

복사 열손실을 받는 셀모양 대향류 확산화염의 선형 안정성 해석

이수룡**

Linear Stability Analysis of Cellular Counterflow Diffusion Flames with Radiation Heat Loss

Su Ryong Lee

ABSTRACT

Linear stability analysis of radiating counterflow diffusion flames is numerically conducted to examine the instability characteristics of cellular patterns. Lewis number is assumed to be 0.5 to consider diffusional-thermal instability. Near kinetic limit extinction regime, growth rates of disturbances always have real eigenvalues and neutral stability condition of planar disturbances perfectly falls into quasi-steady extinction. Cellular instability of disturbance with transverse direction occurs just before steady extinction. However, near radiative limit extinction regime, the eigenvalues are complex and pulsating instability of planar disturbances appears prior to steady extinction. Cellular instability occurs before the onset of planar pulsating instability, which means the extension of flammability.

Key Words : Cellular instability(셀모양 불안정성), Diffusion flame(확산화염), Diffusional-thermal instability(물질확산-열확산 불안정성), Radiation heat loss(복사열손실)

기 호 설 명

Alphabets

A_F : equivalence ratio
 a : strain rate
 Da : Damköhler number
 H : total enthalpy
 K_P : Planck mean absorption constant
 k : wave number
 L : Lewis number
 Q : heat release rate
 q : nondimensional heat release rate
 T : temperature
 T_a : activation temperature
 t : nondimensional time
 v : velocity
 x, y, z : spatial coordinate
 Y : mass fraction
 Z : mixture fraction

Greeks

Θ : nondimensional temperature
 θ : temperature disturbance
 κ : radiation intensity
 σ : growth rate

Superscript

* : dimensional quantity

Subscripts

c : cellular instability
 ex : steady state extinction condition
 F : fuel
 fi : final
 $inst$: onset of instability
 k : kinetic induced
 O : oxidizer
 R : radiation induced
 ∞ : oxidizer side
 $-\infty$: fuel side

1. 서론

예혼합화염에서 부족화확종의 물질확산이 열확산보다 클 때 셀모양의 불안정성(cellular instability)이 나타난다는 것은 Sivashinski[1]에 의해 이론적으로

* 서울과학기술대학교 기계자동차공학과

† 연락처자, srlee@seoultech.ac.kr

규명된 후 잘 알려져 있다. Joulin과 Clavin[2]은 열손실이 존재할 경우 화염의 불안정성은 더욱 촉진되어 화염이 안정될 수 있는 영역이 좁아지는 것을 이론적으로 보여주었다.

확산화염에서 물질확산 및 열확산 차이에 의한 셀모양의 화염 불안정성에 관한 연구는 최근에 시작되었다. Chen 등[3]은 slot버너를 이용하여 여러 가지 연료/희석제의 농도를 변화시키면서 셀모양의 화염 불안정성을 관찰하였다. Lewis 수가 1보다 작을 때 소염근처로 유동속도를 높이면 강한 화염대와 약한 화염대가 번갈아 나타나는 셀모양의 불안정성이 나타나는 것을 관찰하였다. Kim 등[4]은 일차원 확산화염을 모델로 하여 일단계 총체반응에 대한 활성화에너지 접근법을 이용하여 선형안정성 해석을 하였고, 실험과 같이 Lewis 수가 1보다 작을 때 셀모양의 불안정성이 나타남을 보여주었다.

셀모양의 화염 불안정성이 나타나는 현상은 다음과 같다. 화염에 미소 교란이 가해지면 강한 화염대와 약한 화염대가 존재하게 된다. 화염에서 반응물들의 소모는 Lewis 수에 영향을 받게 된다. 강한 화염대에서는 반응물의 소모가 많아서 누출이 적어진다. Lewis 수가 1보다 작으면 물질확산이 크기 때문에 화염지역으로 반응물의 확산이 점점 커져서 계속 화염이 강해진다. 그러나 약한 화염대는 반응물의 소모가 적어지고 반응물의 누출이 많아지며 이에 따라 약한 반응지역으로 반응물의 확산도 작아져서 점점 화염이 약해진다. 확산화염에서는 화염위치가 화학양론면 주위의 비교적 작은 범위내로만 움직일 수 있기 때문에 화염의 형상은 예혼합화염의 경우와 같이 주름 형태로 나타나지 않고 반응강도의 강약 형태로 셀모양의 불안정성이 나타난다.

이러한 물질확산-열확산 불안정성은 화염의 고유 불안정성(intrinsic instability)에 해당한다. 그런데 화염지역에서 외부 비반응 유동장으로 전도되는 고유의 열손실이외에 복사 열손실 및 버너입구로 열손실이 존재한다면 화염 불안정성이 더욱 촉진될 수 있다. 확산화염에서 복사열손실이 진동하는 특성을 갖는 맥동 불안정성에 미치는 영향에 대해서는 많은 연구가 진행되었다. Lewis수가 1일 경우 복사열손실 만으로도 소염직전에 여러 가지 형태의 맥동 불안정성이 나타난다고 알려져 있다[5-7]. 그러나 아직 확산화염에서 셀모양의 불안정성에 대한 열손실의 영향에 대한 연구는 거의 없다.

