

An Assumption on How Archimedes Found out the Center of Gravity of Cones in 《The Method》

아르키메데스가 《The Method》에서
원뿔의 무게중심을 구한 방식에 대한 하나의 가설

PARK Sun-Yong 박선용 HONG Gap-Ju 홍갑주

In 《The Method》, Archimedes presented the famous heuristic technique for calculating areas, volumes and centers of gravity of various plane and solid figures, utilizing the law of the lever. In that treatise, Archimedes used the fact that the center of gravity of a cone lies one-quarter of the way from the center of the base to the vertex, but the proof of this is not extant in his works. This study analyzes the propositions and their relations of 《The Method》 focusing on the procedural characteristics of the ‘method’ of Archimedes. According to the result of that analysis, this study discusses the likely approach which was taken for Archimedes to find out the center of gravity of a cone.

Keywords: Archimedes, method, center of gravity of a cone; 아르키메데스, 방법, 원뿔의 무게중심.

MSC: 01A20 ZDM: A30

1 서론

《The Method》는 아르키메데스의 여러 논문 중에서도 발견술 측면에서 가장 흥미로운 논문이다. 그 논문에서 아르키메데스는 어떤 도형의 넓이나 부피를 미지수로 두고, 넓이나 부피를 이미 아는 다른 도형과 지레 위에서의 평형조건을 찾은 다음, 지레의 법칙에 의해 유도되는 방정식을 풀어 그 넓이 혹은 부피를 구한다. 지레의 법칙이라는 역학적 원리를 순수 수학적인 문제의 해결에 이용하고 있는 것이다.

아르키메데스는 이러한 문제해결 접근방식을 역학적 「방법」이라 지칭하였다. 그런데 「방법」을 적용하기 위해서는, 「어떤 물체의 넓이나 부피를 모르는 상황에서 그것을

이 연구는 2013학년도(1차) 영남대학교 학술연구조성비 지원을 받아 수행된 연구임.

PARK Sun-Yong: Dept. of Math. Edu., Yeungnam Univ. E-mail: polya@yu.ac.kr

HONG Gap-Ju: Dept. of Math. Edu., Busan National Univ. of Edu. E-mail: gapdol@bnue.ac.kr

Received on June 30, 2013, revised on Sep. 4, 2013, accepted on Nov. 7, 2013.

포함한 물체들이 지레팔의 어떤 위치에서 평형을 이루는지 어떻게 알 수 있느냐?」의 걸림돌을 제거할 필요가 있다. 이와 관련해, 아르키메데스는 대응하는 모든 단면 또는 선분끼리 평형을 이룬다면 전체 도형도 평형을 이룬다고 가정하고, 전체의 평형을 찾는 대신 대응하는 단면 또는 선분끼리의 평형을 찾음으로써 이 제한사항을 극복한다 [9,11]. 이런 점에서, 아르키메데스 「방법」의 핵심 아이디어는 지레의 원리와 불가분량법을 결합하는 것에 있다고 할 수 있다.

사실, 불가분량법은 데모크리토스 이전의 고대 그리스로 거슬러 올라가는 매우 오래된 역사를 가지고 있다. 하지만 아르키메데스는 기존의 불가분량법과 역학적 개념들을 독창적인 방법으로 결합하여 평면도형과 입체도형의 측정에 대한 여러 명제들¹⁾을 도출해내었다. 즉, 아르키메데스의 「방법」에서는 지레 팔의 양쪽에 매어 단 도형들을 일정한 방향의 단면들이 모인 것으로 간주하고, 대응하는 단면들끼리의 평형을 보임으로써 원래의 도형들 자체의 평형을 보인 후, 지레의 원리가 유도하는 방정식을 풀어 도형의 넓이, 부피, 무게중심의 위치를 구하고 있다 [1,2,4,6].

특히, 《The Method》의 명제 6에서는, 지레의 원리와 불가분량법을 결합한 「방법」에 의해, 반구의 무게중심이 꼭짓점(축과 반구면상의 교점)에서부터 5 : 3으로 내분하는 위치에 있다는 것을 발견한다. 그런데 이러한 과정에서 원뿔의 무게중심의 위치가 원뿔의 꼭짓점으로부터 3 : 1로 내분하는 위치에 있다는 것을 이용한다. 또한, 명제 8과 9에서도 그 사실을 이용한다. 하지만 원뿔의 무게중심 위치를 어떻게 발견했는지에 대해서는 《The Method》뿐 아니라 다른 논문에도 남아있지 않다 [7].

이에 주목하여, 이 연구에서는 아르키메데스가 원뿔의 무게중심의 위치를 구한 방법에 대한 하나의 가설을 제시하고자 한다. 특히 원뿔의 무게중심을 그의 「방법」을 통해 구할 수 있다면, 그것은 가설로서의 분명한 개연성을 가질 것이다. 실제로 이러한 탐색적 추측활동을 수행하기 위해, 본 연구에서는 《The Method》의 전체 맥락과 아르키메데스의 「방법」의 특성을 신중하게 고찰한다.

《The Method》는, 에라토스테네스에게 보내는 편지 형식의 논문인데, 역학적 「방법」에 의해, 어떤 원기둥에 대해 그 밑면의 중심과 윗면의 가장자리를 지나는 평면으로 잘라 만든 말발굽체, 두 원기둥이 수직으로 교차하여 생기는 원통교차체의 부피를 구하는 것을 알려주기 위해²⁾ 집필한 것이라 할 수 있다. 한편, 이러한 목적을 위해 아르키메데스는 명제 1에서부터 명제 9까지에 걸쳐 역학적 「방법」을 적용하는 방식을 체계적으로 소개한다. 그리고 명제 10에서 그러한 「방법」을 적용함으로써 쌍곡회전체의 부피를 구할 수 있다고 언급한 후, 명제 11부터 15까지 말발굽체와 원통교차체의 부피를 구하는 것에 대해 다른

1) 현재 《The Method》는 15 개의 명제를 포함하는, 앞부분의 일부만 남아있다.

2) 《The Method》의 최종 목적에 관련해, 그 편지에 표면적으로 소개된 목적과 다르게, 그 안에 아르키메데스의 다른 학문적 의도가 내재해 있다는 견해가 있다 [8].

다 [7,10].

이런 점에 착안한다면, 「아르키메데스가 자신의 역학적 「방법」을 가지고 어떻게 원뿔의 무게중심의 위치를 찾았을까?」의 문제에 대해서는 명제 1에서부터 명제 9까지를 분석하면서 그 맥락을 고려해 가상의 예측 활동을 해보는 것이 필요할 것으로 판단된다. 이를 위해, 우선 아르키메데스 「방법」의 특성에 초점을 맞추어 명제 1부터 명제 9까지 살펴해보도록 하자.

2 아르키메데스의 《The Method》의 처음 9개의 명제에 대한 개관

아르키메데스의 「방법」은 도형의 넓이나 부피를 그것의 무게와 동일시하는 유추적 착상에 기초하고 있다. 간단히 말해, 그의 「방법」은 모든 도형이 일정한 밀도를 가진 입자들로 구성되어있는 것으로 간주하고서 도형의 넓이, 부피, 무게중심을 구함에 있어 지레의 원리를 적용하는 방식이라 할 수 있다. 입체도형의 부피나 무게중심을 구하는 경우를 들어, 지레의 원리가 적용되는 「방법」의 절차를 요약하면 다음과 같다 [4,5,8,11].

