

복합재 추진기관의 확률적 구조 설계 기법

황태경^{a,*} · 김형근^a · 김성은^a

A Probabilistic Structural Design Method of Composite Propulsion System

Tae-kyung Hwang^{a,*} · Hyung-kun Kim^a · Seong-eun Kim^a^aAdvanced Propulsion Technology Center, Agency for Defense Development, Korea^{*}Corresponding author. E-mail: htkkr@add.re.kr

ABSTRACT

This paper describes a probabilistic structural design method of composite propulsion system by comparing safety factor based on average value and allowable value with structural reliability. Generally, the required structural safety factor and reliability of composite pressure vessel are 1.5 and 0.999, respectively. In the case of structural design using average strength, the safety factor which satisfies the required structural reliability depends on the variation of fiber strength. However, the structural design using allowable value shows constant safety factor for the variation of fiber strength, because the allowable value of fiber strength is calculated by considering the variation of fiber strength. Through the analysis results, it was known that the fiber strength is the most important design random variable for the structural design of composite pressure vessel and the variation of fiber strength must be minimized to develop the high performance composite propulsion system.

초 록

본 논문은 평균값과 Allowable 값 기준의 구조 안전율과 구조 신뢰도와 관계 비교를 통해 복합재 추진기관의 확률적 구조 설계 방법을 설명하였다. 일반적으로 복합재 압력용기의 평균 값 기준의 구조 설계는 1.5 이상의 구조 안전율과 0.999 이상의 구조 신뢰도 값이 요구된다. 요구 압력 기준의 0.999의 구조 신뢰도를 만족하기 위해서 평균 값 기준의 구조설계는 섬유 강도의 변동률에 따라 다른 구조 안전율을 부여해야한다. 그러나 이미 섬유 강도 변동률이 고려된 Allowable 값을 이용할 때는 고정된 안전율이 부여된다. 이상의 해석 결과로 볼 때 섬유 강도는 복합재 압력용기 구조 설계에 가장 중요한 설계 변수이고, 우수한 성능의 복합재 추진기관을 개발하기 위해서는 섬유 강도의 변동률이 최소화되어야 함을 알 수 있었다.

Key Words: Fiber Strength(섬유강도), Reliability(신뢰도), Safety Factor(안전률), Allowable Value(허용값)

σ : standard deviation

α : shape parameter of Weibull function

β : scale parameter of Weibull function

COV : coefficient of variation

1. 서 론

섬유 강화 복합재는 재료 특성상 방향별 다른 재료 물성을 갖으며, 물성의 변동성이 기존 금속에 비해 상당히 큰 편이다. 이러한 물성의 변동성은 제작 공정 변수의 영향으로 최종 구조물에 이르러서는 더욱 커지는 경향을 보이게 된다[1]. 이러한 이유로 복합재 구조물의 구조 안전율은 금속재에 비해 다소 크게 부여하는 경향이 있다. 평균 값 기준의 구조 안전율 적용과 관련하여 1984년도에 MIL-STD-1522A에서 처음으로 COPV (Compoiste Overwrapped Pressure Vessel)에 대한 설계와 시험에 관한 표준화가 이루어졌으나, 이들 기준은 내부 금속 라이너에 한정된 관계로 2000년 APVWG(AIAA Aerospace Pressure Vessel Working Group)에서 COPV용 ANSI/AIAA S-081 기준서를 정립하여 NASA 및 군 위성 프로그램에 적용해 왔다[2-3]. 이후 2006년에 S-081A로 기준이 개정되어 현재까지 사용되고 있다. 또한 구조 신뢰도 측면에서 NASA/TM 2006-214660등 [4-5]에서 내압 작동 압력 기준으로 COPV의 구조신뢰도 조건을 명시하고 있다. COPV에 대한 구조 안전율은 최소 1.5이상, 작동 압력에 대한 구조 신뢰도는 0.999이상을 요구하고 있다. 실제로 현재 사용 중인 복합재 추진기관(VT-1, Delta II, Erint-1..)의 MEOP (maximum expected operating pressure)에 대한 구조 안전율은 평균적으로 약 1.5정도를 부여하고 있다. 이때 0.999의 구조 신뢰도는 90% 신뢰수준에서 약 2,300개의 시험이 요구 내압 하중에서 파괴가 발생되지 않을 정도로 매우 엄격한 요구 조건이다. 기본적으로 복합재는 재료 물성 및 제작 공정 변수의 큰 변동성으로 인해, 압력 용기 구조 설계 시에 평균 값 개념의 구조 안전율보다는 변동성이 고려된 구조 신뢰도 개념이 보다 설득

