

## 유한요소해에 기초한 취성재료의 압입파괴인성평가

현홍철\*† · 이진행\*\* · Rickhey Felix\* · 이형일\*

\*서강대학교 기계공학과, \*\*한국원자력연구원

### Evaluation of Indentation Fracture Toughens in Brittle Materials Based on FEA Solutions

Hong Chul Hyun\*†, Jin Heang Lee\*\*, Rickhey Felix\* and Hyungyil Lee\*

\* Dept. of Mechanical Engineering, Sogang Univ.,

\*\*Reactor Mechanical Engineering Division, Korea Atomic Energy Research Institute

(Received June 6, 2013 ; Revised September 14, 2013 ; Accepted September 16, 2013)

**Key Words:** Fracture toughness (파괴인성), Indentation cracking test (압입 균열시험), Cohesive zone model (분리요소모델), Indenter geometry (압입자 형상), Number of cracks (균열수), FEA (유한요소해석)

**초록:** 본 논문에서는 cohesive zone 모델을 이용한 유한요소해석에 기초해 압입 파괴인성 평가식을 제시한다. 먼저 Vickers 압입균열해석에 기초해 다양한 물성변수(항복변형률  $\epsilon_0$ , 푸아송비  $\nu$ , 영률  $E$ )의 들이 균열크기에 미치는 영향을 분석하고, 파괴인성을 압입 시 측정되는 최대하중과 균열길이로 나타낼 수 있는 수식을 회귀로 얻었다. 아울러 접촉길이  $a$ ,  $E/H$  ( $H$ : 경도) 등을 추가 압입변수로 선정해 다양한 형태의 파괴인성평가법을 제시했다. 이후 동일 압입하중에서 압입자각 및 압입자 형태와 균열 크기의 관계를 분석해 Vickers 압입 파괴인성평가법을 다양한 압입자 형태로 확장했다. 본 연구에서 제안된 평가식을 이용하면 압입시험으로 얻어지는 데이터로부터 바로 취성재료의 파괴인성을 예측할 수 있다.

**Abstract:** In this study, we proposed an indentation evaluation method for fracture toughness using cohesive finite element simulations. First, we examined the effect of material properties (yield strain, Poisson's ratio, and elastic modulus) on crack size during Vickers indentation and then generated a regression formula that explains the relations among fracture toughness, indentation load, and crack size. We also proposed another indentation formula for fracture toughness evaluation using the contact size  $a$  and  $E/H$  ( $H$ : hardness). Finally, we examined the relation between the crack size and the indenter shapes. Based on this, we can generate from the formula obtained using the Vickers indenter a formula for an indenter of different shapes. Using the proposed method, fracture toughness is directly estimated from indentation data.

- 기호설명 -

- $K_c$  : 파괴인성
- $\sigma_{max}$  : 손상시작 응력값
- $\delta_{max}$  : 손상시작 변위값
- $\delta_c$  : 개구변위
- $\Gamma$  : 파괴에너지
- $\psi$  : 압입자 반대각

### 1. 서론

전통적인 파괴인성 평가시험 절차 및 시험제조의 어려움에 비해, 압입시험은 별다른 시편의 준비 없이 직접적으로 파괴인성을 평가할 수 있는 장점을 가지고 있다. 이에 다양한 압입자 형태 (Vickers, Berkovich, cube-corner 등)를 이용해 파괴인성 및 균열생성 임계하중평가 등에 대한 연구가 진행되고 있다. 세라믹 등의 취성재료의 경우 압입시험 시 압입하부에 발생하는 응력집중으로 인해 탄/소성 변형뿐만 아니라 압흔 주위로 균열이 발생한다.

† Corresponding Author, [hchyun@sogang.ac.kr](mailto:hchyun@sogang.ac.kr)  
© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

구형 혹은 평저형 압입자를 이용할 경우 원뿔형 균열이 발생할 수 있다. 삼각뿔이나 사각뿔 압입 시, 재료특성 및 최대하중 등에 따라 방사형, 중앙형, 반원형, 측면균열이 독립적 혹은 복합적으로 발생된다. 이때 균열크기와 압입하중 등의 관계를 이용해 취성재료의 파괴인성을 예측하기 위한 많은 연구가 수행되고 있다.<sup>(1~13)</sup> 압입 균열시험의 최종 목적은 전통적인 방법으로 얻은 파괴인성값과 유사한 값을 얻는 것이다. 하지만 기존 압입 파괴인성 평가식으로 예측된 파괴인성값은 실 파괴인성값과 상당한 오차를 보이며, 이에 압입시험법은 파괴인성 측정법으로서의 신뢰성에 대한 의문이 제기되고 있다.<sup>(14)</sup>

1950년대 이전에는 압입시험에서 발생하는 균열을 취성재료의 정확한 경도 측정에 방해가 되는 현상으로 간주했다. Palmqvist<sup>(15)</sup>가 최초로 재료의 파괴인성과 압입균열길이가 관계 있음을 보였다. Palmqvist는 Vickers 압입자의 각 모서리에서부터 측정된 평균 균열길이가 재료의 상대적인 파괴인성 측정에 활용될 수 있음을 보였다(Fig. 1 참조). 이후 Lawn 등<sup>(4)</sup>과 Anstis 등<sup>(5)</sup>이 Hill<sup>(16)</sup>의 expanding cavity 모델을 이용해 재료표면 균열길이와 압입하중, 경도 및 영률로부터 파괴인성을 예측하는 수식을 제시했다. Lawn 등<sup>(4)</sup>은 다음 두 가지 실험적 관찰에 기초했다. 첫째, 압입하부 변형은 기하학적 자기유사성을 만족하며, 둘째 “well-developed” 균열에서 압입하중  $P$ 와 균열길이  $c$ 의 관계는  $P/c^{3/2} = \text{constant}$ 이다. 이러한 관찰에 파괴인성  $K_c$ 를 재료영률  $E$ , 경도  $H$  및 압입자각  $\psi$ 의 함수로 나타냈다.

$$K_c \propto (a/b)(E/H)\cot\psi \frac{P}{c^{3/2}} \quad (1)$$

여기서  $a$ 와  $b$ 는 각각 압입 접촉길이와 소성영역의 크기를 의미한다(Fig. 2). 한편  $a/b$ 는 Hill의 expanding cavity 모델의  $\beta_H (= b/r, r = \text{cavity 영역의 반경})$ 와 관계 있으며, 다시  $\beta_H$ 는  $E/H$ 와 관계 지을 수 있다. Hill의 expanding cavity model에 기초해  $H/E$ 를 식 (2)처럼  $b/r$ 의 함수로 나타냈다.

$$\frac{H}{E} = \frac{2 [1 + \ln(b/r)^3]}{9 [(1-\nu)(b/r)^3 - 2(1-2\nu)/3]} \quad (2)$$

Lawn 등<sup>(4)</sup>은 실험으로  $b/r \approx (E/H)^m, m = 1/2$  임을 관찰했다. cavity 부피와 사각뿔 압입부피가 같다고 가정하면  $r$ 은  $a [\cot\psi/\pi]^{1/3}$ 에 비례하므로  $(b/a)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$b/a \approx (E/H)^{1/2} (\cot\psi)^{1/3} \quad (3)$$

식 (1)과 (3)을 조합하면 식 (4)와 같은 파괴인성 평가식을 얻을 수 있다.

$$K_c = \alpha \left( \frac{E}{H} \right)^{1/2} \left( \frac{P}{c^{3/2}} \right) \quad (4)$$

Anstis 등<sup>(5)</sup>은 다양한 유리, 세라믹 재료에 대해 Vickers 압입균열시험으로  $\alpha = 0.016 \pm 0.004$  임을 제시했다. 한편 Lawn 등<sup>(4)</sup>과 다르게 Laugier<sup>(17)</sup>는  $b/r \approx (E/H)^m, m=1/3$ 를 사용했다. 이 경우 식 (4)에서  $(E/H)$ 의 지수 1/2은 2/3으로 변한다. 그리고 Evans와 Charles는  $E/H$ 의 지수로 3/5사용했다.<sup>(2)</sup> 식 (1) 및 Hill의 expanding cavity model을 사용한 식 (4)는 많은 가정 및 단순화를 포함하고 있다. 아울러 Anstis 등<sup>(6)</sup>은 보정계수  $\alpha$ 를 구할 때 물리적 모델에 기초하지 않고 구했으며, 회귀곡선에 잘 맞는 재료들만 선택했다.

