

LMI 최적화를 이용한 2축 정밀 스테이지의 강인제어

김영식^a, 박흥석^a, 김인수^{a*}

Robust Control of Two-axes Precise Stage Using LMI Optimization

Yeung-Shik Kim^a, Heung-Seok Park^a, In-Soo Kim^{a*}^a Department of Mechatronics, Kumoh National Institute of Technology Daehak-ro 61, Gumi, Gyeongbuk, 730-701, Republic of Korea

ARTICLE INFO

Article history:

| | | | |
|----------|----|-----------|------|
| Received | 11 | June | 2013 |
| Revised | 3 | September | 2013 |
| Accepted | 4 | September | 2013 |

Keywords:

LMI
LQG/LTR
Robust control
Two-axes precise stage

ABSTRACT

In this paper, a robust optimization approach is applied to the two-axes stage using a piezoelectric actuator for precise motion tracking. Robust control is based on LQG/LTR (linear quadratic Gaussian control with loop transfer recovery) control. Further, an LMI (linear matrix inequality) is used to find the optimal parameter in the loop transfer recovery step, instead of a trial and error method. A decoupler in the shape of FIR filter is added to reduce the coupling effect between the motions of the two axes, and hence, the feedback control loop is designed independently for each axis motion. The experimental result shows that the proposed control scheme can be applied effectively for motion control of the two-axes stage.

1. 서론

MEMS(Micro Electro Mechanical Systems)산업의 발달로 인해 마이크로 단위 변위를 제어하는 기술개발이 활발히 진행되고 있다. MEMS 기술은 나노, 바이오, 로봇 기술 산업 등에 밀접한 관련이 있으며 이송기구의 정밀성, 고응답성 및 강인성을 동시에 요구하고 있다. 현재 이송장치에 주로 이용되는 작동기로는 유공압 장치 또는 전기모터가 이용된다. 유공압 장치의 경우 작동 매체의 고유특성으로 인하여 초정밀도 구현이 어렵고 전기모터로 정밀 선형 이송제어를 하기 위해서는 운동변환과 관련된 기구가 필요하다. 또한 이들 작동기에 기초한 선형 이송장치들은 소형화, 경량화에 기술적, 물리적 한계를 가지게 된다. 이같은 한계 극복에 있어 강점을 가지고 있는 스마트 재료 중 하나가 압전소자이고 이것은 고응답성, 고출력 및 고분해능의 장점을 가지고 있다^[1].

그러나 압전 작동기는 강유전성으로 인한 히스테리시스(hysteresis), 입력전압의 변화가 없어도 시간에 따라 변위가 증가하는 크리프(creep) 및 잔류변위 특성 등으로 인한 재료 자체의 비선형성 존재한다. 이 같은 압전소자의 비선형특성을 보완하고 구동 정밀도를 향상시키기 위해 압전소자 제어에 관한 다양한 연구들이 진행되어 왔다^[2-5].

본 연구에서는 압전소자를 작동기로 사용하고 구조적으로 진동 감쇠능이 매우 낮고 두 축 운동사이의 연성효과가 큰 2축 스테이지를 정밀 위치제어하기 위한 서보계 설계방법을 제시한다. 스테이지의 동적특성은 주파수영역에서의 커브피팅(curve fitting)방법으로 모델링 되고 스테이지의 구조적 특성에 의해 발생하는 연성효과는 FIR 필터 형태의 비연성기를 통해 최소화 시킨다. LQG/LTR 기법이 제어기 설계를 위해 사용된다. 하지만 이 기법은 제어기 설계 과정 중 설계값의 선정이 다수의 시행착오를 통해 비체계적으로

* Corresponding author. Tel.: +82-54-478-7345

Fax: +82-54-478-7319

E-mail address: kiminsoo@kumoh.ac.kr (In-Soo Kim).

얻어지게 되는 문제점이 있다.

이를 개선하기 위하여 본 연구에서는 루프전달회복 설계과정에서 Lyapunov 행렬 방정식과 선형 행렬 부등식(LMI, Linear Matrix Inequality)을 이용하여 제어기 설계값의 선정이 체계적으로 얻어지고 제어입력의 포화상태가 발생하는 경우에도 제어계의 안정성이 보장되도록 한다. 또한 이같이 설계된 2축 스테이지가 매우 효율적으로 기능함을 실험을 통해 제시하기로 한다.