력 있고 타당한 접근방법이다. 그러나 구조 신뢰도 계산 방법은 재료 물성과 제작 공정 변수를 설계 확률 변수(design random variable)로 하는 확률적 해석 기법을 필요로 하여 기존 평균 값 해석 방법에 비해 복잡하고, 전문적인 지식과 이해가 요구되는 어려움이 있다. 그러므로 본 논문에서는 복합재 압력용기의 구조 신뢰도 설계를 기존의 구조 안전율 측면에서 쉽게 접근할 수 있도록, 평균 개념의 구조 설계와 확률 변수의 변동성을 함수로하는 확률적 설계 간의 상호 관계를 정량적으로 규명해보았다.

2. 복합재 구조 설계 개념

2.1 파손 및 구조 안전율 개념

복합재 압력 용기인 경우 하중 대부분을 섬유가 지탱하므로 수지 균열(matrix cracking)로 기인되는 초기 층 파손 이론은 실제 강도보다 상당히 낮은 결과를 나타냄으로 인해 최대 섬유 응력이나 변형률 이론을 이용한 최종 층 파손 이론이 주로 적용되었다. 그러나 이러한 최종 층 파손은 극단적인 파손 형태를 모사한 것으로 실제 구조물 강도 값보다 높은 결과를 보이므로, 이러한 문제점을 보완하기 위해 파손 층 별 물성 저하를 고려한 연속 파손 해석(progressive failure analysis)이 적용되어 왔다. 그러나 이러한 해석 대부분은 재료 물성을 확정 값(deterministic value)으로 입력함으로써 복합재의 재료 물성 이방성과 제작 공정 변수로 인한 재료 물성의 불확실성(uncertainties)으로 나타나는 변형 및 강도의 변동성을 제대로 구현할 수 없게 된다. 이러한 변동성으로 인한 구조 안전성의 문제점을 보완하기 위해 구조 안전 계수(safety factor) 개념이 적용되어 일반적으로 복합재 압력용기인 경우 1.5 이상의 안전계수가 적용되어왔다.

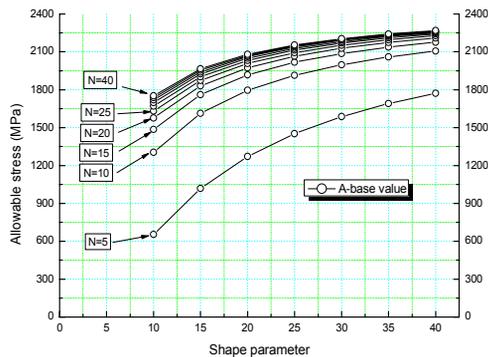
2.2 허용 값 개념 (allowable value)