Nanduri 등[8]은 이차원 대향류 수소 확산화염에서 복사열손실이 존재할 때 셀모양의 불안정성에 대한 수치해석을 수행하였다. 유동속도가 커서 반응속도 제한에 의한 소염영역에서는 복사열손실이 없을 경우와 마찬가지로 1차원 정상상태 소염조건 전에

셀모양의 불안정성이 일어나서 소염의 한계를 확장하였다. 유동속도가 매우 작은 복사 열손실에 의한 소염영역에서는 Lewis 수가 1보다 작은 경우에도 소염 전에 평균교란에 대한 맥동 불안정성이 제일 먼저 나타난다. 유동속도를 더욱 줄이면 물결무늬(wavy), 정지된 셀모양, 움직이는 셀모양 등 다양한 불안정성이 존재하여 소염한계를 확장함을 보여주었다. Han 등[9]은 Tsuji 버너를 이용하여 스트레치가 매우 작을 때 메탄 확산화염의 불안정성 특성을 실험적으로 연구하였다. 스트레치가 낮은 소염 근처에서 버너표면으로 열손실 혹은 복사열손실에 의하여 여러 가지 형태의 화염불안정성이 나타남을 보여주었다.

본 연구에서는 선형안정성 해석을 통하여 복사열손실을 받는 대향류 확산화염의 셀모양 불안정성에 대한 특성을 연구하였다. 복사 열손실이 존재할 경우에는 정상상태 소염점인 Damköhler 수가 클 때와 작을 때, 즉 두 군데에서 나타난다. 셀모양의 불안정성은 정상상태 소염 근처에서 나타나기 때문에 두 개의 서로 다른 소염영역에서 셀모양의 불안정성의 특성의 차이점을 살펴보고 불안정성이 나타나는 임계점 등을 계산하였다.

2. 지배방정식 및 해석방법

2.1. 지배방정식 및 경계조건

본 연구에서는 연소해석에 널리 사용되고 있는 이차원 대향류 유동장을 모델로 채택하였으며, Fig. 1에 도시하였다. 유동장은 $(v_x^*, v_y^*, v_z^*) = (a^* x^*, -a^* y^*, 0)$ 이며, 여기에서 a^* 는 dv_x^*/dx^* 로 정의된 유동장의 변형률(strain rate)이며, *는 무차원화되지 않은 실제

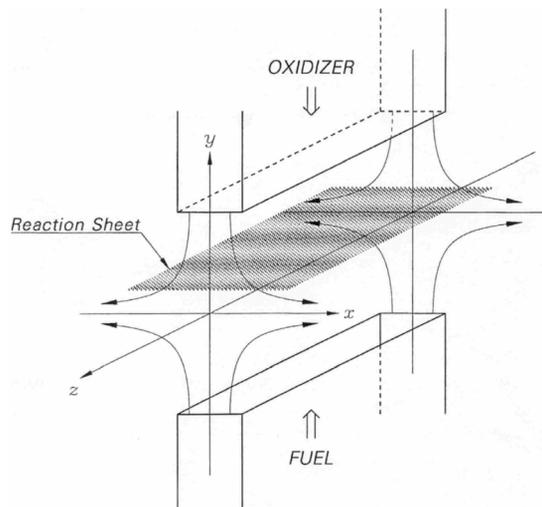


Fig. 1. Schematic diagram of the two dimensional counterflow diffusion flame.

차원량(dimensional quantity)을 나타낸다. 공간좌표 및 시간은 혼합층의 특성길이 $\sqrt{2\alpha^*/a^*}$ 와 특성시간 $2/a^*$ 로 무차원화 하여 다음과 같이 정의되었다.

$$(x, y, z) \equiv \sqrt{\frac{a^*}{2\alpha^*}} (x^*, y^*, z^*), \quad t \equiv \frac{a^* t^*}{2} \quad (1)$$

여기에서 α^* 는 열확산율(thermal diffusivity)이다. 온도는 특성온도 $T_c^* \equiv Q(Y_{O,\infty}^*/L)/c_p$ 로 무차원화 하였고, 산화제 및 연료의 농도는 다음과 같이 무차원화 하였다.

$$\Theta = \frac{T^* - T_\infty^*}{T_c^*} = \frac{T^* - T_\infty^*}{q T_\infty^*} \quad (2)$$

$$Y_O = \frac{Y_O^*}{Y_{O,\infty}^*} \quad Y_F = \frac{Y_F^*}{\nu Y_{O,\infty}^*}$$

여기에서 Q^* 는 산화제의 질량당 열발생, c_p^* 는 정압 비열, T_∞^* 는 산화제측의 온도, q 는 T_c^*/T_∞^* 로 정의된 무차원화 된 열발생량 이며, ν 는 연료-공기 화학양론비(stoichiometry)이다.

해석을 단순하게 하기 위하여 여러 가지 가정을 도입하였다. 연료 및 산화제의 Lewis 수들이 동일하다고 가정하였고 L 로 표시하였다. 열적 팽창을 무시하여 밀도를 일정하게 두었다. 화학반응은 산화제 및 연료의 반응 차수를 1로 하는 일단계 총체 Arrhenius 반응을 채택하였고 반응율은 다음과 같다.

$$\omega^* = \rho^* B^* Y_F^* Y_O^* \exp[-T_a/(1+q\Theta)] \quad (3)$$

여기에서 B^* 는 빈도인자(frequency factor)이며, T_a 는 무차원 활성화온도이다.

복사열손실을 계산하기 위하여, 기체복사는 광학적으로 얇다(optically thin)고 가정하였다[5,8]. 단위 체적당 복사열손실은 다음과 같다.

$$q_R^* = -4\delta^* K_p^* (T^{*4} - T_b^{*4}) \quad (4)$$

여기에서 δ^* 는 Stefan-Boltzmann 상수이며 K_p^* 는 Planck mean absorption 상수이다. 일반적으로 K_p^* 는 화확종 및 온도에 따라 변하는 물성치이다. 그러나 화염면에서 K_p^* 의 변화가 복사 열손실을 받는 화염의 열 및 물질 전달의 불안정성의 특성에 미치는 중요한 인자는 아니다. 따라서 많은 연구에서 해석상의

간편함을 위하여 화염면에서 K_p^* 를 상수(constant)로 두고 계산하고 있다[5]. 본 연구에서도 K_p^* 를 상수로 두었고, 복사열손실량의 변화를 위하여 여러 개의 상수값에 대하여 불안정성 특성을 계산하였다.

