

수면 위에 놓인 수평 유공판에 의한 반사율과 투과율 Reflection and Transmission Coefficients by a Surface-Mounted Horizontal Porous Plate

조일형*
Il-Hyoung Cho*

요 지 : 수면 위에 놓인 수평 유공판과 입사파간의 상호작용 문제를 선형포텐셜 이론에 기초를 둔 고유함수 전개법을 사용하여 해석하였다. 수면 위에 놓인 유공판에서의 경계조건식으로 Zhao et al.(2010)가 제안한 경계조건식을 사용하였다. 유공판이 놓인 유체영역내의 진행파 성분을 나타내는 첫 번째 고유값의 허수부가 유공판의 구멍을 통과하면서 발생하는 에너지 손실과 밀접한 관련이 있다. 유공판의 공극율과 폭 그리고 입사파의 주파수와 입사각도를 변화시키면서 반사율, 투과율, 그리고 파랑하중의 변화를 살펴보았다. 공극율 계수가 최적값 $b=5.0$ 일 때, 유공판의 폭과 입사각도가 증가할수록 투과율은 크게 줄어드는 것을 확인하였다.

핵심용어 : 유공판, 반사율, 투과율, 고유함수전개법, 파랑하중, 공극율 계수.

Abstract : The interaction of oblique incident waves with a surface-mounted horizontal porous plate is investigated using matched eigenfunction expansion method under the assumption of linear potential theory. The new boundary condition on the porous plate suggested by Zhao et al.(2010) when it is situated at the still water surface is used. The imaginary part of the first propagating-mode eigenvalue in the fluid region under a horizontal porous plate, is closely related to the energy dissipation across the porous plate. By changing the porosity, plate width, wave frequencies, and incidence angles, the reflection and transmission coefficients as well as the wave loads on the porous plate are obtained. It is found that the transmission coefficients can be significantly reduced by selecting optimal porous parameter $b=5.0$, also increasing the plate width and incidence angle.

Keywords : porous plate, reflection coefficient, transmission coefficient, eigenfunction expansion method, wave force, porous parameter.

1. 서 론

유공판은 구멍 또는 슬릿을 통해 입사한 파 에너지의 일부를 소모시켜 반사파와 투과파를 저감시키는 구조물이다. 유공판과 입사파간의 상호작용에 관한 연구는 유공판이 지닌 여러 장점들로 해양공학 관련 여러 응용분야에서 현재 활발히 진행 중에 있다. 특히 항내 해수교환을 허용하여 쾌적한 항만을 조성함과 동시에 항내 하역활동을 원활히 수행하기 위한 목적으로 건설되는 해수교환 방파제로 유공구조물이 활용될 수 있다. 또한 해양/조선공학 관련 모형실험에 활용되는 조파수조(wave basin)내에서 발생하는 반사파를 줄여 파의 왜곡을 방지하는 목적으로 수조 한 끝단에 설치하는 소파장치(wave absorber)에도 유공판이 활용된다. 소파장치를 더 확장하여 항만에 불투과성 인벽 대신에 유공 소파구조물을 배치한다면 반사파의 에너지를 줄여 항만에 정온도를 높일 수 있다. 연안역에서 파랑에 의한 해안침식(coastal erosion)을 막

기 위한 용도로 해안선과 평행하게 설치하는 이안제로 유공 구조물을 설치할 수 있다.

입사파와 수평판 사이의 상호작용을 해석하는 연구들을 크게 분류하면 불투과성(impermeable)과 투과성 판으로 나눌 수 있다. 불투과성 수평판이 수면 아래 일정 깊이 잠겨 있을 때 반사율과 투과율을 해석한 대표적인 논문으로는 Siew and Hurley(1997)의 연구를 들 수 있다. 천수역에서 장파를 가정 한 그들의 해석결과에 의하면 수평판의 폭과 파장의 비가 변할 때 반사율은 최대값과 최소값 사이에서 크게 변동한다. Linton(2001)은 불투과성 수평판이 수면 위에 고정되어 있을 때 반사율과 투과율을 고유함수전개법(eigenfunction expansion method)과 유수 미적분 이론(residue calculus theory)을 결합한 해석법을 사용하여 구하였다. 불투과성 수평판의 경우 전체 에너지는 보존되므로 특정 주파수 범위내에서 줄어드는 투과율만큼 반사율은 증가된다.

Wu(1998)는 직립벽 앞에 놓인 일정깊이 잠긴 수평 유공판

*제주대학교 해양시스템공학과(Department of Ocean System Engineering, Jeju National University, Ara 1, Jeju 690-756, Korea, Tel: +82-64-754-3482, Fax: +82-64-751-3480, cho0904@jejunu.ac.kr)

에 의한 입사파의 반사율을 고유함수전개법을 사용하여 구하였다. 유공판의 공극율과 밀접한 관련이 있는 공극율 계수 (porous parameter)를 도입하여 적절한 공극율 계수를 가진 유공판은 파랑하중 뿐만 아니라 반사율을 크게 줄일 수 있음을 밝혔다. 조 등(2002,2004)은 조파수조내의 반사파를 줄이는 소파장치로 수평형/경사형 유공판을 제안하였다. 그들의 연구결과는 KIOST(한국해양과학기술원)의 사각형 수조(square basin)내의 소파장치에 적용되어 현재 실험결과의 신뢰도를 높이고 수조운용의 효율성을 향상시키는데 이용되고 있다. Cho and Kim(2008)은 Wu(1998)가 제안한 공극율 계수와 실제 공극율 사이의 관계식을 체계적인 모형실험을 통하여 구하였고, 최대 소파 효율을 발휘하는 공극율은 0.1이며, 유공판의 경사각도는 10°임을 모형실험과 해석이론을 통하여 밝혔다. Zhao et al. (2010)는 투과성 원기둥 내부에 설치한 수평 유공판이 효과적으로 파의 에너지를 소모시킴을 해석이론과 모형실험을 통하여 입증하였다. 그들은 수평 유공판이 수면위에 놓여 있는 경우에 대하여 유공판에서의 경계조건식을 제시하였고, 유공판이 놓인 유체영역내에서의 복소수인 고유값을 Muller의 수치해석 방법을 사용하여 구하였다. Cho and Kim(2013)은 수면 아래 일정 깊이 잠긴 수평 유공판이 입사파를 차단하는 방파제로 활용 가능성을 보이는 기초연구를 수행하였다. 그들은 앞에서 소개한 연구에서 사용한 비선형 방정식을 수치적으로 풀어 복소수 고유값을 구하는 방법 대신에 Molin and Nielsen(2004)과 Liu and Li(2011)의 해석 방법론을 따라 해석해를 구하였다. 해석해를 구할 수 없는 유공판이 경사되어 있을 때는 경계요소법(boundary element method)을 사용한 수치해를 구하여 모형실험 결과와 비교하였다.