MIL-HDBK-17 [6]에서 복합재 물성의 변동성에 따른 문제점을 최소화하기 위해 복합재 구조

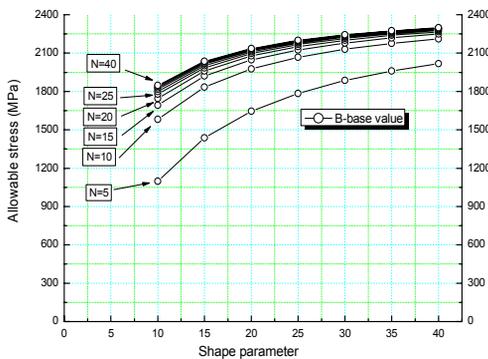
물 설계 시에 1차 구조재인 경우 A-allowable 값을 사용하고 2차 구조재인 경우 B-allowable 값을 사용하도록 명시하고 있다. 이때 A-allowable 값은 95% 신뢰수준에서 99% 생존할 수 있는 값이고, B-allowable 값은 95% 신뢰수준에서 90% 생존 가능한 값을 의미한다. 이러한 Allowable 값은 설계 확률 변수의 변동성에 크게 좌우되어 시편 수량에 따라 크게 변화된다. Fig. 1은 시편 수량 변화에 따른 섬유 강도의 Weibull 척도 파라미터의 A, B allowable 값 분포를 나타내고 있다.

2.3 구조 신뢰도 개념

구조물의 정확한 구조 신뢰도(reliability) 예측



(a)



(b)

Fig. 1 A/B allowable value distribution according to the variation of shape parameter; (a) A-allowable, (b) B-allowable.

이 안 된 상황에서의 부적절한 안전을 적용은 구조물의 조기 파괴나 무게 증가로 인한 성능 저하의 원인이 될 수 있다. 이러한 이유로 복합재 압력 용기의 성능 향상과 안전성 보장을 위해 재료 물성과 제작 공정 변수 영향을 정량적인 설계 확률 변수로 하는 확률 강도 해석 기법이 요구되었다. 이러한 설계 변수의 분포 값을 해석하기 위한 확률 해석 기법으로 1차, 2차 근사 신뢰도 방법(first-order reliability method (FORM), second-order reliability method(SORM), 모멘트 확장 방법(edgeworth expansion), 몬테카를로 방법(monte carlo)등이 주로 적용되고 있다 [7-11]. Fig. 2는 확률 강도 해석을 통해 구해진 최종 성능의 확률 밀도 함수로서 요구 신뢰도 조건에 따른 허용 구간을 나타내고 있다. 일반적으로 복합재 압력용기인 경우, 작동 압력에 대해 0.999 이상의 구조 신뢰도 값을 요구하고 있다.

3. 복합재 연소관 적용 사례

구조 신뢰도 개념의 복합재 연소관 구조설계는 확률 강도해석을 통해 이루어진다. 직경 250.0 mm의 시험용 고압 압력용기를 모델로 하여 구조 신뢰도 설계를 수행하였다. 강도 전이율(II)를 0.6으로 고정하여 원통부 파괴 유도 설계를 하였고, 요구 압력은 2,500 psi를 적용하였다. Table 1은 사용된 고강도 탄소섬유(T700/epoxy)의 재료물성 분포를 나타내고 있다. Table 1에서 보듯이 방향별 강도는 Weibull 분포를 따르고, 탄성 계수는 Normal 분포를 따르고 있다.

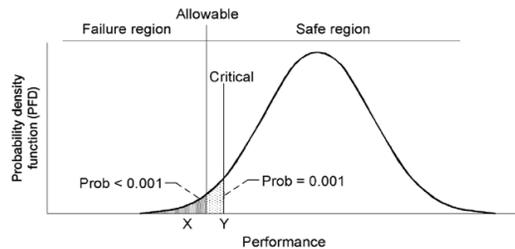


Fig. 2 Probability density function for the performance of composite pressure vessel.

Table 1. The distribution function of material properties for each direction.