확산화염의 구조를 해석하는 경우, 화학반응과 무관한 상태량인 혼합분율(mixture fraction Z 와 총엔탈피(total enthalpy) H 와 같은 연계함수(coupling function)를 도입하면 편리하며 각각 다음과 같이 정의되었다.

$$Z \equiv \frac{Y_F - Y_O + 1}{A_F + 1}, \quad H \equiv \Theta + \frac{Y_F + Y_O}{2} \quad (5)$$

각 변수들 및 지배방정식들에 대한 자세한 설명은 이전 논문을 참조하면 된다[10]. 대항류 유동장에서 화학종 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$L \frac{DY_O}{Dt} - \nabla^2 Y_O = -Da Y_O Y_F \exp[-\frac{T_a}{1+q\Theta}] \quad (6)$$

$$L \frac{DZ}{Dt} - \nabla^2 Z = 0 \quad (7)$$

$$\frac{DH}{Dt} - \nabla^2 H + \kappa Da [(1+q\Theta)^4 - 1] = (1-L) \left[\frac{DY_F}{Dt} + \frac{DY_O}{Dt} \right] \quad (8)$$

여기에서 물질미분 D/Dt 와 Laplacian 연산기 ∇^2 는 각각 다음과 같다.

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} - 2y \frac{\partial}{\partial y}, \quad \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (9)$$

또한 Da 는 collision Damköhler 수이며[11], κ 는 복사열손실과 관련된 무차원 수로 다음과 같이 각각 정의되었다.

$$Da = 2B^* \nu Y_{O,\infty}^* / a^* \quad (10)$$

$$\kappa = 4 \frac{\sigma^* K_p^* T_b^{*4}}{\rho^* Q^* B^* \nu} \quad (11)$$

κ 는 발생열에너지에 대한 복사열손실 에너지의 비를 표시하는 무차원 변수이다. 일반적으로 화염지역에서 K_p^* 값이 약 $O(10)$ 이며, 탄화수소의 일반적인 값들을 이용하여 κ 를 계산하면 약 $O(10^{-12}) \sim O(10^{-13})$

정도가 된다[5].

위 지배방정식의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_O \rightarrow 1, Z \rightarrow 0, H \rightarrow 1/2 \quad \text{as } y \rightarrow \infty \\ Y_O \rightarrow 0, Z \rightarrow 1, H \rightarrow A_F/2 \quad \text{as } y \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (12)$$

또한 Y_o , Z 와 H 는 z 방향으로 주기적 경계조건을 갖는다. 경계조건에서 나타나는 인자는 당량비로서 $A_F = Y_{F-\infty}^* / (\nu Y_{O,\infty}^*)$ 이며, $Y_{F-\infty}^*$ 는 연료측의 연료 질량분율이다.

2.2. 선형안정성 해석

미소 교란(perturbation)을 정상상태의 화염에 가하여 화염의 안정성 해석을 하였다. 산화제의 농도, 혼합분율 및 엔탈피의 일차원 정상상태 해에 매우 작은 교란을 더하여 다음과 같이 전개하였다.

$$\begin{aligned} Y_O(y,t) &= \bar{Y}_O(y) + \epsilon \psi_O(y) \exp(\sigma t + ikz) \\ Z(y,t) &= \bar{Z}(y) + \epsilon \psi_Z(y) \exp(\sigma t + ikz) \\ H(y,t) &= \bar{H}(y) + \epsilon \psi_H(y) \exp(\sigma t + ikz) \end{aligned} \quad (13)$$

여기에서 $\bar{}$ 는 정상상태의 해를, ϵ 은 선형 안정성 해석과 관련된 작은 매개변수, σ 는 가해진 교란의 무차원 증가율(growth rate)로 복소수 값을 가지며, k 는 파동수(wave number)를 나타내며 실수 값을 갖는다.

식 (13)을 지배방정식 (6)과 (8)에 대입하고 선형차수(leading order)와 ϵ 차수에 따라 정리하면 정상상태와 교란과 관련된 량들의 선형 미분방정식을 얻을 수 있다. 각 산화제, 혼합분율 및 엔탈피의 교란에 대하여 선형 미분방정식들은

$$\frac{d^2 \psi_O}{dy^2} + 2Ly \frac{d\psi_O}{dy} - k^2 \psi_O - Da[\psi_O \bar{Y}_F + \psi_F \bar{Y}_O] \quad (14)$$

$$+ \frac{qT_a \theta \bar{Y}_O \bar{Y}_F}{(1+q\bar{\Theta})^2} \exp\left(-\frac{T_a}{1+q\bar{\Theta}}\right) = L\sigma \psi_O$$

$$\frac{d^2 \psi}{dy^2} + 2y \frac{d\psi}{dy} - k^2 \psi - 2(1-L)y \frac{d\psi_O}{dy} \quad (15)$$

$$4q\theta \kappa Da(1+q\bar{\Theta})^3 = \sigma[\psi - (1-L)\psi_O]$$

이며, $y = \pm \infty$ 에서 동차경계조건(homogeneous bound-

ary condition)을 갖는다. 여기에서 θ 는 다음과 같이 정의되었다.

$$\theta \equiv \psi - \frac{\psi_O + \psi_F}{2} \quad (16)$$

증가율 σ 가 실수일 때는 가해진 교란이 시간에 따라 단조증가(monotonic increase) 혹은 감소하며, 복소수일 때는 교란이 시간에 따라 진동하게 된다. 정상상태 화염의 안정성에 대한 판단 기준은 파동수 k 에 따른 σ 의 실수값 혹은 복소수 값의 실수 부분의 값에 있다. 실수부분이 양수이면 정상상태의 화염에서 가해진 교란이 시간에 따라 증가하므로 화염이 불안정하게 되고, 실수부분이 음수이면 교란이 시간에 따라 감소하므로 화염은 안정하게 된다.

