비정렬 혼합 격자계에서 격자 변형 기법을 이용한 가변노즐 유동 해석

김 재 원, 권 오 준*

한국과학기술원 항공우주공학과

NUMERICAL STUDY OF VARIABLE GEOMETRY NOZZLE FLOW USING A MESH DEFORMATION TECHNIQUE ON HYBRID UNSTRUCTURED MESHES

J.W. Kim and O.J. Kwon*

Dept. of Aerospace Engineering, KAIST.

In the present study, unsteady flow simulations of a variable geometry nozzle were conducted using a two-dimensional flow solver based on hybrid unstructured meshes. The variable geometry nozzle is used to achieve efficient performances of aircraft engines at various operating conditions. To describe the motion of the variable geometry nozzle, an algebraic method based on the basis decomposition of normal edge vector was used for the deformation of viscous elements. A ball-vertex spring analogy was used for inviscid elements. The aerodynamic data were obtained for a range of nozzle pressure ratios, and the validations were made by comparing the present results with available experimental data. The unsteady nozzle flows were simulated with an oscillating diverging section and a converging-diverging section. It was found that the nozzle performances are influenced by the nozzle exit flow characteristics, mass flow rate, as well as unsteady effects. These unsteady effects are shown to behave differently depending on the frequency of the nozzle motion.

Key Words : 가변노즐(Variable Geometry Nozzle), 비정상 유동(Unsteady Flow), 격자 변형 기법(Mesh Deformation Technique), 스프링 상사성(Spring Analogy)

1. 서 론

제트 엔진의 노즐은 항공기의 비행 조건에 따라 그 추력의 수준을 변화시키기 위하여 유로의 면적을 변화시킬 수 있는 능력이 요구된다. 초음속으로 순항하는 항공기의 경우, 아음 속 이·착륙, 상승비행 및 초음속 순항 시 제트 엔진 내부의 압력과 온도가 계속적으로 변화하므로 노즐 목의 크기 조절 이 필요하다[1,2]. 가변노즐은 광범위한 비행 고도와 속도 조 건에서 최적의 노즐 형상을 구현함으로써 제트 엔진의 효율 을 향상시키기 위해 사용된다.

가변노즐은 유로의 면적을 변화시키기 위해 수십 또는 수 백 개의 얇은 플랩 부품이 조인트로 연결, 지지된 다물체의 형상을 가지고 있으며, 구동기를 이용하여 노즐 형상의 변경

Received: June 20, 2012, Revised: September 5, 2013, Accepted: September 5, 2013.

* Corresponding author, E-mail: ojkwon@kaist.ac.kr
 DOI http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2013.18.3.026
 © KSCFE 2013

및 유지가 가능하도록 되어 있다. 연료의 연소에 의해 고온 고압의 내부 유동이 발생할 때, 열 및 압력하중이 다물체 연 결품 표면에 작용하여 복잡한 응력 및 변형을 유발한다. 이 때, 플랩의 재료 물성치는 고온의 열 하중에 의해 비선형 거 동을 보이게 되며, 노즐의 거동을 정확하게 예측하기 위해서 는 다른 부품들과의 연결에 의한 기구학적 특성을 적절하게 고려해야 한다. 이러한 절차에 따라 노즐의 각 구성품에 작용 하는 응력 수준을 면밀하게 예측하여야만 가변노즐의 안정적 인 운용이 가능하다. 따라서 제트 엔진 노즐을 모사하는 다물 체 구성품을 설계하기 위해서는 열·유동 및 구조해석을 통합 적으로 수행할 수 있는 기법에 대한 연구가 필요하다. 통합 해석기법에 대한 연구에 앞서, 각 분야별 해석모델을 개별적 으로 개발 할 필요가 있다.

