

Cohesive Zone Model을 이용한 압입자 형상에 따른 균열특성분석

현홍철^{*†}, 이진행^{**}, 이형일^{*}, 김대현^{***}, 한준희^{****}

*서강대학교 기계공학과, **한국원자력연구원, ***서울과학기술대학교 융합기술대학원, ****한국표준과학연구원

Analysis of Cracking Characteristics with Indenter Geometry Using Cohesive Zone Model

Hong Chul Hyun^{*†}, Jin Haeng Lee^{**}, Hyungyil Lee^{*}, Dae Hyun Kim^{***} and Jun Hee Hahn^{****}

* Dept. of Mechanical Engineering, Sogang Univ.

** Division for Research Reactor, Korea Atomic Energy Research Institute

*** Graduate School of NID Fusion Technology, Seoul Nat'l Univ. of Science and Technology

**** Korea Research Institute of Standards and Science

(Received December 28, 2012 ; Revised September 23, 2013 ; Accepted October 4, 2013)

Key Words: Indentation Cracking Test(압입 균열시험), Cohesive Zone Model(분리요소모델), Indenter Geometry (압입자 형상), Number of Cracks(균열수), FEA(유한요소해석)

초록: 본 연구에서는 유한요소해석과 압입시험으로 압입자 형상이 압입균열특성에 미치는 영향을 조사했다. 본 논문에서는 Lee 등(2012)이 제시한 cohesive zone 모델특성 및 균열생성, 진전을 위한 해석 조건에 기초해 다양한 균열해석을 수행했다. 우선, 사각뿔 및 삼각뿔 압입균열 시험과 해석을 비교해 해석 모델의 유효성을 검증했다. 아울러 비대칭 압입자에 의한 압입시, 압입하부에서 비대칭 균열의 발생 여부를 해석적으로 관찰했다. 최종적으로 압입발생 균열수와 균열길이 관계를 조사했다. 균열수와 균열길이 관계 및 동일 압입자형상(압입자 모서리수)에서 압입사각에 따른 균열길이 변화를 이용하면, 특정 압입자 형태의 압입시험에서 얻은 균열길이만으로 다양한 압입자 형태의 균열길이를 예측할 수 있다.

Abstract: In this study, we investigated the effect of the indenter geometry on the crack characteristics by indentation cracking test and FEA. We conducted various cohesive finite element simulations based on the findings of Lee et al. (2012), who examined the effect of cohesive model parameters on crack size and formulated conditions for crack initiation and propagation. First, we verified the FE model through comparisons with experimental results that were obtained from Berkovich and Vickers indentations. We observed whether nonsymmetrical cracks formed beneath the surface during Berkovich indentation via FEA. Finally, we examined the relation between the crack size and the number of cracks. Based on this relation and the effect of the indenter angle on the crack size, we can predict from the crack size obtained with an indenter of one shape (such as Berkovich or Vickers) the crack size for an indenter of different shape.

- 기호설명 -

1. 서론

- K_c : 파괴인성
- σ_{max} : 손상시작 응력값
- δ_{max} : 손상시작 변위값
- δ_c : 개구변위
- Γ : 파괴에너지
- ψ : 압입자 반대각

지난 30년 동안, 압입시험에 기초한 재료 파괴인성 K_c 평가연구가 활발히 진행됐다. 즉, 압입시험에 의해 발생하는 다수 균열시스템과 표준방법 (SENB: Single-Edge Notched Beam, CT: Compact Tension 시험 등)으로 얻어지는 단일 균열시스템을 연결 시키려는 노력이 계속 수행되어왔다. 압입시험은 전통적인 파괴인성 평가법과 달리 작은 시편에 바로 적용할 있으며, 한번의 압입만으로 쉽고 빠르게 파괴인성을 측정할 수 있어 시간 및 비용 측면에서 상당히

† Corresponding Author, hchyun@sogang.ac.kr
© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

유리한 평가 법이다. 압입 파괴인성 평가에 주로 사용되는 수식은 Lawn 등⁽¹⁾에 의해 제시됐다. Lawn 등⁽¹⁾과 Anstis 등⁽²⁾은 Hill⁽³⁾의 expanding cavity 모델을 이용해 표면 균열길이 c 와 압입하중 P_{max} , 경도 H 및 영률 E 로부터 파괴인성 K_c 를 예측하는 식 (1)을 제시했다 (Fig. 1 참조).

$$K_c = \alpha \left(\frac{E}{H} \right)^{1/2} \left(\frac{P}{c^{3/2}} \right) \quad (1)$$

Anstis 등⁽²⁾은 다양한 유리, 세라믹 재료에 대한 Vickers 압입균열시험으로 $\alpha = 0.016 \pm 0.004$ 임을 제시했다. 재료물성 및 압입자 각도에 따른 α 값이 주어진 경우, Lawn 등⁽¹⁾이 제시한 모델의 장점은 압입시험으로 쉽게 얻을 수 있는 E/H , P_{max} , c 로부터 바로 재료의 파괴인성을 예측할 수 있다는 것이다. 하지만 실험 및 Hill⁽³⁾의 expanding cavity model을 사용한 식 (1)은 많은 가정 및 단순화를 포함하고 있다. 실험적으로 소성역 크기를 측정하기 어려울 뿐만 아니라, α 를 재료물성과 무관한 압입자형상에 따른 함수로만 정의했다. 또한 α 를 얻기 위한 구체적인 방법도 제시하지 않았다. 한편 실 압입시험에서는 압입시험 중 균열생성 및 진전 과정을 살펴보기 힘들다. 따라서 표면균열 상태만 가지고 최종 균열형상을 판단할 수 없다. 압입에 의한 균열은 하중 및 해중시 모두 진전할 수 있으며, 표면에 균열이 발생한 경우 단순 표면 방사형균열 또는 “well-developed (half-penny crack)” 균열 형태

일 수 있기 때문에,⁽⁴⁾ 정확한 압입 파괴인성평가를 위해서는 재료물성, 압입자 형태에 따른 압입하부 균열형상 및 α 의 변화를 면밀히 관찰해야 한다. 아울러 압입자형태에 따른 균열특성 분석도 세밀히 이루어져야 한다. Dukino와 Swain⁽⁵⁾는 다양한 재료에 대해 Vickers와 Berkovich 압입시험에 의한 균열 길이를 비교했다. 그들은 Ouchterlony⁽⁶⁾가 제안한 균열수와 중앙 확장력의 관계 및 Lawn 등⁽¹⁾과 Laugier⁽⁷⁾가 제안한 압입파괴인성 평가식을 기초로 압입 균열 수와 균열크기 관계를 분석했다. 이를 확장해 다양한 압입자 형태 (three/four/six/eight-sided pyramid)에 대한 균열특성 분석이 동반되어야 한다.

상기한 다양한 이유 등으로 압입시험을 이용한 재료 파괴인성의 정확성이 많이 낮다. Ponton과 Rawling^(8,9)은 다양한 압입 파괴인성 평가식에 대해 조사했으며, 대부분의 평가식으로 얻은 파괴인성과 실 파괴인성의 오차가 약 30 % 이상임을 보였다. 아울러 Quin과 Bradt⁽¹⁰⁾도 대표적인 압입파괴인성 평가수식^(2,11,12)으로 예측된 파괴인성과 실 파괴인성 비교해 Vickers 압입시험의 한계성을 지적했다. 이에 다양한 형태의 유한요소해석 및 측정기술을 활용해 재료특성에 따른 압입 파괴인성평가 연구가 시도되고 있다.^(4,13,14) 특히 Gao와 Bower⁽¹⁵⁾와 Lee 등⁽⁴⁾은 분리요소모델 (CZM: Cohesive zone model)을 이용한 압입 균열 해석기법을 제시했다.

CZM은 원자들간의 작용력과 거리 사이의 관계에 기초해 개발된 것으로, 미소크기의 재료거동 모사에 적합하다. 압입 균열시험과 같이 균열 생성 면이 예상되는 해석에서는 CZM이 유용하게 사용될 수 있다. Lee 등⁽⁴⁾은 CZM의 힘-간격 (traction-separation) 관계 설정변수가 균열특성에 미치는 영향을 분석해, 유효한 해석해를 얻기 위한 해석조건을 제시했다. 아울러 균열형상 (crack morphology)에 미치는 재료의 특성과 압입자 형상의 영향을 살폈으며, 균열 형상이 파괴인성에 평가에 미치는 영향도 분석했다. 본 연구에서는 다양한 압입자 형태 (모서리 수, 압입자각)에 CZM을 적용한 균열해석으로 Lee 등⁽⁴⁾의 연구를 확장한다.

