대한수학교육학회지 <학교수학> 제 15 권 제 3 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 15, No. 3, 603 ~ 617. Sep 2013

확률 판단 문제에서 초등 수학영재들의 선택에 미친 요인 분석과 교육적 시사점

이 승 은* · 송 상 헌**

본 연구는 개인의 의사결정 과정에서 자신이 가지고 있는 확률적 지식과 자신이 선택한 결과 사이에 간극이 발생하는 현상을 분석해 봄으로써 수학영재학생들을 위한 확률문제 지도시 고려해야 할 점들을 알아보는 것이다. 이를 위해 23명의 6학년 수학영재 학생들에게 확률과 기댓값의 개념이 내재된 확률 문제 5개(조건이 하나씩 변하는 시리즈)를 제시하고 그들의 선택에 영향을 미친 요인들을 분석하고 이를 시각화하였다. 초등수학영재학생들이 선택한 결과와 그 근거에 대한 분석은 수업 관찰 및 비디오 분석, 학습지 분석, 그리고 관찰자의 면담의 삼각분석법을 사용하였다. 결과 분석을 통하여 영재학생들에게 확률 문제를 지도할 때 고려해야 할 교육적 시사점을 제시하였다.

I. 서 론

확률은 일상에서 흔히 접하는 개념이다. 고지마 히로유키(2008: 19)는 우리가 일상생활 속에서 수 많은 확률 현상을 목격하며 또 무의식적으로 확률적 사고를 행하고 있다고 하였는데, 정보화 사회로 도래하면서 불확실성이 점차 증가하는 오늘날 확률론은 이미 현대사회의 거의 모든 분야에 깊숙이 스며들어 있다. 하지만 우정호(2010: 451)는 확률이 수학적인 문제 상황에서 논의될 때는 산술적인 취급이 가능한 객관적인 측면에서 논의되지만 기상학이나 경제학, 의학 등과 같은 경험과학에서 증거의 해석에 사용될 때에는 경험적인 요소가 반영되며 일상생활에서 사용될 때에는 주관적인 판단을 드러내는 경우가 많다고 하였으며, 이상현(2010: 1)은 확률 개념은 한 가지로 정의되지 않고 여러 가지 관점이 병존하고 있기 때문에 이를 파악하기 쉽지 않다고 하였다.

확률은 상대적 가능성을 수치로 나타내는 것으로, 선택하는 상황에서 강력한 고려 요소가 되기는 하지만 그것은 어디까지나 가능성일 뿐 확정적인 것이 아니기에 주어진 조건이나 개인의 인지적, 심리적 상태에 따라 선택의 결과는 달라질 수 있다는 것도 고려할 필요가 있다. 즉, 학생이 가지고 있는 확률 지식과 그 지식이 적용되는 현실에서의 선택 사이에는 간극이 존재하는 것이다. 이러한 간극이 생기는 원인을 찾고, 그 사이에 어떤 요인이 영향을 미치는지에 대하여 알아보는 것은 확률을 지도함에 있어 관심을 가져야 하는 부분을 시사해줄 것이다.

* 시흥능곡초등학교(lseblues@nate.com), 제1저자)
** 경인교육대학교(song2343@hanmail.net, 교신저자)
*** 이 논문은 2012년 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단(NRF-2012S1A5A2A01015861)의 지원을 받아 수행된 연구이며, 이승은(2013)에 보다 상세하게 기술되어 있다.

임재훈(2008: 78)은 상황 속에서 주어진 정보를 확률적으로 잘 다룰 수 있으려면 확률과 관련된 의미 있는 경험을 풍부하게 해야 한다고 하였고, 이경화(2010: 152)는 우연 현상에서 출발하여 확률적인 사고를 발전시키면서 정당화와 형식화에 이르도록 하는 것은 수학영재교육의 좋은 모델이 될 수 있다고 하였다.

본 연구는 수학영재학생들에게 개인별 선택 상황을 제공하고 자신의 확률적 지식과 사고를 바탕으로 어떤 판단과 정당화를 하는지 그 과정을 분석하고자 다음의 연구 내용을 설정하였다.

첫째, 확률 문제 상황에서 초등수학영재들의 선택에 영향을 미치는 요인들을 분석하고 이를 범주화한다.