비행 조건에 따라 노즐의 추력을 증감시키기 위한 가변노 줄에 대한 연구는 많은 연구자들에 의해 수행되어 왔다. Carson and Lee[2]는 아음속 순항 및 가속, 초음속 순항 및 가 속 그리고 천음속 가속 비행 조건에 따른 축대칭 노즐 형상 에 대해 실험과 이론적인 연구를 수행하였으며, 초음속 항공

NUMERICAL STUDY OF VARIABLE GEOMETRY NOZZLE FLOW USING ...

기의 가변노즐 설계를 위한 데이터를 제공하였다. 가변 노즐 을 설계할 때, 다양한 노즐 형상 및 비행 조건에 대한 실험은 상당한 시간과 비용이 소모되므로, 상대적으로 시간과 비용이 적게 드는 수치해석을 통해 많은 연구가 수행되었다. Carson[3]은 초음속 순항 및 천음속 가속 비행조건의 노즐 형 상에 대해 노즐 압력비(Nozzle Pressure Ratio)에 따른 노즐 성 능을 수치해석을 통해 얻었다. 또한, Dalbello et al.[4]은 초음 속 순항 조건의 형상에서 노즐 압력비가 탈설계(off-design) 조 건을 가질 때, 난류 모델에 따른 유동 해석을 수행하였다. Sasanapuri et al.[5]은 상용프로그램인 ANSYS Fluent의 압력 및 밀도 기반의 해석 프로그램 검증 및 격자 적응 테스트를 하기 위해 초음속 순항 비행조건의 노즐 형상에 대해 해석을 수행하였다. 하지만 이와 같은 연구들[3-5]은 가변 노즐의 움 직임에 따른 비정상 유동해석이 아닌 정적 형상에 대한 정상 유동 해석만을 수행하였다.

본 연구에서는 제트 엔진의 가변 유로 노즐 구조물의 열· 유동 및 구조의 통합적 해석의 선행연구로서, 가변노즐의 비 정상 유동 해석을 수행하였다. 먼저, 유동해석 코드를 검증하 기 위해 실험결과가 존재하는 2차원 정상유동 노즐에 대해 해석하였다. 그리고 매 시간단계마다 움직임을 모사할 수 있 는 격자변형기법을 적용하여 가변노즐에 대해 비정상 유동 해석을 수행하였으며, 노즐의 형상 변화가 노즐 내부, 외부의 플룸 및 성능에 미치는 영향을 관찰하였다.

2. 수치해석 방법

2.1 지배방정식 및 수치기법

본 연구에서는 2차원, 점성, 압축성 유동을 지배하는 Navier-Stokes 방정식을 비정렬 격자계에서 사용하기 위해 격 자점 중심의 유한체적법으로 이산화 하였으며, 삼각형 및 사 각형 격자요소의 제어체적은 메디안-듀얼을 이용하여 구성된 다. 듀얼 경계면에서의 비점성 플럭스는 Roe의 Flux Difference Splitting을 사용하여 계산하였으며, 점성 플럭스는 중심 차분(central difference) 방법을 이용하여 계산하였다. 시 간 적분을 위해 내재적 시간 적분 방법의 하나인 point Gauss-Seidel 방법을 사용하였다. 정상유동의 해석에서는 해의 수렴성을 향상시키기 위해 국부시간 전진기법을, 비정상 유동 의 해석은 이중시간 전진기법(dual time steeping)을 적용하였 다. 지배 방정식에서의 난류 항은 Spalart-Allmaras의 난류모형 을 이용하여 계산되었으며, 난류 모형 방정식은 지배 방정식 과 유사한 형태로 이산화 되었다.