2장에는 압입 균열해석 및 경도평가를 위한 유한 요소모델들을 나타냈다. 3장에서는 사각뿔 압입 균열시험과의 비교로 CZM을 이용한 압입균열 해석의 유효성을 확인했다. 이어 4장에서는 Si(100), Ge (100) 재료에 대한 압입균열시험으로 균열길이를 얻고 이를 해석과 비교했다. 아울러 삼각뿔 압입에 의한 비대칭 균열생성 여부를 해석적으로 확인했으며, 압입 발생균열수와 균열길이 관계를 분석했다.

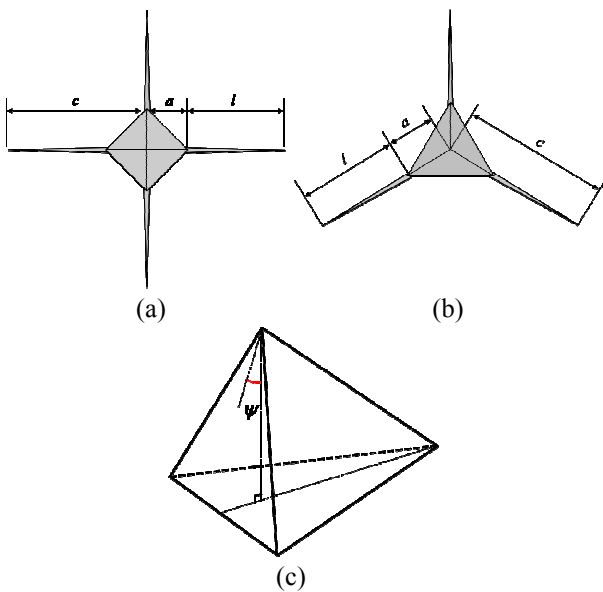


Fig. 1 Schematic figure of cracking induced by (a) four-sided and (b) three-sided pyramidal indenter and (c) the centerline-to-face angle ψ

2. Cohesive Zone Model 및 힘-간격

응답 곡선

압입하부의 균열발생과 성장과정 모사에 CZM을 사용한다. CZM은 파괴에너지와 균열선단의 한계 응력 등을 사용해 재료 파괴과정을 모사한다. CZM에서 두 결함면(cohesive surface)의 간격이 임계 거리에 도달하기 전까지 결합력(cohesive traction)은 증가하며, 임계거리 도달 이후 결합력은 0으로 점점 감소한다. 결합력이 0이 되면 두 면이 분리되며, 균열이 형성된다(Fig. 2). 즉, CZM에서의 파괴거동은 결함면의 분리와 이에 대응하는 힘 사이의 관계(traction-separation law)를 따른다.

CZM의 특성은 힘-간격 응답곡선의 형태와 다양한 구성변수들로 규정된다. 기존 연구들⁽¹⁶⁻¹⁸⁾에서 힘-간격 응답곡선들의 형태는 파괴거동 해석에 영향을 주지 않는다고 했다. 이에 본 연구에서는 Fig. 2와 같은 구간선형(piecewise linear) 탄성 힘-간격 응답에 대해 조사한다. 선형탄성 힘-간격 응답은 손상 시작 응력값 σ_{max} , 이에 대응하는 손상시작 변위 값 δ_{max} 및 개구변위 δ_c 의 조합 또는 σ_{max} , δ_{max} 및 파괴에너지 Γ 의 조합으로 기술된다.

$\sigma > \sigma_{max}$ 이면 변형부 응력이 감소하기 시작해, 개구 변위 δ_c 에서 응력값이 0이 된다. 식 (2)는 CZM에서 구간 선형 힘-간격 응답관계를 나타낸다.

$$T = \begin{cases} \frac{\sigma_{max}}{\delta_{max}} \delta & \text{when } 0 \leq \delta \leq \delta_{max} \\ \frac{\sigma_{max}}{\delta_c - \delta_{max}} (\delta_c - \delta) & \text{when } \delta_{max} \leq \delta \leq \delta_c \end{cases} \quad (2)$$

Figure 2의 분리요소 힘-간격 응답곡선의 하부 면적은 파괴에너지 Γ 를 나타내며, 이 경우 재료 파괴인성 K_c 는 식 (3)으로 표현된다.

$$\Gamma = \frac{K_c^2}{E'} = \frac{1}{2} \sigma_{max} \delta_c, E' = \begin{cases} E & : \text{plane stress} \\ E/(1-\nu^2) & : \text{plane strain} \end{cases} \quad (3)$$

여기서 ν 는 푸아송비이다.

식 (2)로 표현되는 cohesive 요소의 거동 (선형 힘간격 응답)은 상용해석 프로그램에 이미 설정 되어있다.⁽¹⁹⁾ Lee 등⁽⁴⁾은 균열 길이(또는 접촉길이, a), process zone 크기, 최소 요소크기 등을 비교해 유효한 해석해를 얻기 위한 다양한 조건들을 제시 했다. 이를 통해 Lee 등⁽⁴⁾은 균열 생성면에 cohesive 요소를 적용한 압입 균열해석 모델을 구축했다. Lee 등⁽⁴⁾이 제시한 해석조건은 다음과 같다. 우선 (i) 구간선형 힘-간격 응답을 이용한 압입균열 해석에서 균열길이 c 는 δ_{max}/δ_c 에 무관하다. 아울러 (ii) “well-developed ($c \gg a$; 접촉길이 a)” 균열에서는 최소요소크기와 σ_{max} 의 변화 (Γ 는 동일)는 c 에 큰 영향을 미치지 않는다. 그리고 (iii) CZM을 이용한 압입균열 해석 시 균열생성을 보장하고 선형탄성 파괴조건 ($c \gg$ process zone size)을 만족시키기 위해 $\sigma_{max} \leq \sim 0.2\sigma_0$ (σ_0 , 항복강도)를 만족해야 한다.⁽⁴⁾ 이에 본 논문에서는 Lee 등⁽⁴⁾이 제시한 조건 (i-iii)을 바탕으로, “well-developed (half-penny)” 균열에 대해 압입자 형상에 따른 압입 균열크기 및 균열 형태의 변화를 관찰한다.

재료물성, 압입깊이 (또는 최대하중), 압입자 형태 (압입자각, 모서리수), 푸아송비 등 여러 압입 변수에 따른 균열크기 및 형상의 변화를 살펴 보고자 Fig. 3와 같은 유한요소 해석모델들을 생성했다. 1/3 및 1/4 균열해석모델 (Fig. 3a-c)은 약 87,000개의 요소와 97,000 개의 절점으로 구성된다. 비대칭 균열 발생 여부 확인 (삼각뿔 압입, Fig. 3d)을 위한 3D 전체 유한요소 해석모델은 약 260,000개의 요소와 270,000 개의 절점으로 구성된다. 대칭축 상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분들을 구속하고, 압입자 모서리와 분리요소의 분리 방향을 수직하게 설정했다. 기하학적 대칭성으로 인해 압입 시 Mode I 형태의 균열만 발생하므로, 수직 힘-

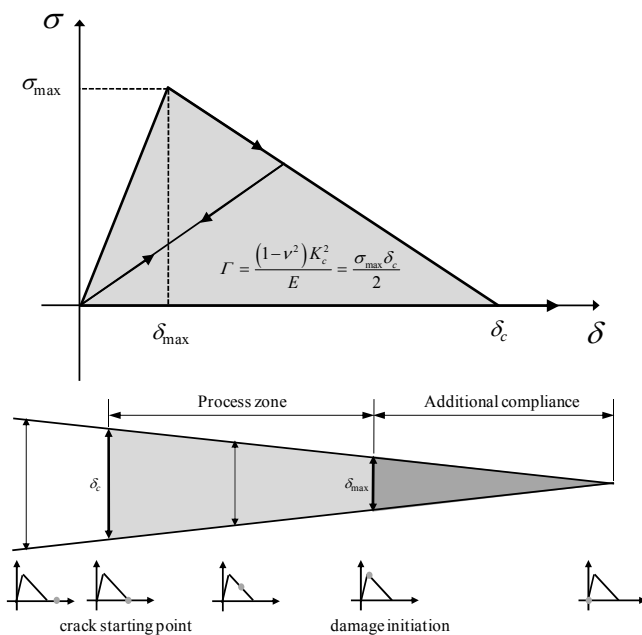


Fig. 2 Traction-separation relation for an irreversible (bilinear cohesive zone model).