- (1) 입체도형은 그 도형의 높이 방향으로 쌓이는 단면들의 총합으로 간주한다. (이때 이용되는 모든 입체도형의 높이는 같아야 한다.)
- (2) 지레의 한 편에 있는 입체도형(들)의 각 단면이 지레의 다른 편에 있는 입체도형(들)의 단면과 1-1로 대응하여 지레의 원리에 의해 평형이 이루어진다. 이때, 대응하는 단면들의 높이 위치는 각 입체도형 내에서 서로 같다.
- (3) 전체 입체도형 사이에서도 평형이 이루어진다. 입체도형이 이러한 평형 상태에 놓여 있을 때, 어떤 입체도형의 무게중심이 지레 위에 위치한다면 그 도형의 중력 작용점 위치는 무게중심 위치와 일치한다.³⁾ 반면, 어떤 입체도형의 무게중심이 지레 위에 있지 않다면 그 무게중심으로부터 지레에 수선을 그어 중력 작용점 위치를 결정한다.
- (4) 평형관계를 나타내는 방정식을 해결해 입체도형의 부피나 무게중심을 구한다.

어떤 입체도형의 부피를 구할 때는, 다른 입체도형의 부피는 알고 있고 관련된 모든 입체도형의 무게중심은 알고 있거나 (그 무게중심을 모르더라도) 입체도형을 지레의 한쪽 끝에 적절하게 위치시켜⁴⁾ 지레의 받침점으로부터 중력 작용점까지의 거리를 알 수 있는 경우이다. 어떤 입체도형의 무게중심 위치를 찾을 때는, 관련된 모든 입체도형의 부피를 알고 있고 다른 입체도형의 무게중심을 알고 있거나 지레의 받침점으로부터 그 입체도형의 중력 작용점 (또는 무게중심)까지의 거리를 알 수 있는 경우이다.

3) 예를 들어, 어떤 회전체의 무게중심 위치를 찾자 할 때, 그 회전체의 꼭짓점을 지레의 받침점에 두고 그 중심축을 지레에 나란히 위치시킴으로써 무게중심 위치가 지레 위에 있을 수 있도록 하였다.

4) 입체도형의 변형체를 생각하는 경우도 있다. 즉, 원래의 입체도형을 그 입체도형의 각 단면의 무게중심을 지레의 어떤 지점에 수직으로 메달아 놓은 입체도형으로 변형시켜 생각하기도 한다.

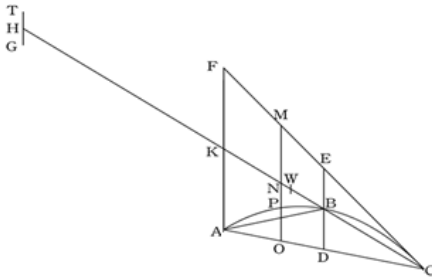


Figure 1. Proposition 1; 명제 1

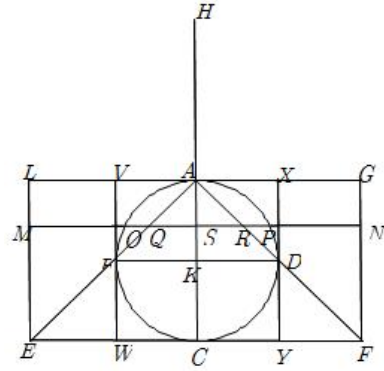


Figure 2. Proposition 2; 명제 2

이제, 실제로 《The Method》의 명제 1의 내용부터 위의 「방법」의 절차에 기초해 그 아이디어를 중심으로 하여 간략하게 살펴보도록 하자. 여기서, 각 명제의 조건과 탐구과정의 세세한 부분들은 생략하고, 연구의 필요에 알맞은 정도로, 각 명제의 내용자체와 탐구과정의 중심 아이디어에 대해서만 다루기로 한다.⁵⁾

명제 1은 포물선조각의 넓이를 구하는 것에 대한 것인데, 그 넓이가 내접하는 삼각형 중 가장 큰 삼각형 넓이의 $\frac{4}{3}$ 가 된다는 것을 다룬다. 명제 1의 탐구과정과 그 결과는 이 연구에서의 예측활동에도 일부 이용되는데, 그 탐구과정의 아이디어는 다음과 같다.

- (1) Figure 1에서 포물선조각 ABC 와 삼각형 ACF 는 각각 OP , MO 와 같은 선분들이 모여 이루어진 것으로 간주한다.
- (2) $MO : OP = CK : KN$ 이 성립하는데, 선분 OP 와 그 길이가 같은 선분 TG 의 중점을 H 에 매다는 방식⁶⁾에 의해 포물선조각의 각 선분을 H 에 매달리게 하면, $MO : TG = HK : KN$ 이 성립한다. (단, $HK = CK$)
- (3) H 에 매달린 포물선조각 ABC 는 지금 위치에서 반대편의 삼각형 ACF 와 평형을 이룬다. 이 때, 삼각형 ACF 의 무게중심을 W 라 하면 $HK = CK = 3KW$ 이다.
- (4) (삼각형 ACF) : (포물선조각 ABC) = $HK : KW = 3 : 1$ 이므로,
 (포물선조각 ABC) = $\frac{1}{3}$ (삼각형 ACF) 이 성립한다.
 (삼각형 ACF) = 4 (삼각형 ABC) 이므로,
 (포물선조각 ABC) = $\frac{4}{3}$ (삼각형 ABC) 이 성립한다.

5) Heath [7], Nets [10]에 소개된 원문을 기초로 하여, 9개 명제에 대한 내용을 정리했음을 밝힌다.

6) 포물선조각의 각 선분이 종이면의 밑 수직 방향으로 쌓인다고 본다(3차원적으로 생각). 이때, 포물선 조각의 모양은 잎사귀 모양으로 변형되지만 그 넓이(또는 무게)는 변하지 않는다. 한편, 포물선조각의 각 선분의 중점이 H 지점에 모두 모여 있다고 간주할 수도 있다.

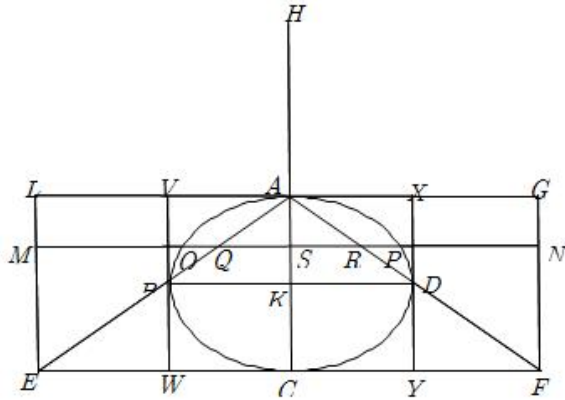


Figure 3. Proposition 3; 명제 3

명제 2는 구의 부피에 대한 것인데, 구의 부피는 그 구의 대원과 반지름을 각각 밑면과 높이로 갖는 원뿔의 부피의 4배가 된다는 것을 다룬다. 명제 2의 탐구과정은 아르키메데스의 「방법」의 전형을 보여준다고 할 수 있는데, 그 아이디어는 다음과 같다.

- (1) Figure 2에서 원기둥 LF , 구 $ABCD$, 원뿔 AEF 는 각각 선분 MS, OS, QS 를 반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다.
- (2) $AC : AS = MS : QS = MS^2 : MS \cdot QS = MS^2 : (OS^2 + QS^2)$ 이 성립하는데, OS 와 QS 를 각각 반지름으로 하는 원의 중심을 H 에 매다는 방식에 의해 구 $ABCD$ 와 원뿔 AEF 의 각 단면을 H 에 매달리게 하면, $HA : AS = MS^2 : (OS^2 + QS^2)$ 이 성립한다. (단, $HA = AC$)
- (3) H 에 매달린 구 $ABCD$ 와 원뿔 AEF 는 지금 위치에서 반대편의 원기둥 LF 와 평형을 이룬다. 이 때, 구 $ABCD$ 와 원뿔 AEF 의 중력 작용점은 H 이고 원기둥 LF 의 무게중심 위치는 K 이다. (단, $AK = KC = \frac{1}{2}HA$)
- (4) (원기둥 LF) : (구 $ABCD$ + 원뿔 AEF) = $HA : AK = 2 : 1$ 이므로,
(구 $ABCD$) = 4(원뿔 ABD), (원기둥 VY) = $\frac{3}{2}$ (구 $ABCD$)이 성립한다.

