

텐션 레벨링 공정 최적화를 위한 수식 모델 - Part II : 잔류응력 분포 예측

조용석¹ · 황상무[#]

A new Model to Optimize the Process Conditions in Tension Leveling - Part II : Prediction of the Residual Stress Distribution

Y. S. Cho, S. M. Hwang

(Received June 17, 2013 / Revised August 28, 2013 / Accepted September 16, 2013)

Abstract

Tension leveling is the process that removes the shape defects such as edge waves and center buckles, which may be formed in the rolled strip. The main purpose of tension leveling is to eliminate the differences in elongation in order to reduce the residual stresses. In this paper, a new approach for the optimization of the process conditions in tension leveling is presented. This new approach is an analytic model that predicts the residual stresses from the strip curvature. The prediction accuracy of the proposed model is examined through comparison with the predictions from a finite element model.

Key Words : Tension Leveling, Finite Element Method, Residual Stress

1. 서론

텐션 레벨링 공정은 압연 후 발생하는 웨이브, 버클 같은 형상 결함을 교정하는 공정이다. 이러한 웨이브, 버클 등과 같은 형상 불량은 압연 중 발생하는 폭 방향으로의 불균일한 소성 변형, 열 전달, 상변태 등에 의해 형성된다. 텐션 레벨링 공정은 장력(tension)과 굽힘(bending)을 가함으로써 폭 방향으로 불균일한 판의 길이 편차를 소성 신장을 통해 줄여 주게 되고 더 나아가 판 내부의 잔류 응력을 줄여 준다.

실제 공정에 사용되고 있는 텐션 레벨링 공정은 Fig. 1과 같이 신장 유닛(stretching unit)과 캠버 방지 유닛(anti-cambering unit)으로 구분된다[1]. 신장 유닛에서는 비교적 크기가 작은 두 개의 롤을 통해 판을 신장시키는 역할을 하고 캠버 방지 유닛에서는 비교적 크기가 큰 롤을 통해 판폭내 길이방향 응력

의 불균일에 의해 발생하는 캠버(camber)를 줄이는 역할을 한다.

본 논문에서는 Part I에서 개발한 판의 곡률 예측 모델을 통해 텐션 레벨링 공정 중 판의 잔류응력을 예측하는 모델을 개발하였다. 모델은 임의의 텐션 레벨링 조건 하에서 유한요소 해석과 비교하여 검증하였다.

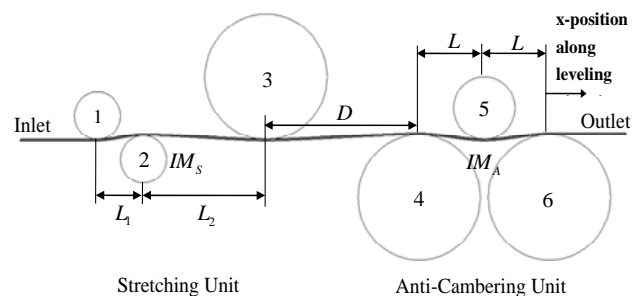


Fig. 1 Process geometry for industrial tension leveling

1. 포항공과대학교 기계공학과

Corresponding Author: Department of Mechanical Engineering, POSTECH, E-mail: smhwang@postech.ac.kr

2. 잔류 응력 예측 모델

2.1 기본 가정

텐션 레벨링 공정은 얇고 폭이 넓은 박판에 주로 사용된다. 폭에 비해 두께가 매우 작기 때문에 다음과 같은 가정을 적용할 수 있다. (1) 평면 응력(plane stress) 조건에 의해 판에서 두께방향으로 작용하는 응력은 무시할 수 있다. (2) 판의 폭 방향으로 평면 변형률(plane strain) 조건을 적용할 수 있다. 이러한 가정은 다음의 수식을 통해 나타낼 수 있다. 여기서 x, y, z 는 각각 레벨링 진행 방향, 판의 두께 방향, 판의 폭 방향으로 정의된다. 또한 위 첨자 e 와 p 는 각각 탄성 변형(elastic deformation), 소성 변형(plastic deformation)을 의미한다.

$$\sigma_y = d\sigma_y = 0 \tag{1}$$

$$d\epsilon_z = d\epsilon_z^e + d\epsilon_z^p = 0 \tag{2}$$

여기서 $d\sigma, d\epsilon$ 은 각각 응력 증분(stress increment), 변형률 증분(strain increment)을 나타낸다.