본 연구에서는 수면 위에 놓인 수평 유공판과 입사파와의 상호작용문제를 선형포텐셜이론에 근거를 둔 고유함수전개법을 사용하여 해석하였다. 수면 위에 놓인 유공판에서의 경계조건식으로 Zhao et al.(2010)가 제안한 경계조건식을 사용하였다. 유공판 아래의 유체영역에서의 고유값을 수치해석 방법인 Steffensen법을 사용하여 구하였다. 유공판에 의한 반사율과 투과율 그리고 파랑하중을 공극율 계수와 유공판의 폭 그리고 입사파의 주파수 등을 바꿔가면서 살펴보았다.

2. 문제의 정식화

길이가 2a인 수평 유공판이 수심(h)이 일정한 정수면(z=0)위에 고정되어 있다고 생각하자(Fig.1 참조). 입사파는 진폭 A를 가지고 x축과 경사각 θ를 가지고 진행한다. 선형포텐셜이론을 가정하여 속도포텐셜을 도입하고 파동장이 주파수 ω을 갖고 조화운동을 한다면 속도포텐셜을 시간과 공간의 함수로 분리하여 $\Phi(x,y,z,t) = Re\{-\frac{igA}{\omega} \Psi(x,y,z)e^{-i\omega t}\}$ 로 쓸 수 있다. 수평 유공판이 y축 방향으로 무한히 길다고 가정하면 $\Psi(x,y,z)$ 내의 독립변수 y는 주기함수이므로

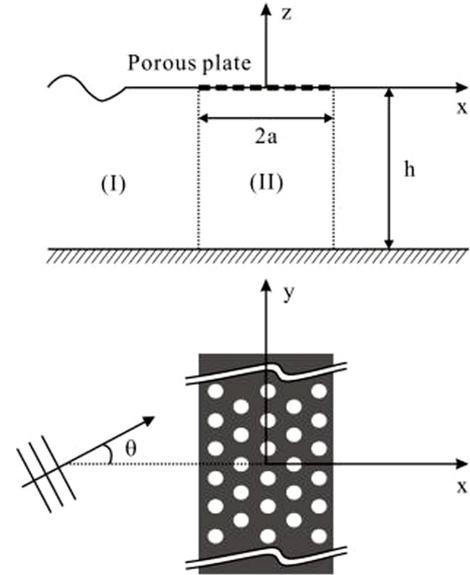


Fig. 1. Definition sketch of a surface-mounted horizontal porous plate.

$\Psi(x,y,z) = \phi(x,z)e^{ik_1 \sin \theta y}$ 로 쓸 수 있다. 이때 속도포텐셜 $\phi(x,z)$ 는 유체영역내에서 지배방정식으로 Helmholtz 방정식 ($\nabla^2 \phi - (k_1 \sin \theta)^2 \phi = 0$)을 만족한다. 여기서 k_1 는 입사파의 파수이다.

유공판이 수면과 평행하게 일정깊이($z=-d$) 잠겨 있는 경우, 아래와 같은 경계조건식을 만족한다 (Cho and Kim, 2008, 2013; Wu, 1998; Zhao et al., 2010).

$$\left. \frac{d\phi}{dz} \right|_{z=-d-0} = \left. \frac{d\phi}{dz} \right|_{z=-d+0} = i\sigma(\phi|_{z=-d-0} - \phi|_{z=-d+0}) \quad (1)$$

윗식에서 σ는 유공판의 구멍을 통하여 형성되는 강한 와류에 의해 소멸되는 에너지와 밀접한 관련이 있는 변수로 유공판의 공극율과 국부형상의 함수이다 (Chwang, 1983). 실제 계산에서는 무차원화된 공극율 계수 $b = 2\pi\sigma/k_1$ 를 사용하였다.

유공판이 수면 위에 놓일 경우($d \rightarrow 0$), 유공판 상단($z=0^+$)에서의 압력은 대기압과 같다는 가정 아래에서 식 (1)로부터 Cho and Kim(2000)는 유공판에서의 경계조건식으로 $\partial\phi/\partial z - i\sigma\phi = 0$ 를 제안하였다. Zhao et al.(2010)는 정수면에 놓인 유공판의 상단($z=0^+$)에서의 압력은 대기압이 아니며 자유표면 경계조건식으로부터 $\phi|_{z=0^+} = \frac{1}{K} \left. \frac{\partial\phi}{\partial z} \right|_{z=0^+}$ 로 유도되며 이 식을 식 (1)에 대입하여 아래와 같은 새로운 경계조건식을 제안하였다.

$$\left(1 + \frac{i\sigma}{K} \right) \frac{\partial\phi}{\partial z} - i\sigma\phi = 0, \quad z = 0, \quad |x| < a \quad (2)$$

여기서 $K = \omega^2/g$ 이다.

윗식에서 $\sigma(=b) \rightarrow 0$ 는 불투과성 판을 의미하며, $\sigma(=b) \rightarrow \infty$ 는 입사파에 전혀 영향을 주지 않는 가상의 판이 놓여 있는 경우를 의미한다. 이러한 극한 값이 주어질 때

식 (2)에 주어진 경계조건식은 불투과성 경계조건식($\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$)과 자유표면 경계조건식($\frac{\partial \phi}{\partial z} - K\phi = 0$)으로 바뀐다.