	Distribution	μ	σ	α	β	N
X	Weibull/Normal	247	7.44	21.8	252.0	27
X'	"	93.3	7.75	14.6	96.9	29
Y	"	3.24	0.16	22.6	3.313	30
Y'	"	13.3	1.54	10.5	14.03	29
S	"	7.72	0.36	20	7.905	29
ST*	"	6.94	0.12	40	6.99	30
E ₁	Normal	13720	644	-	-	29
E ₂	"	780.3	26.9	-	-	30
G ₁₂	"	375.5	30.4	-	-	28
V ₁₂	"	0.298	0.05	-	-	29

(μ : average, σ : standard deviation, α : shape parameter, β : scale parameter, N: number of specimen, ST: short beam test)

Table 1의 재료물성은 필라멘트 와인딩으로 평판을 제작하여, ASTM 규정에 따라 수행된 자체 시험 결과이다. 압력용기의 파열 압력에 영향을 미치는 주 인자는 후프(Hoop) 적층 두께와 섬유 방향 강도로서[12] 해석의 편의성을 위해 본 논문에서는 섬유 강도 분포만 본 해석에 이용하였다. 이러한 중요 확률 변수의 공정별 크기별 정확한 분포 함수를 구하기 위해 자체 개발한 hoop ring 시험법이 적용되었다[13]. 복합재 적층 이론과 최대 섬유 파손 이론을 도입한 구조 안전을 설계를 통해 적층 설계가 이루어졌고, FORM 기법을 이용한 확률 강도 해석을 통해 압력용기의 파열 분포를 구하였다.

Fig. 3은 평균값 기준의 구조 안전을 변화에 따른 파열 압력 분포를 나타내고 있다. 이때의 섬유 강도 변동률(coefficient of variation, C.O.V)은 5.0%로 고정하였다. 예상한 바와 같이 구조 안전을 증가에 따른 적층 두께 증가로 파열 압력 분포도 크게 증가함을 볼 수 있다.

이때 요구 압력 2,500psi 기준의 0.999의 구조 신뢰도 값을 만족시키기 위해서는 Fig. 4에서 보듯이 평균 값 기준의 구조 안전율이 최소 1.35이상이어야 함을 알 수 있다. 즉 변동률이 5.0%인 섬유 강도의 평균값으로 적층 설계할 경우에 최소

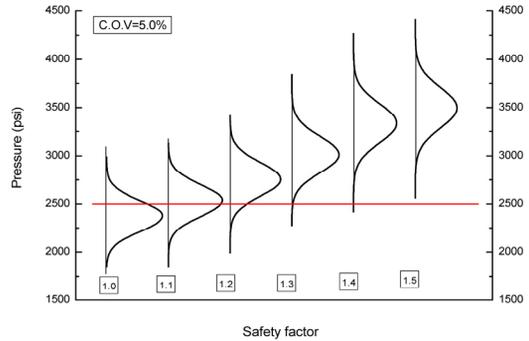


Fig. 3 Burst pressure distribution for the change of safety factor. (COV=5.0%)

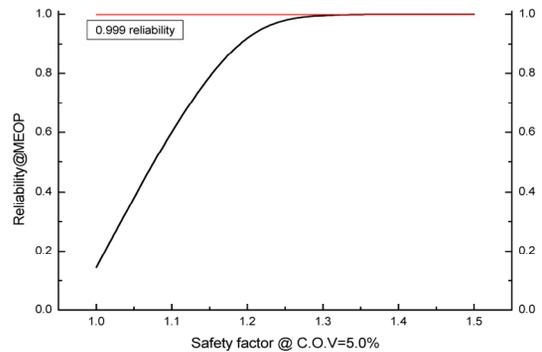


Fig. 4 The distribution of structural reliability curve for the change of safety factor. (COV=5.0%)

1.35이상의 구조 안전율이 고려된 적층 설계가 이루어져야 요구 압력에서 0.999의 구조 신뢰도가 보장됨을 의미한다.