아울러 각 연구<sup>(2,5,17)</sup>에서 실험데이터로 얻은  $\alpha$ 의 값의 표준편차는 25~26 %에 해당한다. 이를 고려

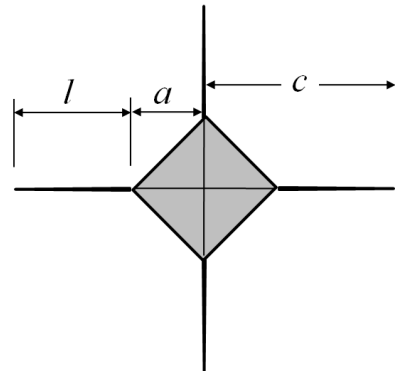


Fig. 1 Schematic of the geometry of Vickers indentation cracking

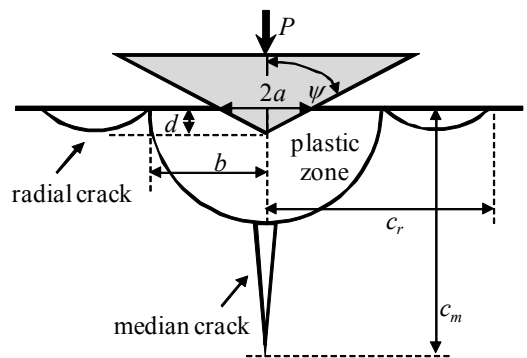


Fig. 2 Median  $c_m$  / radial  $c_r$  crack system [Lawn et al.<sup>(4)</sup>]

하면 (4)에 기초해 파괴인성을 평가할 경우 오차는 최대 50%에 달한다. 물론 압입 파괴인성의 평가는  $\alpha$ 뿐만 아니라 재료물성 평가의 부정확성에서도 기인될 수 있다. Jang과 Pharr<sup>(18)</sup>는  $\alpha$ 를 압입자 각도 및 푸아송비  $\nu$ 의 함수로 나타냈다. 하지만  $\alpha$ 는 푸아송비뿐만 아니라 항복강도, 영률 등 다양한 재료물성의 영향 받는다. 따라서 정확한 파괴인성 평가를 위해서는 재료물성, 압입자 형태에 따른 균열형상 및  $\alpha$ 의 변화를 면밀히 관찰해야 한다. 한편 Niihara 등<sup>(19)</sup>은 방사형(radial,  $c/a \leq 2.5$ ) 균열과 반동전형(half-penny,  $c/a \geq 2.5$ ) 균열을  $c/a$ 값으로 구분해 파괴인성 수식을 제시했다.

$$\left(\frac{K_c \phi}{Ha^{1/2}}\right) \left(\frac{H_V}{E\phi}\right)^{2/5} = 0.035(l/a)^{-1/2}; (c/a \leq 2.5) \quad (5)$$

$$\left(\frac{K_c \phi}{Ha^{1/2}}\right) \left(\frac{H_V}{E\phi}\right)^{2/5} = 0.129(c/a)^{-3/2}; (c/a \geq 2.5) \quad (6)$$

여기서  $l$ 은 압흔꼭지점에서 균열 끝까지 길이이며,  $\phi$  ( $\approx 3$ )는 구속인자,  $H_V = 0.9272H$ 이다. 재료표면의 균열상태로 균열의 최종 형상을 판단하기 어렵다. 침단형 압입에서 일반적으로 발생하는 균열은 방사형 및 중앙형 균열은 재료 물성, 압입깊이 및 압입자 형상 등에 따라 해중 시에도 방사형, 중앙형 균열 형태를 그대로 유지하거나 또는 반원형 균열로 진전될 수 있다. 앞서 설명한 수식 외에도 약 30여 개의 다양한 형태의 압입 파괴인성 평가식이 제시 되어왔다. Ponton과 Rawling<sup>(20,21)</sup>은 다양한 압입 파괴인성 평가식에 대해 조사했으며, 대부분의 평가식으로 얻은 파괴인성과 실 파괴인성의 오차가 약 30% 이상임을 보였다. 이에 다양한 형태의 유한요소 해석 및 측정기술을 활용해 재료특성에 따른 압입 파괴인성평가 연구가 시도되고 있다.<sup>(11,12,22)</sup> 특히 Lee 등<sup>(22)</sup>은 재료물성 및 압입자 조건 등의 압입균열특성에 미치는 영향을 분석하기 위해 CZM(cohesive zone model)을 이용한 균열해석을 수행했다. 아울러 Hyun 등<sup>(23)</sup>은 이를 이용해 다양한 압입자 형상변화에 따른 균열특성을 분석했다.

CZM은 파괴에너지와 균열전단의 한계응력 등을 사용해 재료 파괴과정을 모사한다. CZM에서 두 결함면(cohesive surface)의 간격이 임계거리에 도달하기 전까지 결합력(cohesive traction)은 증가 하며, 임계거리 도달 이후 결합력은 0으로 점점 감소한다. 결합력이 0이 되면 두 면이 분리되고 균열이 형성 된다(Fig. 3). Fig. 3의 분리요소 힘-간격 응답곡선의 하부면적은 파괴에너지  $\Gamma$ 를 나타내며, 이 경우 파괴인성  $K_c$ 는 식 (7)로 표현된다.

$$\Gamma = \frac{K_c^2}{E'} = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \delta_c, E' = \begin{cases} E & : \text{plane stress} \\ E/(1-\nu^2) & : \text{plane strain} \end{cases} \quad (7)$$

여기서  $\nu$ 와  $E$ 는 각각 푸아송비와 재료영률이다. 아울러  $\sigma_{\max}$ ,  $\delta_{\max}$  그리고  $\delta_c$ 는 각각 손상시작 응력값, 이에 대응하는 변위값, 그리고 개구변위를 의미한다.

본 연구에서는 Lee 등<sup>(22)</sup>과 Hyun 등<sup>(23)</sup>이 압입 균열 해석모델 및 균열특성 분석에 기초해 다양한 재료물성(영률, 항복변형률, 푸아송비 등) 및 압입 조건(압입하중, 압입자형상, 압입자각)을 고려한 새로운 압입 파괴인성 예측식을 제시한다. 아울러 이를 실험적으로 검증하고자 한다. 먼저 기초 유한요소해석으로 파괴인성과 관련된 주요 변수들을 선정하고, 선정변수에 따른 균열길이 변화를 살펴본다. 이를 바탕으로 다양한 재료 물성치에 대한 Vickers 균열 압입해석으로 파괴인성을 압입하중과 균열 길이로 나타낼 수 있는 사상함수를 찾는다. 이 후 다양한 압입자형태 및 압입자각에 따른 균열크기 변화를 조사해 제안한 평가식의 적용범위를 확장한다. 최종적으로 실 압입시험 데이터를 이용해 제안된 압입 파괴인성 평가식을 검증한다.