2. 제어기 설계

2.1 비연성기

외란에 의한 정상상태 오차 제거와 높은 명령 추종성을 갖는 제어시스템을 설계하기 위해 모델링된 플랜트 전달함수 H 에 적분 요소를 첨가하여 Fig. 1과 같이 새로운 설계 플랜트 H_p 를 정의하기로 한다.

2×2 입출력 시스템에 비연성기를 추가하여 2축 스테이지 운동간에 발생하는 연성효과를 최소화할 수 있다.

Fig. 2는 스테이지 모델을 2개의 단일 입출력계로 분리하고 제어기 T_x 와 T_y 및 비연성기 D_{xy} 와 D_{yx} 로 구성된 제어시스템을 나타낸 것이다. H_{xx} , H_{xy} , H_{yy} 및 H_{yx} 는 2×2 스테이지 계를 표현한다. 비연성기 D_{xy} 와 D_{yx} 가 식 (1)을 만족하면 축 사이의 연성효과는 완전히 제거된다.

$$\begin{aligned} D_{xy}H_{yy} &= H_{xy} \\ D_{yx}H_{xx} &= H_{yx} \end{aligned} \quad (1)$$

H_{xx} 와 H_{yy} 에 비최소 위상특성이 포함될 경우 특이값 분리를 통한 역변환 필터 구현방식^[6]을 이용하여 FIR 필터 형태의 비연성기 D_{xy} 와 D_{yx} 를 설계할 수 있다.

D_{xy} 에 대한 스테이지의 역변환 필터 구현방식은 Fig. 3와 같이 표현되며 입력신호의 벡터 $r(n)$ 이 FIR필터 D_{xy} 를 거쳐 H_{yy} 에 인가되어 나오는 출력신호 $d(n)$ 은 식 (2)와 같이 표현된다.

$$d(n) = D_{xy}(n) * H_{yy} * r(n) \quad (2)$$

여기서 $*$ 는 합성곱(convolution integral)을 표시한다. 제거하고자 하는 연성계 H_{xy} 의 출력신호를 $c(n)$ 이라 할 때 $d(n)$ 과의 오차 $e(n)$ 는 식 (3)과 같다.

$$e(n) = c(n) - d(n) \quad (3)$$

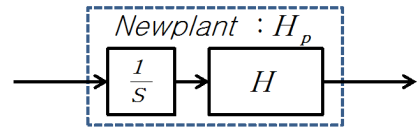


Fig. 1 Measured response and control input of LQG/LTR control system and LMI control system

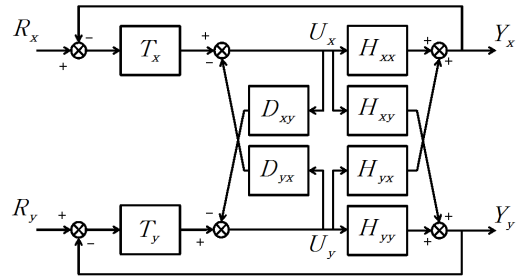


Fig. 2 Schematic diagram of the system with decoupler and controller

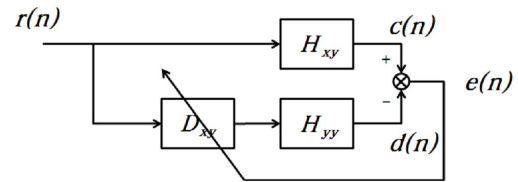


Fig. 3 Block diagram for implementation and learning of a decoupler

위 오차 신호의 제곱의 합을 최소화 하는 방향으로 필터 계수를 학습시킬 수 있으며 이를 위해 널리 이용되는 기법이 filtered-x LMS 알고리즘으로서^[7] D_{xy} 의 학습 법칙은 수렴계수 γ 를 포함하여 다음과 같이 정리된다.