간격 응답거동만 고려했다.⁽⁴⁾ 한편 마찰계수 f 에 따라 압입하부의 응력상태가 달라지게 되며, 이로 인해 균열길이가 변한다. 본 연구에서는 금속 및 세라믹재료 사이의 마찰계수가 약 0.1~ 0.3이므로, $f = 0.2$ 로 고정하고 해석을 진행했다.

압입 경도평가를 위한 3D 1/4 사각뿔 및 1/6 삼각뿔 압입해석모델을 Fig. 4에 나타냈다. 유한 요소 해석모델은 약 38,000개 요소와 약 51,000개의 절점으로 구성된다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속했다. 이후 모재 밀면을 구속시킨 후, 다이아몬드 압입자 (압입자 영률 $E_I = 1,016$ GPa, 압입자 푸아송비 $\nu_I = 0.07$)를 하강 시킨다.

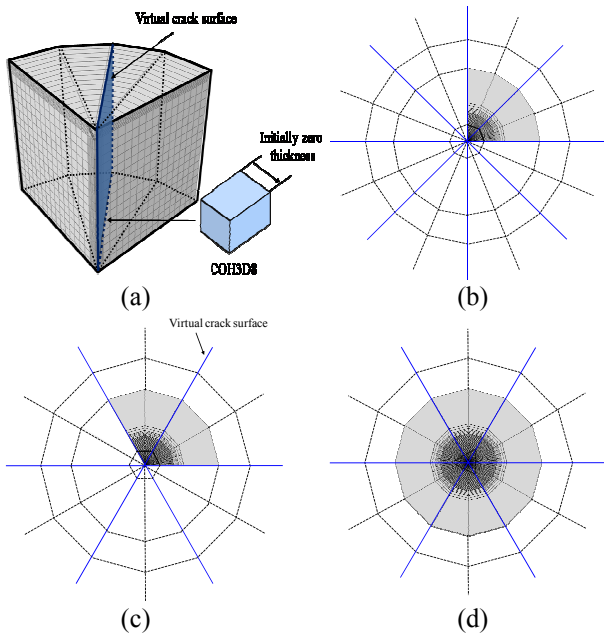


Fig. 3 FE models: (a) cohesive zone analysis (b) 1/4 model for eight- (c) 1/3 model for three-, six-sided and (d) full model for three-sided pyramidal indenters

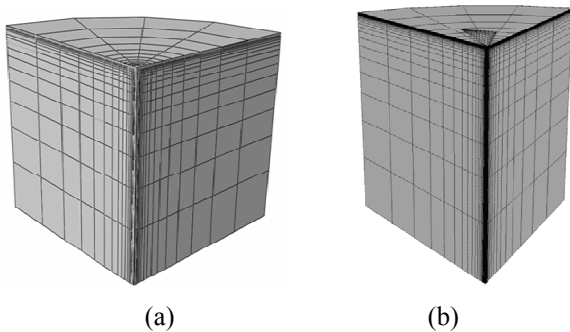


Fig. 4 FE models for (a) 1/4 Vickers and (b) 1/6 Berkovich indentation

3. 사각뿔 균열해석과 압입시험 비교

Anstis 등⁽²⁾이 제시한 압입균열시험 데이터를 이용해 압입균열해석을 수행했다(Table 1). 이를 위해 Fig. 4(a)의 3D 1/4 Vickers 압입 유한요소모델을 이용해 5가지 재료 [Si_3N_4 (NC132), Glass ceramic, Si_3N_4 (NC350), Aluminosilicate glass, Soda-lime glass] 들의 항복강도 σ_0 (반복 해석으로 시험평가와 동일한 경도 H 를 주는 항복강도 획득)를 얻었다. 푸아송비는 기존문헌 값을 이용했다.⁽⁴⁾

시행착오법으로 얻은 σ_0 와 E 를 이용해 균열 압입해석을 수행한다. 압입 균열해석에는 Fig. 3(a)의 1/4 Vickers 유한요소모델을 이용해 압입하중 [$P_{\max} = 1 \sim 100$ N]에 따른 균열길이를 얻었다 (Fig. 5 & Table 1). 재료에 따라 $P_{\max}/c^{3/2}$ 가 일정해지는 최대 하중값이 달라진다. Si_3N_4 (NC132) 재료의 경우 비교적 높은 하중 ($P_{\max} \geq 80$ N)이상에서 $P_{\max}/c^{3/2}$ 값이 일정값으로 수렴하며, Aluminosilicate glass와 Soda-lime glass는 낮은 하중에서 ($P_{\max} \leq 3$ N)도 $P_{\max}/c^{3/2}$ 은 일정하다(Fig. 5). 아울러 재료에 따라 $P_{\max}/c^{3/2}$ 값이 일정해지는 c/a 값도 달라진다. Aluminosilicate glass, Soda-lime glass 및 Glass ceramic 재료들은 $c/a \leq 2.0$ 에서도 $P_{\max}/c^{3/2}$ 값이 일정값으로 수렴한다(Fig. 5). 대체적으로 E/H 값이 작은 경우 낮은 c/a 에서도 “well-developed” 균열이 발생한다. 재료에 따라 $P_{\max}/c^{3/2}$ 값이 수렴하는 c/a 값은 다르지만, 다섯 가지 재료 모두 $c/a > 2.5$ 이상에서는 $P_{\max}/c^{3/2} = \text{constant}$ 이다. $P_{\max}/c^{3/2}$ 은 일정해질 때 압입하부에서는 모든 경우에 반원형의 균열이 관찰된다. 즉, $P_{\max}/c^{3/2} = \text{constant}$ 또는 $c/a \geq 2.5$ 인 경우 “well-developed” 균열로 판단하는 것이 적절하다.

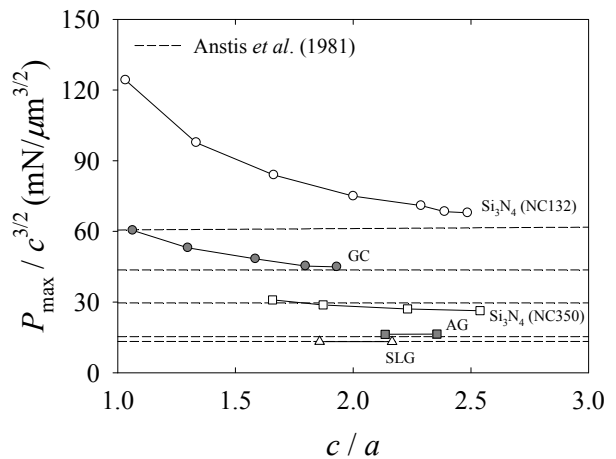


Fig. 5 $P_{\max}/c^{3/2}$ vs. c/a for five different materials. [GC: Glass Ceramic, AG: Aluminosilicate Glass and SLG: Soda-Lime Glass]

해석과 실 압입균열 시험에서 얻은 $P_{max}/c^{3/2}$ 값을 비교했다(Table 1). 실험 $P_{max}/c^{3/2}$ 값은 Anstis 등⁽²⁾이 제시한 평가 K_c 값과 식 (1) ($\alpha = 0.016$)을 이용해 얻었다. “well-developed” 균열 발생시 실험 과 압입 균열해석으로 얻은 $P_{max}/c^{3/2}$ 값들의 차이는 약 12%이다. 균열측정의 오차를 고려하면 CZM을 사용한 균열해석이 비교적 정확하게 균열진전 및 균열 형상을 묘사하는 것으로 판단된다. Si_3N_4 (NC132) 재료에 대해 $P_{max} = 100$ N에서 구한 압입 표면 및 하부 균열형태를 Figs. 6-7에 나타냈다.

4. 압입자형태에 따른 균열특성분석

4.1 삼각뿔 압입 균열시험

압입자 형상에 따른 균열압입특성의 주요차이점은 발생 균열수 (압입자 모서리 수)이다. 아울러 삼각뿔 압입균열은 사각뿔 압입균열과 다르게 비대칭형이다. 삼각뿔형 압입 균열특성분석 및 균열 해석과의 비교를 위해 압입자각 및 최대 하중에 따른 압입균열시험을 수행했다. Nano Indenter-XP (Agilent Technologies, KRISS)로 Si (100), Ge (100) 시편을 압입해 반경방향 균열길이 c 및 접촉길이 a 를 측정했다. a 는 압입자 중앙으로부터 압흔 꼭지점까지의 길이이고, c 는 압입자 중앙으로부터 균열끝까지의 길이이다(Fig. 1(b)).