2.2 잔류 응력 예측 이론

일반적인 훅의 법칙(Hooke's law)과 2.1에서의 가정을 통해 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$d\epsilon_y^e = -\frac{\nu}{E}(d\sigma_x + d\sigma_z) \tag{3}$$

$$d\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(d\epsilon_x - d\epsilon_x^p - \nu d\epsilon_z^p) \tag{4}$$

$$d\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu d\epsilon_x - d\epsilon_z^p - \nu d\epsilon_x^p) \tag{5}$$

여기서 E, ν 는 각각 탄성계수(elastic modulus), 포와송 비(Poisson's ratio)를 의미한다.

길이방향 변형률 증분은 다음의 Fig. 2와 같이 굽힘에 의한 변형률과 판 중심선에서의 변형률로 나타내어진다.

이의 증분 값은 다음의 식(6)과 같다.

$$d\epsilon_x = d\kappa y + d\epsilon_c \tag{6}$$

여기서 $d\kappa$ 는 판 곡률 증분, y 는 판 중심선으로부터

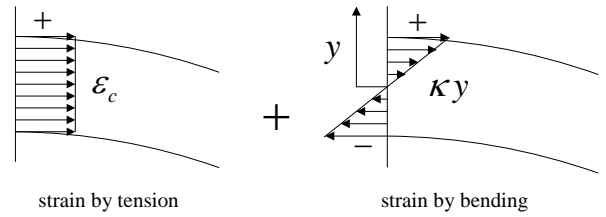


Fig. 2 Longitudinal strain of the strip with tension and bending

터의 두께방향 거리, 그리고 $d\epsilon_c$ 는 판 중심선에서의 변형률 증분을 나타낸다.

식(4)와 식(6)을 통해 길이방향 응력 증분은 다음의 식(7)과 같이 표현된다.

$$d\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(d\kappa y + d\epsilon_c(z) - d\epsilon_x^p - \nu d\epsilon_z^p) \tag{7}$$

또한 길이방향 응력 증분의 두께방향 평균은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\bar{\sigma}_x(z) = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} d\sigma_x(y, z) dy \tag{8}$$

$$= C_1 d\kappa + C_2 d\epsilon_c(z) + C_3$$

$$C_1 = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{E}{1-\nu^2} y dy \tag{9}$$

$$C_2 = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{E}{1-\nu^2} dy \tag{10}$$

$$C_3 = -\frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{E}{1-\nu^2} (d\epsilon_x^p + \nu d\epsilon_z^p) dy \tag{11}$$

여기서 t 는 판의 두께를 나타낸다.

또한 레벨링 도중 장력(tension)의 변화는 없기 때문에 다음의 조건이 성립한다.

$$\int_{-w/2}^{w/2} d\bar{\sigma}_x(z) dz = 0 \tag{12}$$

여기서 w 는 판의 폭을 나타낸다.

식(8)과 식(12)를 통해 판 중심선에서의 변형률 증분의 z 방향 평균은 다음과 같다.

$$d\bar{\epsilon}_c = \frac{1}{w} \int_{-w/2}^{w/2} d\epsilon_c(z) dz = -\frac{\bar{C}_1 d\kappa + \bar{C}_3}{\bar{C}_2} \tag{13}$$

여기서

$$\bar{C}_i = \frac{1}{w} \int_{-w/2}^{w/2} C_i dz \quad (14)$$

식(8)과 식(13)를 통해 판 중심선에서의 변형률 증분과 길이방향 응력 증분의 두께방향 평균은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d\varepsilon_c(z) = -\frac{\left(\frac{\bar{C}_1}{C_2} E + C_1\right) d\kappa + \frac{E}{C_2} \bar{C}_3 + C_3}{C_2 + E} \quad (15)$$

$$d\bar{\sigma}_x(z) = \left[C_1 - \frac{C_2}{C_2 + E} \left(\frac{\bar{C}_1}{C_2} E + C_1 \right) \right] d\kappa - \frac{C_2}{C_2 + E} \frac{E}{C_2} \bar{C}_3 - \left(\frac{C_2}{C_2 + E} - 1 \right) C_3 \quad (16)$$

잔류 응력을 나타내는 식(16)을 사용하기 위해서는 최종적으로 소성 변형률(plastic strain)의 예측이 필요하다.

