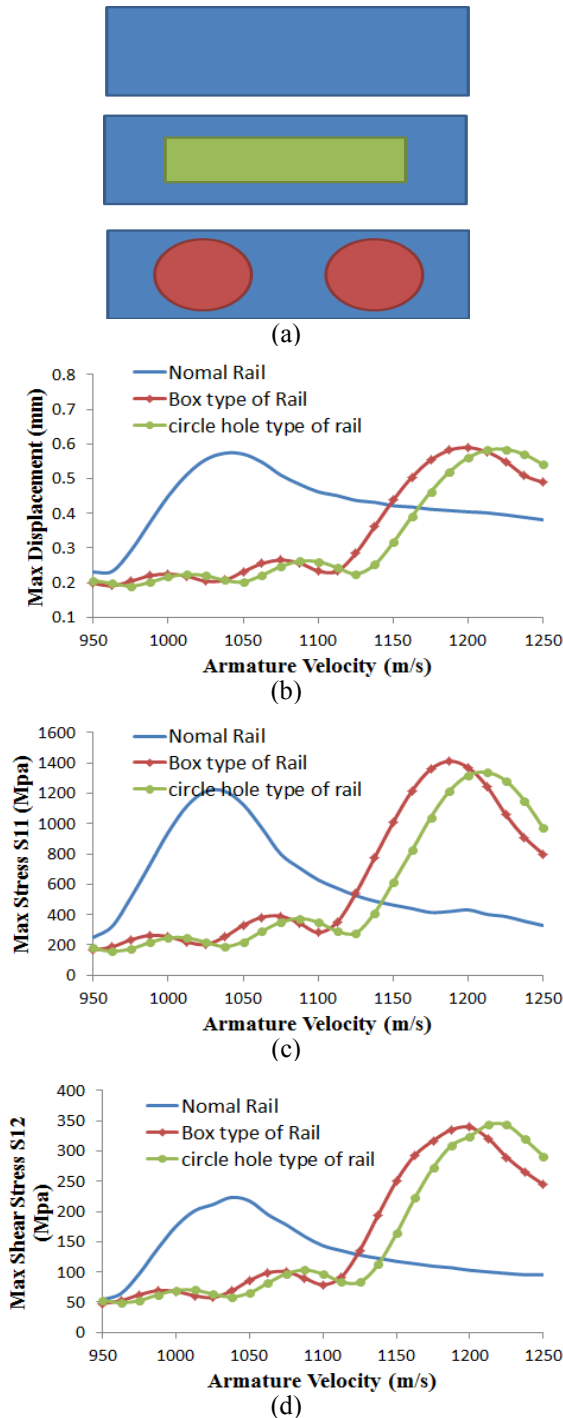


Fig. 19 Maximum dynamic response of the mid point of the rail during the launch at various armature velocity vs density of rail; (a) Cross section of rail, (b) Displacement, (c) S11 (d) S12

임계속도를 상승시킬 수 있지만, 탄성계수  $E$ 의 증가는 높은 응력을 야기하며, 영구 변형을 유발할 수 있다(Fig. 17).

레일의 밀도를 각각 10%, 20% 감소시킬 경우, 임계속도는 5%, 12% 상승하며, 최대 처짐량은 0.2%, 0.4% 감소하였다. 따라서 비교적 가벼운 소재를 사용한다면 임계속도를 상승시킬 수 있다 (Fig. 18).

Fig. 19 (a)와 같은 몇 가지 단면형상에 대하여 임계속도를 계산할 경우, 기본형 레일에 비하여, 박스형 레일이 15%, 원형 구멍을 포함한 레일이 17% 증가하였으며, 레일의 최대 처짐량은 각각 2.8%, 2%, 최대 축 방향 응력은 16%, 10%, 최대 전단응력은 52%, 54% 증가하였다. 이와 같이 레일의 단면형상을 변화시킴으로서 임계속도를 증가시킬 수 있으나, 단면적 감소로 인하여 응력상승을 유발할 수 있다.

#### 4. 결론

시간변화 이동자기력이 작용하는 레일의 강제진동모델을 티모셴코 보 이론을 이용해 유도하였다. 유한요소 모델과의 비교검증을 통하여 모델링의 정확성을 확인하였다.

자기력이 임계속도와 동일한 속도로 이동할 경우, 정하중이 작용할 때에 비하여 3배 이상의 큰 진동을 유발할 수 있다.