둘째, 범주화한 요인에 따라, 실제 확률 문제 상황에서 초등 수학영재들이 선택하는 경향의 사례와 그 근거 분석을 바탕으로 초등수학영재들을 위한 확률 교육의 시사점을 논의한다.

본 연구의 대상은 G도의 A대학교부설 과학영재교육원 수학분야 6학년 학생 23명이다. 따라서 연구의 결과를 지역이나 학년, 또는 다른 수준의 영재들로 확장하여 일반화하기에는 제한이 따른다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 확률과 확률문제

확률이란 하나의 사건이 일어날 수 있는 가능성을 수치로 나타낸 것으로 동일한 원인에서 특정한 결과가 나오는 비율을 뜻한다(두산백과, 2013). 입구는 하나이지만 출구가 5곳인 통에 구슬을 넣고 구슬이 떨어진 결과와 선택의 일치 여부에 따라서 당첨 금액을 받게 되는 문제의 상황은 확률에 따른 판단에 따라 선택이 달라지는 확률 문제이다.

확률은 관점에 따라 고전적 확률(수학적 확률), 통계적 확률(경험적 확률), 공리적 확률, 주관적 확률로 구분할 수 있다. 본 연구는 이상적 물리적 대칭성을 가정하여 고전적 확률의 관점으로 확률을 계산함을 전제로 한다.

2. 기댓값

강석복, 우정수(2007: 158)에 따르면 확률론에서 가장 중요한 개념 중의 하나가 확률변수의 기댓값이다. 만일 X가 확률 질량함수 p(x)를 갖는 이산 확률변수이면, X의 기댓값은 E[X]로 나타내며, $E[X]=\sum x_i p(x)$로 정의한다. 즉, X의 기댓값은 X가 취할 수 있는 값들에 각각 그 값을 취할 확률이 가중된 가중평균이다. 즉, X의 질량함수가 $p(0)=\frac{1}{2}=p(1)$이면 $E[X]=0(\frac{1}{2})+1(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$은 X가 취할 수 있는 가능한 두 값과 0과 1의 통상적인 평균이다. 한편, $p(0)=\frac{1}{3}$, $p(1)=\frac{2}{3}$이면 $E[X]=0(\frac{1}{3})+1(\frac{2}{3})=\frac{2}{3}$는 가능한 두 값과 0과 1의 가중평균이다. 여기서 $p(1)=2p(0)$이므로 두 배의 가중을 두었다.

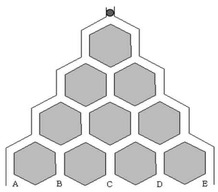
확률을 빈도수로 해석하는 것은 기댓값의 정의에 대한 또 다른 동기가 될 수 있다. 이런 개념은 만일 어떤 실험을 무한히 독립적으로 반복 시행할 때 유효하다. 임의의 사건 E에 대해 E가 발생할 횟수의 비율이 $P(E)$라고 가정하고 취할 확률이 각각 $p(x_1), p(x_2), \cdots p(x_n)$인 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 중에서 한 값을 갖는 확률변수 X를 한 번의 게임에서 따게 될 금액이라고 하자. 즉, $x_i\ (i=1,2,\cdots,n)$ 단위를 딸 확률이 $p(x_i)$이다. 도수로 해석하면, 이 게임을 계속 시행할 때, x_i단위를 딴 게임 횟수의 비율은 $p(x_i)$일 것이다. 이것이 모든 $x_i, i=1,2,...,n$에 대해 성립하므로 각 게임에서 딸 평균 금액은 $\sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)=E[X]$이다[1].

Ⅲ. 연구의 방법 및 절차

1. 연구의 과제

본 연구의 과제는 학생의 확률지식과 사고를 바탕으로 자신이 직접 최종 선택하는 활동으로, 한국교육개발원(2007)에서 개발한 확률 영역의 영재 교수 학습 자료에 수록된 “구슬게임” 문제를 심화한 것이다. 원 문제만으로는 선택에 대한 근거를 제대로 파악하기에 어려우므로 4~5개의 문제로 단계적으로 구성하되, 조건이 하나씩 바뀌는 일련의 시리즈 문제로 구성하였다. 선택에 영향을 미치는 요인들을 분석하기 위해, 어떤 조건을 고려하느냐에 따라 여러 가지 답을 가질 수 있고 학생들의 발표 및 의견교환을 통해 사고를 심화할 수 있도록 하였다. 각 문제에서 중요한 요소들은 아래의 <표 Ⅲ-1>과 같다.