2.3 소성 변형률(plastic strain) 예측 이론

Fig. 3는 radial return algorithm을 나타낸 것이다[2]. 이를 통해 항복 강도를 넘는 응력의 초과분을 통해 소성 변형률을 구할 수 있다.

$R^{TL} > R^{N+1}$ 이면 소성변형이 발생하기 때문에 소성 변형률을 계산하고 $R^{TL} < R^{N+1}$ 이면 탄성 변형으로 소성 변형률이 0이 된다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_{ij}'^{TL} = \sigma_{ij}'^N + 2\mu d\varepsilon_{ij}' \quad (17)$$

$$R^{TL} = \sqrt{\sigma_{ij}'^{TL} \sigma_{ij}'^{TL}} \quad (18)$$

$$R^{N+1} = \sqrt{\sigma_{ij}'^{N+1} \sigma_{ij}'^{N+1}} = \sqrt{\frac{2}{3}} Y^{N+1} \quad (19)$$

$$d\varepsilon_{ij}'^p = \begin{cases} \frac{R^{TL} - R^{N+1}}{2\mu} \frac{\sigma_{ij}'^{TL}}{R^{TL}} & \text{if } R^{TL} > R^{N+1} \\ 0 & \text{if } R^{TL} < R^{N+1} \end{cases} \quad (20)$$

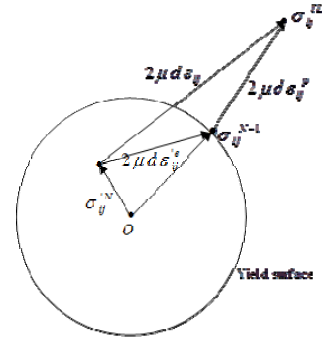


Fig. 3 A graphical representation of the radial return algorithm

여기서 σ_{ij}' , ε_{ij}' 는 각각 deviatoric stress tensor, deviatoric strain tensor를 나타내고 μ , Y^{N+1} 은 각각 shear modulus, $N+1$ 상태에서의 항복 강도를 나타낸다.

식(1)-(5)를 통해 deviatoric strain tensor를 정의하면 다음과 같이 나타낸다.

$$d\varepsilon_x' = \frac{2-\nu}{3(1-\nu)} d\varepsilon_x + \frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} d\varepsilon_x^p + \frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} d\varepsilon_z^p \quad (21)$$

$$d\varepsilon_y' = -\frac{1+\nu}{3(1-\nu)} d\varepsilon_x - \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} d\varepsilon_x^p - \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} d\varepsilon_z^p \quad (22)$$

$$d\varepsilon_z' = -\frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} (d\varepsilon_x - d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_z^p) \quad (23)$$

식(20)을 통해 다음과 같은 소성 변형률을 정의할 수 있다.

$$d\varepsilon_x^p = C \sigma_x'^{TL} \quad (24)$$

$$d\varepsilon_z^p = C \sigma_z'^{TL} \quad (25)$$

$$C = \frac{\sqrt{(\sigma_x'^{TL})^2 + (\sigma_y'^{TL})^2 + (\sigma_z'^{TL})^2} - \sqrt{\frac{2}{3}} Y}{2\mu \sqrt{(\sigma_x'^{TL})^2 + (\sigma_y'^{TL})^2 + (\sigma_z'^{TL})^2}} \quad (26)$$

식(17)-(26)을 통해 소성 변형률이 그 자신의 함수인 것을 알 수 있다. 이는 Newton-Rhapson 법을 통해 그 값을 구할 수 있다.

2.4 잔류 응력 예측 과정

위의 2.2과 2.3을 통해 판 내부에서의 잔류응력과 소성 변형률을 예측하기 위한 기본 수식에 대해 설명하였다. 이를 종합하여 다음과 같은 과정을 통해 잔류 응력을 예측할 수 있다. 이는 판의 단면이 곡률을 따라 움직일 때 발생하는 응력 증분을 통해 얻어지게 된다.