$$D_{xy}(n+1) = D_{xy}(n) + \gamma e(n) H_{yy} * r(n) \quad (4)$$

2.2 강인 제어기

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + L\xi(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + \mu\zeta(t) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 x 는 상태벡터, y 는 출력 및 u 는 입력이다. 그리고 A , B , C 및 D 는 설계 플랜트 모델 H_p 를 상태 방정식으로 나타낸 시스템 행렬이다. ξ 와 ζ 은 크기 I 인 가상의 백색잡음이다. 그리고 μ 와 L 은 설계계수 행렬이다. 목표필터루프 설계를 위해 가상적인 잡음에 대한 Kalman 필터 F 를 이용하여 상태벡터를 관측할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + F[y - C\hat{x} - Du] \quad (6)$$

$$F = \frac{1}{\mu} PC^T \quad (7)$$

식 (6)에서 \hat{x} 는 관측된 상태벡터이다. 한편 식 (7)의 P 는 식 (8)의 필터대수 Riccati 방정식으로부터 구한다^[8].

$$AP + PA^T + LQ_1L^T - \frac{1}{\mu} PC^T CP = 0 \quad (8)$$

여기서 Q_1 은 설계계수 가중행렬이고 μ 는 플랜트 H_p 의 가상적인 잡음의 상호분산 크기이다.

식 (9)는 Q_1 과 μ 를 선정하기 위해 Kalman 필터 주파수 등가 (Kalman Filter Frequency Domain Equality)^[9]관계를 이용하여 목표필터루프 G_F 를 근사적으로 구한 것이다.

$$G_F \cong \frac{1}{\sqrt{\mu}} C(sI - A)^{-1}L + D \quad (9)$$

다음은 설계된 목표필터루프로 시스템을 회복시키는 루프전달회복 과정이며 이 과정에서 Lyapunov 행렬 방정식과 LMI를 이용하여 설계계수 ρ 를 구할 수 있다.

식 (10)의 목적함수 J 를 최소화 하는 LQR 이론을 이용하여 제어이득행렬 G 를 구할 수 있다.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Q_2 x + u^T \frac{1}{\rho} u] dt \quad (10)$$

$$G = \frac{1}{\rho} B^T K \quad (11)$$

행렬 K 는 다음의 제어대수 Riccati 방정식로부터 결정될 수 있다^[10].

$$AK + KA^T + Q_2 - \frac{1}{\rho} KB^T BK = 0 \quad (12)$$

식 (13)과 식 (14)의 선형 행렬 부등식 형태로 표현된 충분조건을 동시에 만족하는 양의 한정행렬 S 가 있다면 제어입력에 대한 점근적인 안정성이 보장된다^[11].

$$A^T S + SA < 0 \quad (13)$$

$$(A - BG)^T S + S(A - BG) < 0 \quad (14)$$

식 (14)에 식 (11)을 대입하면 다음과 같다.

$$A^T S + SA - (Z^T S + SZ) < 0 \quad (15)$$

$$Z = \frac{1}{\rho} B^T BK \quad (16)$$

제어 입력에 대한 안정성은 식 (15)와 식 (16)의 결과로 보장할 수 있으며 식 (15)로 표현된 포화입력 범위 내에서 안정성이 보장되기 위해서는 선형행렬방정식 형태의 충분조건식인 식 (13)과 식 (15)를 동시에 만족시키는 양의 한정행렬 S 가 존재해야 한다. MATLAB 에서 제공하는 LMI toolbox를 이용하여 가중행렬 Q_2 를 고정시킨 상태에서 양의 한정행렬 S 의 존재가 보장되는 ρ 의 최소값을 구할 수 있다. 제어기의 전달함수 $T(s)$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$T(s) = G(sI - A + BG + FC)^{-1}F + D \quad (17)$$

3. 스테이지 특성

3.1 스테이지 동적 특성

Fig. 4는 2축 스테이지 제어계의 구성요소를 보인 것이다. 2축 스테이지 구조물은 스테인레스 강으로 제작되었고 각 축의 작동기로는 적층형 압전소자가 사용되었다. 원활한 양과 음의 방향 변위를 위해 압전 작동기는 탄성구조물에 장착되었다. PC 내의 Matlab-Simulink를 통하여 연산된 이산 입력신호는 고속 이산신호 처리장치(dSPACE-1104)를 통해 아날로그 신호로 변환되어 파워 증폭기(AVL 790)을 거쳐 압전 작동기에 인가된다. 스테이지 변위 측정기는 스테이지 각 축 끝단에 설치된 갭 센서(gap sensor: ADE Technologies 5130)를 통하여 이루어졌고 측정된 변위는 이산신호 처리장치를 통해 연산 입력된다.