2.3. 수치해석 방법

일차원 정상상태 화염의 해를 구하기 위하여 공간적으로 2차 유한 차분방법을 이용하여 지배방정식 (6)과 (8)을 차분화 하였다. 비선형 차분방정식들을 Newton's method를 이용하여 차분방정식을 해석하였다. y 방향은 혼합경계층의 바깥 영역까지 고려하기 위하여 경계를 충분히 큰 값인 $y = \pm 5$ 로 두었고, 등간격으로 총 500개의 격자로 나누었다. 셀모양의 불안정성이 나타날 수 있도록 Lewis 수는 0.5로 두었고, $T_a = 50$, $q = 10$ 그리고 $A_F = 1$ 로 두었다.

선형안정성 미분방정식 (14)와 (15)를 2차 유한 차분방법을 이용하여 차분화 하였고, 앞에서 구한 정상상태 화염의 해를 이용하여 해석을 하였다. 선형 안정성 차분 방정식은 다음과 같은 전형적인 고유값 문제(eigenvalue problem) 형태가 된다[12].

$$\vec{C}x = \sigma D \vec{x} \quad (17)$$

여기에서 C 와 D 는 차분 방정식의 실수 행렬(real matrix)이다. 실수 행렬 C 는 대칭행렬이 아니기 때문에 고유값을 구하는 것이 간단하지 않다. 먼저 비대칭 행렬인 C 를 Hessenberg 형태로 변환한 후에 직교행렬과 upper triangular 행렬로 바꾸는 QR 알고리즘을 이용하여 대수방정식의 복소수 고유값을 구하였다. 프로그램은 Numerical Recipes[13]에 수록되어 있는 것을 이용하였다.

3. 결과 및 검토

Lewis 수가 0.5일 때, 복사강도 κ 값에 대하여 D_a 에 따른 화염의 온도 및 반응지역에서 연료의 농도를 Fig. 2(a)와 (b)에 각각 도시하였다. 확산화염에서

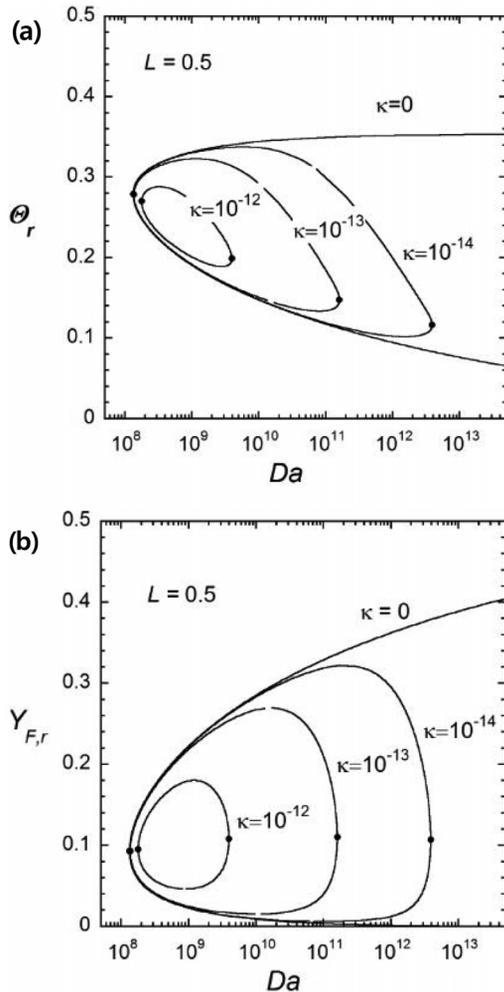


Fig. 2. (a) Flame temperature and (b) fuel leakage as a function of Damköhler number for different values of κ .

는 반응이 화염지역에만 국한되어 있기 때문에 화염지역에서 반응하지 못한 연료는 화염지역을 통과하자마자 낮은 온도 때문에 반응이 동결된다. 따라서 화염지역에서 연료의 농도를 통하여 화염지역에서 연료의 누출량을 추정할 수 있다. 복사열손실이 없을 때, 즉 $\kappa=0$ 일 경우에는 D_a 가 증가하면 화학반응이 강해져서 화염온도가 높고 연료의 농도가 0에 가까워져서 연료의 누출이 거의 없다. 반면에 D_a 가 감소하면 화학반응시간에 비해 유동시간이 짧아져서 반응물들이 반응할 수 있는 시간이 부족하기 때문에 화염온도가 감소하고 연료의 누출량이 점점 많아진다. 만약 D_a 가 임계값보다 작아지면 화염이 더 이상 존재하지 못하고 소멸된다. 이 때의 소멸은 화학반응시간에 비해 상대적으로 짧아진 유동속도 때문에 화학반응이 제한을 받아서 발생하기 때문에, 이를 반응

속도 제한에 의한 소멸점이라 하고 ●로 표시하였다.