- 1) 초기 응력(initial stress) 및 곡률(curvature)을 읽어 온다.
- 2) 곡률 증분 $d\kappa$ 를 읽어온다.
- 3) 초기 소성 변형률(plastic strain)을 0으로 가정한다, $d\epsilon_x^p = d\epsilon_z^p = 0$.
- 4) 식(15)를 통해 판 중심선에서의 변형률 증분($d\epsilon_c$)을 계산한다.
- 5) 식(6)을 통해 길이방향 변형률($d\epsilon_x$)을 계산한다.
- 6) 식(21)-(23)을 통해 deviatoric strain 증분($d\epsilon'_{x,y,z}$)을 계산한다.
- 7) 식(24)-(26)을 통해 소성 변형률 증분($d\epsilon_{x,z}^p$)을 계산한다.
- 8) 수렴할 때까지 과정 4)-7)을 반복한다.
- 9) 소성 변형률이 수렴하게 되면 식(4), (5), (8)을 통해 응력 증분($d\sigma_x, d\sigma_z$) 및 길이방향 평균응력 증분($d\bar{\sigma}_x$)을 계산한다.
- 10) 응력 및 평균 응력($\sigma_x, \sigma_z, \bar{\sigma}_x$)의 값을 갱신한다.
- 11) 판의 단면이 텐션 레벨링 공정 전체를 지날 때까지 과정 2)-10)을 반복한다.

위의 과정을 통하여 판의 단면 모든 위치에서의 잔류응력 값을 예측해 낼 수 있다.

3. 유한 요소 모델

예측 모델의 타당성을 검증하기 위해 3 차원 비정상상태 탄-소성 변형 유한 요소 모델이 사용되었다. 초기상태에서 판은 Fig. 4 에서와 같이 판의 뒷부분인 (c)에 장력이 작용하고 반대쪽, 즉 진행방향 쪽인 (b)에는 마찰이 없는 평다이(flat die)가 접촉되어 있다. 또한 상부의 롤들은 판과 접촉되어 있는 상태이다. 유한요소 해석의 첫 번째 과정은 하부의 롤들을 압입량 만큼 위쪽 방향으로 움직이는 것이다. 하부의 롤들이 자리잡게 되면 두 번째 과정으로 평다이(flat die)에 속도를 가해 판을 이동시키게 된다.

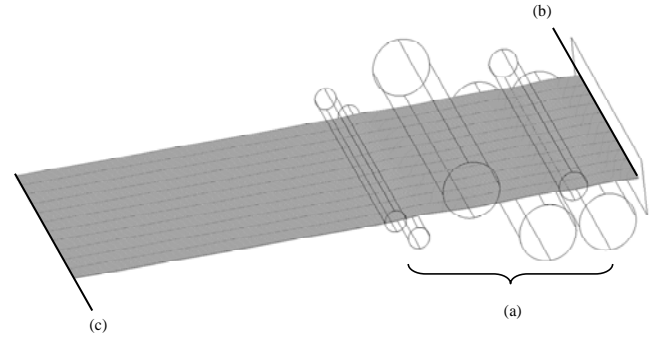


Fig. 4 The type of the boundary conditions for the tension leveling, (a) roll touched boundary condition, (b) prescribed velocity boundary condition, (c) total tension (force) boundary condition

3.1 검증 공정 조건

예측 모델의 검증에 사용된 공정 조건은 Fig. 1과 다음의 Table 1과 같다. 또한 탄성계수(Young's modulus) 200GPa, 포와송 비(Poisson's ratio) 0.3, 항복강도 400MPa의 값들이 사용되었다.

Table 1 Simulation conditions

Table 1 Simulation conditions		
Strip Thickness (mm)		1.0
Strip Width (mm)		800
Strip Length (mm)		800
Line Speed (mpm)		300
Tension (MPa)		200
Stretching unit	L_1 (mm)	30.0
	L_2 (mm)	80.0
	Roll 1 diameter (mm)	30.0
	Roll 2 diameter (mm)	30.0
	Roll 3 diameter (mm)	80.0
	Intermesh IM_s (mm)	0.4
Between units	D (mm)	100.0
Anti-cambering unit	L (mm)	42.5
	Roll 4 diameter (mm)	80.0
	Roll 5 diameter (mm)	40.0
	Roll 6 diameter (mm)	80.0
	Intermesh IM_A (mm)	0.4