고유함수 전개법을 적용하기 위하여 유체영역을 Fig. 1과 같이 영역 (I)과 영역 (II)로 나눈다. 영역 (I)은 $|x| \geq a$, 영역 (II)는 $|x| \leq a$ 로 정의된다. 유공판이 z 축에 대해 대칭구조이므로 속도포텐셜을 z 축에 대칭 해(ϕ)와 비대칭 해(ϕ)로 나누어 경계치문제를 따로 풀고 두 해를 더하여 전체포텐셜 $\phi = \phi^+ + \phi^-$ 를 구한다. 이러한 방법을 사용하면 일부 영역($x \leq 0$)의 해로부터 나머지 영역($x \geq 0$)의 해를 대칭관계($\phi^+(x, z) = \phi^+(-x, z)$, $\phi^-(x, z) = -\phi^-(-x, z)$)를 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 영역 (I)에서의 속도포텐셜은 Helmholtz 방정식과 자유표면 경계조건식($\partial \phi / \partial z - K\phi = 0$), 해지면 경계조건식($\partial \phi / \partial z = 0$), 방사 경계조건식을 만족하며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_1^\pm(x, z) = \left\{ \left(\frac{1}{2} e^{-\alpha_{10}(x+a)} + K^\pm e^{\alpha_{10}(x+a)} \right) I_0 \psi_{10}(z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\pm e^{\alpha_{1n}(x+a)} \psi_{1n}(z) \right\} \quad (3)$$

여기서 $I_0 = N_{10} / \cosh k_1 h$, $\alpha_{1n} = \sqrt{k_{1n}^2 + (k_1 \sin \theta)^2}$ 이고, $n=0$ 는 진행파(propagating waves) 성분을 나타내며, $n \geq 1$ 은 유공판 주위에만 존재하는 비진행파(evanescent waves) 성분들을 나타낸다. 영역 (I)에서의 고유값($k_{10} = -ik_1$, k_{1n} , $n=1, 2, \dots$)은 잘 알려진 선형분산식($k_{1n} \tan k_{1n} h = -\omega^2/g$)을 만족하며, 고유함수 $\psi_{1n}(z)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\psi_{1n}(z) = N_{1n}^{-1} \cos k_{1n}(z+h), \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$(N_{1n})^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2k_{1n} h}{2k_{1n} h} \right)$$

영역 (I)에서의 고유함수 $\psi_{1n}(z)$ 는 아래와 같은 직교성(orthogonality)을 만족한다.

$$\frac{1}{h} \int_{-h}^0 \psi_{1m}(z) \psi_{1n}(z) dz = \delta_{mn} \quad (5)$$

여기서 δ_{mn} 는 $m=n$ 일 때 $\delta_{mn} = 1$, $m \neq n$ 일 때 $\delta_{mn} = 0$ 으로 정의된 Kronecker delta이다.

Helmholtz 방정식과 유공판에서의 경계조건식 (2) 그리고 해지면 경계조건식($\partial \phi / \partial z = 0$, $z = -h$)을 만족하는 영역 (II)에서의 속도포텐셜을 구하면 다음과 같다.

$$\phi_2^\pm(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^\pm \left(\frac{e^{i\alpha_{2n}x} \pm e^{-i\alpha_{2n}x}}{2} \right) \psi_{2n}(z) \quad (6)$$

여기서 $\alpha_{2n} = \sqrt{k_{2n}^2 - (k_1 \sin \theta)^2}$ 이다.

영역 (II)에서의 고유함수(ψ_{2n})는 아래 주어진 Sturm-Liouville형 고유치 문제를 만족한다.

$$\frac{d^2 \psi_2(z)}{dz^2} - \kappa^2 \psi_2(z) = 0, \quad z < 0 \quad (7a)$$

$$\left(1 + \frac{i\sigma}{K} \right) \frac{\partial \psi_2(z)}{\partial z} - i\sigma \psi_2(z) = 0, \quad \text{on } z = 0 \quad (7b)$$

$$\frac{d\psi_2(z)}{dz} = 0, \quad \text{on } z = -h \quad (7c)$$

식 (7a)와 (7c)를 만족하는 고유함수 $\psi_2(z) = C \cosh \kappa(z+h)$ 이며, 이 함수를 식 (7b)에 대입하면 고유값 κ 은 아래 주어진 비선형 분산식을 만족한다.

$$f(\kappa) = \left(1 + \frac{i\sigma}{K} \right) \kappa \sinh(\kappa h) - i\sigma \cosh(\kappa h) = 0 \quad (8)$$

식 (8)에 주어진 비선형 방정식을 만족하는 고유값은 무한개의 복소해를 갖는다. 영역 (II)에서의 고유값을 $\kappa = k_{2n}$, ($n=0, 1, 2, \dots$)로 쓰고, 직교성($\frac{1}{h} \int_{-h}^0 \psi_{2m}(z) \psi_{2n}(z) dz = \delta_{mn}$)을 만족하도록 고유함수를 구하면 다음과 같다.

$$\psi_{2n}(z) = N_{2n}^{-1} \cosh k_{2n}(z+h) \quad (9)$$

여기서 $(N_{2n})^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sinh 2k_{2n} h}{2k_{2n} h} \right)$ 이다.

식 (8)에 주어진 비선형 방정식을 수치적으로 풀기 위하여 Steffensen법을 사용하였다(Mathews and Fink, 2004). 이 방법은 Muller의 측차법과 Newton-Raphson법을 결합한 방법으로 자세한 내용은 부록에 소개하였다.

영역 (I)과 영역 (II)의 미지수 A_n^\pm , B_n^\pm ($n=0, 1, 2, \dots$)는 두 영역이 만나는 $x = -a$ 에서 속도포텐셜과 수평방향 속도가 서로 같다는 정합조건식으로부터 구해진다. $x = -a$ 에서 속도포텐셜이 서로 같다는 정합조건식으로부터 아래와 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$I_0 \psi_{10}(z) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^\pm \psi_{1n}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^\pm \frac{e^{-i\alpha_{2n}a} \pm e^{i\alpha_{2n}a}}{2} \psi_{2n}(z) \quad (10)$$

여기서 $R^\pm = A_0^\pm / I_0 + \frac{1}{2}$ 이다.

윗식의 양변에 $\psi_{1m}(z)$ 를 곱하고 $-h$ 부터 0까지 z 에 대하여 적분하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$(I_0 \delta_{m0} + A_m^\pm) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^\pm \frac{e^{-i\alpha_{2n}a} \pm e^{i\alpha_{2n}a}}{2} C_{mn} \quad (11)$$

여기서 $C_{mn} = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \psi_{2n}(z) \psi_{1m}(z) dz$ 이다.