명제 3은 타원회전체의 부피에 대한 것인데, 타원회전체의 부피는 외접하는 원기둥의 $\frac{2}{3}$ 배가 된다는 것을 다룬다. 명제 3의 상황은 이 연구의 다음 절에서 원뿔의 무게중심을 탐구하는 상황으로 변환시킬 때 활용되는데, 그 탐구과정의 아이디어는 다음과 같이 명제 2의 그것과 매우 유사하다.

- (1) Figure 3에서 원기둥 LF , 타원회전체 $ABCD$, 원뿔 AEF 는 각각 선분 MS, OS, QS 를 반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다.

- (2) $AC : AS = MS : QS = MS^2 : MS \cdot QS = MS^2 : (OS^2 + QS^2)$ 이 성립⁷⁾하는데, OS 와 QS 를 각각 반지름으로 하는 원의 중심을 H 에 매다는 방식에 의해 타원회전체 $ABCD$ 와 원뿔 AEF 의 각 단면을 H 에 매달리게 하면, $HA : AS = MS^2 : (OS^2 + QS^2)$ 이 성립한다. (단, $HA = AC$)
- (3) H 에 매달린 타원회전체 $ABCD$ 와 원뿔 AEF 는 지금 위치에서 반대편의 원기둥 LF 와 평형을 이룬다. 이 때, 타원회전체 $ABCD$ 와 원뿔 AEF 의 중력 작용점은 H 이고 원기둥 LF 의 무게중심 위치는 K 이다. 여기서, $AK = KC = \frac{1}{2}HA$ 이다.
- (4) (원기둥 LF) : (타원회전체 $ABCD$ + 원뿔 AEF) = $HA : AK = 2 : 1$ 이므로, (타원회전체 $ABCD$) = $\frac{2}{3}$ (원기둥 VY)이 성립한다.

명제 4는 포물회전체의 부피에 대한 것인데, 포물회전체의 부피는 외접하는 원기둥의 $\frac{1}{2}$ 배, 내접하는 원뿔의 $\frac{3}{2}$ 배가 된다는 것을 다룬다. 명제 4는 《The Method》에서 어떤 입체도형의 부피를 구하는 가장 단순한 상황을 보여주는데, 그 탐구과정의 아이디어는 다음과 같다.

- (1) Figure 4에서 포물회전체 ABC , 원기둥 EC , 원뿔 ABC 는 각각 선분 OS, MS, QS 를 반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다.
- (2) $AD : AS = MS^2 : OS^2$ 이 성립하는데, OS 를 반지름으로 하는 원의 중심을 H 에 매다는 방식에 의해 포물회전체 ABC 의 각 단면을 H 에 매달리게 하면, $HA : AS = MS^2 : OS^2$ 이 성립한다. (단, $HA = AD = BD, AS = QS$)
- (3) H 에 매달린 포물회전체 ABC 는 지금 위치에서 반대편의 원기둥 EC 와 평형을 이룬다. 이 때, 포물회전체 ABC 의 중력 작용점은 H 이고 원기둥 LF 의 무게중심 위치는 K 이다. (단, $AK = KD = \frac{1}{2}HA$ 이다.)
- (4) (원기둥 EC) : (포물회전체 ABC) = $HA : AK = 2 : 1$ 이므로, (포물회전체 ABC) = $\frac{1}{2}$ (원기둥 EC) = $\frac{3}{2}$ (원뿔 ABC)이 성립한다.

명제 5는 포물회전체의 무게중심에 대한 것인데, 포물회전체의 무게중심은 꼭짓점에서부터 $2 : 1$ 로 내분하는 위치에 있다는 것을 다룬다. 이 연구의 목적에 비추어볼 때, 《The Method》의 명제 4의 문제 상황에서 명제 5의 상황으로 변하는 과정에 주목할 필요가 있을 것이다. 왜냐하면 이 과정은 그 부피가 알려진 입체도형의 무게중심을 구하는 상황을 어떻게 조성할 수 있는지에 대한 힌트를 줄 수 있기 때문이다. 더욱이, 명제 5는 《The Method》에서 어떤 입체도형의 무게중심을 구하는 가장 단순한 상황을 보여준다. 명제 4로부터 명제 5로의 변환과정에 초점을 두어, 명제 5에 담긴 아이디어를 나타내면 다음과 같다.

- (1) Figure 4에서 포물회전체 ABC , 원기둥 EC , 원뿔 ABC 는 각각 선분 OS, MS, QS 를

7) 명제 2에서와 같은 비례식이 유도되지만, 구가 아닌 타원회전체를 다룰 경우에는 $AS \neq QS, SC \neq QM$ 인 상황에 주의를 기울여야 한다. 이 명제 3의 비례식은 타원의 성질에 의해 유도된다.

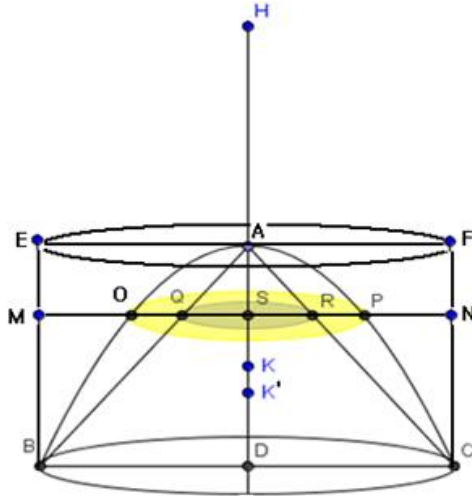


Figure 4. Proposition 4, 5; 명제 4와 5

반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다.

- (2) <변환과정> $MS^2 : OS^2 = AD : AS = AD^2 : AD \cdot AS = MS^2 : MS \cdot QS$ 이므로, $OS^2 = MS \cdot QS$ 이다. $OS^2 : QS^2 = MS \cdot QS : QS^2 = MS : QS = AD : AS$ 이 성립한다. 이때, QS 를 반지름으로 하는 원의 중심을 H 에 매다는 방식에 의해 원뿔 ABC 의 각 단면을 H 에 매달리게 하면, $HA : AS = QS^2 : QS^2$ 이 성립한다. (단, $HA = AD$)
- (3) H 에 매달린 원뿔 ABC 는 지금 위치에서 반대편의 포물회전체 ABC 와 평형을 이룬다. 이 때, 원뿔 ABC 의 중력 작용점은 H 이다. 포물회전체 ABC 의 무게중심 위치는 K' 라 하자.
- (4) (포물회전체 ABC) : (원뿔 ABC) = $HA : AK'$ 이고, 명제 4에 의해 (포물회전체 ABC) = $\frac{3}{2}$ (원뿔 ABC)이므로, $AK' : AD = 2 : 3$, $AK' : K'D = 2 : 1$ 이 성립한다.