3.2 예측 모델 검증

Part I에서 검증된 판 곡률 모델을 토대로 예측된 판의 곡률은 Fig. 5와 같다. 이를 토대로 예측된 잔류응력과 유한요소 해석 결과를 비교한 것이 다음의

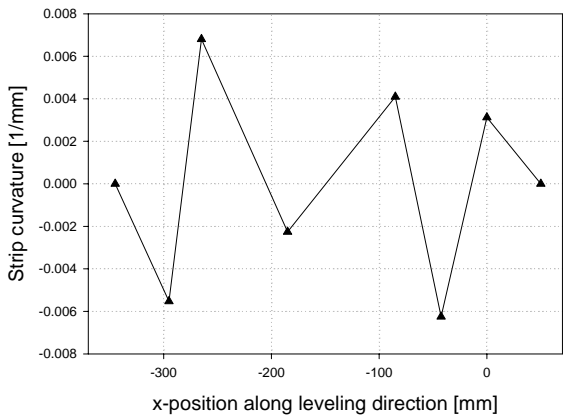


Fig. 5 Strip curvature for 1.5mm intermesh (three rolls)

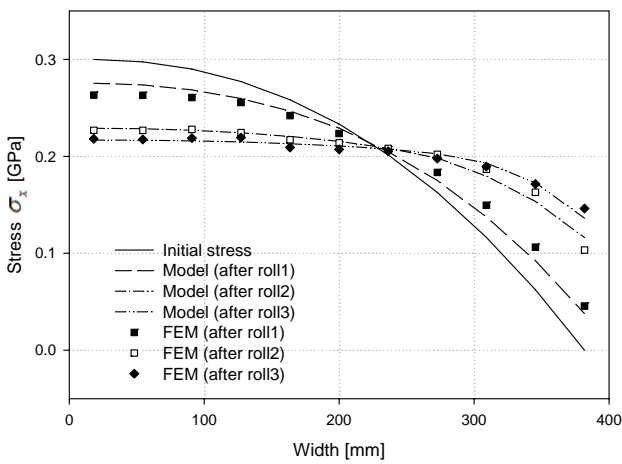


Fig. 6 Evolution of the residual stress distributions for industrial tension leveling (the stretching unit)

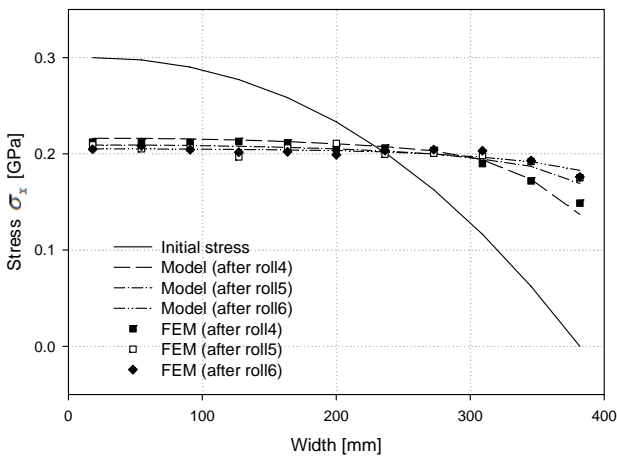


Fig. 7 Evolution of the residual stress distributions for industrial tension leveling (the anti-cambering unit)

Fig. 6, 7에 나타나 있다. Fig. 6은 신장 유닛(stretching unit)을 통과할 때의 잔류응력을 나타낸 것이고 Fig. 7은 캠버 방지 유닛(anti-cambering unit)을 통과할 때의 잔류응력 분포이다. 이를 통해 판이 레벨링 될수록 점점 잔류 응력이 감소하는 경향을 보인다는 것을 알 수 있다.

위의 결과에서 알 수 있듯 유한요소 해석 결과와의 비교를 통해 예측 모델이 해석 결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 이를 토대로 잔류응력 예측 모델의 타당성을 검증 할 수 있다.