## 2. 압입 파괴인성평가

### 2.1 유한요소해석모델 및 기초해석

Lawn 등<sup>(4)</sup>은  $\alpha$ 를 압입자각(centerline-to-face angle,  $\psi$ , Fig. 4)의 함수로만 설정했으나, 재료물성 등

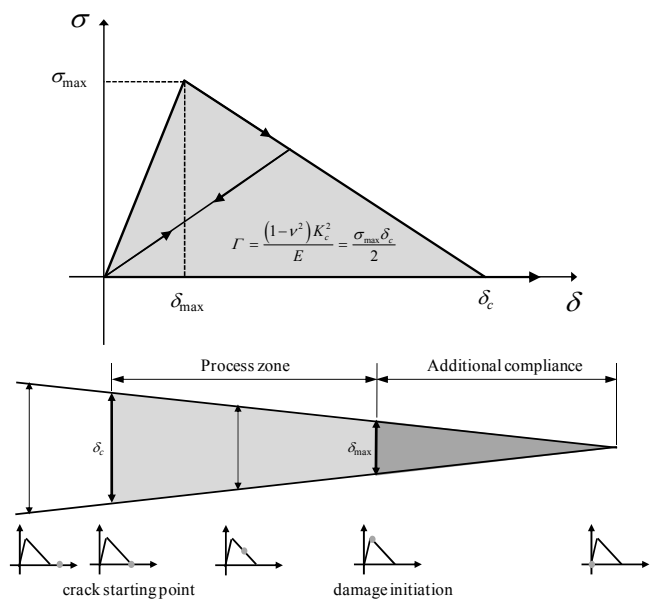


Fig. 3 Traction-separation relation for an irreversible bilinear cohesive zone model [Lee et al.<sup>(22)</sup>]

다양한 압입변수에 따라 달라진다.<sup>(22)</sup> 힘-간격 응답 특성, 압입조건, 재료물성 등 여러 압입변수에 따른  $\alpha$ 의 변화를 살펴 보고자 Fig. 5와 같은 압입 균열 유한요소해석 모델을 생성했다. 삼각 및 사각뿔 압입을 위한 1/4 및 1/3 유한요소 해석모델은 약 86,600개의 요소와 97,000개의 절점으로 구성된다(Fig. 5). 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직 방향 변위성분들을 구속하고, 압입자 모서리와 분리요소의 분리 방향을 일치시켰다. Lee 등<sup>(22)</sup>은 다양한 구간선형 힘-간격 응답을 이용한 압입균열 해석에서  $c$  (또는  $\alpha$ )는  $\delta_{max}/\delta_c$ 에 무관함을 보였다. 또한 “well-developed” 균열에서는  $\sigma_{max}$ 의 변화 ( $\Gamma$ 는 동일)도  $c$  및  $\alpha$ 에 큰 영향을 미치지 않음을 보였다. 이에 본 연구에서는 “well-developed” 균열에 대해 압입자 형상에 따른 압입균열 크기 및 균열형태의 변화를 관찰한다. 아울러 CZM을 이용한 압입균열 해석 시, 균열생성을 보장하고 선형탄성 파괴 조건 ( $c \gg$  process zone size)을 만족 시키기 위해 모든 경우에  $\sigma_{max} \leq \sim 0.2\sigma_0$  ( $\sigma_0$ , 항복 강도)가 되도록 했다.<sup>(22)</sup> 한편 재료는 탄성-완전 소성재료로 가정했다.

손상시작 응력값 및 파괴에너지는  $\sigma_{max} = 0.5$  GPa 및  $\Gamma = 0.0025$  GPa· $\mu$ m로 고정한 후, 영률 ( $E = 100, 200, 400$  GPa)값을 변화시켜, 파괴인성 ( $K_c = 0.52, 0.74, 1.05$  MPa·m<sup>1/2</sup>)에 따른  $\alpha$ 의 변화를 살펴보았다.  $\epsilon_0$ 와  $\Gamma$ 가 일정할 때,  $E$ 가 커지면  $\alpha$ 값은 감소한다

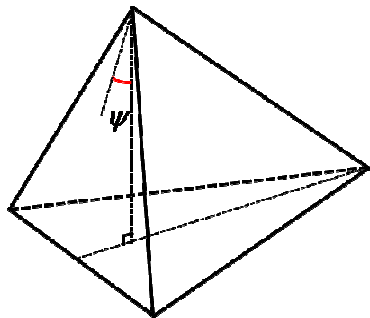


Fig. 4 Schematic figure of the centerline-to-face angle  $\psi$

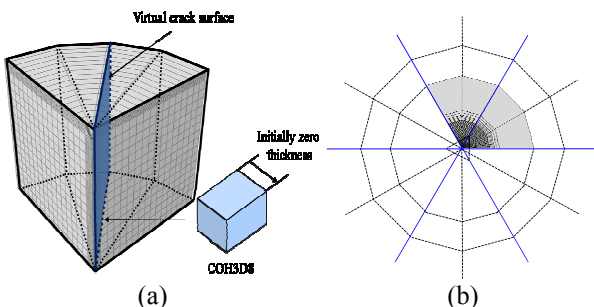


Fig. 5 FE model for 3D (a) 1/4 four (b) 1/3 three-sided pyramidal indentation using cohesive zone model

(Table 1). 이는  $\epsilon_0$  ( $\equiv \sigma_0/E$ ) 뿐만 아니라  $E$  값 자체도  $\alpha$  값 변화에 영향을 미치는 변수임을 의미한다. 아울러 푸아송비  $\nu$ 가 증가하면  $\alpha$ 값은 감소한다(Table 2). Table 3는 압입자각  $\psi$ 에 따른  $\alpha$ 값의 변화를 보여준다. 압입자각  $\psi$ 가 감소하면 동일 하중 (동일 접촉면적)에서 전체 압입부피가 증가해 균열길이가 커져  $\alpha$ 는 증가하게 된다. 이에 새로운 압입 파괴인성 평가식을 압입자각  $\psi$ , 항복 변형률  $\epsilon_0$ , 푸아송비  $\nu$  및 영률  $E$  등의 영향을 고려해 제시한다.

2.2 유한요소해석모델 및 기초해석

2.1장에서 압입자형상계수  $\alpha$ 가 압입자각  $\psi$ , 항복 변형률  $\epsilon_0$ , 푸아송비  $\nu$  그리고 영률  $E$ 에 함수임을 보였다. 아울러 균열길이는 마찰계수에 따라 서로 변하게 된다.<sup>(4)</sup> 마찰계수에 따라 실 압입 접촉

Table 1 Variation of  $c/a$  and  $\alpha$  with material properties

$\nu = 0.3, f = 0, h_{max} = 0.6 \mu\text{m}, \delta_{max}/\delta_c = 1/4, \Gamma = 0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}$					
$K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	$\epsilon_0$ ( $\sigma_0/E$ )	$P_{max}$ (mN)	$H$ (GPa)	$c/a$	$\alpha$
0.52	0.025 (2.5/100)	42.6	5.7	1.58	0.0157
0.74	0.025 (5.0/200)	84.8	11.3	1.92	0.0149
1.05	0.025 (10.0/400)	168.8	22.5	2.23	0.0132
0.52	0.050 (5.0/100)	55.0	8.2	1.53	0.0127
0.74	0.050 (1.0/200)	113.9	17.0	1.83	0.0116
1.05	0.050 (20.0/400)	227.4	34.0	2.11	0.0102

Table 2 Variation of  $c/a$  and  $\alpha$  with Poisson’s ratio

$E = 200 \text{ GPa}, \sigma_0 = 5 \text{ GPa}, f = 0, h_{max} = 0.6 \mu\text{m}, \delta_{max}/\delta_c = 1/4, \Gamma = 0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}$					
$K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	$\nu$	$P_{max}$ (mN)	$H$ (GPa)	$c/a$	$\alpha$
0.71	0.1	76.3	10.2	2.25	0.0191
0.72	0.2	80.1	10.7	2.10	0.0170
0.74	0.3	84.8	11.3	1.93	0.0150