그렇다면, 명제 4로부터 명제 5로의 변화과정에서 나타나는 가장 특징적 모습은 무엇일까? 이것은 $MS : QS = MS^2 : OS^2 = MS^2 : MS \cdot QS$ 의 비례관계를 $MS : QS = MS \cdot QS : QS^2$ 의 비례관계로 바꾸는 것인데, 이 간단한 대수적 전환과정은 지레의 한 쪽 끝에 매달린 입체를 그 지레에 나란히 위치시키게 하는 변화를 야기한다고 할 수 있다. 명제 5에서는 어떤 입체도형의 무게중심을 구하는 가장 단순한 상황을 보여줄 뿐만 아니라, 입체도형의 무게중심을 구하기 위해 필요한 전환 요령을 알려준다.

이와 같은 전환방식과 유사하게, 명제 6에서도 명제 2의 문제상황을 변형시켜 회전체의 무게중심을 구하는 과정을 보여준다. 명제 6은 반구의 무게중심에 대한 것인데, 반구의

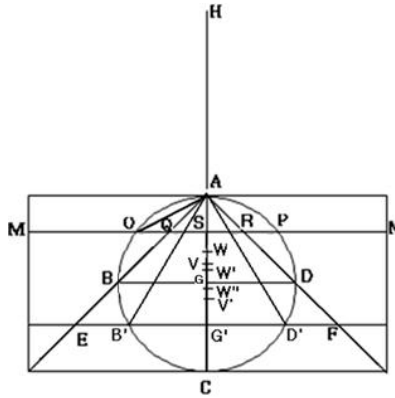


Figure 5. Proposition 6, 7, 8, 9; 명제 6, 7, 8, 9

무게중심은 꼭짓점에서부터 5 : 3으로 내분하는 위치에 있다는 것을 다룬다. 서론에서 제기했듯, 이 명제 6에서는 원뿔의 무게중심이 꼭짓점에서부터 3 : 1로 내분하는 위치에 있다는 것을 전제하고 있다. 명제 6의 탐구과정은 다음과 같다.

- (1) Figure 5에서 반구 ABD, 원뿔 ABD는 각각 선분 OS, QS를 반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다.
- (2) <변환과정> $AC : AS = MS : QS = MS^2 : MS \cdot QS = MS \cdot QS : QS^2 = OS^2 + QS^2 : QS^2$ 이 성립하는데, QS를 반지름으로 하는 원의 중심을 H에 매다는 방식에 의해 원뿔 ABD의 각 단면을 H에 매달리게 하면, $HA : AS = OS^2 + QS^2 : QS^2$ 이 성립한다. (단, $HA = AC$)
- (3) H에 매달린 원뿔 ABD는 지금 위치에서 반대편의 반구 ABD, 원뿔 ABD와 평형을 이룬다. 이 때, 한쪽 편은 원뿔 ABD의 중력 작용점은 H이고, 그 반대편의 원뿔 ABD의 무게중심 위치는 V이다. (단, $AG = 4GV$) 반구의 무게중심 위치는 W라고 하자.
- (4) $(\text{원뿔} ABD) \cdot HA = (\text{원뿔} ABD) \cdot AV + (\text{반구} ABD) \cdot AW$ 이므로,
 $AW = \frac{5}{8}AG$, $AW : WG = 5 : 3$ 이 성립한다.

명제 7에서는 구 일부의 부피를 그것에 내접하는 원뿔의 부피와 비교해서 다룬다. 명제 7에서는⁸⁾, 명제 6에서와는 반대로, 다시 명제 2의 문제상황으로 돌아간다. 실제로, 명제 2와 명제 7에서 다루는 입체도형은 그 높이에서만 차이가 나기 때문에 두 탐구과정은 거의 대동소이하다.

- (1) Figure 5에서 원기둥 AG', 구 일부 AB'D', 원뿔 AEF는 각각 선분 MS, OS, QS를

8) 명제 7에서도 원뿔 AEF와 원뿔 AB'D'의 무게중심 위치(V')가 꼭짓점에서부터 3 : 1로 내분하는 곳에 있다는 것을 전제하지만, 그러한 사실을 이용하지는 않는데, 그 무게중심을 도입하는 것은 명제 8과 9에서 사용하기 위함으로 보인다.

반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다. (이들 입체도형의 높이는 모두 AG' 임)

- (2) $AC : AS = MS : QS = MS^2 : MS \cdot QS = MS^2 : OS^2 + SQ^2$ 이 성립하는데, OS 와 QS 를 각각 반지름으로 하는 원의 중심을 H 에 매다는 방식에 의해 구 일부 $AB'D'$ 와 원뿔 AEF 의 각 단면을 H 에 매달리게 하면, $HA : AS = MS^2 : OS^2 + SQ^2$ 이 성립한다. (단, $HA = AC$)
- (3) H 에 매달린 구 일부 $AB'D'$ 와 원뿔 AEF 는 지금 위치에서 반대편의 원기둥 AG' 와 평형을 이룬다. 이 때, 구 일부 $AB'D'$ 와 원뿔 AEF 의 중력 작용점은 H 이고 원기둥 AG' 의 무게중심 위치는 W' 이다. (단, $AW' = W'G' = \frac{1}{2}AG'$)
- (4) (원뿔 AG') : (구 일부 $AB'D'$ + 원뿔 AEF) = $HA : AW'$ 이므로, 원기둥 AG' , 원뿔 AEF , 원뿔 $AB'D'$ 사이의 부피 관계를 이용하면, (구 일부 $AB'D'$) : (원뿔 $AB'D'$) = $\frac{1}{2}AC + G'C : G'C$ 이 성립한다.

명제 8과 9에서는 반구보다 큰 구일부와 반구보다 작은 구일부에 대한 각각의 무게중심을 다루는데, 반구의 무게중심을 다루었던 명제 6의 상황으로 되돌아간다고 할 수 있다. 즉, 명제 6, 8, 9에서 다루는 입체도형은 그 높이에서만 차이가 나기 때문에 세 탐구과정은 거의 유사하다. 그러기에, 명제 8과 9 중에서 전자의 탐구과정에 대해서만 살펴해보도록 하자.

- (1) Figure 5에서 구 일부 $AB'D'$, 원뿔 AEF 는 각각 선분 OS, QS 를 반지름으로 하는 원들이 모여 이루어진 것으로 간주한다. (이들 입체도형의 높이는 모두 AG' 임)
- (2) $AC : AS = MS : QS = MS^2 : MS \cdot QS = MS \cdot QS : QS^2 = OS^2 + QS^2 : QS^2$ 이 성립하는데, QS 를 반지름으로 하는 원의 중심을 H 에 매다는 방식에 의해 원뿔 AEF 의 각 단면을 H 에 매달리게 하면, $HA : AS = OS^2 + QS^2 : QS^2$ 이 성립한다. (단, $HA = AC$)
- (3) H 에 매달린 원뿔 AEF 는 지금 위치에서 반대편의 구 일부 $AB'D'$, 원뿔 AEF 와 평형을 이룬다. 이 때, 한쪽 편인 원뿔 AEF 의 중력 작용점은 H 이고, 그 반대편의 원뿔 AEF 의 무게중심 위치는 V' 이다. (단, $AG' = 4G'V'$) 구 일부 $AB'D'$ 의 무게중심 위치는 W'' 라고 하자.
- (4) (원뿔 AEF) · HA = (원뿔 AEF) · AV' + (구 일부 $AB'D'$) · AW'' 이므로, 명제 7의 결과와 원기둥 AG' , 원뿔 AEF , 원뿔 $AB'D'$ 사이의 부피 관계 등을 이용하면, $AW'' : W''G' = (AG' + 4G'C) : (AG' + 2G'C)$ 이 성립한다.