Fig. 5는 스테이지운동의 연성특성을 파악하기 위한 실험결과를 보인 것으로서 x축에 0.5 Hz, 30 V의 사각파형의 입력신호를 인가하고 y축에 영의 입력을 인가했을 때 두 축의 응답을 보인 것이다. x축에는 최대 오버슈트(overshoot)가 22%가 발생되며 잔류진동의 지속시간은 0.032초로 측정되었다. y축에는 x축 운동 크기의 10.8%의 연성운동이 발생되었다. y축에만 사각파형 입력신호를 인가하였을 때의 두 축의 응답도 위와 유사한 연성특성을 보였다.

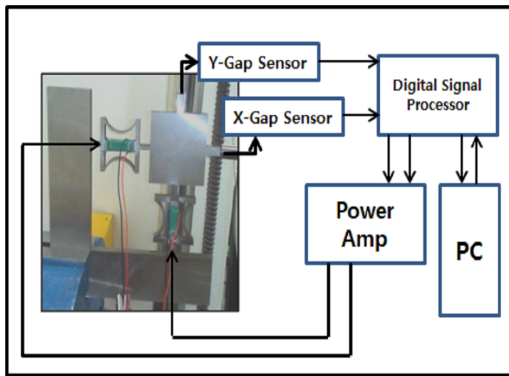


Fig. 4 Schematic diagram of servo system for the two axes stage

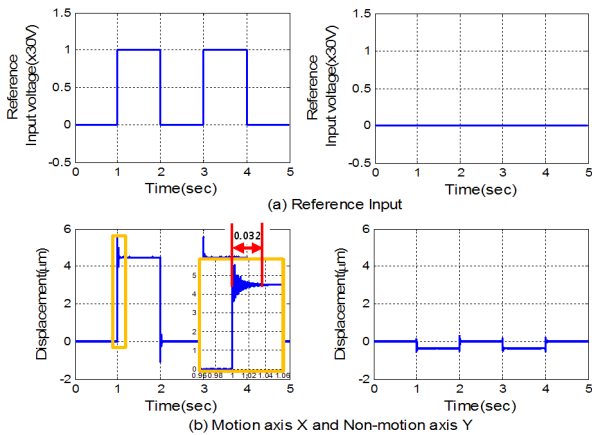


Fig. 5 Measured response of the uncontrolled system to step input

3.2 스테이지 모델링

실시간 제어를 위해서는 시스템의 특성이 적절히 표현된 가능한 낮은 차수의 수학적 모델이 요구된다. 이는 주파수 영역에서 동특성을 규명하는 기법 중 하나인 행렬분수 표현법(Matrix-Fraction Description)을 이용하여 가능하다^[12]. 이 방법은 시스템을 선형으로 표현하며 반복계산을 요구하지 않아 모형화 과정이 단순하다. Fig. 6의 점선은 가진실험을 통해 얻어진 스테이지의 주파수 응답이며 실선은 커브피팅된 주파수 응답이다. 스테이지는 관심주파수 2 kHz 내에서 차수가 15차인 2×2 입출력계로 표현되었다. 측정된 전달함수와 규명된 전달함수 사이의 모델링 오차는 전 관심주파수 대역에 대해 적절하게 유지되고 있고 공진주파수에서의 응답특성도 비교적 정확히 표현되어 있음을 알 수 있다. 하지만 압전소자의 비선형 특성 등을 고려할 때 모델링 오차는 불가피하게 발생할 수 있고 이는 제어시스템의 안전성에 영향을 줄 수 있다. 이 같은 문제는 일정 수준의 모델링 오차를 가정하고 제어기 설계과정에서 제어기의 강인성을 부여함으로써 해결할 수 있다.