2.2 경계조건

본 연구에서 사용한 계산영역은 Fig. 1에 나타내고 있는 바와 같이, 외부 압력이 노즐 유동과 상호작용할 수 있도록



Fig. 1 Boundary conditions

노즐을 둘러싼 외부 유동장을 포함한 영역이다. 경계조건은 본 연구에서 해석한 노즐 형상에 대해 모두 동일하게 적용되 었다. 정체(stagnation) 조건은 노즐의 상류 덕트에 적용되었으 며, 전압력과 전온도를 고정시켰다. 유입류(Inlet) 조건은 자유 류 값으로 고정시켰으며, 유출류(Outle) 조건은 국부 마하수에 따라 다르게 적용되었다. 국부적으로 아음속인 경우 압력은 고정시키고 나머지 변수들은 내부의 계산영역에서 외삽하였 으며, 초음속인 경우 모든 변수를 내부의 계산영역에서 외삽 하여 구하였다. 원방경계(far-field)의 적용을 위해 1차원적 유 동에 대한 Riemann invariant를 이용하였으며, 노즐 벽면에는 유동 점착(no-slip) 및 단열(adiabatic) 조건을 사용하였다. 노즐 의 중심축은 대칭(symmetric) 경계 조건을 적용하였다.

2.3 격자변형기법

가변노즐과 같이 물체의 경계가 움직이는 문제는 때 시간 단계마다 새로운 격자계가 요구된다. 새로운 격자계를 구성하 는 방법은 크게 격자 재생성(mesh regeneration) 기법과 격자변 형기법(mesh deformation) 등으로 나눌 수 있다. 때 시간 단계 마다 격자를 재 생성하는 격자 재생성 기법은 방대한 계산 시간이 소요되므로 실제적인 공학 문제에 적합하지 않다. 따 라서 본 연구에서는 가변노즐의 움직임을 모사하기 위해 격 자 변형 기법을 적용하였다. 삼각형으로 구성되는 비점성 격 자에서는 스프링 상사(spring analogy) 기법을, 사각형으로 구 성되는 점성 격자에서는 수직 벡터의 기저 분할에 기반한 대 수적 방법을 각각 이용하였다.

스프링 상사 기법은 초기 격자계의 모든 점이 가상의 스프 링으로 연결되어 있으며 힘 평형상태에 있다고 가정한다. 경 계면에 존재하는 격자점의 위치 변화에 의해 교란된 스프링 시스템은 새로운 힘 평형상태에 도달하게 되며, 이때의 내부 격자점의 위치를 구함으로써 새로운 격자계를 구성하는 방법 이다. 본 연구에서는 여러 스프링 상사 기법 중, 음의 체적



Fig. 2 Computational meshes



Density Gradient Magnitude

Fig. 3 Mach number contours and density gradient magnitude for different nozzle pressure ratios

격자 생성을 방지할 수 있고 높은 격자질을 유지할 수 있다 고 알려진 Ball-vertex 스프링 기법[6]을 적용하였다. 최종 선 형 시스템은 point Gauss-Seidel 방법을 이용하여 풀이되었다. 스프링 상사 기법 및 점성 격자변형기법에 관한 자세한 설명 은 참고문헌 [7]에 기술되어 있다.

움직이는 격자계를 이용하여 계산을 수행할 때, 비점성 항 에 포함되는 격자 속도(grid velocity)를 계산해야 하며, 계산된 격자 속도는 제어체적의 변화와 균형을 맞추어야 한다. 본 연 구에서는 기하학적 보존 법칙(Geometric Conservation Law)을



Fig. 4 Comparison of the present calculation with the experimental data for pressure distribution along the nozzle wall surface

만족하는 격자 속도를 계산하기 위해 각각의 작은 제어표면 의 중심에서 물체의 운동을 미분하였으며, 이를 등가면으로 치환하여 계산하였다.