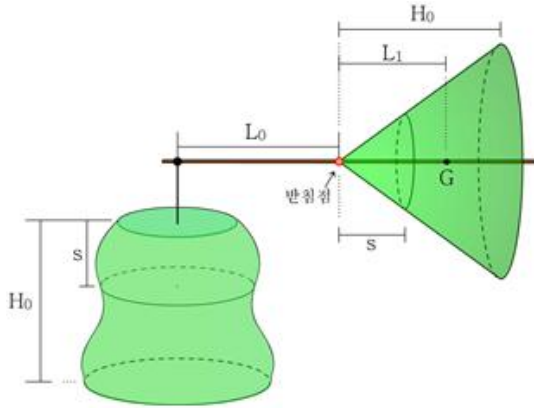


Figure 6. The 1st Lever Model for finding the cone's center of gravity; 원뿔무게중심을 찾는 지레모델1

3 아르키메데스 「방법」에 의한 원뿔의 무게중심 발견활동 예측

이제까지 「방법」의 절차적 특성에 초점을 맞추어 9개의 명제와 그 사이의 관계를 살펴보았는데, 명제 5에 대한 분석에서 알 수 있듯, 원뿔의 무게중심을 구하는 가장 단순하고 이상적인 상황은 다음과 같다고 할 수 있다. 그러한 상황은, Figure 6과 같이, 지레의 받침점을 기준으로 일정한 거리 L_0 만큼⁹⁾ 떨어진 한쪽 지점을 중력작용점으로 갖는 어떤 입체도형 Fg_0 의 부피 V_0 와 높이 H_0 가 이미 알려져 있고, 지레의 받침점을 기준으로 하여 다른 편에는 부피 V_1 와 높이 H_0 가 주어진 원뿔 Fg_1 이 지레의 받침점을 꼭짓점으로 하면서 그 원뿔의 중심축이 지레에 나란히 되도록 위치하면서, 두 입체도형의 대응하는 단면끼리 평형을 유지하기 때문에 두 입체도형도 평형을 이루게 되는 상황일 것이다.

그러면, 지레의 받침점(원뿔의 꼭짓점)으로부터 원뿔의 무게중심까지의 거리를 L_1 이라 할 때, 지레의 원리에 의해 $V_0 \cdot L_0 = V_1 \cdot L_1$ 이 성립하므로 L_1 을 쉽게 구할 수 있다. 이러한 상황을 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 1」로 명명하기로 하자. 그런데 아르키메데스는 이러한 단순한 지레모델1 상황에서 원뿔의 무게중심을 구했을 것으로 예측되지 않는다. 왜냐하면 위와 같은 상황에서 원뿔과 평형을 이루는 입체도형을 고려하기 위해서는 부피값을 넓이값으로 간주하는 관점(「동차성의 원리」¹⁰⁾를 극복하는 것)이 요구되는데 아르키메데스 당시에는 이러한 관점이 널리 수용되었던 것은 아니기 때문이다. 원뿔의 밑면인 원의 반지름이 αH_0 이고 지레의 받침점으로부터 원뿔의 단면에 이르는 거리가 s 일 때, 원뿔과 평형을 이루는 입체도형에 대해 원뿔의 각 단면과 평형을 이루는 입체도형의 각 단면의

9) L_0 는 도형의 높이 H_0 와 일치하는 경우가 많지만 그렇지 않은 경우도 있다. 예를 들어, 《The Method》의 명제 6에서는 $2H_0 = L_0$ 인 관계를 이룬다.

10) 간단히 말해, 「넓이 대 넓이나 부피 대 부피 등 같은 종류, 같은 차원의 양끼리만 비교할 수 있다.」는 원리를 지칭한다 [3].

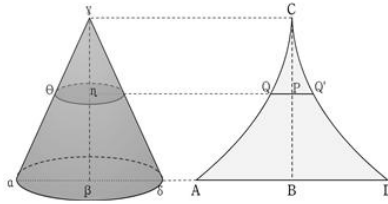


Figure 7. Cone's center of gravity | ; 원뿔의 무게중심 |

넓이를 Y_0 라 하면 $Y_0 \cdot L_0 = \pi(\alpha s)^2 \cdot s$ 이 성립하므로, 이 단면의 넓이 Y_0 는 $\pi\alpha^2 s^3 / L_0$ 이 된다. 다시 말해, 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 1」 상황에서는 그러한 부피에 해당하는 값을 평면의 넓이값으로 간주할 것을 요구한다. 또한, 원뿔과 평형을 이루는 입체와 그 부피가 이미 알려져 있었던 것도 아니고 그것의 부피를 구하는 것¹¹⁾도 당시로서는 쉽지 않다고 하겠다. 따라서 아르키메데스가 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 1」 상황에서 원뿔의 무게중심을 구했을 것으로 예측되지는 않는다.

앞서 제기했듯, 아르키메데스가 일반적 수준에서 동차성의 원리를 극복하고 해석기학적 접근을 취했다고 판단하기에는 무리가 있다. 하지만 어떤 직사각형을 한 변이 단위길이인 「같은 면적의 직사각형」으로 변형하는 것은 당시에 널리 수행할 수 있던 활동이다 [3, 12]. 이와 유사한 방식에 의해 아르키메데스가 원뿔의 단면을 선분화해서 상상했을 가능성이 있는 것¹²⁾이다. 구체적으로 말해, 원뿔의 단면 넓이는 꼭짓점으로부터 거리의 제곱에 비례하므로, 아르키메데스가 원뿔의 무게중심의 위치를 구하는 문제를 절단선분의 길이가 꼭짓점으로부터 거리의 제곱에 비례하는 평면도형의 무게중심 위치를 구하는 문제로 바꾸어 생각해 보았을 개연성이 있다.

이런 점에 착안한다면, 아르키메데스가 원뿔의 무게중심 위치를 포물선의 성질과 그의 「방법」을 이용해 구했을 것으로 보이는 방식을 다음과 같이 예측해볼 수 있다 [8].

Figure 7과 같이, γ 를 꼭짓점으로 하는 원뿔 $\alpha\gamma\delta$ 의 회전축을 $\beta\gamma$ 라 하자. $\beta\gamma$ 와 길이와 같은 선분 BC 를 $\beta\gamma$ 에 나란하게 그리자. 이 때, 원뿔의 회전축 위의 점 η 를 지나며 축에 수직인 원 모양 단면의 넓이는 그 반지름 $\eta\theta$ 의 제곱에 비례한다. 그리고 η 와 같은 높이에 있는 위의 점 P 에 대해, 그 길이를 원 $\eta\theta$ 의 넓이와 같도록 그 중점을 P 로 하는 선분 QQ' 를 그리자. 점 η 가 $\beta\gamma$ 에서 움직인다고 상상해보자. 그러면, Q 의 자취는 C 를 꼭짓점으로 하고 그 축이 BC 에 수직인 포물선의 호 AC 를, Q' 의 자취는 C 를 꼭짓점으로 하고 포물선의 호 DC 를 이룬다. BC 는 포물선의 호 AC 와 호 AD 의 공통접선이 되며, 평면도형 ACD 의

11) 그리스의 수학적 전통에 의하면, 어떤 입체도형의 부피를 구하는 것은 수치적 값을 직접 구하는 것이 아니라 이미 부피가 알려진 입체도형과의 비를 구하는 과정을 의미한다.

12) 이 연구에서 소개하지 않았지만, 아르키메데스가 《The Method》의 명제 13에서 넓이를 선분화해서 사용한 흔적이 있다.

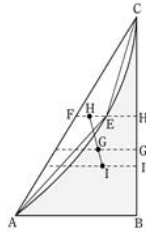


Figure 8. Cone's center of gravity II ; 원뿔의 무게중심 II

무게중심은 BC 위에 있을 뿐만 아니라 원뿔 $\alpha\gamma\delta$ 의 무게중심과 같은 높이에 있을 것이다.