Table 3 Variation of  $c/a$  and  $\alpha$  for three kinds of indenter angles

$E = 200 \text{ GPa}, \sigma_0 = 5 \text{ GPa}, \nu = 0.3, f = 0.2, K_c = 0.74 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}, h_{max} = 1.0 \mu\text{m}, \delta_{max}/\delta_c = 1/4$					
Cohesive zone properties	$\psi$ (°)	$P_{max}$ (mN)	$H$ (GPa)	$c/a$	$\alpha$
$\sigma_{max} = 0.5 \text{ GPa}$ $\Gamma = 0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}$	55	99.2	11.8	2.72	0.0217
	68	231.7	10.6	2.45	0.0159
	75	426.1	10.3	2.17	0.0107

길이 등이 변하고, 이로 인해 재료의 내부 응력상태가 달라져 균열크기에 영향을 미친다. 마찰계수가 증가 함에 따라 균열길이도 커지나,  $f = 0.2$  이상에서는 균열길이도 일정하다. 그리고 금속 및 세라믹 재료간 마찰계수가 약  $f = 0.1 \sim 0.3$  임을 감안해, 본 연구에서는  $f = 0.2$  로 고정하고 압입 균열해석을 진행한다. 그리고 “well-developed” 균열시스템에서 의 압입최대 하중과 균열길이 관계를 고려해 ( $P_{max} \propto c^{2/3}$ ) 압입 파괴인성 평가식을 식 (8)과 같이 변수  $\cot\psi$ ,  $\nu$ ,  $\epsilon_0$  의 항으로 나타냈다.

$$\frac{K_c}{P_{max}/c^{3/2}} = \kappa_0(\cot\psi, \nu, \epsilon_0) \quad (8)$$

항복변형률 5 가지 ( $\epsilon_0 = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1$ ), 푸아송비 4 가지 ( $\nu = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ ), 압입자각 3 가지 ( $\psi = 55^\circ, 68^\circ, 75^\circ$ ) 경우에 대해 해석을 진행한다. 한편 Jang과 Pharr<sup>(18)</sup> 및 Hyun 등<sup>(23)</sup>은 각각 다양한 삼각뿔형 압입균열시험 및 cohesive interface 모델을 이용한 사각뿔형 압입 균열해석으로  $c$ 와  $(\cot\psi)^{4/9}$ 가 선형적인 관계임을 보였다. 이 경우 식 (8)의  $\kappa_0$ 는  $(\cot\psi)^{2/3}$ 에 비례하게 된다. 이에 우선  $\psi = 68^\circ$  (Vickers)에 대해 파괴인성 예측식을 정립하고, 이후  $\kappa_0$ 와  $(\cot\psi)^{2/3}$ 가 비례관계임을 이용해 파괴인성 예측식을 다른 압입자 각으로 확장한다.

균열해석 시 손상시작 응력값  $\sigma_{max}$ 은 균열생성 및 전진이 보장되도록  $\sigma_{max}/\sigma_0 \leq \sim 0.2$ 의 범위에서 사용했다.<sup>(23)</sup> 한편 해석 시  $\Gamma = 0.0025, 0.0010$  GPa· $\mu\text{m}$  또는  $E = 100, 200, 400, 600$  값을 조정해 재료의 파괴인성값 ( $K_c = 0.5025 \sim 2.0966$  MPa· $\mu\text{m}^{1/2}$ )을 달리 부가했다 [식 (7) 참조]. 탄성-완전소성 재료에 대해 “well-developed” 균열 발생 시까지 압입해  $\kappa_0$ 를 얻었다. 각  $E$ 에 대해  $\epsilon_0$ 와  $\nu$ 에 따른  $\kappa_0$  변화를 살펴(Figs. 6).  $\Gamma, E$  및  $\epsilon_0$ 가 동일할 때 푸아송비  $\nu$ 가 증가하면,  $\kappa_0$ 은 감소하게 된다(Fig. 6). 이는 일반적으로  $\nu$ 가 증가함에 따라 재료의 지배적인 특성이 취성에서 연성으로 변해, 균열 길이가 감소하기 때문이다. 한편  $\Gamma, E$  및  $\nu$ 가 동일할 때, 항복변형률  $\epsilon_0$ 가 증가함에 따라  $\kappa_0$ 은 감소한다(Fig. 6). 즉, 재료의 항복강도가 증가하면 균열 길이가 감소한다.  $\Gamma = 0.0025$  GPa· $\mu\text{m}$ ,  $\nu = 0.3$ 로 고정일 때,  $E$ 와  $\epsilon_0$ 에 따른  $\kappa_0$ 의 변화를 살펴(Fig. 7). 이 경우  $\epsilon_0$ 가 동일해도,  $E$ 에 따라  $\kappa_0$ 는 다른 값을 갖는다. 이는 식 (7)에서 알 수 있듯이,  $\Gamma$ 가 동일해도  $E$ 가 다르면, 재료의 파괴인성값이 달라지기 때문이다.

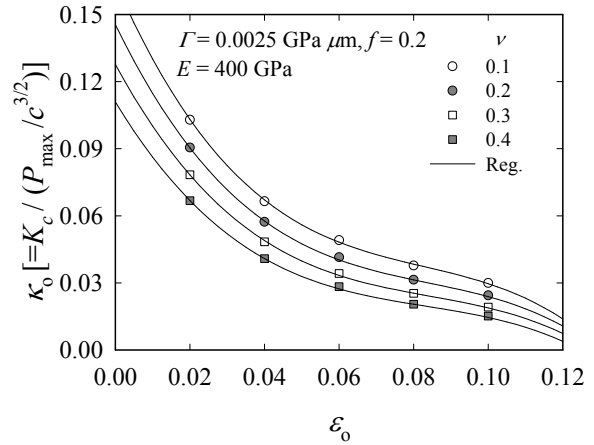


Fig. 6  $\kappa_0$  vs.  $\nu$  for five different yield strain ( $E = 400$  GPa)

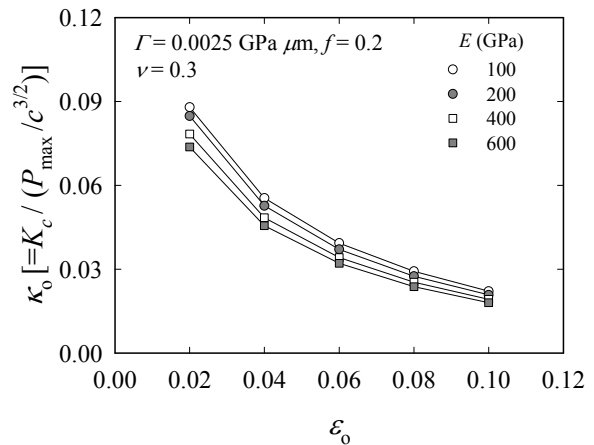


Fig. 7  $\kappa_0$  vs.  $\epsilon_0$  for four different Young's moduli ( $\nu = 0.3$ )