3. 해석결과 및 토론

3.1 2차원 노즐 형상에 대한 해석 코드 검증

본 연구에서 해석하고자 하는 가변노즐의 유동 해석에 앞 서, 유동해석 코드 검증을 위해 노즐 벽면에서의 실험결과가 존재하는 2차원 노즐 형상[8]에 대해서 해석을 수행하였다. 유동조건은 실험에서의 조건[8]과 동일하게 부여하였으며, 전 온도는 294 K, 대기압은 1 atm, 그리고 레이놀즈 수는 3.2×10⁶ 이다. 노즐 압력비가 각각 2.412, 5.423, 8.78인 경우에 대해 해석하였다. 계산에 사용된 기체는 비열비 1.4의 공기이며, 노 즐 내부의 온도가 크게 높지 않기 때문에 열·화학적 비평형 효과는 고려하지 않았다. Fig. 2는 격자 independence 테스트를 통해 얻어진 격자계로 약 24만개의 격자요소와 약 15만개의 격자점으로 구성된다. 정상 유동해석에서 얻은 y⁺는 초기두께 에서 약 1이었다.

Fig. 3은 노즐 압력비에 따른 마하수 분포도와 밀도구배의 크기를 나타내고 있다. 압력비가 2.412인 경우, 주어진 압력비 조건에서 팽창비(expansion ratio)가 크기 때문에 노즐의 확대 부에 유동 박리가 발생하여 유동이 벽면으로부터 떨어져 나 간 것을 확인할 수 있다. 노즐 중심축의 수직 충격파뿐만 아 니라, 람다 충격파(lambda shock)도 관찰할 수 있다. Fig. 4는 노즐 압력비에 따른 벽면에서의 압력 분포를 나타내고 있다. 압력비가 2.412일 때, x/x,가 약 1.4일 때 유동이 벽면에서 떨



Fig. 5 Unsteady nozzle geometry variations during a period

어져 나가며, 그 후 압력은 대기압으로 회복된다. 현재 계산 결과가 실험값을 비교적 정확하게 예측하고 있다. 압력비가 5.423 이상의 값을 가질 때, 노즐의 확대부에 충격파가 발생 하지 않는 것을 마하수 분포도 및 압력분포에서 볼 수 있다. 또한, 압력비가 5.423일 때에는 과대팽창(overexpansion), 이론 적 설계 조건의 압력비인 8.78에서는 다소 과소팽창 (underexpansion)된 것을 관찰할 수 있다.

Table 1은 노즐 압력비에 따른 추력계수를 실험값과 비교 하고 있다. 현재 계산결과가 실험값보다 약 1% 정도 높게 예 측하고 있으며, 이는 난류 모델의 선정 혹은 실험에서의 3차 원 효과 등에서 기인한 것으로 판단된다. 본 연구에서 사용한 해석 코드가 2차원 노즐 유동의 특성을 비교적 정확하게 포 착하는 것을 확인하였다.

3.2 2차원 기변노즐 유동해석 3.2.1 단순 정현파의 움직임을 갖는 확대부의 진동

노즐의 확대부가 주기적으로 진동할 때, 즉 노즐의 유량은 고정된 상태에서 팽창비가 변할 때 노즐의 유동 특성에 대해 관찰하였다. 노즐 형상 및 유동조건은 3.1절에서의 노즐 및 조건을 이용하였으며, 노즐 압력비는 각각 5.423과 8.78에 대 해 해석하였다.

 Table 1 Comparison between the present calculation and experimental data for thrust coefficient (CT)

	Thrust Coefficient (CT)		
NPR	Experiment[8]	CFD	error %
2.412	0.904	0.9135	1.05
5.423	0.970	0.9799	1.02
8.78	0.986	0.9973	1.15



Fig. 6 Unsteady thrust variations during a period

주기적인 움직임은 식 (1)과 같이 정의하였다. 주파수 특성 에 관련된 변수 c는 노즐의 가변이 필요한 비행 조건에 따라 결정되며, 참고문헌 [1]의 조건 중에서 한 가지를 택하였다.