$x = -a$ 에서 두 영역의 수평방향 속도가 서로 같다는 정합조건식은 다음과 같다.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{1n} A_n^\pm \psi_{1n}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} i\alpha_{2n} B_n^\pm \frac{e^{-i\alpha_{2n}a} \pm e^{i\alpha_{2n}a}}{2} \psi_{2n}(z) \quad (12)$$

윗식의 양변에 $\psi_{2m}(z)$ 를 곱하고 $-h$ 에서 0까지 z 에 대해 적분하면 다음식을 얻는다.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{1n} A_n^\pm C_{nm} = i\alpha_{2m} B_m^\pm \frac{e^{-i\alpha_{2m}a} \pm e^{i\alpha_{2m}a}}{2} \quad (13)$$

식 (11)과 (13)에서 B_m^\pm 을 소거하면 미지수 A_m^\pm 에 대한 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$A_m^\pm + \sum_{l=0}^N F_{ml}^\pm A_l^\pm = -I_0 \delta_{m0}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

여기서 $F_{ml}^\pm = i \sum_{n=0}^N C_{ln} C_{mn} \frac{\alpha_{1l}(e^{-i\alpha_{2n}a} \pm e^{i\alpha_{2n}a})}{\alpha_{2l}(e^{-i\alpha_{2n}a} \mp e^{i\alpha_{2n}a})}$ 이다.

고유함수의 개수를 유한개(N)로 잡은 위의 대수방정식을 풀어 미지수 ($A_m^\pm, m = 0, 1, 2, 3, \dots, N$)을 구하고 영역 (II)에서의 미지수 ($B_m^\pm, m = 0, 1, 2, 3, \dots, N$)는 식 (13)으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$B_m^\pm = \frac{-2i \sum_{l=0}^N \alpha_{1l} A_l^\pm C_{lm}}{\alpha_{2m}(e^{-i\alpha_{2m}a} \mp e^{i\alpha_{2m}a})}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

수면 위에 고정된 유공판에 의한 반사율과 투과율 그리고 에너지 손실율은 다음과 같다.

$$R_f = |1 + (A_o^+ + A_o^-)/I_0|, \\ T_r = |(A_o^+ - A_o^-)/I_0|, \quad \varepsilon = 1 - R_f^2 - T_r^2 \quad (16)$$

단위 길이당 유공판에 작용하는 수직방향의 파랑하중과 모멘트는 다음과 같다.

$$\frac{F}{\rho g a A} = \frac{1}{a} \int_{-a}^a \phi_2|_{z=0} dx = 2 \sum_{n=0}^N B_n^+ \left(\frac{\sin(\alpha_{2n}a)}{\alpha_{2n}a} \right) \frac{\cosh(k_{2n}h)}{N_{2n}}, \\ \frac{M}{\rho g a^2 A} = \frac{1}{a^2} \int_{-a}^a x \phi_2|_{z=0} dx \\ = 2i \sum_{n=0}^N B_n^- \left(\frac{\sin(\alpha_{2n}a) - (\alpha_{2n}a) \cos(\alpha_{2n}a)}{(\alpha_{2n}a)^2} \right) \frac{\cosh(k_{2n}h)}{N_{2n}} \quad (17)$$

3. 계산결과 및 고찰

Fig. 2는 유공판이 수면위에 놓여 있을 때 반사율, 투과율, 파랑하중, 모멘트를 Linton(2001)의 불투과성 수평판의 해석결과와 비교한 그림이다. 불투과성 판을 구현하기 위하여 공극율 계수를 0에 가까운 극한값을 사용하여 해를 구하였다. 계산에서 사용한 고유함수의 개수 N 는 소수점 이하 3자리까

지 정확도가 보장되도록 50개로 잡았다. 기호로 표시된 값들은 Linton(2001)의 해석결과이다. x 축을 무차원화된 주파수 ($\omega^2 h/g$)와 입사파의 경사각(θ) 그리고 수심으로 나눈 유공판 (a/h)의 반폭으로 잡았고, 이 값들을 변화시키면서 두 결과를 비교하였다. 본 해석결과와 Linton(2001)의 해석결과는 서로 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

Fig. 3에서는 $b \neq 0$ 인 유공판에 대하여 본 해석결과를 검증하기 위하여 수면 아래 일정 깊이(d) 잠긴 유공판에 대한 Cho and Kim(2013)의 해석결과와 비교하였다. Cho and Kim(2013) 해석해에서 $d/h = 0.02, 0.01, 0.005$ 로 점점 0에 가까운 값으로 보내 현재의 계산결과와 비교하였다. $d \rightarrow 0$ 일 때 Cho and Kim(2013)의 해석결과는 현재의 해석결과에 가까워

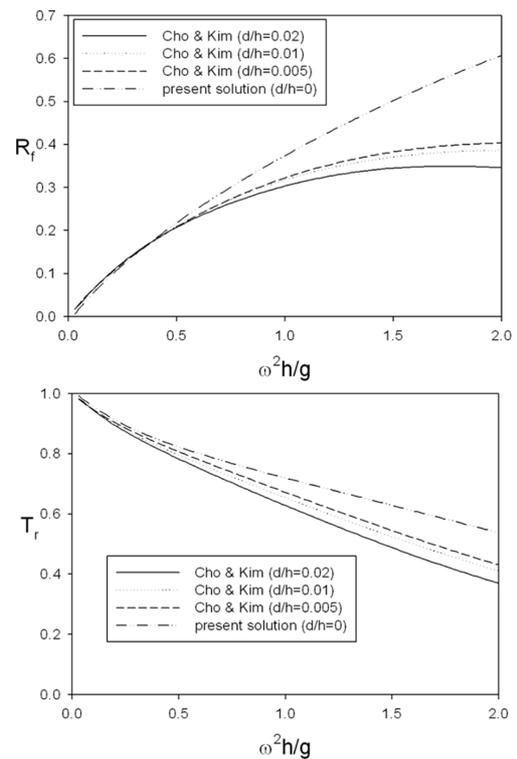


Fig. 3. Comparison of the reflection and transmission coefficients between the surface-mounted case(the present solutions) and the submerged case (Cho and Kim, 2013) for $b = 5.0, a/h = 0.5, \theta = 0^\circ$.