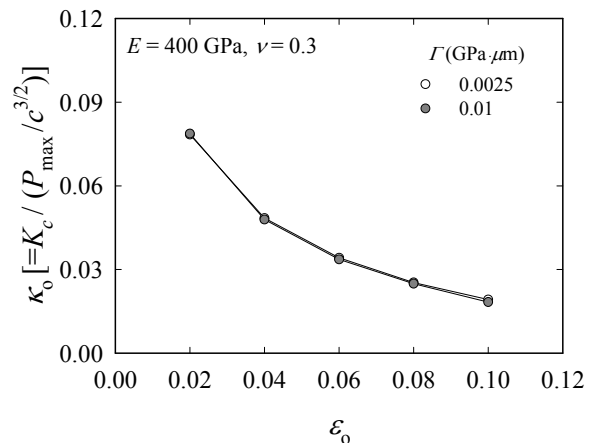


Fig. 8  $\kappa_0$  vs.  $\epsilon_0$  for two different fracture toughness

$E$ 의 영향을 살펴보기 위해  $E = 400$  GPa,  $\nu = 0.3$ ,  $\Gamma = 0.010$  GPa· $\mu\text{m}$  ( $K_c = 2.0966$  MPa· $\text{m}^{1/2}$ ) 재료에 대해 항복변형률 변화에 따른  $\kappa_0$  값을 얻었다. 여기서 얻은  $\kappa_0$  값들은  $E = 400$  GPa,  $\nu = 0.3$ ,  $\Gamma = 0.0025$  GPa· $\mu\text{m}$  ( $K_c = 1.0482$  MPa· $\text{m}^{1/2}$ )에서 얻은  $\kappa_0$  값들과 동일하다(Fig. 8). 즉  $E$ 와  $\epsilon_0$ 가 동일하면  $\Gamma$  (또는

$K_c$ )에 상관없이 일정한  $\kappa_0$  값을 얻는다. 이에  $E$ 의 영향을 고려하고자 임의의 영률값  $E_{1000} = 1000$  GPa과 재료영률  $E$ 의 비  $E_R (= E / E_{1000})$ 을 압입변수로 추가했다. 각 압입변수들에 대한 회귀방법은 다음과 같다. 먼저 각 항복변형률과 푸아송비가 주어지면  $E_R$ 에 대해 회귀한다. 이어 얻어진 회귀계수들을 항복 변형률에 대해 회귀하고, 이어 푸아송비에 대해 회귀한다. 이와 같은 과정을 거치면 식 (9)와 같이 영률비, 항복변형률, 푸아송비의 통합함수로 표현할 수 있다. Fig. 6에 식 (9)로 회귀되는 곡선을 나타냈다.

$$\frac{K_c}{P_{max}/c^{3/2}} = \kappa_0 |_{\psi} (\nu, \epsilon_0, E_R)$$

$$\kappa(\nu, \epsilon_0, E_R) = \alpha_i^{\kappa}(\nu, \epsilon_0)(E_R)^i ; i = 0,1,2 \quad (9)$$

$$\alpha_i^{\kappa}(\nu, \epsilon_0) = \beta_{ij}^{\kappa}(\nu) \epsilon_0^j ; j = 0,1,2,3$$

$$\beta_{ij}^{\kappa}(\nu) = \gamma_{ijk}^{\kappa} \nu^k ; k = 0,1,2$$

여기서  $\kappa_0|_{\psi}$ 는 Vickers ( $\psi = 68^\circ$ ) 압입자로 얻은  $\kappa_0$ 를 의미한다. 유한요소해석의 입력값과 식 (9)를 이용해 예측된 파괴인성치를 Fig. 9에 나타냈다. 계산된 파괴인성 값들의 평균 오차는 약 1.2% 정도이다.

Anstis 등<sup>(6)</sup>의 실험데이터를 이용해, 본 연구에서 제시한 평가식을 검증했다. 압입 균열시험 데이터는 Anstis 등<sup>(6)</sup>이 실험한 재료 중 파괴인성값 (0.74 ~ 4.0 MPa· $\mu\text{m}^{1/2}$ ) 및  $H/E$  값 (0.6 ~ 0.8)의 범위를 고려해  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (NC132), Glass-ceramic (C9606),  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (NC350), Alumino-silicate glass, Soda-lime glass 등 5개를 선정했다. 식 (9)를 이용한 압입 파괴인성 평가에는 재료의 항복변형률 ( $\epsilon_0 \equiv E / \sigma_0$ ) 정보가

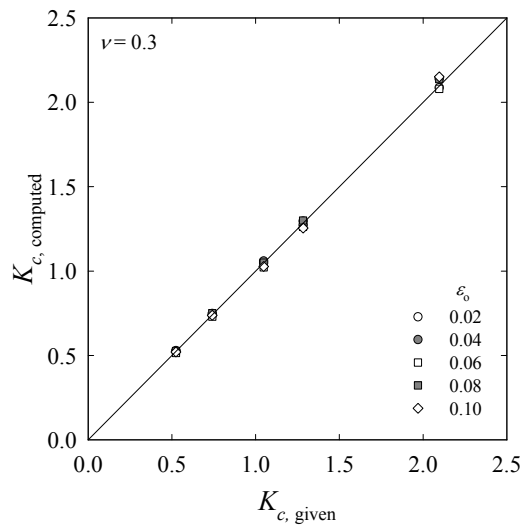


Fig. 9 Comparison of fracture toughness imposed in FEA and those computed using Eq. (9)

필요하다. 이에 Vickers 압입 유한요소해석으로 실험  $H$ 와 동일한  $H$ 를 주는 재료의 항복강도를 얻었다(Table 4).<sup>(23)</sup> 계산된 파괴인성 값들의 평균 및 최대 오차는 약 각각 12.9 %, 31.6 % 이다.  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (NC350)을 제외하면 식 (9)는 비교적 정확하게 파괴인성을 예측한다.

앞서 기술했듯이  $\kappa_0$ 와  $(\cot \psi)^{2/3}$ 는 선형적인 관계를 갖는다. 따라서 압입각  $\psi = 55^\circ$ 인 사각뿔 압입자와 Vickers 압입자 ( $\psi = 68^\circ$ )로 각각 얻은  $\kappa_0$ 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\kappa_0 |_{55^\circ} = \kappa_0 |_{\psi} \left( \frac{\cot 55^\circ}{\cot 68^\circ} \right)^{2/3} \quad (10)$$

따라서 Vickers 압입자를 기준으로 구축된 파괴인성 예측식(9)는  $\psi = 55^\circ$ 인 사각뿔 압입자에 대해 다음과 정리된다.

$$\frac{K_c}{P_{max}/c^{3/2}} = \left( \frac{\cot 55^\circ}{\cot 68^\circ} \right)^{2/3} \kappa |_{\psi} (\nu, \epsilon_0, E_R) \quad (11)$$

식 (11)과  $\psi = 55^\circ$  압입 균열해석에서 얻은 최대하중 및 균열길이를 이용해 재료의 파괴인성을 예측했다(Table 5).  $\psi = 55^\circ$  압입에서 실 및 예측 파괴인성값의 평균오차 및 최대오차는 각각 약 2 %, 4.0 % 이다. 한편 동일 압입하중에서 압입균열수와 균열크기 관계식을 이용 하면, Berkovich 압입에 대한 파괴인성식은 다음과 같이 정리된다.<sup>(23)</sup>

Table 4 Comparison of fracture toughness values obtained by Eq. (9) to conventional method (Vickers indenter)

Material	$E/\sigma_0$	$\nu$	$P_{max}/c^{3/2}$	$K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	
				Traditional method	Eq. (9)
$\text{Si}_3\text{N}_4$ (NC132)	300/ 10.2	0.24	60	4.0	3.83 (-4.2)
Glass-ceramic (C9606)	108/ 4.5	0.24	43	2.5	2.52 (+1.0)
$\text{Si}_3\text{N}_4$ (NC350)	170/ 4.5	0.24	33	2.0	2.63 (+31.6)
Aluminosilicate glass	89/ 3.6	0.28	19	0.91	1.11 (+22.0)
Soda-lime glass	70 /3.1	0.24	14	0.74	0.79 (+5.9)

$$\frac{K_c}{P_{\max}/c_B^{3/2}} = (k_1 e^{-3k_2})^{3/2} \kappa|_V(\nu, \varepsilon_0, E_R); \quad (12)$$