$$\alpha(t) = \alpha_m \sin(ct), \quad c = \frac{\pi}{8} \tag{1}$$

진동하는 중심점은 노즐 목이며, 진동 크기각 α_m은 실제적 인 가변노즐의 움직임을 고려하여 7도로 선정하였다. 진동 중 심점과 정적 상태 및 최대 변위를 가질 때의 노즐 형상이 Fig. 5에 나타나 있다. 수렴된 정상해로부터 비정상 유동 해석 을 수행하였으며, 2차의 시간 정확도를 확보하기 위해 이중 시간 적분법을 적용하여 30번의 반복 계산을 수행하였다. 총 6 주기 동안 해석을 수행하였으며, 수렴된 해는 3 주기 이후 부터 얻을 수 있었다. 무차원 시간 간격은 0.2로 80번의 반복 계산 후에 한 주기가 이루어진다.

Fig. 6은 한 주기 동안의 추력을 나타내고 있다. 여기서 추 력은 정상 추력 값으로 무차원화 되었다. Fig. 7은 노즐 형상 이 최대 변위를 가질 때의 노즐 압력비에 따른 마하수 분포 도와 밀도구배의 크기를 나타내고 있다. 정상 상태에서 과대 팽창조건인 압력비가 5.423일 때, 팽창비가 증가하면서 추력 이 감소한다. 이는 Fig. 7에서 확인할 수 있으며, 90도에서의 노즐 출구의 충격파 강도가 0도일 때보다 커진 것을 확인할 수 있다. 이후 팽창비가 작아지면서 추력이 증가하는 경향을 보이지만, 노즐 출구에서의 충격파 강도는 여전히 강하다. 팽 창비가 최소인 270도에서는 과소팽창이 되며, 이후 팽창비가 다시 커지면서 추력이 증가한다.

한 주기 내에서 최소 추력 값이 나타나는 시점은 약 100도 이다. 팽창비가 최대인 90도에서 최소 추력 값이 발생하지 않 으며, 이는 노즐 형상이 주기적으로 움직이면서 발생하는 비 정상 유동의 특성에 기인한 것으로 판단된다. 정적 형상에서



Fig. 7 Instantaneous mach number contours and density gradient magnitude for different nozzle pressure ratios

과대팽창 하는 조건이며, 팽창비가 커지면서 충격파의 강도가 더욱 강해진다. 이러한 유동은 다시 팽창비가 작아지는 유동 에 영향을 미치게 되며, 추력과 팽창비가 비례하는 경향이 나 타나지 않는다. 또한, 270도에서 나타나는 과소팽창이 팽창비 가 다시 커지는 유동에도 영향을 미치면서 약 340도 부근에 서 최대 추력 값이 발생한다. 이와 같은 비정상 유동 특성은 노즐 움직임의 주파수에 따라 달라질 것으로 판단된다.

노즐 압력비가 8.78인 경우에서도 5.423의 경우와 마찬가지 로 비정상 유동 특성이 나타난다. 정상 상태에서 과소팽창 하 는 조건이며, 팽창비가 증가하면서 과대팽창으로 바뀌며 이로 인해 추력이 감소한다. 이후 팽창비가 정적 형상인 180도에도



Fig. 8 Unsteady nozzle geometry variations during a period



Fig. 9 Unsteady thrust variations during a period

영향을 미치며, 팽창비가 최소인 270도를 지나고 나서 과소팽 창으로 인해 추력이 증가하는 것을 확인할 수 있다.

3.2.2 단순 정현파의 움직임을 갖는 수축-확대부의 진동

노즐 목의 크기를 조절하여 유량을 변화시킬 때의 유동 특 성에 대해 살펴보았다. 노즐 형상 및 유동조건은 앞 절과 동 일하며, 주기적인 움직임은 식 (1)을 사용하였다. 진동하는 중 심점은 수축부가 시작되는 위치이며, 진동 크기각 α_m 은 5도 이다. Fig. 8에 진동 중심점과 노즐의 형상 변화를 나타내고 있다. 노즐의 수축비는 정현파 형태로 변화하며, 팽창비는 거 의 변하지 않는 것을 볼 수 있다.