이제는, 원뿔 $\alpha\gamma\delta$ 의 무게중심을 찾는 것은 평면도형 ACD의 무게중심 위치를 찾는 문제로 환원되었다고 할 수 있다. Figure 8과 같이, 평면도형 ABC의 두 점 A와 C를 연결해 AC를 만들고, AC의 중점 F로부터 포물선의 축에 평행한 직선을 그어, 그 직선이 포물선의 호 AC와 선분 BC와 만나는 점을 각각 E와 H'라 하자. 그러면, CF는 준-세로축(semi-ordinate)이고 CH'은 포물선의 호 AC에 접하므로, $FE = EH'$ 이고 $BH' : H'C = AF : FC = 1 : 1$ 이고 포물선의 성질에 의해 포물선조각 AEC의 무게중심 H는 FE위에 있게 된다.

이 때, 삼각형 ABC 전체와 평면도형 ABC 각각의 무게중심을 G와 I라 하면, 《The Method》에 전제하고 있는 도형의 평형에 대한 원리¹³⁾에 의하면, 무게중심 H, G, I는 같은 직선 위에 놓여 있고 $IG : GH = (\text{포물선조각 AEC}) : (\text{평면도형 ABC})$ 이 성립한다. 한편, $(\text{포물선조각 AEC}) : (\text{평면도형 ABC}) = 1 : 2$ 이므로, 이 성립한다. 따라서 $IG : GH = 1 : 2$ 이다.

여기서, 포물선의 축에 평행하고 각각 G와 I를 지나는 두 직선이 BC와 만나는 점을 각각 G'와 I'라 하자. 평행선의 성질에 의해, $I'G : G'H' = 1 : 2$ 이다. 그리고 G는 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $BG' : G'C = 1 : 2$ 이다. 따라서 $BI' : I'C = 1 : 3$ 이 성립한다. 그런데 평면도형 ABC와 평면도형 DBC는 서로 대칭이므로, 《The Method》에 전제하고 있는 도형의 평형에 대한 원리에 의하면, 평면도형 ACD의 무게중심은 I'라 할 수 있다. 즉, 평면도형 ACD의 무게중심은 BC를 B로부터 1 : 3으로 내분하는 위치에 있다.

그런데 이와 같은 접근방식을 조금만 수정하게 되면, 해석기하적 접근을 피하면서 아르키메데스의 「방법」 자체를 활용해 원뿔의 무게중심 위치를 찾을 수 있다. 평면도형 ACD

13) 어떤 도형을 둘로 나누었을 때, 나뉘게 된 두 도형의 각각의 무게중심과 원래 도형의 무게중심은 같은 직선 위에 있다 [7].

를 밑면으로 가지며 높이가 1 인 기둥인 입체도형 $ACD^{14)}$ 를 도입하면 그것이 가능한 것이다. 구체적으로 다음과 같다. $B'C'$ 는 BC 와 평행하고 그 길이가 같도록 하고, $B'C'$ 가 입체도형 ACD 에서 밑면으로부터 $\frac{1}{2}$ 높이인 곳에 위치하게 하자. 입체도형 ACD 의 C' 가 지레의 받침점에 오게 하고 그 입체도형의 $B'C'$ 가 지렛대에 나란하도록 위치시키고, 유사한 방식으로 지렛대의 반대편에 원뿔 $\alpha\gamma\delta$ 의 꼭짓점 γ 을 지레의 받침점에 오게 하고 그 원뿔의 축 $\beta\gamma$ 가 지렛대에 나란하도록 위치시킨다. 그러면, 아르키메데스의 「방법」을 적용할 수 있는데, 두 입체도형의 대응하는 단면끼리 서로 평형을 이루므로 두 입체도형은 평형을 이루며 두 입체도형의 부피가 일치하므로, 무게중심의 위치도 받침점에서부터 같은 거리에 있게 된다고 할 수 있다.

하지만 데카르트에 이르러 동차성의 원리가 비로소 극복되었다는 수학사적 판단이 일반적이라는 점에서, 이러한 예측은 수학사학계에서 보편적 지지를 받기는 다소 어렵다. 이에, 이 연구에서는 원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델의 복잡도를 단계적으로 높여가며 아르키메데스가 원뿔의 무게중심을 구했던 방식을 추측해보는 시도를 하였다.

「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 1」와 유사한 구조를 지니면서 그 복잡도를 한 단계 높인 모델은, Figure 9와 같이, 지레의 받침점을 기준으로 일정한 거리 L_0 만큼 떨어진 한쪽 지점을 중력작용점으로 갖는 어떤 입체도형 Fg_0 의 부피 V_0 와 높이 H_0 가 이미 알려져 있고¹⁵⁾, 지레의 받침점을 기준으로 하여 다른 편에는 그 부피 V_2 , 높이 H_0 , 무게중심 L_2 이 알려져 있는 회전체 입체도형 Fg_2 와 함께 그 부피 V_1 와 높이 H_0 가 주어진 원뿔 Fg_0 이 각각 지레의 받침점을 꼭짓점으로 하면서 그 중심축이 지레에 나란히 되도록 위치하면서, 입체도형 Fg_0 의 단면과 입체도형 Fg_1, Fg_2 의 단면들 사이의 평형이 유지되기 때문에 전체 입체도형 사이의 평형이 이루어지는 상황이다.

그러면, 지레의 받침점으로부터 원뿔 Fg_1 의 무게중심까지의 거리를 L_1 이라 하면, 지레의 원리에 의해 $V_0 \cdot L_0 = V_1 \cdot L_1 + V_2 \cdot L_2$ 이 성립하므로, L_1 을 구할 수 있을 것이다. 이제, 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 1」과 비교해, 지레의 받침점을 기준으로 하여 어떤 한쪽 편에 원뿔을 포함해 회전체 입체도형 2개가 위치해 전체가 평형을 이루는 상황을 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 2」로 명명하기로 하자. 물론, 이러한 지레모델은 다음과 같이 일반화시킬 수 있다. 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 n 」은, 지레의 받침점을 기준으로 일정한 거리 L_0 만큼 떨어진 한쪽 지점을 중력작용점으로 갖는 어떤 입체도형 Fg_0 의 부피 V_0 와 높이 H_0 가 이미 알려져 있고, 지레의 받침점을 기준으로 하여 다른 편에는

14) 여기서 주의해야 할 사항은, 원뿔 $\alpha\gamma\delta$ 의 높이가 $\beta\gamma$ (의 길이)이듯이, 그 원뿔과 비교되는 입체도형 ACD 의 높이 자체는 1이 아니라 BC (의 길이)이다. 사실, 높이가 같은 두 도형 사이의 불가분량의 대응이 아르키메데스 「방법」의 핵심이라 할 수 있다. 아르키메데스 「방법」에서 비교되는 도형끼리는 그 높이가 동일하다 [11].

15) 지레의 받침점을 기준으로 일정한 거리 L_0 만큼 떨어진 한쪽 지점을 중력 작용점으로 하는 어떤 입체의 개수가 몇 개가 되더라도 그러한 상황은 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 1」과 본질적으로 동일한 상황이라 할 수 있다.