그러나 복사 열손실이 존재할 경우, 반응속도 제한에 의한 소멸뿐만 아니라 D_a 가 클 때에도 소멸이 나타난다. $\kappa=10^{-14}$ 일 때 D_a 가 증가함에 따라 온도가 증가한다. 그런데 에너지 방정식 (8)에서 복사열손실에 의한 에너지 손실항이 κD_a 에 비례하기 때문에 D_a 가 증가하면 복사열손실이 증가한다. 따라서 D_a 가 크게 증가하면 복사열손실이 증가하여 온도가 감소하게 된다. D_a 가 임계값 보다 커지게 되면 복사열손실이 너무 커져서 더 이상 화염이 존재하지 못하고 소멸된다. 이 경우의 소멸은 유동속도가 커져서 화학반응이 약해지는 반응제한 소멸과 달리 복사 열손실에 의해 소멸이 발생하기 때문에 복사열손실에 의한 소멸이라 하고 ●로 표시하였다.

복사 열손실에 의한 소멸현상은 반응지역에서 Fig. 2(b)의 연료의 누출량을 보면 더욱 잘 알 수 있다. $\kappa=10^{-14}$ 일 때 D_a 가 감소함에 따라 연료 누출량이 점점 증가하고, 연료 누출량이 임계값보다 커지면 더 이상 화학반응이 지속되지 못하고 소멸된다. 그러나 D_a 가 매우 커지면 유동시간에 비해 화학반응시간이 충분하기 때문에 화학반응은 매우 활발하여 연료의 누출량은 소멸이 일어나기 전인 $D_a=10^{12}$ 까지 계속 줄어든다. 그러나 D_a 가 더욱 증가하면 복사열손실이 너무 심하여 온도가 매우 감소하고 이 때문에 화학반응이 약해져서 소멸 직전에 연료의 누출량이 갑자기 증가하게 된다. 따라서 복사열손실에 의한 소멸은 κ 가 증가함에 따라, 즉 복사 강도가 증가함에 따라, 크게 영향을 받아서 소멸 Damköhler 수가 감소함을 알 수 있다. 반면에 반응속도 제한에 의한 소멸은 복사 강도 보다 유동속도 증가가 반응속도의 제한에 더 큰 영향을 주기 때문에 복사강도에 따른 소멸 Damköhler 수는 변화는 거의 없다.

화염의 한계안정조건(marginal stability condition)은 선형안정성 해석을 수행하여 얻을 수 있는 파동수 k 와 증가율 σ 에 대한 분산관계(dispersion relation)로부터 알 수 있다. Fig. 3에 $\kappa=0$ 일 때 반응속도 제한에 의한 소멸근처에서 분산관계를 도시하였다. 모든 파동수에 대하여 증가율 σ 는 실수 값을 갖는다. Damköhler 수가 클 경우 모든 파동수에 대하여 $\sigma < 0$ 으로써 화염은 항상 안정한 반면에, Damköhler 수가 $Da/Da_{ex,k} = 1.023$ 정도로 감소하면 $k \approx 1.5$ 근처에서 $\sigma > 0$ 인 영역이 존재하여 화염이 불안정하기 시작한다. 이러한 결과는 복사열손실이 없는 경우의 셀모양의 불안정성 결과[10,12]와 일치한다. Damköhler 수가 더욱 감소하여 반응속도 제한 소멸조건에 가까워갈수록 불안정한 파동수의 영역이 점점 커진다. 정상상태 소멸조건에서는 파동수 $k=0$ 인 평면교란(planar disturbance)조차 불안정하게 되며 더 이상 일차

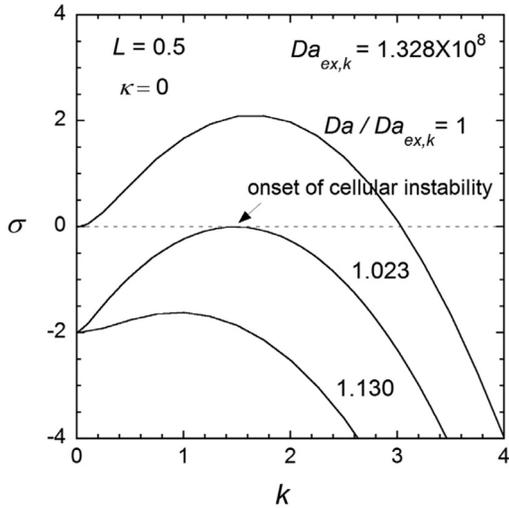


Fig. 3. Dispersion relation for the growth rate on the wave number near the kinetic limit extinction with $L = 0.5$ and $\kappa = 0$.

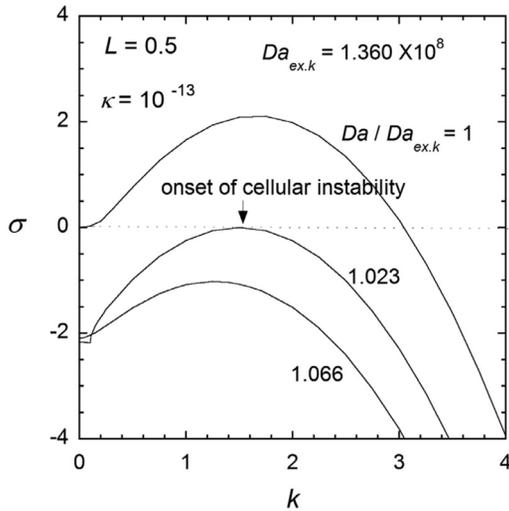


Fig. 4. Dispersion relation for the growth rate and the wave number near the kinetic limit extinction with $L = 0.5$ and $\kappa = 10^{-13}$.

원 정상상태 화염도 존재할 수 없게 된다.