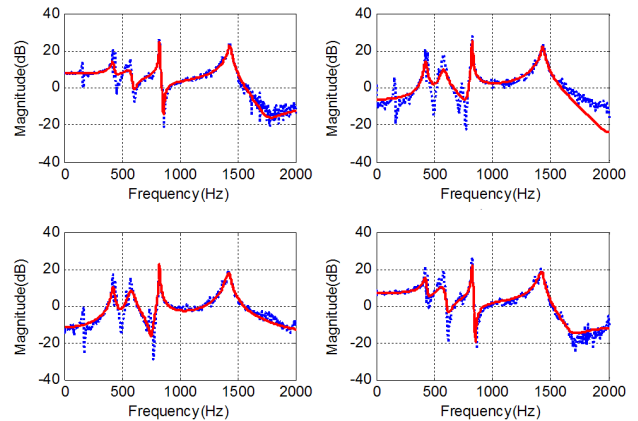


Fig. 6 Measured (dash) and identified (solid) FRF of the two axes stage

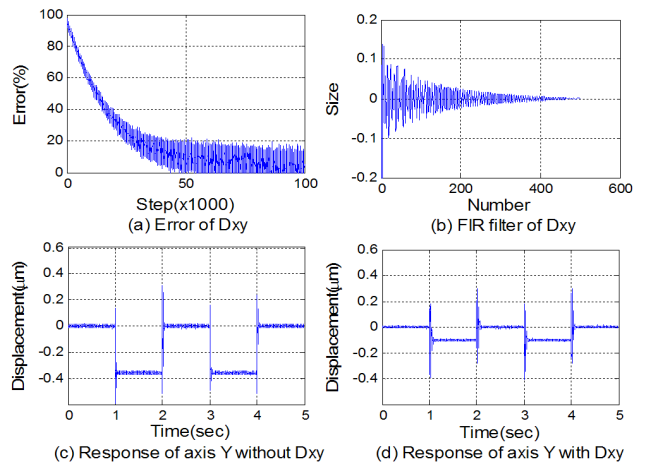


Fig. 7 Measured error(%) during learning, FIR filter coefficients of D_{xy} , and responses of axis Y without D_{xy} and with D_{xy}

3.3 비연성기

Fig. 7(a)는 x축 입력에 대한 y축 출력사이의 스테이지 연성운동을 최소화하기 위한 FIR형태의 비연성기 D_{xy} 의 수렴과정을 식 (3)의 오차 $e(n)$ 의 크기를 통하여 보인 것이다. 100,000번의 학습 후에는 초기오차의 20% 이내로 오차가 줄었음을 알 수 있다. 오차 $e(n)$ 의 크기는 일정 수의 학습 후에는 더 이상 줄어들지 않는데 이는 스테이지의 비선형성, 계의 모델 오차와 센서의 잡음 등으로 인한 것으로 사료된다. Fig. 7(b)는 수렴 후의 D_{xy} 를 보인 것이다. Fig. 7(c)와 (d)는 각각 비연성기 D_{xy} 가 없는 경우와 있는 경우 x축에 계단입력을 가하였을 때의 y축의 변위를 보인 것이다. Fig. 7(c)와 (d)의 비교로부터 알 수 있는 바와 같이 비연성기 D_{xy} 를 이용하여 x축 입력과 y축 출력간의 연성운동이 70%이상 줄었음을 알 수 있다. y축 입력과 x축 출력간의 비연성기 D_{yx} 의 수렴 형태 및 연성효과 제거성능도 D_{xy} 의 경우와 유사하게 나타났고 이는

Fig. 6으로부터 알 수 있는 바와 같이 2축 스테이지의 구조가 상호 대칭적임에 기인하는 것으로 사료된다.