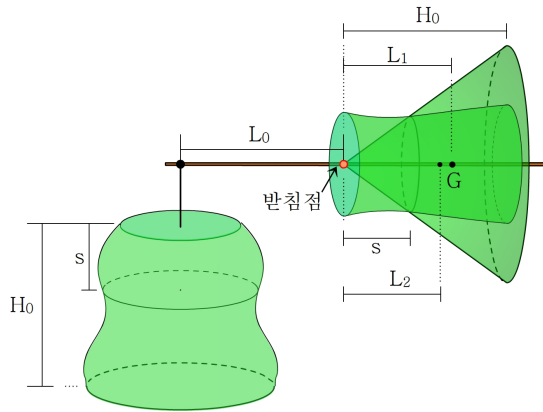


Figure 9. The 2nd Lever Model for finding the cone's center of gravity; 원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델2

그 (부피, 높이, 무게중심)이 각각 $(V_2, H_0, L_2), (V_3, H_0, L_3), \dots, (V_n, H_0, L_n)$ 으로 주어진 회전체 입체도형 $F_{g_2}, F_{g_3}, \dots, F_{g_n}$ 와 함께 그 부피 V_1 와 높이 H_0 가 주어진 원뿔 F_{g_1} 이 각각 지레의 받침점을 꼭짓점으로 하면서 그 중심축이 지레에 나란히 되도록 위치하면서, 입체도형 F_{g_0} 의 단면과 입체도형 $F_{g_1}, F_{g_2}, F_{g_3}, \dots, F_{g_n}$ 의 단면들 사이의 평행이 유지되기 때문에 전체 입체도형 사이의 평행이 이루어지는 상황이다.

그러면, 지레의 받침점으로부터 원뿔의 무게중심까지의 거리를 L_1 이라 하면, 지레의 원리에 의해 $V_0 \cdot L_0 = V_1 \cdot L_1 + V_2 \cdot L_2 + \dots + V_n \cdot L_n$ 이 성립하므로, L_1 을 구할 수 있을 것이다.

그런데 《The Method》의 명제 8과 9에서는 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 2」로 간주할 수 있는 상황이 등장한다. 원래, 이 명제 8과 9에서는 구 일부의 무게중심 위치를 찾지만, 구 일부가 아니라 구 자체를 다룬다고 생각하면, Figure 10에서와 같이, 그러한 상황은 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 2」에 해당하게 되는 것이다.

구체적으로, 지레의 받침점을 기준으로 일정한 거리 $L_0 (= 2r)$ 만큼 떨어진 한쪽 지점을 중력작용점으로 갖는 원뿔 F_{g_0} 의 부피 $V_0 (= \frac{8\pi r^3}{3})$ 와 높이 $H_0 (= 2r)$ 가 이미 알려져 있고, 지레의 받침점을 기준으로 하여 다른 편에는 그 부피 $V_2 (= \frac{4\pi r^3}{3})$, 높이 $H_0 (= 2r)$, 무게중심 $L_2 (= r)$ 이 알려져 있는 구 F_{g_2} 와 함께 그 부피 $V_1 (= \frac{8\pi r^3}{3})$ 와 높이 $H_0 (= 2r)$ 가 주어진 원뿔 F_{g_1} 이 각각 지레의 받침점을 꼭짓점으로 하면서 그 중심축이 지레에 나란히 되도록 위치하면서, 원뿔 F_{g_0} 의 단면과 원뿔 F_{g_1} , 구 F_{g_2} 의 단면들 사이의 평행이 유지되기 때문에 전체 입체도형 사이의 평행이 이루어지는 것이다. 그러면, 지레의 받침점으로부터 원뿔 F_{g_1} 의 무게중심까지의 거리를 L_1 이라 하면, 지레의 원리에 의해 $\frac{8\pi r^3}{3} \cdot 2r = \frac{8\pi r^3}{3} \cdot L_1 + \frac{4\pi r^3}{3} \cdot r$ 이 성립하므로, $L_1 = \frac{3}{2}r$ 이 된다. 높이와 밑면 반지름이 $2r$ 인 원뿔의 무게중심의 위치는

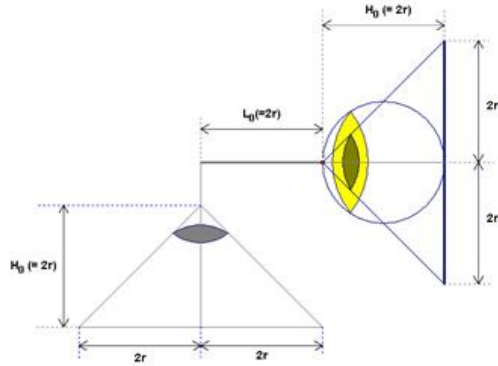


Figure 10. Cone's center of gravity III ; 원뿔의 무게중심 III

원뿔의 꼭짓점으로부터 $\frac{3}{2}r$ 인 지점인 것이다. 즉, 이 원뿔의 높이를 꼭짓점으로부터 3 : 1로 내분하는 점이 무게중심 위치가 되는 것이다.

이러한 접근방식은 아르키메데스의 「방법」을 단순하게 적용한 것이라는 점에서, 아르키메데스도 실제로 이러한 방식에 의해 원뿔의 무게중심을 구했을 개연성이 있다. 하지만 이러한 추측은 두 가지 측면에서 제한점을 지닌다. 하나는, 이러한 명제 8과 9의 응용된 상황에서는 높이와 밑면 반지름의 길이가 같은 원뿔의 무게중심을 구할 뿐이라는 일반성에 관한 문제가 발생한다는 것이다. 즉, 밑면반지름과 높이의 비가 1 : 1이 되는 원뿔의 무게중심 위치만을 구한다는 문제점이 제기되는 것이다. 다른 하나는, 비록 아르키메데스가 반드시 발견의 순서대로 《The Method》를 저술한 것은 아니더라도, 《The Method》의 명제 6과 7에서 이미 원뿔의 무게중심 위치가 사용되고 있다면 《The Method》의 명제 1부터 명제 5를 이용해 그 위치를 알아낼 수 있다고 보는 것이 조금 더 합리적일 수 있다는 점이다.

더욱이, 앞 절에서 살펴보았듯 명제 8과 9 자체에서도 원뿔의 무게중심 위치는 가정되고 있다. 명제 10부터 명제 15까지는 특수한 입체도형인 회전쌍곡체, 말발굽체, 원통교차입체의 부피를 구한다는 점까지 고려한다면, 《The Method》의 명제 1부터 명제 5를 이용해 원뿔의 무게중심 위치를 쉽게 구할 수 있기 때문에 아르키메데스가 명제 6에서부터 원뿔의 무게중심 위치를 사용했을 것으로 판단된다.

한편, 《The Method》의 명제 1은 입체도형이 아닌 평면도형에 관한 것이고, 명제 2에서 원뿔은 밑면반지름과 높이의 비가 1 : 1, 1 : 2인 경우이고 명제 4와 명제 5에서 원뿔은 밑면반지름과 높이의 비가 1 : 1이기 때문에, 설령 그러한 상황을 원뿔의 무게중심 위치를 찾는 상황으로 변형시킨다 하더라도, 일반성 측면에서 여전히 한계를 가질 수밖에 없다. 반면, 명제 3에서 등장하는 원뿔은 《The Method》에 나오는 원뿔 중 유일하게 일반성 측면에서 제한점을 가지지 않는다고 할 수 있다. 구체적으로, 회전타원체의 부피를 구하는 상황 속에서 타원의 장축과 단축을 바꾸고 이심률을 조정하게 되면, Figure 11에서와 같이