$(k_1, k_2 = 1.3680, 0.078)$

여기서  $c_B$ 는 Berkovich 압입시험으로 얻은 균열 길이이다. Berkovich 압입 균열해석에서 하중과 균열길이의 관계를 얻고, 이를 식 (12)에 대입해 파괴인성을 예측했다(Table 6). Berkovich 압입에서 실 및 예측 파괴인성값의 평균오차 및 최대오차는 각각 약 2.3%, 4.0%이다. Si (100) 재료 ( $K_{Ic}^{\text{conventional}} = 0.7 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )에 대한 압입자각에 따라 얻은 삼각뿔 압입균열실험 데이터로 파괴인성을 예측했다. Nano Indenter-XP (Agilent Technologies)를 이용해, 압입자각  $\psi = 35.3^\circ$ (cube-corner),  $45^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $65.3^\circ$ (Berkovich)인 압입자로  $P_{\max} = 50 \text{ mN}$ 까지 압입해 균열길이를 얻었다(Table 7). 압입시험은 일정 하중속도 (압입속도  $V_I = 0.5 \text{ mN/s}$ ) 조건으로 압입자각 별로 각 9회씩 압입했다.<sup>(23)</sup>

식 (12)로 예측한 압입자각 별 파괴인성을 Table 7에 나타냈다. 재료물성값은 Hyun 등<sup>(23)</sup>이 Oliver-Pharr 방법과 시행착오법으로 얻은 값을 사용했다.  $\psi = 65.3^\circ$  압입자로 예측한 파괴인성값을 제외하면, 각 압입자 별로 예측한 파괴인성값의 오차는 모두 10% 미만이다.  $\kappa_0$ 와  $(\cot \psi)^{2/3}$ 가 선형적인 관계이면, “Well-developed” 균열에서  $c$ 는  $(\cot \psi)^{4/9}$ 에 비례한다.  $\psi = 65.3^\circ$  압입에서는  $c/a$  값이 작아 “Well-developed” 균열로 보기 어려워, 비례관계  $c \propto (\cot \psi)^{4/9}$ 에서 다소 벗어나는 것으로 판단된다(Table 7 & Fig. 10). 아울러  $\psi = 65.3^\circ$  압입에 의한 파괴인성 평가 오차는 실험 측정오차에서 기인할 수도 있다. 이러한 점을 고려하면, 식 (9), (11) 및 (12) 등을 이용하면 다양한 압입자각 및 압입자 형상에 대해 파괴인성을 예측할 수 있다.

식 (9) 및 (12)에서는 항복변형률 외에 영률 절대값의 영향을 고려하기 위해, 임의의 영률비를 추가 변수로 선정했다. 만약 영률비  $E_R$ 을 회귀변수에서 제외한다면, 파괴인성을 푸아송비와 항복변형률 두 매개변수의 함수로 간소화할 수 있다. 이 때 영률비의 영향을 간접적으로 포함할 수 있도록 균열길이  $c$ , 접촉길이  $a$ 를 이용해 다음과 같이 표현했다.

$$\frac{K_c}{P_{\max}/(c^i a^{1.5-i})} = \kappa|_V(\nu, \varepsilon_0) \quad (13)$$

식 (13)에서  $c$ 와  $a$ 의 지수들의 합은 항상 1.5이다. 동일변형률에서  $c$ 와  $a$ 의 지수에 따른 얻은  $\kappa$  값들의 변화를 살폈다.  $c$  및  $a$ 의 지수가 각각

**Table 5** Comparison of computed fracture toughness values obtained by Eq. (11) to those given ( $\psi = 55^\circ$ , four-sided pyramidal indenter)

$\nu = 0.3, f = 0.2, \delta_{\max}/\delta_c = 1/4, \sigma_{\max} = 0.5 \text{ GPa},$   
 $\Gamma = 0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}, \varepsilon_0 = 0.04$

Given $K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	$h_{\max}$	$E$ (GPa)	$\kappa_0$	Computed $K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	Error (%)
0.5241	1.5	100	0.0831	0.5148	1.78
0.7412		200	0.0780	0.7297	1.55
1.0483		400	0.0718	1.0296	1.78
1.2839		600	0.0691	1.2326	4.00
2.0966*	5.0	400	0.0712	2.0772	0.94

\*  $\Gamma = 0.010 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}$

**Table 6** Comparison of computed fracture toughness values obtained by Eq. (12) to those given ( $\psi = 65.3^\circ$ , three-sided pyramidal indenter)

$\nu = 0.3, f = 0.2, \delta_{\max}/\delta_c = 1/4, \sigma_{\max} = 0.5 \text{ GPa},$   
 $\Gamma = 0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}, \varepsilon_0 = 0.04$

Given $K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	$h_{\max}$	$E$ (GPa)	$\kappa_0$	Computed $K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	Error (%)
0.5241	1.5	100	0.0657	0.5148	1.78
0.7412		200	0.0614	0.7297	1.55
1.0483		400	0.0575	1.0296	1.78
1.2839		600	0.0542	1.2326	4.00

**Table 7** Comparison of fracture toughness values obtained by Eq. (12) and to conventional method (three-sided pyramidal indenter)

Indentation cracking test, Si (100),  $K_{Ic} = 0.7 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$

$\psi$ (°)	$P_{\max}$ (mN)	$c$ (μm)	$c/a$	$\kappa_0$	Computed $K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	Error (%)
35.3	50	4.83	2.8	0.1495	0.704	0.6
45		4.23	2.4	0.1188	0.683	2.4
55		3.37	1.9	0.0937	0.757	8.1
65.3		2.48	1.4	0.7078	0.906	29.5

1.9 및 -0.4 일 때 동일  $\varepsilon_0$ 에서  $E$ 에 따른  $\kappa$  값들의 차이가 가장 작다(Fig. 12). 여기서 상대오차는  $E = 100, 600 \text{ GPa}$  및  $\nu = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ 에 대해 각 변형률에서 얻은  $\kappa$  값들의 차이를 평균해서 얻었다. 아울러  $c = 1.9, a = -0.4$ 일 때  $\Gamma$ 가 다른 경우에도  $E$  값이 동일하면 거의 같은  $\kappa$  값 얻는다(Fig. 12).

식 (13)을 각 압입변수들에 대해 회귀한다. 각 압입 변수들에 대한 회귀방법은 다음과 같다. 먼저 각

푸아송비가 주어지면 항복변형률에 대해 회귀한다. 이어 얻어진 회귀계수들을 푸아송비에 대해 회귀한다. 이와 같은 과정을 거치면 식 (14)와 같이 항복변형률, 푸아송비의 통합함수로 표현할 수 있다. Fig. 12에 식 (14)로 회귀되는 곡선을 나타냈다.

$$\frac{K_c}{(P_{max}/c^{1.9})a^{0.5}} = \kappa|_v(v, \epsilon_0)$$

$$\kappa'(v, \epsilon_0) = \alpha_i^k(v) \epsilon_0^i ; i = 0, 1, 2, 3 \quad (14)$$

$$\alpha_i^k(v) = \beta_{ij}^k v^j ; j = 0, 1, 2$$

식 (14)로 얻은 파괴인성값들을 Fig. 13에 나타냈다. 계산된 파괴인성값들의 평균오차 및 최대오차는 각각 약 2.1%, 8.4% 이다.