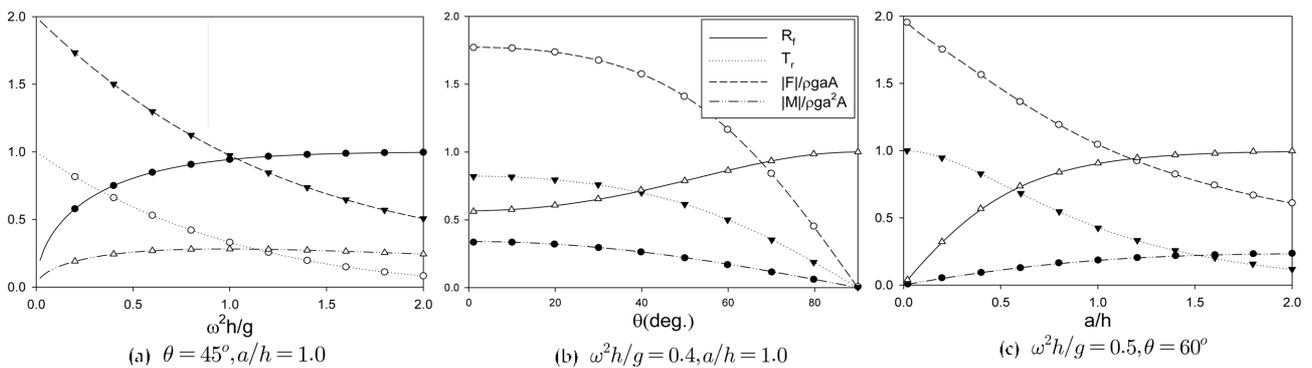


Fig. 2. Comparison of the reflection, transmission coefficients and non-dimensional wave forces, moments of a surface-mounted horizontal impermeable plate from the present solutions (lines) with the Linton's solutions (symbols).

지나 일치하지는 않았다. 특히 고주파수영역에서 큰 차이를 보였다. 이유로는 유공판이 일정깊이 잠긴 경우에 대한 해석하는 유공판에서의 경계조건식으로 유공판 사이의 압력차는 속도에 선형적으로 비례한다는 Darcy의 법칙인 식 (1)을 사용하였으나 현재의 해석하는 Zhao et al.(2010)가 제안한 식 (2)을 사용하였다. 만약 $d \rightarrow 0$ 일 때 식 (1)이 식 (2)와 동일해진다면 두 해석 결과는 Fig. 2에서 보인 Linton(2001)의 결과와 같이 같은 결과를 줄 수 있을 것이다. 그러나 식 (1)과 식 (2)는 서로 다른 물리 조건하에서 유도된 식이므로 $d \rightarrow 0$ 일 때 같은 식이 될 수가 없다. 따라서 수면 아래 일정 깊이 잠긴 유공판의 해석결과를 수면 위에 있는 유공판에 대한 결과로 확장하는 것은 불가능하다.

Fig. 4는 Steffensen법을 사용하여 식 (8)에 주어진 비선형 방정식을 풀어 구한 영역 (II)의 고유값의 복소해를 공극율 계수를 0.01부터 100까지 변화시키면서 살펴보았다. x 축은 고유값의 실수부를, y 축을 허수부로 잡고 그렸다. $b \rightarrow 0$ 는 수면 위에 불투과성 판이 놓여 있는 경우를 의미하며 $b \rightarrow \infty$ 는 수면 위에 가상의 수평판이 놓여 있음과 같다. $b = 0.01$ 는 불투과성에 가까운 판이 놓여 있는 경우이므로 영역 (II)의 고유값은 허수값만을 가지며 $n\pi/h, (n = 0, 1, 2, \dots)$ 와 일치한다. b 가 커짐에 따라 첫 번째 고유값의 실수부는 점점 커져 특정한 값에 수렴하며, 두 번째 이상 고유값들의 실수부는 커졌다가 다시 줄어드는 경향을 보여주고 있다. b 가 점점 커져 $b = 100$ 에 도달하면 유공판의 공극율은 1.0에 가까운 값이 되어 마치 가상의 유공판이 놓여 있는 경우가 된다. 이때 영역 (II)의 고유값은 선형 분산식 $k_{1n} \tan k_{1n} h = -\omega^2/g, (n = 0, 1, 2, \dots)$ 으로부터 얻은 영역 (I)의 고유값과 같게 된다. 따라서 $\omega^2 h/g = 1.0$ 일 때 고유값은 실수값 1.2에 수렴하고 $\omega^2 h/g = 2.0$ 일 때 실수값 2.07에 접근한다. 특히 진행파 성분을 나타내는 첫 번째 고유값의 허수부가 유공판을 통하여 빠져나가는 에너지 손실에 큰 영향을 미친다. 따라서 이 값이 큰 값을 갖도록 입사파의 주파수를 고려하여 유공판의 공극율과 형상을 설계하여야 한다.

Fig. 5는 공극율 계수(b)를 변화시키면서 반사율과 투과율 그리고 에너지 손실율을 무차원화된 주파수에 대해 살펴보았다. 여기서 $b = 0$ 는 앞선 그림에서 살펴본 수면 위에 불투과

성 수평판이 놓여 있는 경우이다. 유공판의 반폭과 수심의 비는 $a/h = 1.0$ 이며 입사각은 0° 이다. 무차원화된 주파수가 증가함에 따라 반사율은 증가하고 투과율은 감소하는 경향을 보여주고 있다. 또한 공극율 계수가 증가함에 따라 반사율은 상대적으로 크게 줄어드나 투과율은 불투과성판에 비해서는 다소 감소하나 반사율과 달리 공극율 계수에 비례하여 감소되지는 않았다. 불투과성 판을 제외한 공극율 계수가 서로 다른 4개의 유공판에 대하여 에너지 손실율을 Fig. 5c에서 살펴보았다. $\omega^2 h/g < 1$ 인 저주파수 영역에서는 공극율 계수가 $b = 5.0$ 에서 에너지 손실율이 가장 크게 나타났으나 $\omega^2 h/g > 1$ 인 고주파수 영역에서는 공극율 계수가 $b = 10.0$ 에서 에너지