Fig. 9는 한 주기 동안의 추력을 나타내고 있으며, 추력은 정상 상태 값으로 무차원화 되었다. 수축비가 최소인 90도를 지나서 최대 추력 값이 발생하며, 수축비가 최대인 270도를



Fig. 10 Instantaneous mach number contours and density gradient magnitude for different nozzle pressure ratios

지나서 최소 추력 값이 발생한다. 이는 유량의 증감에 따른 결과이며, Fig. 10의 마하수 분포도 및 밀도구배의 크기 분포 도에서도 확인할 수 있다.

노즐 압력비가 5.423인 경우, 과대팽창 유동인 정적 형상에 서 노즐 목이 커짐에 따라 유량이 증가한다. 이후 노즐 목이 작아지면서 노즐 출구의 충격파 강도가 약해지며, 노즐 목의 크기가 최소가 되었을 때, 최적 팽창에 가까운 유동이 나타난 다. 압력비가 8.78인 경우에도 유사한 특성을 갖는다. 하지만 추력은 노즐 출구의 유동 특성보다 유량에 크게 영향을 받는 것을 확인할 수 있다.



Fig. 11 Computational meshes



Fig. 12 Unsteady nozzle geometry variations during a period

3.2.3 단순 기구학적 움직임을 갖는 수축-확대부의 진동

노즐 목의 크기 조절을 통해 유량을 변화시킬 뿐만 아니 라, 팽창비도 변화할 때의 특성에 대해 살펴보기 위한 비정상 유동 해석을 수행하였다. 노즐의 형상은 미국의 가변노즐 특 허형상[9]를 이용하였다. 3차원 특허형상을 2차원으로 가정하 여 모델링하였으며, 노즐의 움직임은 단순한 기구학적 모델로 모사되었다. 유동조건은 3.1절에서의 조건을 사용하였으며, 노 즐 압력비는 각각 4.0과 8.0에 대해 해석하였다. Fig. 11은 해 석에 사용된 격자계로 약 19만개의 격자요소와 약 12만개의 격자점으로 구성된다. 수렴된 정상해로부터 비정상 유동 해석 을 수행하였다. 무차원 시간 간격은 0.1로 160번의 반복계산 후에 한 주기가 이루어진다.

Fig. 12는 힌지의 위치와 한 주기 동안의 노즐의 형상 변 화를 나타낸다. 90도에서 노즐 목의 크기와 팽창비가 최대가



Fig. 13 Unsteady thrust variations during a period

되며, 270도에서 최소가 된다. Fig. 13은 한 주기 동안의 추력 을 나타내고 있으며, 추력은 정상 상태 값으로 무차원화 되었 다. 정적 형상에서 노즐 목과 팽창비가 커짐에 따라. 추력이 증가한다. 이후 노즐 목과 팽창비가 다시 작아짐에도 불구하 고 180도에서의 추력이 90도보다 높은 값을 보이며 선형적으 로 증가한다. 이는 90도 부근에서 유량은 최댓값을 갖지만 팽 창비가 커서 과대팽창 유동이 형성되기 때문으로 판단된다. 180도 이후에 노즐 목과 팽창비가 계속적으로 작아지면서 추 력이 감소하다가, 유량과 팽창비가 다시 커지는 270도를 지나 서 증가하는 경향을 보인다. Fig. 14는 노즐 형상이 정적 상태 및 최대 변위를 가질 때의 노즐 압력비에 따른 마하수 분포 도와 밀도구배의 크기를 보여준다. 유량 및 팽창비가 계속적 으로 변화하면서 강한 충격파와 주위의 아음속 유동의 상호 간섭으로 인해 매우 복잡한 유동 패턴이 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 앞 절에서의 결과와 마찬가지로 매 시간단계마다 노즐이 움직일 때, 앞선 유동에 영향을 받는 비정상 유동의 특성을 확인할 수 있다.