3.4 강인제어기

Table 1은 LQG/LTR 제어기 설계를 위해 시행착오법으로 설정

Table 1 Design parameters of LQG/LTR control

| Parameter | X axis | Y axis |
|-----------|------------------|------------------|
| μ | 1e-5 | 1e-5 |
| Q_1 | $5 \times CC^T$ | $5 \times CC^T$ |
| ρ | 1e-8 | 1e-8 |
| Q_2 | $1 \times C^T C$ | $1 \times C^T C$ |

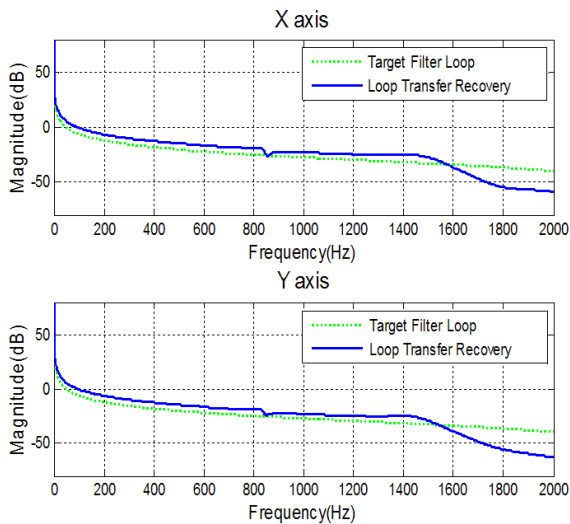


Fig. 8 Simulated frequency response: Target filter loop (dash) and loop transfer recovery (solid)

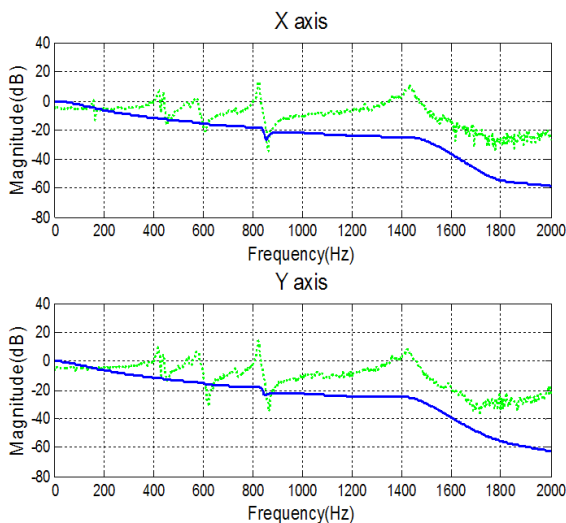


Fig. 9 FRF of the measured system (dash) and the closed-loop control system (solid)

된 설계계수를 보인 것이다. LMI 기법을 통해 체계적으로 설정된 설계값 $\rho=0.4e-8$ 이고 나머지 설계계수는 LQG/LTR제어의 경우와 동일하게 설정되었다. Fig. 8은 두 축에 대해 LMI 기법을 통해 설계된 주파수영역에서의 목표성능을 보인 것이다. 1 kHz이하의 주파수 영역에서는 루프 전달회복 과정이 적절히 수행되었음을 알 수 있다.

목표필터 루프를 설계하고 루프전달회복과정을 수행하는 방법으로 첫째 주파수 대역에서의 특이값을 일치시키는 방법과 둘째 설계플랜트의 모든 극점을 제거하는 방법이 있다. 일반적으로 전자의 경우에는 고주파를 포함한 전주파수 영역에 대해 루프전달 회복과정이 목표필터루프에 근접하게 원활히 이루어지나 공진주파수 성분을 완전히 제거하는 것이 어려워 결국 공진주파수대역의 진동성분을 제거하는데 있어 불리하게 된다. 그에 따라 본 연구에서는 설계플랜트의 모든 극점을 제거하는 후자의 방식을 채택하였다.

Fig. 9는 LMI 기법에 의해 설계된 페루프 제어기의 주파수 응답을 보인 것으로서 4개의 공진주파수 대역에서의 공진 피크(peak)들이 완전히 제거되었고 그에 따라 스테이지 운동제어 시에 잔류진동은 적절하게 저감될 수 있을 것으로 예측할 수 있다. 또한 고주파 비공진영역에서 목표필터와 페루프 전달함수사이의 격차가 발생되었으나 1500 Hz이상의 고주파영역의 전달함수 크기가 저주파영역의 것에 비해 25 dB이상 작으므로 실제로 고주파 신호성분이 제어계에 미치는 영향은 미미하게 된다.