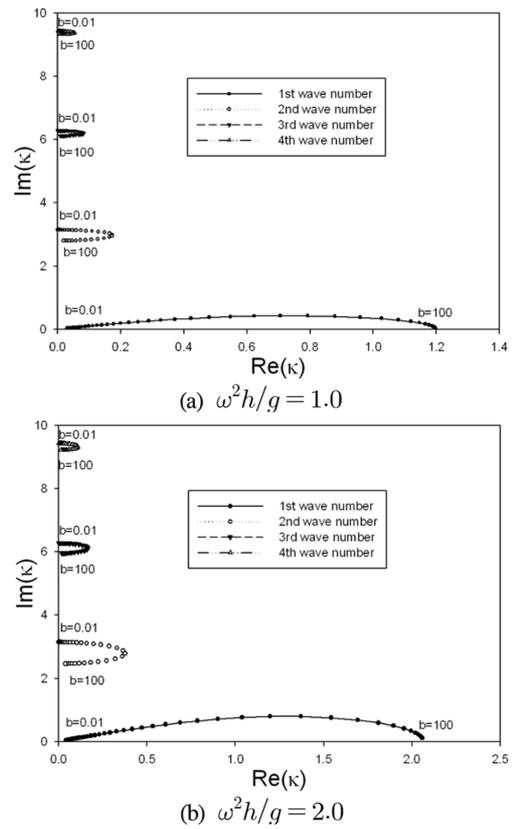


Fig. 4. Behavior of complex number for first four eigenvalues as function of porous parameter ($a/h = 1.0, \theta = 0^\circ$).

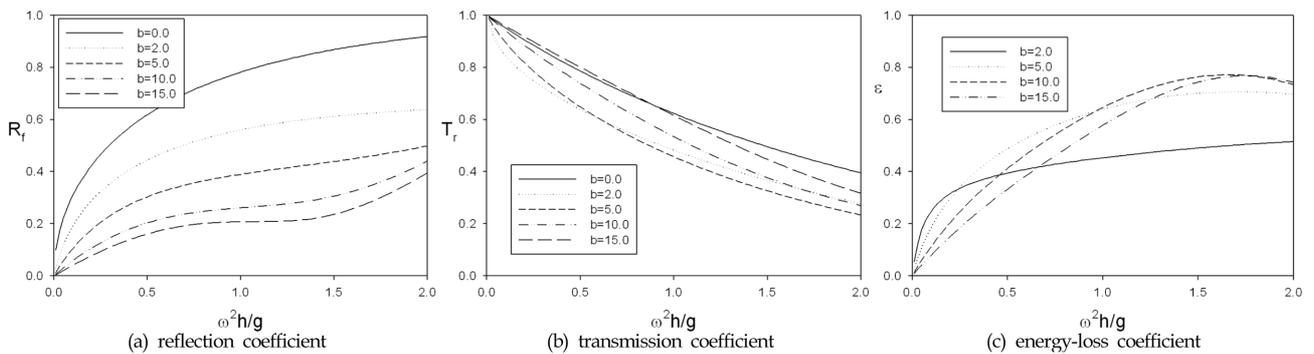


Fig. 5. Reflection coefficient (a), transmission coefficient (b) and energy-loss coefficient © of a surface-mounted horizontal porous plate as a function of $\omega^2 h/g$ and porous parameter (b) for $a/h = 1.0, \theta = 0^\circ$.

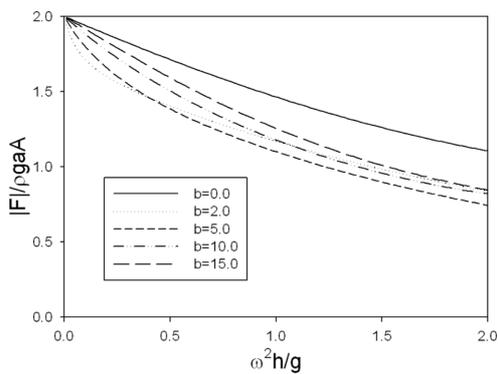
손실율이 가장 크다. 이러한 에너지 손실율의 변화는 투과율에 그대로 반영되고 있음을 볼 수 있다.

Fig. 6은 Fig. 5와 같은 계산조건에 대하여 무차원화된 단위 길이당 파랑하중과 모멘트를 살펴보았다. 수직방향의 파랑하중의 경우 예상대로 유공판에 작용하는 파랑하중이 불투과성 판에 비하여 줄어들며 투과율과 유사하게 공극율 계수가 5.0 일 때 파랑하중이 최소가 된다. 그러나 모멘트는 공극율 계수가 커짐에 따라 증가하는 경향을 보여주고 있다.

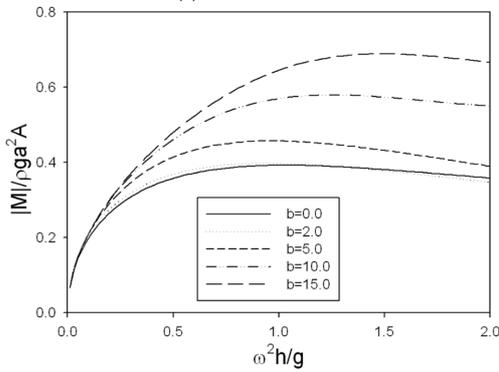
앞선 그림에서 투과율과 파랑하중이 최소가 되는 공극율 계수인 b 에 대하여 유공판의 무차원화된 폭(a/h) 변화에 따른 반사율과 투과율 그리고 에너지 손실율을 Fig. 7에서 살펴보았

다. 반사율은 $\omega^2 h/g$ 가 작은 저주파수 영역에서는 유공판의 폭의 증가는 반사율의 증가로 이어지지만 고주파수 영역에서는 그와 반대의 경향이 나타난다. 파의 차단에 중요한 지표가 되는 투과율을 살펴보면, 예상대로 유공판의 폭이 증가함에 따라 투과율은 감소한다. 그러나 폭이 커질수록 감소폭은 점차 줄어드는 것을 볼 수 있다. 에너지 손실율은 투과율과 비슷하게 유공판의 폭이 증가함에 따라 감소하는 경향을 보여주고 있다.