다음과 같은 모양의 통이 있습니다. A, B, C, D, E의 위치 중에 한 개를 선택합니다. 위에서 구슬을 떨어뜨렸을 때, 자신이 선택한 곳에 구슬이 떨어지면 1000원의 상금을 받는다고 합니다. 당신은 어떤 기호를 선택하겠습니까? 그 이유는 무엇입니까?



[그림 Ⅲ-1] 구슬게임 - [문제1]

학습지는 각 요소들이 하나씩 차례로 추가되어 포함시킨 낱장으로 제공하고 교사의 설명을 통해 어떤 조건이 추가되었는지를 강조하여 확인하였다.

<표 Ⅲ-1> 연구 과제의 문제별 주요 내용

문제	문제별 주요 내용
1	• 확률 : A,E는 $\frac{1}{16}$, B,D는 $\frac{4}{16}$, C는 $\frac{6}{16}$ • 상금 : 모두 1000원
2-①	• 확률 : 동일 • 상금 : A,E는 5000원, B,D는 3000원, C는 1000원
2-②	• 확률 : 동일 • 상금 : 동일 • 참가비 : 500원
2-③	• 확률 : 동일, • 상금 : A,E는 500만원, B,D는 300만원, C는 100만원 • 참가비 : 50만원
3-①	• 확률 : 동일, • 상금 : A,E는 12000원, B,D는 3000원, C는 2000원 • 참가비 : 없음

‘구슬게임’문제는 다음과 같은 특징이 있다.

첫째, 수학적으로 가장 합리적인 답은 존재할 수 있으나, 어떤 조건을 얼마나 고려하느냐에 따라 여러 가지 선택 반응이 나올 수 있다.

둘째, 학생들이 가지고 있는 확률지식과 그 지식이 적용되는 현상 사이에서, 어떤 요인이 선택에 영향을 미치는지를 파악할 수 있다.

셋째, 학생들은 기댓값의 개념을 배우지 않거나 모르더라도, 가지고 있는 확률개념과 수학적 추론을 바탕으로 불확실한 이득에 가치를 배정하는 수단으로서의 기댓값 개념에 접근할 수 있을 것이다.

이는 김우현, 송상헌(2009)의 파스칼의 상금분배 과제와 같이 조건에 따라 여러 가지 답이 나올 수 있다는 점에서는 유사하나, 그것은 상금을 분배하는 문제 해결과정의 상황인 반면 본 연구의 과제는 확률지식을 바탕으로 한 자신의 행동에 관한 상황이라는 점에서 다르다.

아울러 아래와 같은 한계점이 있을 수 있다.

첫째, 학생이 가지고 있는 확률지식 및 사고

1) 본 연구에 참여한 초등학생들에게 기댓값에 대한 선행 지식을 요구하거나 가르치지는 않았다. 다만, 기대되어지는 상금의 추정을 통해 학생들은 기댓값에 대한 초보적인 개념을 추측할 수 있고, 동료 학생들과의 토론을 통해 기댓값에 대한 개념이 형성되는 것은 허용하였다.

수준에 따라 선택이 달라질 수 있다. 하지만 이 연구의 주요 목적과는 관계가 없으므로 무방하다. 둘째, 학생들마다 상금에 대한 만족감, 참가비에 대한 체감이 달라 선택에 영향을 미칠 수 있다. 이에 자신만의 합리적인 판단을 하도록 하였으며, 학생이 느끼는 상금의 효용에 대한 부분이 부각되지 않도록 하였다. 셋째, 과제 제시 순서에 따라 선택이 달라질 수 있다.