4. 스테이지 운동제어 실험

Fig. 10은 LMI 기법에 의해 설계된 강인 제어기를 적용한 스테이지의 응답을 보인 것이다. 기준입력 신호로 한 축에는 0.5 Hz의 변위 2 μm 의 사각파, 다른 축에는 0 μm 의 무동작 신호가 인가되었다. x축과 y축 모두 사각파 입력신호에 대한 우수한 과도응답 특성과 명령추종성을 보이고 있고 잔류진동, 오버슈트도 제거되었음을 알 수 있다. 기준입력이 0인 무동작 입력축에서의 정상상태 응답은 영의 상태를 유지하고 있어 축 사이의 연성운동은 제거되었으나 과도 응답에는 미소한 펄스 형태의 운동이 발생하는 것을 알 수 있다.

Fig. 11은 계단, 램프 및 정현파 등이 포함된 복합파형의 기준입력을 양축에 동시에 인가시켰을 때 LMI 기법에 의해 설계된 2축 스테이지 제어계의 응답을 나타낸 것이다. 축 간의 연성특성, 압전 소자 작동기 응답의 비선형성 등에도 불구하고 기준입력에 대한 명령추종 성능이 양축 모두 우수하고 동질성을 유지함을 확인할 수 있다. 이에 따라 2축 스테이지 제어계를 통하여 다양한 평면상의 운동궤적 추종이 가능할 것으로 사료된다.

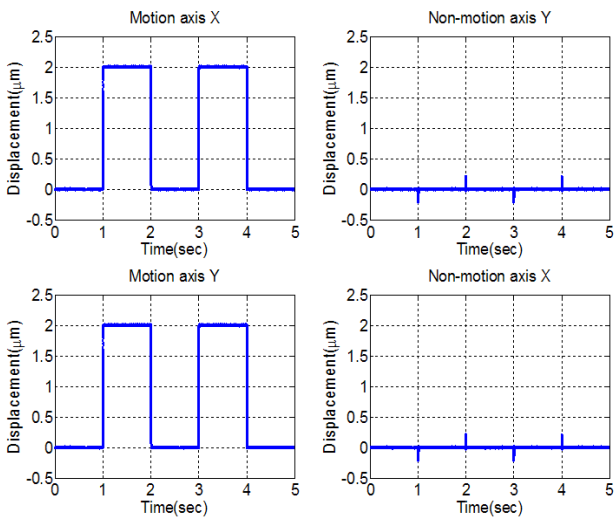


Fig. 10 Measured response of the robust optimization controlled system to step reference input

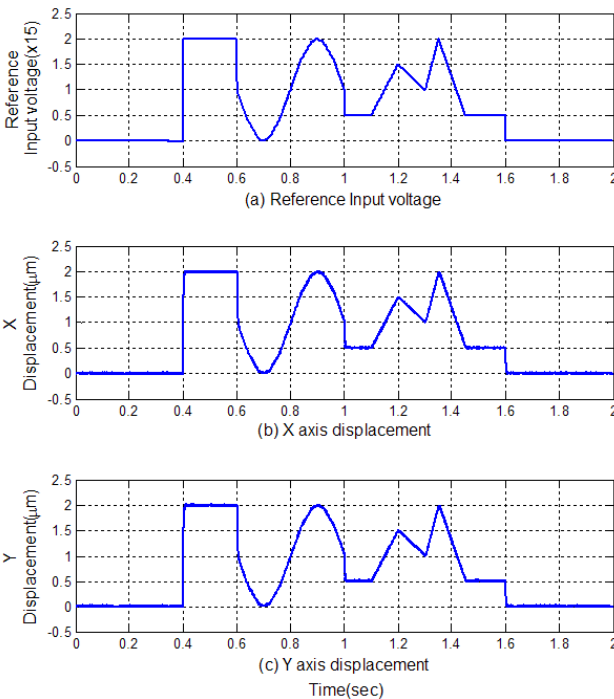


Fig. 11 Measured response of the LMI controlled system to complex reference input

Fig. 12는 복잡한 기준입력신호에 대한 LQG/LTR 제어기와 LMI 강인 제어기를 갖는 2축 스테이지 제어계의 고속 응답특성 결과를 보인 것이다. 두 경우 모두 잔류진동 및 오버슈트가 적절히 제거된 상태를 유지하고 있지만 LMI 강인 제어기가 LQG/LTR 제어기에 비해 응답속도가 40%이상 증가 되었음을 알 수 있다.