4. 결과 분석

평균 값 기준의 구조 안전율과 A,B allowable 값 그리고 구조 신뢰도 간의 관계를 정량적으로 확인하기 위해 섬유 강도 변동률을 확률 변수로 하는 확률 강도 해석을 수행하였다. 이때 A,B allowable 값은 시편 수량의 함수이기 때문에 시험 수량은 20개로 고정하여 값을 구하였다. Table 2는 섬유 강도 변동률 변화에 따른 섬유 강도 분포로서, Weibull 척도 파라미터는 고정하고 Eq. 1을 이용하여 형상 파라미터와 평균 값

Table 2. Statistical Values for the Variation of C.O.V.

$v(\%)$	3.1	3.6	4.2	5.0	6.2	8.2	12.0
α	40.0	35	30	25	20	15	10
μ	249	248	247	245	243	240	231
σ	7.83	8.91	10.3	12.3	15.2	20	28.8
β	252.0						
β_A	225	221	217	210	200	186	160
β_B	231	228	224	220	212	200	178

그리고 A, B allowable 값(β_A, β_B)을 구하였다. 표에서 보듯이 변동률 증가에 따라 표준편차 값이 증가하여 Eq. 1에 의해 A, B allowable 값이 급격히 낮아짐을 볼 수 있다. Fig. 5는 섬유강도 변동률 변화에 따른, 구조 안전율과 구조 신뢰도 선도간의 관계를 나타내고 있다. 변동률이 작을 수록 낮은 구조 안전율에서 0.999의 구조 신뢰도를 만족함을 볼 수 있다. Fig. 6은 섬유 강도 변동률 변화에 따라 0.999의 구조 신뢰도를 만족시키는 평균 값 기준의 구조 안전율과 A,B allowable 값 기준의 구조 안전율 선도를 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 섬유 강도 변동률이 증가할 수록 요구되는 평균 값 기준의 구조 안전율은 급격히 증가하는 반면에 allowable 값 기준의 구조 안전율은 일정 값을 나타내고 있다. 즉 allowable 값은 이미 강도 변동률이 고려된 결과이기 때문에 변동률이 변화함에도 요구 구조 안전율이 일정한 값을 유지한다.

$$\mu_i = \beta_i \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\alpha_i} + 1\right), \quad \sigma_i = \sqrt{\beta_i^2 \cdot \Gamma\left(\frac{2}{\alpha_i} + 1\right) - \mu_i^2} \quad (1)$$

5. 결 론

본 논문을 통해 평균값과 A, B allowable 값 기준의 구조 안전율이 구조 신뢰도와 어떠한 관계를 갖는지를 확률 강도해석을 통해 정량적으로 확인하였다. 확률 변수로서, 성능에 가장 큰 영향을 미치는 섬유 강도의 변동률을 이용하였다. 직경이 250.0 mm이고 요구 압력이 2,500 psi

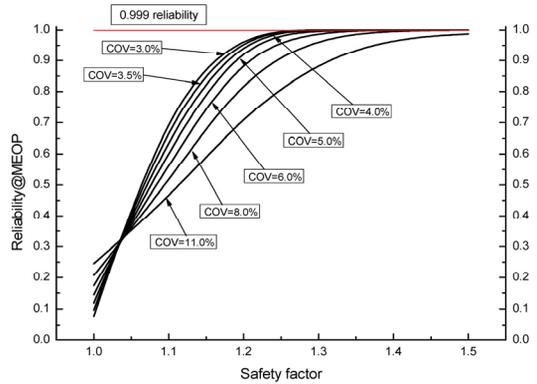


Fig. 5 The distribution of structural reliability for the variation of safety factor and COV.

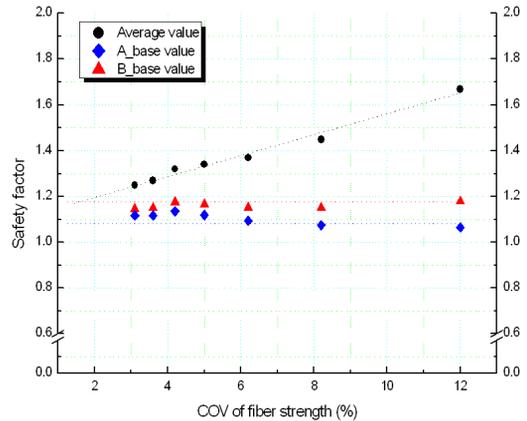


Fig. 6 Required safety factor value for the variation of COV.