단결정 재료에서 격자면 및 압입 방위각에 따라 균열크기가 달라진다. Maekey 등⁽²⁰⁾은 단결정 재료 (Tic single crystal)에 대해 압입 방위각에 따른 균열길이 변화(파괴인성 이방성)에 대해 조사했다. 방위각에 따라 Vickers, Berkovich 압입에서의 균열 길이 차는 각각 약 17%, 19% 이다. 본 연구에서는 압입방위각 또는 파괴인성 이방성에 대해서는 고려하지 않았으며, 세 방향에서 구한 a 와 c 의 평균을 최종 측정값으로 사용했다. Si (100) 재료에 대한 Berkovich ($P_{max} = 50$ mN)압입시 세 방향 균열길이의 최대오차는 평균 약 15%이다.

압입자각 [centerline-to-face angle, ψ : Fig. 1c] $\psi = 35.3^\circ$ (cube-corner), 45° , 55° , 65.3° (Berkovich)인 삼각뿔 압입자를 이용해 최대하중 $P_{max} = 50$ mN까지 압입했다. Jang과 Pharr⁽²¹⁾는 하중인가율 (0.5 mN/s ~ 5.0 mN/s)은 균열크기 변화에 영향을 미치지 않음을 보였다. 이에 압입 균열시험은 하중인가율 ($v_i = 0.5$ mN/s) 제어 방법으로 수행한다. Ge (100)은 다른 재료보다 파괴인성이 낮아 $\psi = 35.3^\circ$, 45° 압입에서 재료표면이 상당히 잘게 부서지거나 밀려 올려지는 현상이 관찰된다(Fig. 8). 이는 압입하부 응력 집중에 의해 재료 상변화(phase transformation)가

발생되기 때문이다.⁽²⁰⁾ Chipping 현상이 발생하는 경우는 측정 데이터에서 제외했다. Chipping 현상을 고려해 압입하중 별 ($P_{max} = 50, 75, 100$ mN) 균열 시험은 $\psi = 55^\circ, 65.3^\circ$ 압입자각에 대해서만 수행해 a 와 c 의 변화를 살폈다. 압입자각 및 최대하중 별로 각 9회 압입해 얻은 균열길이들의 차이는 약 5% 미만이다. Si (100), Ge (100) 재료에 대한 압입 시험으로 얻은 접촉길이 a 와 반경방향 균열길이 c 를 Table 2에 나타냈다.

Table 1 The obtained values of c from FE Analysis and nano-indentation test

Materials, K_c (MPa·m ^{1/2})	FE Analysis ($\sigma_{max} = 0.5$ GPa)						Indentation test*
	E/H^*	σ_0^{**} (GPa)	P_{max} (N)	c (μ m)	c/a	$P/c^{3/2}$	$P/c^{3/2}$
Si_3N_4 (NC132), 4.0	300 /18.5	10.2	100	129.2	2.49	67.9	60
Glass ceramic (C9606), 2.5	108 /8.4	4.5	50	107.1	1.93	45.0	43
Si_3N_4 (NC350), 2.0	170 /9.6	4.5	20	32.9	2.54	26.3	33
Aluminosilicate glass, 0.91	89 /6.6	3.6	5	19.3	2.36	16.3	19
Soda lime glass, 0.74	70 /5.5	3.1	3	17.5	2.17	13.1	14

* Obtained from Anstis *et al.*, 1981, ** Obtained by trial-error method

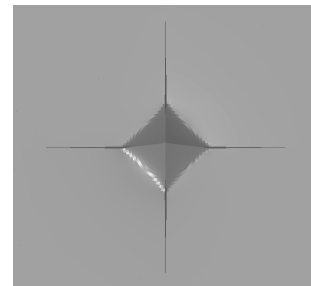


Fig. 6 Surface crack morphologies unloaded states for Si_3N_4 (NC132)

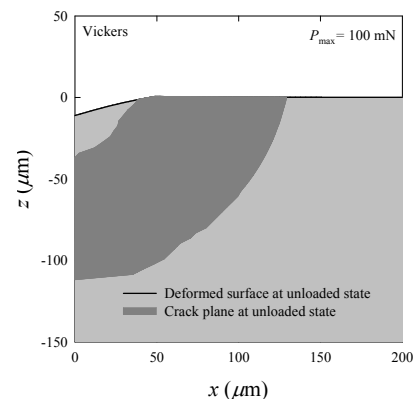


Fig. 7 Deformed surface and crack shape at fully unloaded state for Si_3N_4 (NC132)

a 는 ψ 에 상관없이 일정하지만, ψ 가 감소하면 c 는 증가한다. 동일하중 (동일 투영 접촉면적)에서 ψ 이 작을수록 압입깊이가 증가 (총 압입체적 증가) 하고, 이에 더 큰 균열진전 구동력이 가해져 c 가 커지게 된다(Table 2). $P_{\max} = 50$ mN, $\psi = 55^\circ$ 조건에서 SEM (scanning electron microscope)을 이용해 얻은 재료들의 표면 균열형상들을 Fig. 9에 나타냈다. 두 시편에서 모두 압입자 모서리 방향으로 균열이 생성된다.

Table 2 The obtained values of a and c from nano-indentation test and FE analysis for two different materials

ψ (°)	Materials	K_c (MPa·m ^{1/2})	Nano-indentation test			FE Analysis	
			P (mN)	c (μm)	c/a	c (μm)	c/a
55	Si (100)	0.7	50	3.37	1.87	3.38	1.86
		1.0				2.56	1.29
	Ge (100)	0.6		4.82	2.50	3.84	1.94
		0.5		-	-	4.50	2.12
65.3	Si (100)	0.7	50	2.48	1.42	2.62	1.44
		1.0				-	-
	Ge (100)	0.6	50	3.63	1.87	3.03	1.43
			75	4.90	1.84	4.10	1.69
			100	5.96	2.02	4.99	1.73
		0.5	50	3.63	1.87	3.60	1.63

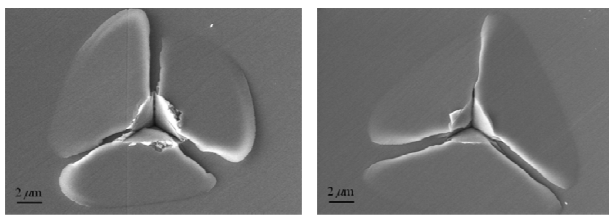


Fig. 8 SEM micrographs in Ge (100) for two different indenter angles (a) $\psi = 35.3^\circ$ and (b) $\psi = 45^\circ$ ($P_{\max} = 50$ mN)

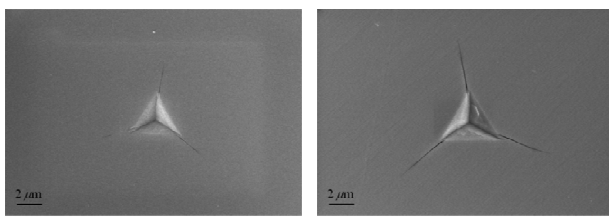


Fig. 9 SEM micrographs in (a) Si (100) and (b) Ge (100) ($P_{\max} = 50$ mN, $\psi = 55^\circ$)

4.2 삼각뿔 균열해석과 시험 비교

재료물성은 균열크기, 하중 등과 아울러 압입 파괴 인성평가식의 주요변수이며, CZM을 이용한 압입 균열해석 시 재료 파괴인성 K_c 및 Γ 를 결정짓는 인자이다. 따라서 균열 압입해석으로 실 재료의 압입 균열거동을 예측하기 위해서는 정확한 재료물성 (E , σ_0)을 얻어야 한다. 압입시험으로 Si(100), Ge(100), 경도 H 와 영률 E 를 측정했다. 압입자각 $\psi = 65.3^\circ$ (Berkovich) 인 삼각뿔 압입자로 $P_{\max} = 50$ mN까지 재료별로 총 9회 압입했다. 압입깊이 약 $h_t = 0.15 \mu\text{m}$ 이상에서 Si (100), Ge (100)의 H 값은 각각 약 $H = 12.0, 10.0$ GPa에 수렴하며, E 값도 $h_t = 0.15 \mu\text{m}$ 이상에서 각각 $E = 180, 144$ GPa에 수렴한다.