4. 결과 및 토론

다음의 Fig. 8~9 는 잔류응력 예측 모델을 통해 검증에 사용된 설비에서 인터메시(intermesh) 량을 조절했을 때 신장 유닛(stretching unit)과 캠버 방지 유닛(anti-cambering unit)을 지났을 때의 잔류응력을 나타낸 것이다. 각각 신장 유닛 (stretching unit)의 인터메시(intermesh)가 0.2mm, 0.6mm 일 때 캠버 방지 유닛(anti-cambering unit)의 인터메시(intermesh)를 0.2mm, 0.4mm, 0.6mm 로 변화 시켰을 때의 결과를 나타낸 것이다. 결과를 통해 해당 인터메시(intermesh) 조건에서의 최종 잔류응력을 예측해 낼 수 있다. 인터메시가 증가할수록 잔류응력의 크기가 점점 감소하게 된다. 하지만 인터메시에 따른 압하력 증가가 예상되므로 설비에 맞는 적절한 인터메시의 설정이 필요하겠다.

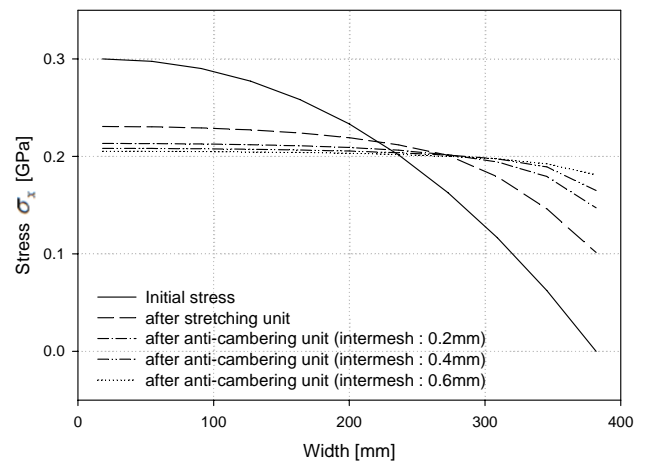


Fig. 8 Evolution of the residual stress distributions for stretching unit of 0.2mm intermesh

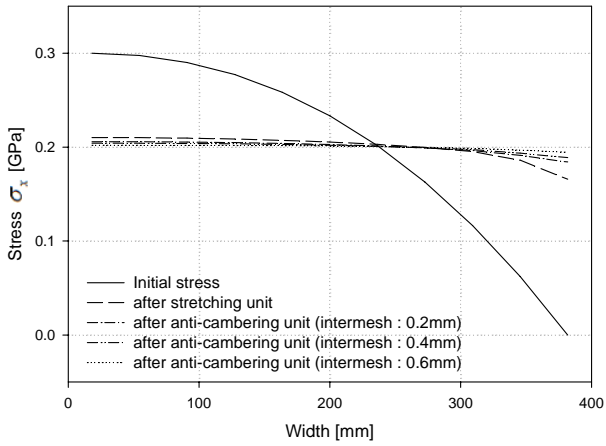


Fig. 9 Evolution of the residual stress distributions for stretching unit of 0.6mm intermesh

5. 결론

본 논문에서는 수학적 수식을 기반으로 텐션 레벨링 공정 시 판의 잔류응력 예측 모델을 개발하였다. 또한 이를 유한요소해석 결과와 비교하여 그 타

당성을 검증하였다. 본 예측 모델과 Part I 에서 개발된 판 곡률 및 압하력 예측 모델과의 결합하여 해당 설비 조건하에서 텐션 레벨링 공정 조건을 최적화 할 수 있으리라 기대한다.

REFERENCES

- [1] Y. Kimura, M. Ueno, Y. Sodani, 2002, 44th MWSP Conference Proceedings(ed.Margaret A Baker), Vol.XL, Iron & Steel Society, Warrendale, Pa., pp. 1011~1021.
- [2] R. D. Krieg, D. B. Krieg, 1977, Accuracies of Numerical Solution Methods for the Elastic-perfectly Plastic Model, J. Press. Vess., ASME, Vol. 99, p. 510.
- [3] J. M. Koo, S. R. Ryoo, S. M. Hwang, 2007, Prediction of Residual Stresses in a Plate Subject to Accelerated Cooling - A 3-D Finite Element Model and an Approximate Model, Iron Steel Inst. Jpn. Int., Vol. 47, No. 8, pp. 1149~1158.