컨테이너의 강성을 증대시키거나 레일의 형상을 적절히 설계함으로써 임계속도를 어느 정도 증가시킬 수 있지만 횡과 속도이상으로 증대시킬 수 없다. 따라서 컨테이너의 강성증대와 더불어, 감쇠를 추가하여 최대진폭을 감소시키는 것이 좋은 방법이라 할 수 있다.

본 논문에서 유도한 레일의 강제진동모델을 이용함으로써 다양한 조건의 이동자기력이 작용하는 레일의 비 파괴적인 연구를 수행할 수 있으며, 레일의 설계 및 실험 시 소요되는 시간 및 비용을 절감시킬 수 있을 것으로 판단된다.

#### 후기

본 연구는 국방과학연구소의 연구비지원을 통하여 수행되었습니다.

#### 참고문헌

- (1) Lee, Y.-H., 2012, "Experimental Tests of a 25mm Square-Bore Railgun," 16<sup>th</sup> International EML Symposium, Vol 49.

- (2) Kenney, J. T., 1954, "Steady-State Vibrations of Beams on Elastic Foundations for Moving Load," *J. Appl. Mech. Trans ASME*, Vol. 21, 76, No. 4, pp. 359~364.
- (3) Steele, C. R., 1967 "The Finite Beam with a Moving Load," *J. Appl. Mech. Trans. ASME, ser. E*, Vol. 34, 89, No. 1, pp. 111~118.
- (4) Steele, C. R., 1968, "The Timoshenko Beam with a Moving Load," *J. Appl. Mech.*, Vol. 35, No. 3, pp. 481~488.
- (5) Timoshenko, S., Young, D. H. and Weaver, W. Jr., 1974, "Vibration Problems in Engineering," 4th ed. New York: Wiley, pp. 432~435.
- (6) Han, S. M., Benaroya, H. and Wei, T., 1999, "Dynamics of Transversely Vibrating Beams Using Four Engineering Theories," *J. Sound Vib.*, Vol. 225, No. 5, pp. 938~988.
- (7) Tzeng, J. T., 2005, "Structural Mechanics for Electromagnetic Railguns," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 1, pp. 246~250.
- (8) Hutchinson, J. R., 2001, "Shear Coefficients for Timoshenko Beam Theory," *Transactions of the ASME*, Vol. 68.
- (9) Crandall, S. H., 1957, "The Timoshenko Beam on an Elastic Foundation," in *Proc. 3rd Midwestern Conf. Solid Mechanics*, Ann Arbor, MI, pp. 146~159.
- (10) Fryba, L., 1999, "Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads," 3<sup>rd</sup> ed. London, U.K.: Telford, pp. 357~387.
- (11) Chen, Y.-H. and Huang, Y.-H., 2000, "Dynamic Stiffness of Infinite Timoshenko Beam on Viscoelastic Foundation in Moving Coordinate," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 48, pp. 1~18.
- (12) Fang, Q. and Du, M., 2006, "Dynamic Responses of an Elastically Supported Beams with Damping Subjected to Blast Loads." *Mechanics in Engineering*, 28(2), 53~56.
- (13) Hopkins, D. A., Stefani, F., Hsieh, K.-T. and Kim, B.-K., 1999, "Analysis of Startup Behavior in a C-Shaped Armature Using Linked EMAP3D/DYNA3D Finite Element Codes," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 35, No. 1, pp. 59~64.
- (14) Ping, L. and Qingyuan, Z., 2003, "Finite Element Analysis of Infinitely Long Beam Resting on Continuous Viscoelastic Foundation Subjected to Moving Loads," *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, Vol. 3, pp. 1~6.
- (15) Lewis, K. B. and Nechitailo, N. V., 2007, "Transient Resonance in Hypervelocity Launchers at Critical Velocities," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 1.
- (16) Daneshjoo, K., Rahimzadeh, M., Ahmadi, R. and Ghassemi, M., 2007, "Dynamic Response and Armature Critical Velocity Studies in an Electromagnetic Railgun" *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 1.
- (17) Nechitailo, N.V. and Lewis, K.B., 2006, "Critical Velocity for Rails in Hypervelocity Launchers," *International Journal of Impact Engineering*, 33, 485~495.
- (18) Johnson, A. J. and Moon, F. C., 2007, "Elastic Waves in Electromagnetic Launchers," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 1.