압입시험에서 E 값은 Oliver와 Pharr⁽²²⁾가 제안한 식 (4) [O-P 방법]를 이용해 얻을 수 있다.

$$S = \left. \frac{dP}{dh_t} \right|_{h_t=h_{\max}} = \beta \frac{2}{\sqrt{\pi}} E_r \sqrt{A} \tag{4}$$

$$\frac{1}{E_r} = \frac{(1-\nu^2)}{E} + \frac{(1-\nu_f^2)}{E_f}$$

여기서 S , E_r , A 는 각각 초기 해중곡선 기울기, 유효영률, P_{\max} 에서의 접촉면적이며, β 는 기하학적 보정계수 ($\beta = 1.034$ for cube corner and Berkovich indenter) 이다. 하지만 압입시험 해중기울기 획득을 위한 회귀범위, 보정 계수 β 값, 그리고 실 접촉면적 평가(sink-in/ pile-up을 고려한 실 압입깊이 평가) 등의 부 정확성 등에 기인해 측정 영률 E 와 실 재료 E 가 다를 수 있다. 이에 O-P 평가법과 시행착오법으로 나노압입시험의 측정값을 주는 실 재료물성을 유한요소해석으로 얻었다. Si (100)인 경우 해석 재료물성이 $E = 138$ GPa, $\sigma_0 = 5.4$ GPa 일 때 나노압입시험 측정값과 유사한 $H = 12.0$ GPa, $E = 180.8$ GPa 준다. 한편 Ge (100) 재료에서는 해석 재료물성이 $E = 113$ GPa, $\sigma_0 = 4.7$ GPa 일 때 나노압입시험 측정값과 유사한 $H = 10.2$ GPa, $E = 143.4$ GPa을 준다. O-P 평가법으로는 재료표면의 pile-up 특성을 대변할 수 없어, 예측된 접촉면적이 실제 접촉면적보다 작다. 이로 인해 O-P 방법은 탄성계수를 과대평가한다. Si (100) 재료의 실 나노압입 시험 및 해석으로 얻은 $P-h_t$ 곡선 ($P_{\max} = 50$ mN)을 Fig. 10에 나타냈다.

시행착오법으로 얻은 재료물성들을 이용해 균열 해석을 수행한다. 해석시 전체 모델 및 압입자각 $\psi = 55^\circ, 65.3^\circ$ 인 삼각뿔 압입자를 사용했다. Table

3에 해석시 사용한 재료들의 파괴인성값^(2,20)과 압입 하중에 따른 균열길이를 나타냈다. $\psi = 55^\circ$ 압입에서 Si (100)의 파괴인성값을 $0.7 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 로 가정한 경우에 압입으로 구한 실험과 해석균열길이 차이는 약 1.4%이며, $1.0 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 인 경우에 압입해 구한 균열길이 차이는 약 30%이다. 한편 $\psi = 65.3^\circ$ 압입에서 Si (100)의 파괴인성값을 $0.7 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 로 가정한 균열길이 차이는 약 5%이다 [Si (100), $K_c = 1.0 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, $\psi = 65.3^\circ$ 압입에서는 균열 발생 없음]. 따라서 해석상으로는 Si (100) 재료의 파괴인성 값을 $0.7 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 로 간주하는 것이 타당하다. Ge (100) 재료에 대한 $\psi = 55^\circ$ 및 $\psi = 65.3^\circ$ 압입에서 실험 및 해석균열 길이 차이는 각각 약 20%, 16%이다. 만약 해석상 Ge (100) 재료의 파괴인성을 $0.5 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 로 간주하면, $\psi = 55, 65.3^\circ$ ($P_{\max} = 50 \text{ mN}$)에서 얻은 해석 및 실험 균열길이 차는 각각 6.6%, 0.8%로 감소한다.

4.3 삼각뿔 압입에서의 비대칭 균열발생

삼각뿔 압입자는 기하학적 특성으로 인해 균열이 비대칭적으로 발생할 수 있다 (2-5번 균열 in Fig. 11). Fig. 12에 $E=200 \text{ GPa}$, $\sigma_0=5 \text{ GPa}$, $\nu=0.3$, $\sigma_{\max}=0.5 \text{ GPa}$, $\Gamma=0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}$ ($K_c = 0.74 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$)인 탄성-완전소성재료에 대해 $\psi = 65.3^\circ$ (Berkovich) 압입자로 압입 후 얻은 A 영역(Fig. 11 참조)의 1번 균열형상을 나타냈다. A 영역에서 최대 압입깊이 $h_{\max} = 1.0 \mu\text{m}$ 까지 압입 후 해중하면 반원형 균열이 발생한다. 하지만 반대편(Fig. 11의 B 영역)에서는 균열이 발생하지 않는다. A 및 B 영역에 대해 압입표면 중심(O in Fig. 11)으로부터 하부방향 약

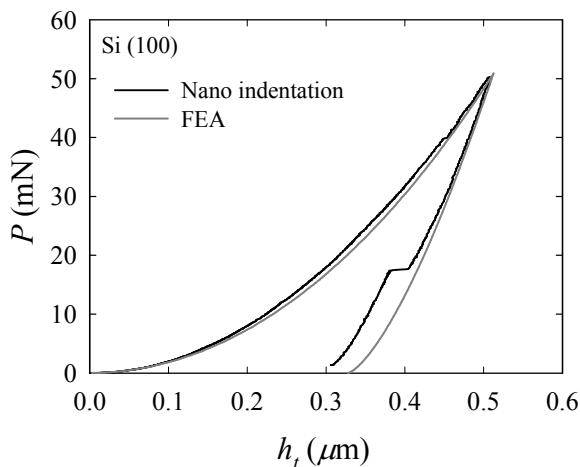


Fig. 10 Comparison of indentation load-depth curves obtained from FE analysis and indentation test for Si (100) [$\psi = 65.3^\circ$]

$z = -5.0 \mu\text{m}$ 인 지점 ($x \approx \pm 0.01 \mu\text{m}$)에서 관찰한 압입 깊이에 따른 균열거리 δ (과단요소 내 절점간 거리)의 변화를 Fig. 13a에 나타냈다. 여기서 $\delta_c = 0.01 \mu\text{m}$ 는 개구변위 (균열판단 기준)이다. $h_t = 0.65 \mu\text{m}$ 까지는 동일하게 δ 가 증가하지만, $h_t \geq 0.65 \mu\text{m}$ 이후부터 A영역의 균열거리만 급격하게 증가한다.

균열형태 및 크기는 다양한 압입변수 (압입자 형상, 압입깊이, 재료물성)에 따라 달라진다. 이에 $\psi = 55^\circ, 75^\circ$ (triangular pyramidal indenter) 압입자에 대해 $h_{\max} = 1.0 \mu\text{m}$ 까지 압입해 균열형상 및 균열길이 변화를 살펴보았다 (Table 3). 압입자각이 달라져도 A 영역에서만 균열이 발생한다. 추가로 $\psi = 65.3^\circ$ (Berkovich) 압입자에 대해 압입깊이를 증가 ($h_{\max} = 2.0 \mu\text{m}$) 시켰다. 압입깊이를 증가시킨 경우에도 A 영역에서만 균열이 발생 (반경과 하부방향 균열 크기 증가) 한다. A 및 B 영역에 대해 하부 방향 약 $z = -10 \mu\text{m}$ 지점 ($x \approx \pm 0.04 \mu\text{m}$)에서 관찰한 압입 깊이 증가에 따른 δ 의 변화를 Fig. 13b에 나타냈다. 약 $h_t = 1.1 \mu\text{m}$ 까지는 A 및 B 영역의 δ 가 동일하게 증가하지만, 약 $h_t \geq 1.10 \mu\text{m}$ 이후부터 A영역의 δ 만 급격하게 증가한다. 삼각뿔 압입시 임의 깊이 h 에서 관찰한 압입방향 수직면상의 균열수는 $n_c = 6$ 이 아닌 $n_c = 3$ 이다 (2번 균열 in Fig. 11). 즉, 압입하부에서 비대칭적인 균열은 발생하지 않는다.