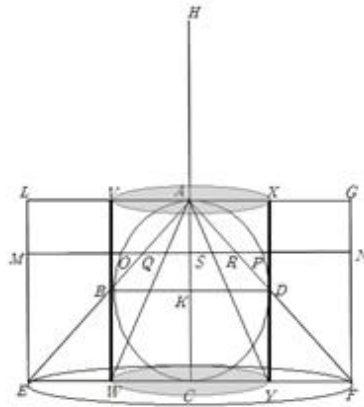


Figure 11. Any cone; 임의의 원뿔

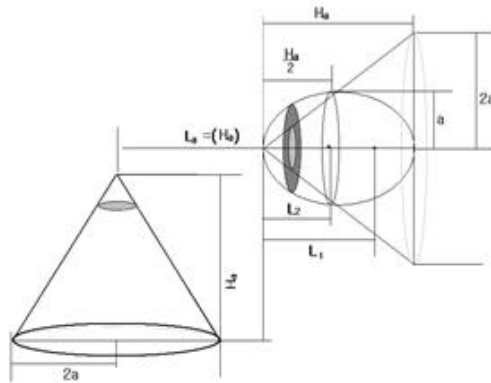


Figure 12. Cone's center of gravity IV ; 원뿔의 무게중심IV

임의의 원뿔 AEF 가 만들어진다는 점에서, 이 명제 3의 문제 상황을 원뿔 AEF 의 무게중심을 구하는 상황으로 변형시킬 수 있다면 그러한 상황야말로 아르키메데스가 원뿔의 무게중심 위치를 알아냈을 것으로 예측되는 장면이라 하겠다. 그런데 《The Method》의 명제 3의 문제상황을 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 2」 상황으로 전환시키는 것은 매우 간단하다. 그것은 앞 절에서 이미 다루었던 상황의 전환과정을 이용하면 되는데, 명제 2의 상황으로부터 명제 8의 상황으로 전환하는 과정과 유사하게 전개시키면 구체적으로 다음과 같다.

$$HA : AS = CA : AS = EA : AQ = MS : SQ,$$

$$HA : AS = MS : SQ = MS \cdot SQ : SQ^2,$$

$$SO^2 + SQ^2 = SQ \cdot SM,$$

$$HA : AS = SO^2 + SQ^2 : SQ^2 = (\text{지름 } SO \text{인 원} + \text{지름 } SQ \text{인 원})$$

이 된다.

즉, $\langle HA : AS = \text{회전타원체에서의 원} + \text{원뿔 AEP에서의 원} : \text{원뿔 AEP에서의 원} \rangle$ 이 성립한다.

회전타원체의 부피와 무게중심을 알고 있기 때문에, 이러한 상황은 전형적으로 「원뿔의 무게중심을 구하는 지레 모델 2」에 해당한다(Figure 12 참조). 여기서, 「회전타원체의 부피가 외접원기둥의 $\frac{2}{3}$ 이다.」는 명제 3의 결과와 아르키메데스의 「방법」을 이용하면,

$$\begin{aligned} V_0 \cdot L_0 &= V_1 \cdot L_1 + V_2 \cdot L_2, \\ \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2a)^2 \cdot H_0 \cdot H_0 &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2a)^2 \cdot H_0 \cdot L_1 + \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot H_0 \cdot \frac{H_0}{2}, \\ L_1 &= \frac{3}{4}H_0 \end{aligned}$$

인 관계를 유도할 수 있다. 즉, 임의의 원뿔의 무게중심 위치가 꼭짓점으로부터 높이를 3 : 1로 내분하는 지점이라는 것을 알 수 있는 것이다.

4 결론

아르키메데스는 《The Method》의 서문에서 자신의 역학적 「방법」의 역할에 대해 다음과 같이 언급한다.

나는 역학적 방법이 그 정리들의 증명을 찾는데 유용할 것이라 확신합니다. 나는 역학적 방법을 통해 나에게 확실하게 된 몇 가지 명제들을 나중에 기하학적으로 증명하였는데, 역학적 방법에 의한 탐구는 실질적인 증명은 제공하지 않기 때문입니다. 그러나 내가 연구하려고 하는 문제에 관해 역학적인 방법을 통해 어떤 지식을 미리 얻는다면 이러한 예비지식 없이 시작하는 것보다는 간단하게 증명을 찾을 수 있습니다 [7, 17-18, 재인용].

아르키메데스 스스로가 밝혔듯, 그의 「방법」은 어떤 명제에 대한 증명 자체가 될 수 없다 하더라도 증명의 착상을 제공하고 일종의 예비지식과 확신을 갖게 한다는 면에서 발견술적으로 매우 유용하다. 그렇다면, 아르키메데스의 「방법」이 것처럼 유용한 것은 어떤 것에 기인하는 것일까?

이 연구에서는 아르키메데스가 자신의 역학적 「방법」을 통해 원뿔의 무게중심의 위치를 어떻게 구했는지에 대한 개연성 있는 가설을 구성하기 위해 《The Method》에서 역학적 「방법」이 적용되는 과정을 상세하게 살펴보았다. 그 결과, 역학적 「방법」이 적용되는 과정에서 두드러지게 나타나는 특징은 비례식으로 표현되는 식의 대수적인 면을 이용하는 것이었다. 이 연구에서도 그 점에 주목하여 가설을 구성할 수 있었으며, 바로 이러한 특징이 「방법」의 유용성을 설명해준다고 하겠다.

구체적으로, 이 연구에서는 명제 4로부터 명제 5로 그리고 명제 2로부터 명제 8로 그 상황이 전환되는 과정과 그 특징에 주목하여, 명제 3의 상황을 원뿔의 무게중심 위치를 찾는 상황으로 변형하였는데, 이러한 변형과정은 모두 대수적 처리의 요소를 지니고 있다고 할 수 있다. 이런 점에서, $HA : AS = MS : SQ = MS^2 : MS \cdot SQ = MS \cdot SQ : SQ^2$ 와 같은 변형과정 안에는 초보적 형태의 해석기학적 아이디어가 들어가 있다고 간주할 수 있을 것이다. 물론, 이것은 아르키메데스 「방법」의 시대를 초월한 탁월함을 보여주는 것이기도 하다.

참고 문헌

1. M. E. Baron, *The Origins of the Infinitesimal Calculus*, New York, Dover Publications, 1969.
2. J. L. Bell, *The Continuous and the Infinitesimal in Mathematics and Philosophy*, Polimetrica, International Scientific Publisher, Monza-Milano (Italy), 2006.
3. C. B. Boyer, *A History of Mathematics*, Wiley, 1991. 양영오, 조윤동 역, 수학의 역사(상), 경문사, 2000.
4. J. L. Coolidge, *A History of Geometrical Methods*, New York, Dover Publications, 1963.
5. E. J. Dijksterhuis, *Archimedes*, New Jersey, Princeton University Press, 1987.
6. C. H. Edwards, *The Historical Development of the Calculus*, New York, Springer-Verlag, 1979.
7. T. L. Heath, *The Works of Archimedes with the Method of Archimedes*, New York, Dover Publications, 1912.
8. Hong, G. J., *An Educational Study on Archimedes' Mathematics*, Doctoral Dissertation of Seoul National University, 2008. 홍갑주, 『아르키메데스 수학의 교육적 연구』, 서울대학교 박사학위논문, 2008.
9. W. R. Knorr, "The Method of Indivisibles in Ancient Geometry", *Vita Mathematica* (R. Calinger Ed.), 1996, 67–86.
10. R. Nets, *The works of Archimedes* (Vol. 1), Cambridge, Cambridge University Press, 2004.
11. Park, S. Y., "The New Interpretation of Archimedes' 'Method'", *The Korean Journal for History of Mathematics*, 23(4) (2010), 47–58. 박선용, "아르키메데스 「방법」에 대한 새로운 해석", *한국수학사학회지* 23(4) (2010), 47–58.
12. D. E. Smith, *History of Mathematics* (Vol. 2), New York, Dover Publications, 1953.