4.결 론

본 연구에서는 제트 엔진의 가변 노즐 구조물의 열·유동 및 구조의 통합적 해석의 선행연구로서, 2차원 가변노즐의 비 정상 유동해석을 수행하였다. 매 시간단계마다 노즐의 형상 변화를 모사하기 위해 격자변형기법을 적용하였다.

가변노즐의 유동해석에 앞서, 실험결과가 존재하는 2차원 노즐에 대해 해석을 수행하였으며, 노즐 유동 특성을 비교적 정확하게 포착하는 것을 확인하였다. 가변노즐은 각각 팽창비 의 변화, 유량의 변화 및 팽창비, 유량 모두 변화하는 경우에 대해 해석을 수행하였다. 팽창비가 변화하는 경우, 추력은 노 즐 출구의 유동 특성에 따라 나타난다. 유량이 변화할 때 추 력은 유량에 의해서만 결정되며, 팽창비가 함께 변하면서 발



Fig. 14 Instantaneous mach number contours and density gradient magnitude for different nozzle pressure ratios

생하는 노즐 출구의 유동 특성도 추력에 영향을 미치는 것을 관찰하였다. 매 시간단계마다 노즐의 형상변화가 노즐 내부 및 외부에 영향을 미치는 비정상 유동 특성을 확인하였으며, 이는 노즐 움직임의 주파수에 따라 달라질 것으로 판단된다. 본 연구에서 사용한 유동해석 코드가 가변노즐의 비정상 유 동 특성을 포착하는 것을 확인하였으며, 향후 제트 엔진의 가 변 노즐 구조물의 열·유동 및 구조의 통합적 해석 연구에 활 용될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 논문은 방위사업청과 국방과학연구소의 지원 (UD120039CD)과 2013년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구(No. 2009-0083510) 이며, 이에 감사드립니다.

Note

This paper is a revised version of a paper presented at the KSCFE 2013 Spring Annual meeting, Seogwipo, Jeju, May 15-16, 2013.

References

- 2011, Park, D.C., Lee, S.Y., Lee, J.Y., Yun, S.J., Cho, S.W. and Youn, H.G., "Development of Synchronization Test System for a Variable Nozzle," 2011 KSPE Spring Conference, pp.130-131.
- [2] 1981, Carson, G.T.Jr. and Lee, E.E.Jr., "Experimental and Analytical Investigation of Axisymmetric Supersonic Cruise Nozzle Geometry at Mach Numbers From 0.60 to 1.30," NASA TP-1953.
- [3] 1994, Carson, J.R., "Computational Prediction of Isolated Performance of an Axisymmetric Nozzle at Mach number

0.90," NASA TM-4506.

- [4] 2003, Dalbello, T., Georgiadis, N.J., Yoder, D.A. and Keith, T.G., "Computational Study of Axisymmetric Off-Design Nozzle Flows," NASA TM-2003-212876.
- [5] 2013, Sasanapuri, B., Kumar, M., Wirogo, S. and Kurbatskii, K.A., "Numerical Study of a Supersonic Cruise Nozzle," *AIAA Paper 2013-0492*.
- [6] 2005, Bottasso, C.L., Detomi, D. and Serra, R., "The Ball-vertex Method: A New Simple Spring Analogy Method for Unstructured Dynamic Meshes," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.194, pp.4244-4264.
- [7] 2009, Lee, H.D., Jung, M.S. and Kwon, O.J., "Numerical Analysis of Unsteady Viscous Flows using a Fast Grid Deformation Technique on Hybrid Unstructured Meshes," *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol.14, No.3, pp.33-48.
- [8] 1998, Hunter, C.A., "Experimental, Theoretical and Computational Investigation of Separated Nozzle Flows," *AIAA Journal*, Vol.20, No.9, pp.1219-1227.
- [9] 1971, Johnson, D. and Mar, H.M., "Variable Jet Propulsion Nozzle," *United States Patent*, No.3612400.