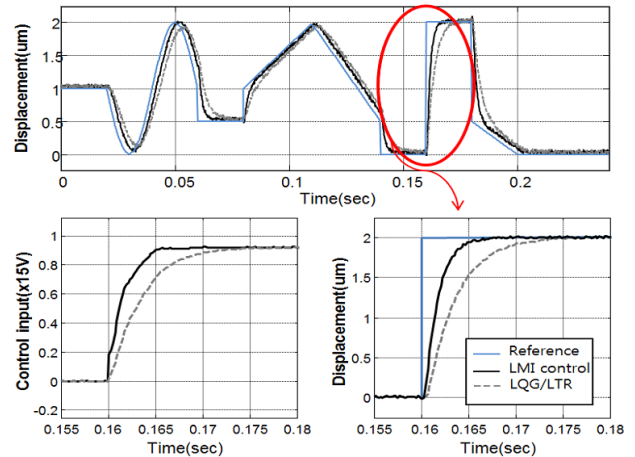


Fig. 12 Measured response and control input of LQG/LTR control system and LMI control system.

5. 결론

본 연구에서는 적층형 압전소자로 작동되는 2축 정밀 스테이지 제어계를 구성하고 동적특성 규명과 구동실험을 수행하였다. 2축 스테이지의 동적특성은 가진실험을 통해 취득된 주파수 응답을 커브피팅 하여 2×2 입출력계로 규명할 수 있다. 적분기를 추가하고 LMI 강인 제어기를 설계함으로써 복합과형의 기준입력에 대한 명령추종성이 우수하고 잔류진동, 오버슈트 및 축 간의 연성특성이 제거된 2축 스테이지 서보계를 구성할 수 있으며 적합한 설계계수 선정이 체계적으로 이루어질 수 있다.

후기

본 연구는 금오공과대학교 학술 연구비에 의하여 연구된 논문입니다.

References

- [1] Robers, C. A., 1988, Smart Materials, Structures, and Mathematical Issues, Technomic Publishing Co., Inc, Pennsylvania.
- [2] Ping, G., Jouaneh, M., 1995, Modeling Hysteresis in Piezoceramic Actuators, Precision Engineering, 17:3, 211-221.
- [3] Goldfard, M., Celanovic, N., 1997, A Lumped Parameter Electromechanical Model for Describing the Nonlinear Behavior of Piezoelectric Actuators, Transaction of the

- ASME, 119, 478-485.
- [4] Yang, K. Y., Hwang, Y. S., Kim, Y. S., Kim, I. S., 2009, Precise Position Control of Inchworm Using Robust Control Technique and Input Shaping, *The Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, 19:2, 169-175.
- [5] Hwang, Y. S., Kim, Y. S., Kim, I. S., 2011, Motion Control of the Precise Stage using Piezoelectric Actuator, *The Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, 10:4, 102-108.
- [6] Hashemi, S., Hammond, J. K., 1996, The Interpretation of Singular Values in the Inversion of Minimum and Non-minimum Phase Systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 10:3, 225-240.
- [7] Widrow, B., Stearns, S. D., 1985, *Adaptive Signal Processing*, Prentice Hall.
- [8] Stein, G., Athans, M., 1987, The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32:2, 105-114.
- [9] Athans, M., 1986, *Lecture Notes on Multivariable Control System*, M.I.T.
- [10] Han, S. I., Kim, J. S., 2003, Nonlinear Quadratic Gaussian Control with Loop Transfer Recovery, *Mechatronics* 13, 273-293.
- [11] Lee, A. W., Hendrick, J. K., 1995, Some New Results on Closed-loop Stability in the Presence of Control Saturation, *International Journal of Control*, 62:3, 619-631.
- [12] Jung, J. N., 1994, *Applied System Identification*, Prentice Hall.