Fig. 8은 파의 입사각도 변화에 따른 반사율과 투과율을 살펴보았다. 공극율 계수(b)는 5.0이며, 무차원화된 유공판의 폭(a/h)은 1.0이다. 입사각도가 증가함에 따라 반사율은 증가하

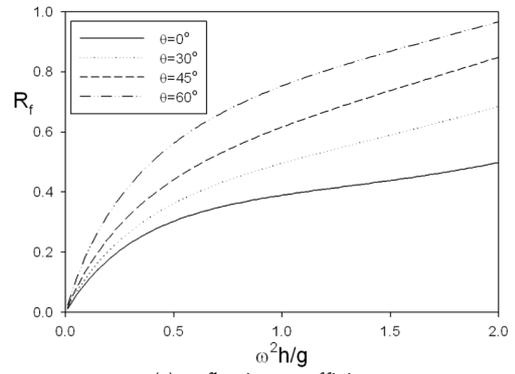


(a) vertical force

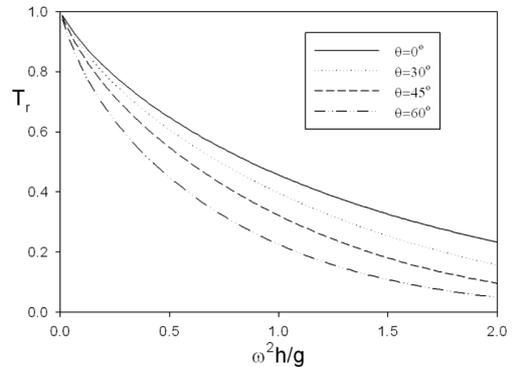


(b) moment

Fig. 6. Non-dimensional wave force (a) and moment (b) of a surface-mounted horizontal porous plate as a function of $\omega^2 h/g$ and porous parameter (b) for $a/h = 1.0$, $\theta = 0^\circ$.

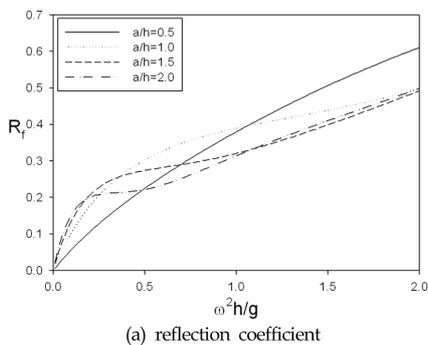


(a) reflection coefficient

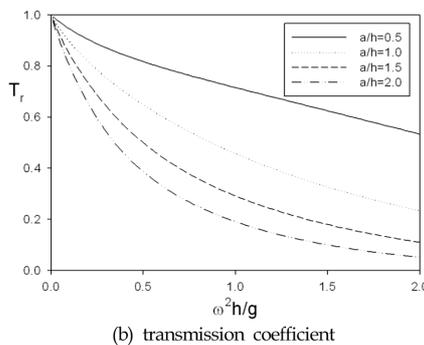


(b) transmission coefficient

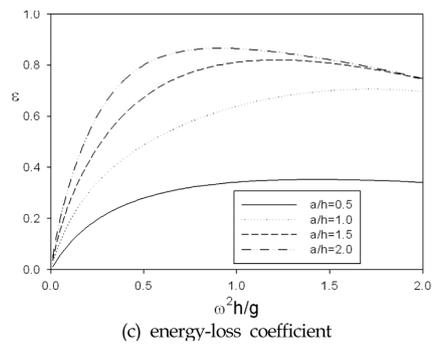
Fig. 8. Reflection coefficient (a) and transmission coefficient (b) of a surface-mounted horizontal porous plate as a function of $\omega^2 h/g$ and incident angle(θ) for $b = 5.0$, $a/h = 1.0$.



(a) reflection coefficient



(b) transmission coefficient



(c) energy-loss coefficient

Fig. 7. Reflection coefficient (a), transmission coefficient (b) and energy-loss coefficient (c) of a surface-mounted horizontal porous plate as a function of $\omega^2 h/g$ and non-dimensional length(a/h) for $b = 5.0$, $\theta = 0^\circ$.

며 투과율은 감소하는 경향을 보여주고 있다. 따라서 수평 유공판을 방파제로 활용할 경우 입사파가 방파제에 수직으로 들어오지 않고 가능한 한 큰 입사각을 가지고 들어 올 때 파를 차단하는데 효과적이다.

4. 결 론

수면 위에 고정된 수평 유공판과 입사파와의 상호작용 문제를 해석하여 반사율, 투과율, 파랑하중을 입사파의 주파수, 입사각, 공극율 계수, 유공판의 폭 변화에 대하여 살펴보았다. $b \rightarrow 0$ 일 때의 본 해석결과는 불투과성 수평판에 대한 Linton(2001)의 해석결과와 잘 일치함을 확인하였다. $b \neq 0$ 인 경우 유공판이 위치한 영역 (II)의 고유값들은 복소수 값을 가지며 특히 영역 (II)의 고유값중에서 진행파 성분을 나타내는 첫 번째 고유값의 허수부가 유공판을 통하여 빠져나가는 에너지 손실에 큰 영향을 미친다. 따라서 이 값이 큰 값을 갖도록 유공판의 공극율과 형상을 설계하여야 한다.

공극율 계수를 변화시키면서 반사율과 투과율 그리고 에너지 손실율을 살펴본 결과, 공극율이 증가함에 따라 예상대로 반사율은 크게 감소한다. 그러나 투과율은 파의 주파수에 따라 다소 차이는 있지만 공극율 계수가 5.0일 때 파 차단 성능이 가장 우수하였다. Cho and Kim(2008)가 모형실험을 통하여 구한 공극율 계수와 실제 공극율 사이의 선형 관계식 ($b = 57.63P - 0.9717$)을 이용하면 공극율 계수 5.0은 공극율 $P = 0.1$ 과 같다. 즉, 전체 면적에서 뚫린 면적의 비가 10%인 유공판이 파 차단 성능이 가장 우수하였다. 유공판에 작용하는 파랑하중은 불투과성 판에 비하여 줄어들며 투과율과 유사하게 공극율 계수가 5.0일 때 파랑하중이 가장 작게 나타났다.