복사열손실이 존재할 경우 $\kappa = 10^{-13}$ 일 때 반응제한에 의한 소염근처에서 파동수에 따른 증가율 σ 의 분산관계를 Fig. 4에 나타내었다. 복사열손실이 없을 때와 마찬가지로 증가율 σ 는 실수값을 가지며 Damköhler 수가 클 경우에는 모든 파동수에서 $\sigma < 0$ 이기 때문에 화염이 안정된다. $Da/Da_{ex,k} = 1.023$ 까지 Damköhler 수가 감소하면 처음으로 화염이 불안정해지는 파동수 $k \approx 1.5$ 가 존재하며, 소염조건에서는 화염이 불안정해지는 파동수 영역이 확대된다. 반응속도 제한의 소염근처에서 복사열손실이 존재할

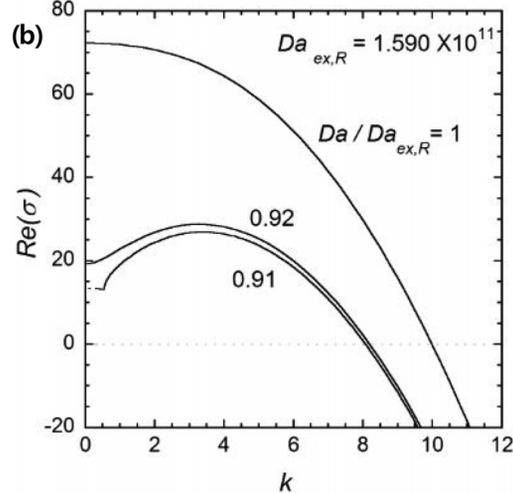
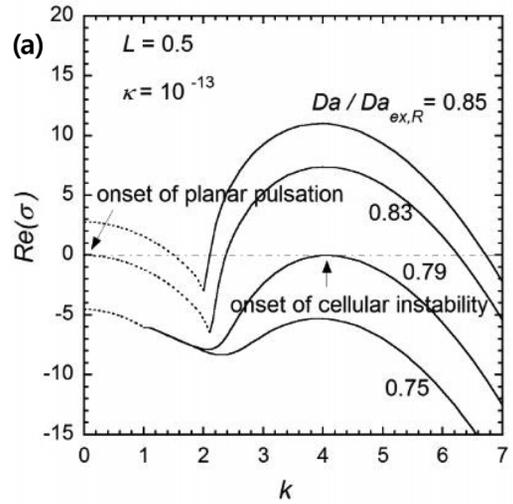


Fig. 5. Dispersion relation for the growth rate and the wave number near the radiative limit extinction with $L = 0.5$ and $\kappa = 0$.

때의 화염불안정성의 특징은 복사열손실이 없을 경우의 불안정성의 여러 가지 특징, 즉 셀모양의 불안정이 시작되는 Damköhler의 비, 파동수, 소염조건에서의 평면교란의 한계안정 등에서 거의 유사하다. 따라서 기상 연소(gas-phase combustion)에서 반응속도 제한에 의한 소염 해석에서는 복사 열전달을 무시하여도 크게 오차가 없을 것이다.

그러나 Damköhler가 매우 클 때인 복사열손실에 의한 소염근처의 화염불안정성 특징은 반응제한 소염근처의 불안정성 특성과 다른 경향을 보인다. Fig. 5에 복사열손실에 의한 소염근처에서 $\kappa = 10^{-13}$ 일 때 파동수와 증가율의 분산관계를 나타내었다. 반응속도 제한 소염근처의 불안정성과 달리 증가율 σ 는 파동수에 따라 복소수값과 실수값을 갖는다. 점선은

복소수의 실수부를 나타내고 실선은 실수값을 나타낸다. 증가율 σ 가 실수값을 가지면 교란이 시간에 따라 단조 증가($\sigma > 0$) 혹은 감소($\sigma < 0$)하며, 복소수 값을 갖게 되면 시간에 따라 진동하면서 증가($\text{Re}(\sigma) > 0$) 혹은 감소($\text{Re}(\sigma) < 0$)하는 특성을 나타낸다. Fig. 5(a)에서 Damköhler가 작을 경우에는 모든 파동수에 대하여 증가율 σ 의 값 혹은 복소수의 실수값이 음수이므로 화염은 모든 파장의 교란에 대하여 항상 안정되어 있다. Damköhler 수가 증가하여 $Da/Da_{ex,R} = 0.079$ 가 되면 파동수 $k \approx 4$ 에서 실수값을 갖는 증가율 σ 가 0보다 큰 값을 갖기 시작한다. Damköhler 수가 더욱 증가하면 복사열손실이 증가하기 때문에 화염이 불안정하게 되는 파동수의 영역이 확대되고 셀 모양의 화염 불안정성이 나타난다. 특히 $Da/Da_{ex,R} = 0.083$ 이면 파동수 $k=0$ 에서 증가율의 실수부가 0보다 커져서 평면교란도 불안정하게 된다. Lewis 수가 1일 때의 이전의 결과에서[7] 화염에 평면 교란이 가해지면 복사열손실에 의한 소염조건 전에 화염의 맥동 불안정성이 나타났다. 복사열손실에 의한 소염근처에서 평면 교란에 대한 불안정성 특성은 Lewis 수가 0.5일 때와 Lewis 수가 1일 때가 서로 유사한 것으로 보아 복사열손실의 영향 때문인 것으로 판단된다. 반면에 파동수 k 가 4 근처에서는 Lewis 수의 영향인 물질확산 및 열확산에 의한 셀모양의 불안정성에 영향을 받는다. Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 항상 $k \approx 4$ 에서 셀모양의 불안정성이 $k=0$ 인 평면교란에 대한 불안정성보다 먼저 나타난다. 즉 소염근처에서 다양한 파동수를 갖는 교란이 화염에 가해지면 가장 불안정성이 큰 $k \approx 4$ 근처의 교란이 증폭하여 셀모양의 불안정성이 발달하게 된다. 이러한 결과는 Naduri et al.의 결과와 다르다. Naduri는 비선형해석을 한 결과 평면교란에 의한 불안정성이 셀모양의 불안정성보다 먼저 나타난다고 하였다. 그러나 본 연구의 선형안정성 해석의 결과에 의하면 Lewis 수의 영향에 의한 셀모양 불안정성이 항상 평면 교란에 의한 불안정성보다 먼저 나타남을 알 수 있었다.