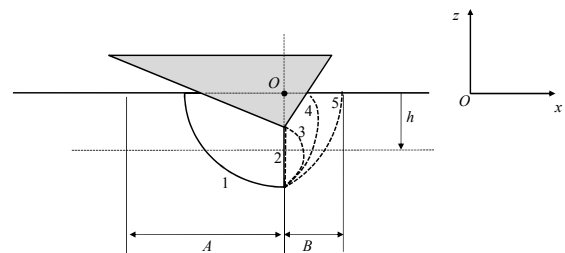


Fig. 11 Schematic figure of cracking induced by three sided pyramidal indenter [side-view]

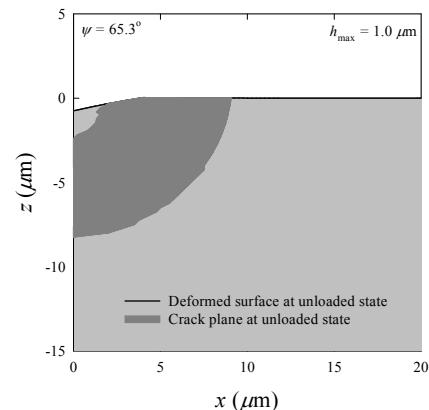


Fig. 12 Deformed surface and crack shape at fully unloaded state for $\psi = 65.3^\circ$ & $h_{\max} = 1 \mu\text{m}$

Table 3 Variation of c and a with indentation parameters (triangular pyramidal indenter)

$E = 200 \text{ GPa}, \sigma_0 = 5 \text{ GPa}, \nu = 0.3, f = 0.2,$ $K_{IC} = 0.74 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}, \delta_{\max}/\delta_c = 1/4$				
Cohesive zone properties	$\psi (^{\circ})$	h_{\max} (μm)	P_{\max} (mN)	c (μm)
$\sigma_{\max} = 0.5 \text{ GPa}$ $\Gamma = 0.0025$ $\text{GPa}\cdot\mu\text{m}$	55	1.0	122.4	6.89
	65.3	1.0	237.3	9.06
		2.0	946.5	23.2
	75	1.0	524.4	11.9

크기와 접촉길이 비), 균열발생 임계하중 등이다. Ouchterlony⁽⁶⁾는 압입 균열수에 따른 균열크기 변화를 살폈다. 중앙 확장력 F_c 작용시 응력확대 계수와 균열수는 다음 관계를 갖는다.

$$K = k_1(n_c) K_F; \quad k_1(n_c) = \sqrt{\frac{\frac{n_c}{2}}{1 + \frac{n_c}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{n_c}}} \quad (5)$$

여기서 n_c 는 균열수이며, star ($n_c = 6$) 형태의 균열인 경우 $K_F = F / (\pi a)^{1/2}$ 이다. 파괴인성 K_c 와 압입하중 P 및 균열길이 c 는 다음과 같은 관계를 갖는다.⁽⁵⁾

$$K_c \propto x_B P / c^{3/2}; \quad K_c \propto x_V P / c^{3/2} \quad (6)$$

여기서 x_B (for Berkovich indenter)와 x_V (for Vickers indenter)는 압입자 형상계수이다. 압입자 형상계수 x_B 와 x_V 의 관계는 다음과 같다.

$$x_B = \frac{k_1(4)}{k_1(3)} x_V \quad (7)$$

식 (5) 에 따르면 Vickers와 Berkovich 에 대한 k_1 의 비는 약 1.073 이며, 식 (6)-(7)에 의해 Berkovich ($n_c = 3$) 와 Vickers ($n_c = 4$) 압입자에 의한 균열길이 비는 약 $(1.073)^{2/3} \approx 1.05$ 이다. 아울러 Berkovich ($n_c = 3$) 와 six-sided pyramid ($n_c = 6$), eight-sided pyramid ($n_c = 8$), twelve-sided pyramid ($n_c = 12$) 압입자에 의한 균열길이 비는 각각 약 $(1.244)^{2/3} \approx 1.16$, $(1.327)^{2/3} \approx 1.21$, $(1.408)^{2/3} \approx 1.26$ 이다.⁽⁵⁾ 발생 균열수가 많을수록 발생된 균열의 크기는 작아진다. 한편 구형압입시 균열이 발생하진 않는다고 볼 수 있다. 즉 구형 압입자를 무한각형 ($n_c = \infty$) 압입자로 가정하면, 이 경우 균열크기는 0으로 수렴한다. 식 (6)-(7)로 얻은 압입자 형태(발생균열 수)에 따른 균열길이를 Vickers 압입 시험의 균열길이 (c_V)로 무차원화해 Fig. 14(회색 실선)에 나타냈다.

압입자 형태에 따른 균열길이 변화를 살펴보고자 Fig. 3(a)-(c)의 유한요소모델로 압입 균열해석을 수행 했다. $E=200 \text{ GPa}, \sigma_0=5 \text{ GPa}, \nu=0.3, \sigma_{\max}=0.5 \text{ GPa}, \Gamma=0.0025 \text{ GPa}\cdot\mu\text{m}$ [$0.74 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$] 인 탄성-완전 소성재료에 대해 압입자각 $\psi = 69.8^{\circ}$ (eight-sided pyramid), 69.4° (six-sided pyramid), 68° (Vickers), 65.3° (Berkovich)인 압입자로 압입했다. 압입자들은 동일 압입깊이에서 동일 접촉면적을 갖는다. 최대 압입 깊이 $h_{\max} = 0.4\text{-}1.2 \mu\text{m}$ 까지 압입 후 균열길이 c , 접촉길이 a 를 얻었다. 균열해석으로 얻어지는 c, a 등은 손상시작 변위 δ_{\max} 와 개구변위 비 (δ_{\max}/δ_c)에

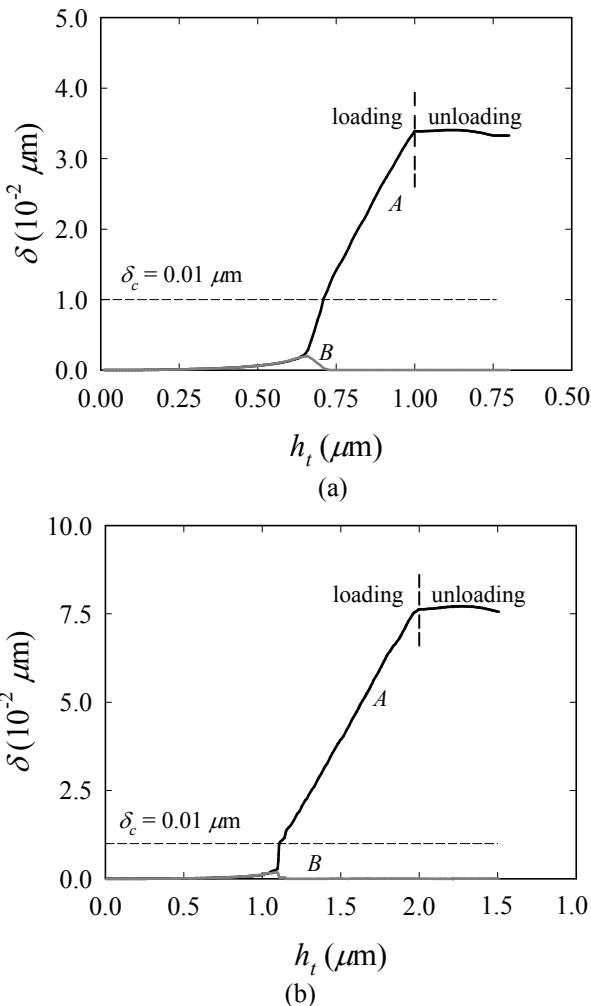


Fig. 13 Variation of crack displacement with indentation depth for (a) $h_{\max} = 1 \mu\text{m}$ (b) $h_{\max} = 2 \mu\text{m}$

4.4 압입자 형상변화에 따른 균열크기변화

압입자 형상에 따른 균열압입특성의 주요차이점은 균열수 (압입자 모서리 수), 균열크기 (또는 균열

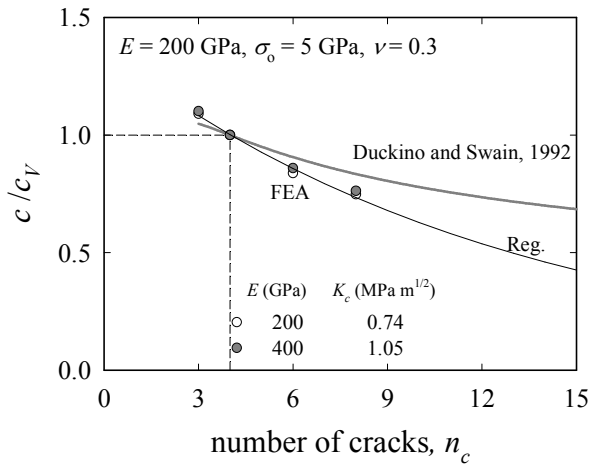


Fig. 14 Variation of c with the number of crack

상관없이 일정하므로, $\delta_{max}/\delta_c = 1/4$ 로 고정했다.⁽⁴⁾ 또한 유한요소해석에서 분리 요소거동은 구간선형 (piecewise linear) 탄성 힘-간격 응답을 따른다. 동일 최대압입하중에서 균열수 (n_c)가 적을 수록 반경 방향 및 압입하부 방향균열은 커진다(Fig. 15(a)).