한편 취성재료 거동 특성상 항복변형률을 정확히 측정하기 어렵다. 이에 기 선정된 회귀변수  $\epsilon_0$  를 대신해,  $E/H$  등을 이용하면 보다 실용적인 평가법이 될 수 있다. 푸아송비와 항복변형률 변화에 따른  $E/H$  변화를 살폈다(Fig. 14). 영률값이 달라도

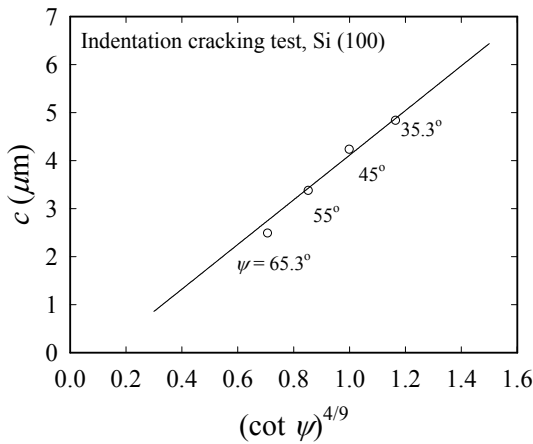


Fig. 10 Variation of  $c$  with the centerline-to-face angle  $\psi$

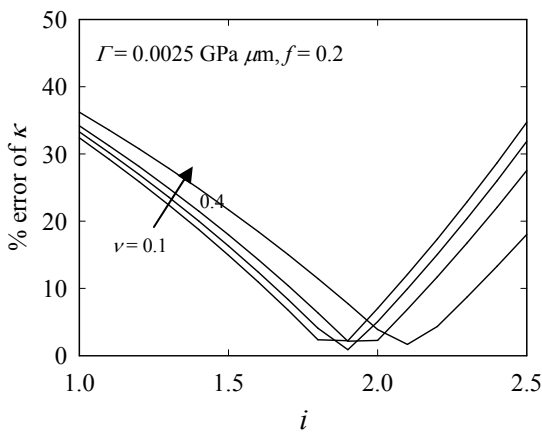


Fig. 11 Percent error of  $\kappa$  with  $i$  for four different  $\nu$

항복변형률이 동일하면, 영률의 절대값에 상관없이 일정한  $E/H$ 를 얻는다.  $E/H$  값은 푸아송비와 항복 변형률이 클수록 감소한다.

푸아송비 4가지, 항복변형률 5가지 경우에 대해, 이들 물성치와  $E/H$ 의 관계를 회귀했다. 회귀방법은 식 (11)에서 사용한 방법과 동일하다. 회귀함수는 다음 식 (15)와 같다.

$$E/H = f_0^{E/H}(v) + f_1^{E/H}(v) e^{-f_2^{E/H}(v) \epsilon_0}$$

$$f_i^{E/H}(v) = \delta_{ij} v^j ; i, j = 0, 1, 2 \quad (15)$$

여기서 푸아송비와  $E/H$  값을 이용해 역으로 항복 변형률 값을 얻게 된다.

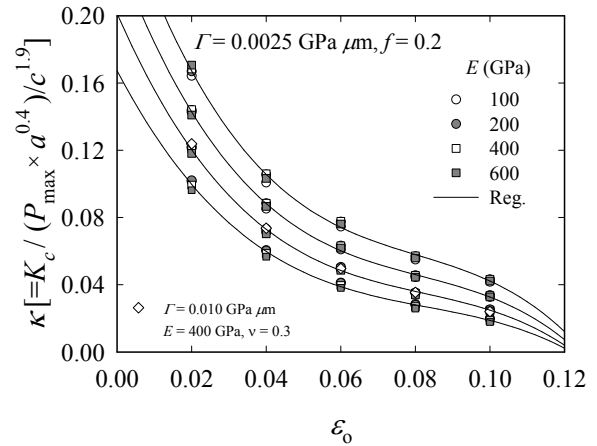


Fig. 12  $\kappa$  vs.  $\epsilon_0$  for four different Young's moduli and Poisson's ratio

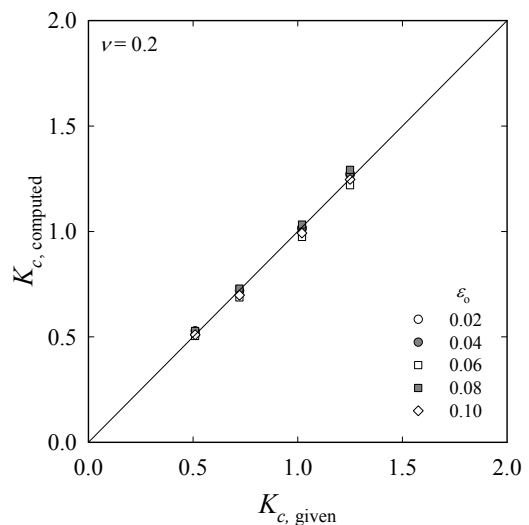
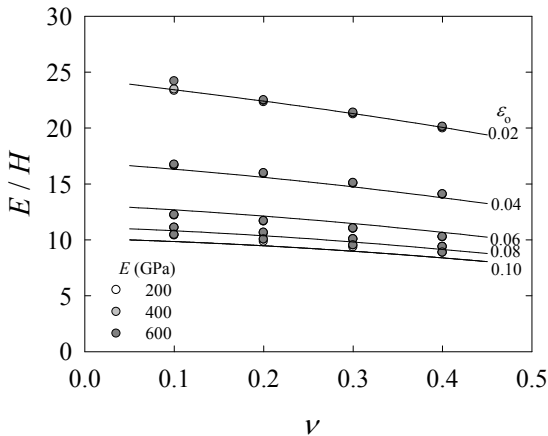


Fig. 13 Comparison of fracture toughness imposed in FEA and those computed using Eq. (14)



**Table 8** Comparison of computed fracture toughness values to conventional method (Vickers indenter)

Material	$P_{max}/c^{3/2}$	$E/H$	$\epsilon_0$ Eq.(15)	$\nu$	$K_c$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	
					Traditional method	Eq.(9)
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> (NC132)	60	16.2	0.034	0.24	4	3.65 (-8.8)
SiC	50	18.2	0.030	0.14	4	3.67 (-8.2)
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (AD999)	36	20.2	0.023	0.22	3.9	2.83 (-27.4)
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (AD90)	24	29.8	0.007	0.22	2.9	2.89 (-0.2)
Glass ceramic	43	12.8	0.055	0.24	2.5	2.04 (-18.5)
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> (NC350)	33	17.7	0.029	0.24	2	2.37 (+18.4)
Sapphire	22	19.5	0.025	0.22	2.1	1.65 (-21.5)
Glass (AS)	19	13.5	0.047	0.28	0.91	0.96 (+5.0)
Glass (SLI)	14	12.7	0.056	0.24	0.74	0.67 (-9.7)
Glass LA	14	13.3	0.051	0.24	0.68	0.72 (+5.3)
Si	13	15.8	0.037	0.22	0.7	0.82 (+16.8)



**Fig. 14**  $E/H$  vs.  $\nu$  for five different yield strains

Anstis 등<sup>(5)</sup>이 제시한 재료의  $E/H$  및  $P_{max}/c^{3/2}$  등을 이용해 10가지 재료에 대해 파괴인성을 예측했다(Table 8). 여기서 항복변형률은 식 (15)를 이용해 예측한 값이다. 10가지 재료의 실 파괴인성과 예측 파괴인성의 평균오차는 약 13.8 %이다. 예측 오차는 비정질 재료 (Glass 계열)보다, 다결정재료 [Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(AD999) 등]에서 크게 나타난다. 이는 다결정 재료에서 결정립크기가 미세한 재료인 경우 결정립 경계에서 입사광 산란이 발생해 균열 이미지 측정 오차가 크게 발생할 수 있기 때문이다.<sup>(5)</sup> 아울러 예측오차는 식 (15)로 예측된 항복 변형률의