Fig. 5(b)에서 보듯이 Damköhler를 더욱 증가시키면 셀모양의 불안정성이 나타나는 교란의 파장수 영역이 넓어지고 평면교란의 실수부도 점점 큰 양수값을 갖는다. Damköhler 수를 $Da/Da_{ex,R} = 0.92$ 까지 증가시키면 증가율의 복소수값이 사라지고 모든 영역에서 실수값을 갖게 된다. 정상상태 화염의 소염조건 $Da/Da_{ex,R} = 1$ 에서는 평면교란에서 증가율이 가장 크고 $\sigma > 70$ 으로 매우 큰 값을 갖고, 교란의 파동수가 10 이상일 경우에는 $\sigma < 0$ 이므로 주파수가 큰 교란에 대해서는 화염이 안정된다. 반면에 반응속도 제한 소염근처에서는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 평면 교란에 대하여 정상상태 소염조건에서 $\sigma = 0$ 으로 한계

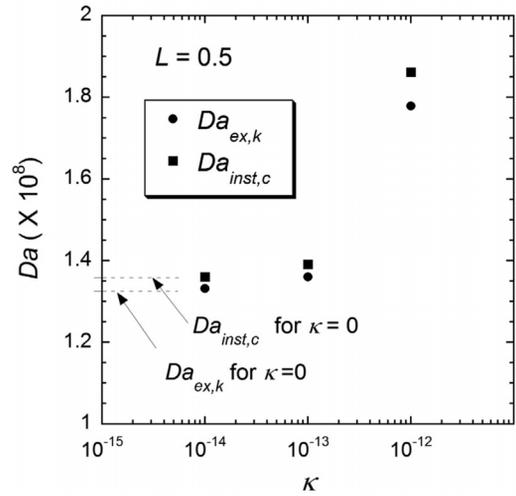


Fig. 6. Damköhler numbers for the steady extinction and the onset of cellular instability as a function of κ .

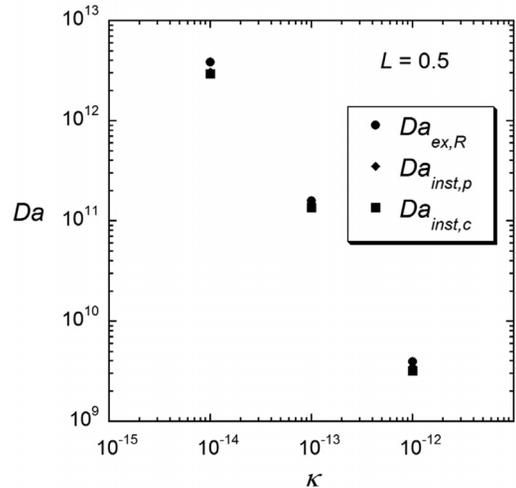


Fig. 7. Damköhler numbers for the steady extinction and the onsets of planar pulsation and cellular instability as a function of κ .

안정조건이었다. 그러나 실제 화염에서 정상상태 소염 전에 셀모양의 불안정성이 생기면 그 이후부터 화염은 비선형 해석을 해야 화염의 거동을 알 수 있다.

Fig. 6에 반응속도 제한에 의한 소염근처에서 복사강도에 따른 정상상태 소염 Damköhler 수 $Da_{ex,k}$ 와 셀모양의 불안정성이 시작되는 Damköhler 수 $Da_{inst,c}$ 를 도시하였다. 점선은 복사열손실이 없는 경우에 대한 각각의 Damköhler 수를 나타낸다. 복사강도가 증가하여도 정상상태 소염 및 불안정성이 시작되는 Damköhler 수의 변화가 거의 없다. 그러나 복사강도가 매우 커서 복사열손실에 의하여 화염이 더 이상 존재하지 못할 때에 정상상태 소염 Damköhler 수가

증가하며 이에 따라 $Da_{inst,c}$ 도 증가한다. 일반적으로 반응속도 제한에 의한 소염근처에서는 복사열전달의 영향이 크지 않기 때문에 셀모양의 불안정성이 일어나는 Damköhler 수는 거의 일정하다고 보면 된다.

반면에 복사열손실에 의한 소염근처에서는 다르다. Fig. 7에 복사열손실에 의한 소염근처에서 복사열손실에 따른 정상상태 소염 Damköhler 수 $Da_{ex,k}$ 평면교란에 의한 불안정성이 시작되는 Damköhler 수 $Da_{inst,p}$ 및 셀모양의 불안정성이 시작되는 Damköhler 수 $Da_{inst,c}$ 를 도시하였다. 복사 열손실이 소염의 중요한 원인이기 때문에 복사강도에 따라 정상상태 소염조건이 매우 크게 변화하는 것과 같이 각각의 불안정성이 시작되는 Damköhler 수도 매우 크게 변화하였다. 모든 복사강도에 대하여 $Da_{ex,k} > Da_{inst,p} > Da_{inst,c}$ 이었다.