한편 동일 압입깊이에서 Berkovich 압입하중이 Vickers, six/eight-sided pyramid 압입하중보다 크다. 이는 압입자 형상에 따른 실 접촉면적과 접촉 강성 차이에 기인한다.⁽²³⁾ 이에 압입자 형상들(Berkovich, Vickers, six/ eight-sided pyramid) 따른 균열길이 변화를 정확히 비교하려면 동일 하중까지 압입 하거나, 동일 하중압입에서의 균열길이를 유추 해야 한다. 기존 연구에서는 “well-developed” 균열 (half-penny crack, $c/a \geq 2.5$) 이 발생 한 경우에만 c 가 $P_{max}^{2/3}$ 에 비례한다고 했으며,^(2,11) Jang과 Pharr⁽²⁰⁾는 Si (100), Ge (100) 재료의 압입균열 길이는 낮은 압입하중에서도 $P_{max}^{2/3}$ 에 비례한다고 했다. 하지만 다양한 물성범위를 갖는 재료들에 대해서는 조사 하지 않았다. 4 가지 압입자에 대해 $P_{max}/c^{3/2}$ 값들은 $h_{max} \geq 0.8 \mu\text{m}$ ($P_{max} \approx 150 \text{ mN}$)에서 일정값으로 수렴한다. 한편 $P_{max}/c^{3/2}$ 가 일정값으로 수렴하는 임계 c/a 값은 압입균열수가 많아질수록 (Berkovich \rightarrow eight sided) 증가하게 된다 (Fig. 15b). “well-developed” 균열발생 ($P_{max}/c^{3/2} = \text{constant}$) 시에 압입자 형상에 따른 균열크기를 비교했다. Vickers 압입과 동일하중에서 Berkovich, six/eight-sided pyra-mid 압입 균열길이 c_B, c_{six} 및 c_{eight} 를 구했다. 이 경우 $c_B/c_V, c_{six}/c_V, c_{eight}/c_V$ 는 각각 약 1.09, 0.86, 0.76 이다(Table 4). 재료물성이 달라져도 ($E = 400 \text{ GPa}, \Gamma = 1.048 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$) 균열길이 비는 거의 일정하게 유지된다.

한편 Duckino와 Swain⁽⁵⁾은 6가지 재료 ($\text{LiNbO}_3, \text{Ge}, \text{SF17}, \text{BK7}, \text{Si}, \text{SiC}$)에 대한 압입 균열 시험으로

Table 4 Comparison of crack lengths obtained from four different indenters

$E = 200 \text{ GPa}, \sigma_{max} = 0.5 \text{ GPa}, \sigma_0 = 5 \text{ GPa}, \nu = 0.3,$
 $f = 0.2, \delta_{max}/\delta_c = 1/4$

Cohesive zone properties	P_{max} (mN)	c_V (μm)	c_B/c_V	c_V/c_V	c_{six}/c_V	c_{eight}/c_V
$K_c = 0.741 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ($E = 200 \text{ GPa}$)	231.6	8.09	1.10	1.00	0.86	0.76
$K_c = 1.048 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ($E = 400 \text{ Pa}$)	311.3	9.63	1.09	1.00	0.84	0.75

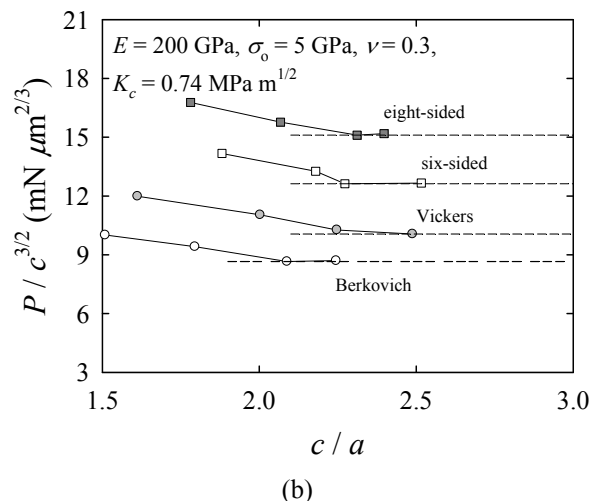
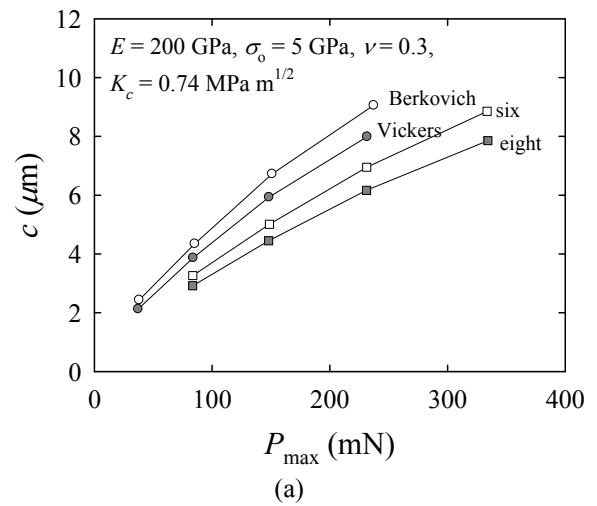


Fig. 15 (a) Variation of c with the maximum load (b) c/a vs. $P_{max}/c^{3/2}$ for four different indenter angles

Berkovich 및 Vickers 압입 균열길이를 비교했다. 동일하중에서 두 압입자에 대한 균열 길이 비는 $c_B/c_V \approx 1.07$ 이다. 이는 CZM을 이용한 압입균열 해석으로 구한 균열길이 비 ($c_B/c_V \approx 1.09$)와 거의

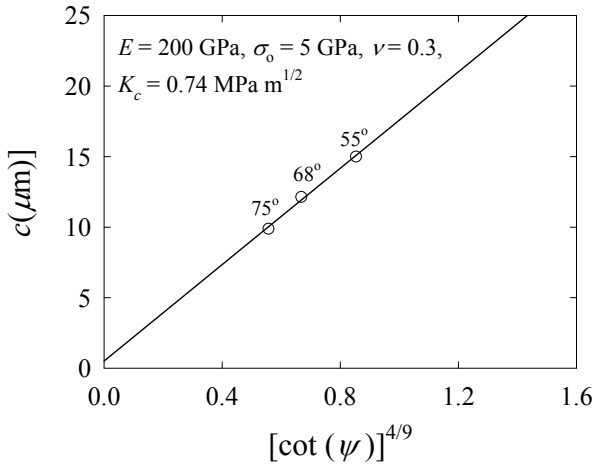


Fig. 16 Variation of c with the centerline-to-face angle ψ

같다. 균열길이 비를 이용해 균열수 (Vickers 압입자 기준)와 균열크기 관계를 함수화 했다. 균열수가 늘수록 균열크기가 감소함을 고려해 ($c_{n \rightarrow \infty} \rightarrow 0$), 균열수 (n_c)와 균열크기 관계를 식 (8)의 형태로 나타냈다.