유공판의 폭의 변화는 반사율에 큰 영향을 주지 않았지만 방파제로서의 중요한 지표가 되는 투과율은 폭이 증가함에 따라 크게 감소하였다. 또한 입사각이 증가함에 따라 반사율은 증가하며 투과율은 감소하는 경향을 보여주었다. 이러한 해석결과는 수평 유공구조물을 방파제로 활용시 효과적인 배치에 활용될 것이다. 본 연구는 선형포텐셜 이론에 근거하였기 때문에 점성의 영향과 쇄파와 같은 강한 비선형 효과를 고려하지 못하는 단점이 있다. 특히 수평 유공판이 수면위에 놓여 있을 때 유공판 주변에서 쇄파가 발생하며 구멍 주위에 강한 와류(vortex)가 만들어져 복잡한 파동장이 형성된다. 따라서 쇄파에 의한 충격 하중과 와류에 의한 에너지 소멸 등을 고려하여 유공 방파제를 설계하여야 한다. 이를 위한 체계적인 모형실험과 점성수치해석 코드 개발이 필요하다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 제주대학교 연구년 기간에 연구되었음을 밝히고 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- Cho, I.H. (2002). Wave absorbing characteristics of a horizontal submerged punching plate. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 14(4), 265-273.
- Cho, I.H. and Hong, S.W. (2004). Development of a wave absorbing system using an inclined punching plate. *Journal of Ocean Engineering and Technology*, 18(1), 1-6.
- Cho, I.H. and Kim, M.H. (2000). Interactions of horizontal porous flexible membrane with wave. *J Waterway Port Coast Ocean Eng.*, 126(5), 245-253.
- Cho, I.H. and Kim, M.H. (2008). Wave absorbing system using inclined perforated plates. *J. of Fluid Mechanics*, 608, 1-20.
- Cho, I.H. and Kim, M.H. (2013). Transmission of oblique incident waves by a submerged horizontal porous plate. *Ocean Eng.*, 61, 56-65.
- Linton, C.M. (2001). The finite dock problem. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 52, 640-656.
- Liu, Y. and Li, Y.C. (2011). An alternative analytical solution for water-wave motion over a submerged horizontal porous plate. *J. Eng. Math.*, 69(4), 385-400.
- Mathews, J.H. and Fink, K.K. (2004). *Numerical Methods Using Matlab*. 4th Edition, Prentice-Hall Inc.
- Molin, B. and Nielsen, F.G. (2004). Heave added mass and damping of a perforated disk below the free surface. *Proceedings of the 19th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Cortona, Italy.
- Siew, P.F. and Hurley, D.G. (1977). Long surface waves incident on a submerged horizontal plate. *J. of Fluid Mechanics*, 83, 141-151.
- Wu, J.H., Wan, Z.P., and Fang, Y. (1998). Wave reflection by a vertical wall with a horizontal submerged porous plate. *Ocean Eng.*, 25(9), 767-779.
- Zhao, F.F., Bao, W.G., Kinoshita T., and Itakura, H. (2010). Interaction of waves and a porous cylinder with an inner horizontal porous plate. *Applied Ocean Research*, 32, 252-259.

원고접수일: 2013년 8월 27일

수정본채택: 2013년 10월 18일

게재확정일: 2013년 10월 30일

Appendix

A Steffensen법

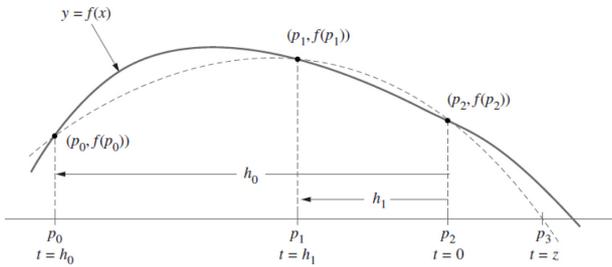


Fig. A1. Muller's method for solving the nonlinear dispersion relation (8).

식 (8)에 주어진 비선형 방정식의 해를 수치적으로 구하는 Muller법은 함수의 미분값을 요구하지 않는다는 측면에서 할선법(secant method)와 유사하다. Muller법은 3개의 초기값 $(p_0, f(p_0)), (p_1, f(p_1)), (p_2, f(p_2))$ 을 가지고 출발하는 축차법(iteration method)으로 복소수 해를 구하는데 많이 이용된다. Fig. A1에 점선으로 나타나듯이 3개의 초기값들을 통과하는 포물선을 그릴 수 있고, 실선으로 표시된 비선형 방정식의 근사해(p_3)을 추정하기 위하여 먼저 세 점을 통과하는 포물선의 식을 구한다. 편의상 변수 x 대신에 새로운 변수 $t(=x - p_2)$ 를 사용한다. 변수 t 와 초기값들의 차 $h_0(=p_0 - p_2), h_1(=p_1 - p_2)$ 를 가지고 포물선의 식을 쓰면 다음과 같다.

$$f(t) = at^2 + bt + c \tag{A1}$$

여기서

$$a = \frac{d_0 h_1 - d_1 h_0}{h_1 h_0^2 - h_0 h_1^2}, \quad d_0 = f(p_0) - c,$$

$$b = \frac{d_1 h_0^2 - d_0 h_1^2}{h_1 h_0^2 - h_0 h_1^2}, \quad d_1 = f(p_1) - c,$$

$$c = f(p_2)$$

식 (A1)에 주어진 2차 포물선의 근은 2개(z_1, z_2)가 존재하며 다음과 같다.

$$z = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{A2}$$

이 방법의 안정성을 보장하기 위하여 식 (A2)에서 z 가 가능한 한 작은 절대값을 갖도록 한다. 따라서 $b > 0$ 일 때 식 (A2)에서 +값을 취하고 $b < 0$ 일 때 -를 취한다. 이로부터 비선형 방정식의 근사해 $p_3(=p_2 + z)$ 을 구할 수 있다. 이전의 초기값 $\{p_0, p_1, p_2\}$ 을 새로운 값 $\{p_1, p_2, p_3\}$ 으로 갱신하여 $|p_k - p_{k-1}| < 10^{-9}$ 을 만족할 때까지 계산을 반복한다.

3개의 초기값을 산정할 때 첫 번째 초기값을 가정하고 나머지 초기값을 Newton-Rapson 방법을 이용하면 특별히 Steffensen법이라 한다. 즉, 첫 번째 초기값 p_0 이 주어질 때 Steffensen법에서는 p_1 과 p_2 는 아래 식과 같이 추정한다. 이후 반복 계산은 Muller법을 따른다.

$$p_1 = p_0 - \frac{f(x)}{f'(x)} \Big|_{x=p_0}, \quad p_2 = p_1 - \frac{f(x)}{f'(x)} \Big|_{x=p_1} \tag{A3}$$