4. 결론

복사 열손실을 받는 대향류 확산화염의 선형 안정성 해석을 수행하여 셀모양의 화염 불안정성 특성을 연구하였다. 물질확산이 열확산보다 클 때 셀모양의 불안정성이 나타나므로 Lewis 수를 0.5로 두고 해석하였다. 여러 가지 다른 복사강도에 대하여 일차원 정상상태의 화염을 계산하고, 이를 이용하여 미소교란의 파동수와 시간에 따른 증가율에 관한 분산관계를 구하였다. 이러한 분산관계를 조사하여 셀모양의 불안정성이 발생하는 시작점 등 여러 가지 불안정성의 특성을 조사하였다.

복사열손실을 받는 확산화염은 Damköhler 수가 작을 때와 클 때 두 개의 소염점을 갖는다. Damköhler 수가 작을 때는 유동속도가 커서 반응속도가 제한되어 소염이 일어나며, Damköhler 수가 클 때는 복사열손실이 커서 화염온도가 낮아져서 소염이 일어난다.

확산화염에서 셀모양의 불안정성은 소염근처에서 일어난다. 반응속도 제한에 의한 소염근처에서는 유동속도 증가에 의해 소염되기 때문에 복사열손실의 유무와 강도의 크기에 관계없이 화염 불안정성 특성이 다음과 같이 거의 비슷하였다. 화염에 가해진 미소교란의 모든 파동수에 대하여 교란 크기의 증가율이 항상 실수값을 갖는다. 정상상태 소염 전에 특정한 파동수에서 셀모양을 갖는 불안정성이 시작된다. Damköhler 수가 소염조건에 근접함에 따라 불안정한 파동수의 영역이 넓어지고, 정상상태 소염조건에서는 평면 교란조차 한계안정조건이 된다. 정상상태 소염조건 및 불안정성이 시작되는 조건등이 복사강도에 관계없이 거의 비슷하였다.

복사열손실에 의한 소염근처에서 화염불안정성은 반응속도 제한 소염근처의 특성과 차이가 있다. 교

란 크기의 증가율이 파동수에 따라 복소값 및 실수값을 갖는다. 복소수값은 복사열손실에 의한 영향을 나타내며, 실수값은 Lewis 수에 의한 영향을 나타낸다. Damköhler 수가 소염조건으로 증가함에 따라 셀모양의 불안정성이 제일 먼저 나타난다. Damköhler 수가 더욱 증가하면 평면교란의 맥동불안정성이 나타난다. 복사 열손실이 정상상태 소염조건에 미치는 영향이 매우 크기 때문에 셀모양 혹은 평면교란의 맥동 불안정성이 시작되는 Damköhler 수도 복사강도에 따라 크게 변한다.

본 연구의 선형 안정성 해석에서 계산된 셀모양의 불안정성이 시작되는 분기점에서 향후 비선형 해석을 수행하여 셀모양의 불안정성이 어떻게 형성되는지에 대하여 연구할 예정이다. 이러한 비선형 해석을 통하여 Damköhler 수에 따라 어떤 과정을 거쳐 동적 소염이 나타나는가에 대하여 파악할 수 있다.

후기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] Sivashinsky, G. I., "Diffusional-Thermal Instability in Cellular Flames", *Combustion Science and Technology*, Vol. 15, 1977, pp. 137-146.
- [2] Joulín, G., Clavin, P., "Linear Stability Analysis of Non-adiabatic Flames: Diffusional-Thermal Model", *Combustion and Flame*, Vol. 35, 1979, pp. 139-153.
- [3] Chen, R., Mitchell, G. B. and Ronney, P.D., "Diffusive-Thermal Instability and Flame Extinction in Non-Premixed Combustion", *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 24, 1992, pp. 213-221.
- [4] Kim, J. S., Williams, F. A., and Ronney, P. D., "Diffusional-Thermal Instability in Diffusion Flames", *Journal of Fluid mechanics*, Vol. 327, 1996, pp. 273-301.
- [5] Sohn, C. H., Kim J. S., Chung, S. H. and Maruta, K., "Nonlinear Evolution of Diffusion Flame Oscillations Triggered by Radiative Heat Loss", *Combustion and Flame*, Vol. 123, 2000, pp. 95~106.
- [6] Miklavcic, M., Moore, A. B., and Wichman I. S., "Oscillations and Island Evolution in Radiating Diffusion Flames", *Combust. Theory Model.*, Vol. 9, 2005, pp.403~416.

-
- [7] Lee, S. R., "Instability Analysis of Counterflow Diffusion Flames with Radiation Heat Loss", *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 36, No. 8, 2012, pp.857~864.
- [8] Nanduria, J. R., Sung, C. J., and T'ien, J. S., "Structure and Dynamic Response of Radiative Diffusion Flames", *Combustion Theory and Modeling*, Vol. 9, 2005, pp.515-548.
- [9] Han, B., Ibarreta, A. I., Sung, C. J., Tien, J. S., "Experimental Low-Stretch Gaseous Diffusion Flames in Buoyancy-Induced Flow Fields", *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 30, 2005, pp.527-535.
- [10] Kim, J. S., and Lee, S. R., "Diffusional-Thermal Instability in Strained Diffusion Flames with Unequal Lewis Numbers", *Combust. Theory Model.*, Vol. 3, 1999, pp. 123~146.
- [11] Law, C. K., *Combustion Physics*, Cambridge University Press, New York, 2006.
- [12] Metzener P. and Matalon M., "Diffusive -thermal instabilities of diffusion flames: onset of cells and oscillations", *Combustion Theory and Modeling*, Vol. 10, 2006, pp.701-725.
- [13] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 1992, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, New York, pp.476~486.

논문접수일 : 2013. 04. 22

심사완료일 : 2013. 06. 08