오차에서도 기인할 수 있다. 식 (15)를 이용 하면 별도의 항복변형률 평가과정 없이 압입시험에서 얻어지는  $E/H$  값과, 압입하중, 균열길이를 재료의 파괴인성을 예측할 수 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는 cohesive zone 모델을 이용한 유한요소해석에 기초해 압입 파괴인성 평가식을 제시했다. 먼저 다양한 재료물성 및 압입조건들이 균열 크기에 미치는 영향을 살펴보았다. 이러한 분석을 바탕으로 균열크기에 영향을 미치는 주요 압입 변수들을 선정했으며, 재료파괴인성을 압입 시 측정되는 최대하중과 균열길이를 나타낼 수 있는 수식을 회귀로 얻었다. 이상의 과정으로 다음과 같은 결론을 도출했다. (i) 압입 시 균열크기는 항복변형률  $\epsilon_0$ , 푸아송비  $\nu$  및 그리고 영률  $E$  절대값의 영향을 받는다. 이에  $\epsilon_0$ ,  $\nu$  그리고  $E_R$  ( $= E/E_{1000}$ )과  $\kappa_0$ ( $= P_{max}/c^{3/2}$ )의 회귀관계를 이용한 압입 파괴인성 평가식을 제시했다. 해석으로 평가된 파괴인성치들의 평균오차는 약 3% 이내이다. 아울러 (ii) 압입 접촉길이  $a$ (해중 후 측정)를 이용해 영률의 영향을 배제하고, 압입변수  $\epsilon_0$ ,  $\nu$ 와  $\kappa$ ( $= P_{max}/(c^i a^{1.5-i})$ )의 관계를 이용한 파괴인성 평가법을 제시했다. 이 경우  $i=1.9$  이다. (iii) 제시된 수식 (9), (13)들은  $\epsilon_0$ 를 주요변수로 사용하고 있다. 취성재료의 거동 특성상 항복변형률을 정확히 측정하기 어려울 뿐만 아니라, 항복변형률을 얻기 위한 별도 과정이 필요하다. 이에 본 논문에서 선정한 회귀 변수  $\epsilon_0$ 를  $E/H$ 와  $\nu$ 를 이용해 얻는 방법을 제시했다 [식 (15)]. 식 (9), (15)에 기초해 10가지 Vickers 압입균열시험 데이터<sup>(5)</sup>로 얻은 예측 파괴인성값과 실 파괴인성값의 평균오차는 약 14% 이다. (iv) 동일 압입자 투영면적에서 압입균열수와 균열크기 관계 및 동일 압입자 형상에서 압입자각과 균열 크기의 관계를 이용하면, Vickers 압입에 기초해 정립된 파괴인성 평가식을 다양한 압입자 형태로 확장할 수 있다.

### 후 기

본 논문은 교육과학기술부 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구이며, 이에 감사드립니다(No. NRF-2012 R1A2A2A 01046480).

### 참고문헌

(1) Lawn, B.R. and Wilshaw, T.R., 1975, "Indentation Fracture: Principles and Applications," *Journal of Materials Science*, Vol. 10, pp. 1049~1081.

- (2) Evans, A.G. and Charles, E.A., 1976, "Fracture Toughness Determinations by Indentation," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 59, pp. 371~372
- (3) Lawn, B.R. and Evans, A.G., 1977, "A Model for Crack Initiation in Elastic/Plastic Indentation Fields," *Journal of Materials Science*, Vol. 12, pp. 2195~2199.
- (4) Lawn, B.R., Evans, A.G., and Marshall, D.B., 1980, "Elastic/Plastic Indentation Damage in Ceramics: The Median/Radial Crack System," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 63, pp. 574~581.
- (5) Anstis, G.R., Chantikul, P., Lawn, B.R. and Marshall, D.B., 1981, "A Critical Evaluation of Indentation Techniques for Measuring Fracture Toughness: I, Direct Crack Measurements," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 64, pp. 533~538.
- (6) Chiang, S.S., Marshall, D.B., and Evans, A.G., 1982a, "The Response of Solids to Elastic/Plastic Indentation. 1. Stresses and Residual Stresses," *Journal of Applied Physics*, Vol. 53, pp. 298~311.
- (7) Chiang, S.S., Marshall, D.B., and Evans, A.G., 1982b, "The Response of Solids to Elastic/Plastic Indentation. II. Fracture Initiation," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 53, pp. 312~317.
- (8) Tanaka, K., 1987, "Elastic/plastic indentation hardness and indentation fracture toughness: the inclusion core model," *Journal of Materials Science*, Vol. 22, pp. 1501~1508.
- (9) Cook, R.F. and Pharr, G.M., 1990, "Direct Observation and Analysis of Indentation Cracking in Glasses and Ceramics," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 73, pp. 787~817.
- (10) Pharr, G.M., 1998, "Measurement of Mechanical Properties by Ultra-low Load Indentation," *Materials Science and Engineering A*, Vol. 253, pp. 151~159.
- (11) Zhang, W. and Subhash, G., 2001, "Finite Element Analysis of Interacting Vickers Indentations on Brittle Materials," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 2961~2974.
- (12) Tang, Y., Yonezu, A., Ogasawara, N., Chiba, N. and Chen, X., 2008, "On Radial Crack and Half-penny Crack Induced by Vickers Indentation," *Proceedings of the Royal Society A*, Vol. 464, pp. 2967~2984
- (13) Jang, J. and Pharr, G.M., 2008, "Influence of Indenter Angle on Cracking in Si and Ge During Nanoindentation," *Acta Materialia*, Vol. 56, pp. 4458~4469
- (14) Quin, G.D. and Bradt, R.C., 2007, "On the Vickers Indentation Fracture Toughness Test," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 90, pp. 673~680.
- (15) Palmqvist, S., 1957, "Method of Determining the Toughness of Brittle Materials, Particularly Hardmetals," *Jernkontorets Ann* 141, 300~307.
- (16) Hill, R., 1950, *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, Oxford, UK.
- (17) Laugier, M.T., 1985, "The Elastic/Plastic Indentation of Ceramics," *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 4, pp. 1539~1541.
- (18) Jang, J. and Pharr, G.M., 2008, "Influence of Indenter Angle on Cracking in Si and Ge During Nanoindentation," *Acta Materialia*, Vol. 56, pp. 4458~4469.
- (19) Niihara, K., 1983, "A Fracture Mechanics Analysis of Indentation-induced Palmqvist Cracks in Ceramics," *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 2, pp. 221~223.
- (20) Ponton, C.B. and Rawlings, R.D., 1989a, "Vickers Indentation Fracture Toughness Test: Part 1. Review of Literature and Formulation of Standardised Indentation Equations," *Materials Science and Technology*, Vol. 5, pp. 865~872.
- (21) Ponton, C.B. and Rawlings, R.D., 1989b, "Vickers Indentation Fracture Toughness Test: Part 2. Application and Critical Evaluation of Standardised Indentation Toughness Equations," *Materials Science and Technology*, Vol. 5, pp. 961~976.
- (22) Lee, J.H., Gao, Y., Johans, K.E. and Pharr, G.M., 2012, "Cohesive Interface Simulations of Indentation Cracking as a Fracture Toughness Measurement Method for Brittle Materials," *Acta Materialia*, Vol. 60, pp. 5448~5467.
- (23) Hyun, H.C., Lee, J.H., Lee, H., Kim, D.H. and Hahn, J., 2012, "An Analysis on Cracking Characteristics with Indenter Geometry Using Cohesive Zone Model," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, (submitted)