인 복합재 추진기관인 경우, 요구 압력 기준의 0.999의 구조 신뢰도를 만족하기 위해 평균 값 기준의 섬유 강도로 구조 설계할 때는 섬유 강도 변동률 변화에 따라 다른 구조 안전율을 부여해야한다. 반면에 A, B allowable 값을 이용할 때는 Allowable 값들이 이미 섬유강도 변동률을 고려한 결과이기 때문에 변동률에 무관하게 각각 1.15와 1.2의 고정된 구조 안전율을 부여하면 0.999의 구조 신뢰도를 만족할 수 있다. 그러므로 확률적 해석 기법 적용이 어려운 경우, 본 논문에서 제시한 평균 값 기준의 구조 안전율을 적용하거나, Allowable 값 기준의 구조 안전율을 적용하면 요구 구조 신뢰도 조건을 비교적 간단

한 방법으로 충족시킬 수 있을 것으로 판단된다. 그러나 이러한 결과는 복합재 추진기관의 설계 확률 변수를 섬유 강도로 한정된 것으로, 적층 두께 및 하중 조건 등의 확률 변수가 추가되면 다른 결과로 나타날 수 있다.

References

1. Hwang, T.K., Doh, Y.D., and Kim, H.G., "Size Effect on Tensile Strength of Filament Wound CFRP Composites," *Journal of the Korea Society for Composite Materials*, Vol. 24, No. 5, pp. 1-8, 2011.
2. Standard General Requirements for Safe Design and operation of Pressure Missile and Space Systems, *MIL-STD 1522A*, 1995.
3. Space systems Composite Overwrapped Pressure vessels, *ANSI/AIAA S-081*, 2000.
4. James L.E., Alen G.A., and Kent, C., "Applying Design to Reliability Techniques to a Composite Solid Rocket Motor Case," *AIAA-91-1033-CP*.
5. Chamis, C.C., Probabilistic Design of Composite Structures, *NASA/TM-2006-214660*, 2006.
6. Donald, M.N. and Vangel, M.G., "Statistically Based Material Properties- a Military Handbook-17 Perspective," *AD-A219195*, 1990.
7. Cederbram, G., Elishakoff, I. and Librescu, L., "Reliability of Laminated Plates via the First-Order Second Moment Method," *Composite Structures*, Vol. 15, pp. 161-167, 1990.
8. Miki, M. and Murotsu, Y., "Reliability of Unidirectional Fibrous Composites," *AIAA journal*, Vol. 28(11), pp. 1980-1986, 1990.
9. Sciuva, M.D. and Lomario, D., "A Comparison between Monte Carlo and FORMs in Calculating the Reliability of a Composite Structure," *Composite Structures*, Vol. 59, pp. 155-162, 2003.
10. Wetherhold, R.C., "Reliability Calculation for Strength of Fibrous Composite under Multi-Axial Loading," *Journal of composite materials*, Vol. 15, pp. 240-248, 1981.
11. Jeong, H.K. and Sheno, R.A., "Probabilistic Strength Analysis of Rectangular FRP Plates Using Monte Carlo Simulation," *Computers & structures*, Vol. 76, pp. 219-235, 2000.
12. Hwang, T.K., Hong, C.S. and Kim, C.G., "Probabilistic Deformation and Strength Prediction for a Filament Wound Pressure Vessel," *Composite Part B*, Vol. 34, pp. 481-497, 2003.
13. Hwang, T.K., Park, J.B., and Kim, H.G., "Evaluation of Fiber Material Properties in Filament Wound Composite Pressure Vessels," *Composite Part A*, Vol. 43, pp. 1467-1475, 2012.