$$c/c_v = k_1 e^{-k_2 n}; (k_1, k_2) = (1.3680, 0.0778), n_c \geq 3 \quad (8)$$

식 (8)로 회귀되는 곡선을 Fig. 14에 나타냈다. 식 (8)은 Vickers 압입 균열길이를 기준으로 압입자 형상 (모서리수 변화)에 따른 균열길이를 예측한다. 따라서 동일형상 [동일 압입자 모서리 수 & 동일 균열수]에서 압입자각 변화에 따른 균열길이를 추가 예측해야 한다. Lawn 등⁽¹⁾은 α 가 $(\cot \psi)^{2/3}$ 에 비례하는 상수로 간주했다. 따라서 동일하중에서 균열길이 c 는 $(\cot \psi)^{4/9}$ 에 비례한다. 이 관계는 Vickers 균열압입 해석에서도 얻을 수 있다(Fig. 16). 사각뿔 압입자에 대해 압입자 각 $\psi = 55^\circ, 68^\circ, 75^\circ$ 에 따른 균열길이를 얻었다 ($E = 200 \text{ GPa}, \sigma_0 = 5 \text{ GPa}, \nu = 0.3, \sigma_{\max} = 0.5 \text{ GPa}, \Gamma = 0.0025 \text{ GPa} \cdot \mu\text{m}$). 따라서 동일 하중에서 ψ_1 에 대한 c_1 을 알면 ψ_2 에 대한 c_2 를 식 (9)로 유추할 수 있다.

$$c_2 = c_1 \left(\frac{\cot \psi_2}{\cot \psi_1} \right)^{4/9} \quad (9)$$

따라서 식 (8)-(9)를 이용하면 동일하중에서 압입자 형상 (모서리 수, 압입자각 변화)에 따른 균열길이 변화를 예측할 수 있다. 즉 압입파괴인성 평가법을 임의 압입자 형상(모서리 수) 및 압입자 각에 대해 구축하면, 이를 다양한 압입자 형태로 확장 적용할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 CZM (Cohesive zone model)을 이용한 균열해석으로 압입자 형상변화에 따른 균열 특성을 분석했다. 해석시 Lee 등⁽⁴⁾이 분석한 CZM의 모델 특성과 유효한 해석해를 얻기 위한 조건 등을 사용했다. 먼저 Anstis 등⁽²⁾이 제시한 5가지 재료의 압입균열시험 데이터와 Vickers 압입 균열 해석 데이터를 비교해, cohesive 요소를 적용한 균열 해석모델의 유효성을 입증했다. 아울러 “well-developed” 균열을 정의하는 기준 ($P_{\max}/c^{3/2}$ or $c/a \geq 2.5$)을 제시했다. 삼각뿔 압입에서의 균열특성 분석을 위해 Si (100), Ge (100) 재료에 대해 압입자각 및 하중에 따른 균열시험과 아울러 시험재료의 물성 (E, H)을 얻기 위해 Berkovich 압입시험을 수행했다. 압입시험으로 얻은 물성이 실 재료의 물성과 다름을 확인했으며, O-P 평가법에 기초한 시행착오법으로 재료의 실 물성을 얻었다. 이를 이용해 삼각뿔 균열시험과 해석을 비교했다. 또한 압입발생 균열수에 따른 균열길이 변화를 관찰했다. 동일 하중에서 압입 균열수가 증가할 수록 균열길이가 감소함을 확인 했으며, 이를 식 (8)과 같이 나타냈다. 동일 압입자 형상(동일 전체 균열수)에서 압입자 각도 변화에 따른 균열길이 변화와 발생 균열수와 균열길이 관계를 이용하면, 특정 압입자 형태의 압입시험에서 얻은 균열길이만으로 다양한 압입자 형태의 균열길이를 예측할 수 있다. 이는 특정압입자 형태에서 정립된 파괴인성평가법이 다른 압입자 형태로 쉽게 확장될 수 있음을 의미한다.

후 기

본 논문은 교육과학기술부 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구이며, 이에 감사드립니다 (No. NRF-2012 R1A2A2A 01046480).

참고문헌

- (1) Lawn, B.R., Evans, A.G. and Marshall, D.B. 1980, "Elastic / Plastic Indentation Damage in Ceramics: the Median/Radial Crack System," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 63, pp. 574~581.
- (2) Anstis, G.R., Chantikul, P., Lawn, B.R. and Marshall, D.B., 1981, "A Critical Evaluation of Indentation Techniques for Measuring Fracture Toughness: I, Direct Crack Measurements," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 64, pp. 533~538.

- (3) Hill, R., 1950, The mathematical theory of plasticity. Oxford University Press, Oxford, UK.
- (4) Lee, J.H., Gao, Y., Johanss, K.E. and Pharr, G.M., 2012, "Cohesive Interface Simulations of Indentation Cracking as a Fracture Toughness Measurement Method for Brittle Materials," *Acta Materialia*, Vol. 60, pp. 5448~5467.
- (5) Dukino, R.D. and Swain, M.V., 1992, "Comparative Measurement of Indentation Fracture Toughness with Berkovich and Vickers Indenters," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 75, pp. 3299~3304.
- (6) Ouchterlony, F., 1976, "Stress Intensity Factors for the Expansion Loaded Star Crack," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 8, pp. 447~448.
- (7) Laugier, M.T., 1985, "The Elastic/Plastic Indentation of Ceramics," *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 4, pp. 1539~1541.
- (8) Ponton, C.B. and Rawlings, R.D., 1989a, "Vickers Indentation Fracture Toughness Test: Part 1. Review of Literature and Formulation of Standardised Indentation Equations," *Materials Science and Technology*, Vol. 5, pp. 865~872.
- (9) Ponton, C.B. and Rawlings, R.D., 1989b, "Vickers Indentation Fracture Toughness Test: Part 2. Application and Critical Evaluation of Standardised Indentation Toughness Equations," *Materials Science and Technology*, Vol. 5, pp. 961~976.
- (10) Quin, G.D. and Bradt, R.C., 2007, "On the Vickers Indentation Fracture Toughness Test," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 90, pp. 673~680.
- (11) Niihara, K., 1983, "A Fracture Mechanics Analysis of Indentation-induced Palmqvist Cracks in Ceramics," *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 2, pp. 221~223.
- (12) Miyoshi, T., 1985, "A Study on Evaluation of K_{Ic} for Structural Ceramics," *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering*, Vol. 51, pp. 2489~2497.
- (13) Zhang, W. and Subhash, G., 2001, "Finite Element Analysis of Interacting Vickers Indentations on Brittle Materials," *Acta Materialia*, Vol. 49, pp. 2961~2974.
- (14) Tang, Y., Yonezu, A., Ogasawara, N., Chiba, N. and Chen, X., 2008, "On Radial Crack and Half-penny Crack Induced by Vickers Indentation," *Proceedings of the Royal Society A*, Vol. 464, pp. 2967~2984.
- (15) Gao, Y.F. and Bower, A.F., 2004, "A Simple Technique for Avoiding Convergence Problems in Finite Element Simulations of Crack Nucleation and Growth on Cohesive Interfaces," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 12, pp. 453~563.
- (16) Hutchinson, J.W. and Evans, A.G., 2000, "Mechanics of Materials: Top-down Approaches to Fracture," *Acta Materialia*, Vol. 48, pp. 125~135.
- (17) Williams, J.G., 2002, "Analytical Solutions for Cohesive Zone Models," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 36, pp. 809~825.
- (18) Jin, Z. and Sun C.T., 2005, "Cohesive Zone Modeling of Interface Fracture in Elastic Bi-materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, pp. 1805~1817.
- (19) ABAQUS User's Manual, Version 6.11, 2012, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA.
- (20) Maerky, C., Guillou, M.-O., Henshall, J.L. and Hopper, R.M., 1996, "Indentation hardness and fracture toughness in single crystal TiC0.96," *Materials Science and Engineering A*, Vol. 209, pp. 329~336.
- (21) Jang, J. and Pharr, G.M., 2008, "Influence of Indenter Angle on Cracking in Si and Ge During Nanoindentation," *Acta Materialia*, Vol. 56, pp. 4458~4469.
- (22) Oliver, W. C. and Pharr, G. M., 1992, "An Improved Technique for Determining Hardness and Elastic Modulus Using Load and Displacement Sensing Indentation Experiments," *Journal of Materials Research*, Vol. 7, pp. 1564~1583.
- (23) Shim, S., Oliver, W.C. and Pharr, G.M., 2007, "A Comparison of 3D Finite Element Simulation for Berkovich and Conical Indentation of Fused Silica," *International Journal of Surface Science and Engineering*, Vol. 1, pp. 259~273.