2. 연구의 대상자

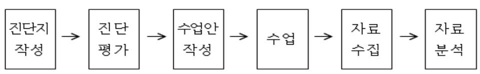
연구의 대상자는 G도의 A대학교부설 과학영재교육원 6학년 초등수학 심화1반(12명), 2반(11명) 총 23명이다. 이 학생들이 속한 그룹은 지원자 및 선발과정, 과거의 연구결과물 그리고 수료자들이 진학하는 상황을 고려할 때, 또래 연령에서 상위 0.5%이내의 수준으로 평가하고 있다[2].

<표 Ⅲ-2> 연구의 대상자

소속		인원	수준
A대학부설 과학영재 교육원	초등수학 심화1반	12명	또래 연령대비 상위 0.5%
	초등수학 심화2반	11명	

3. 연구의 방법과 절차

본 연구는 [그림 Ⅲ-2]와 같은 절차에 의하여 진행하였다.



[그림 Ⅲ-2] 연구의 절차

가. 진단지 작성 및 진단 평가

본 연구를 수행하기 전에 먼저 확률과 관련하여 학생들이 가지고 있는 확률에 대한 지식이 어느 정도인지를 확인해 볼 필요가 있었다. 이를 위해 현행 교육과정(2007 개정 교육과정)의 초·중·고 수학과 교육과정의 확률과 통계 영역에서 본 수업 내용과 관련 있는 문항을 교과서에서 골라, 학생들의 내용지식 수준을 점검할 수 있도록 14개의 문항으로 구성하여 투입하였으며 그 결과 다음과 같았다.

<표 Ⅲ-3> 진단평가 결과

구분	경우의 수 (초등)			경우의 수와 확률 (중등)			기댓값 (중등)		
	잘 알고 있다	조금 알고 있다	모른다	잘 알고 있다	조금 알고 있다	모른다	잘 알고 있다	조금 알고 있다	모른다
인원	25	0	0	18	3	4	8	2	15
비율 (%)	100	0	0	72.0	12.0	16.0	32.0	8.0	60.0

문제 해결 과정에서 조금씩의 차이는 보이고 있지만 모든 학생들이 초등학교 수준의 경우의 수에 대해서는 잘 알고 있었다. 중학교 과정의 경우의 수에 대해서는 72%의 학생들이 잘 해결하였고 기댓값에 대해서는 32%의 학생만이 문제를 해결하였다.

나. 수업안 작성 및 수업 계획

본 연구를 위한 수업 계획서를 <표 Ⅲ-4>와 같이 제시하였다. 수업을 진행하면서 학생들은 조건에 따라 변하는 5가지의 확률 문제 상황에서 선택을 하고 그 선택에 대한 이유를 발표하도록 하였다.

2) 학생들의 수학과 선행학습 여부를 확인한 결과 25명의 학생 중 수학에 대한 선행학습을 하지 않는 학생은 1명이었으며, 대부분의 학생들이 학원이나 개인 학습을 통해 수학에 대한 선행학습이 이루어지고 있다는 것을 확인할 수 있었다. 중3에서 고1 과정을 선행하고 있는 학생이 전체의 80%였다. 이는 학생들의 수학적 확률에 대한 개념이 일반 초등학생보다 확고하게 인식되어있음을 시사하며, 일부 고2 수준까지 선행한 학생들에 한하여 기댓값의 개념과 이를 적용하여 내린 선택을 기대할 수 있음을 뜻한다.

또한 다른 학생들의 발표를 듣고 마지막에 선택을 바꿀 수 있는 기회를 주도록 계획하였다. 그 이유는 다른 학생들의 발표를 통해 자신은 생각하지 못한 요인들에 대해서도 고려해보고, 다음 문제 상황에 대해 모든 학생들의 출발점을 같게 하기 위함이다. 4차시(1차시 50분)수업이 진행되었으며 지도교사는 기호를 선택하는 과정에서 단순히 찍기에 의한 선택을 지양하고 주어진 상황을 분석하여 가장 합리적이라고 생각하는 기호를 선택하도록 하는데 중점을 두었다. 그리고 학생들이 선택을 하는 과정에서 학생의 반응에 대해서 질문을 하거나 문제 상황에 대해 학생들이 이해를 돕기 위한 발문은 하였으나 직접적인 수학적인 지식은 제시하지 않았다.

<표 Ⅲ-4> 수업계획서

강의 제목	나는 어떤 선택을?	
학습 목표	○ 확률이 포함된 선택상황에서 나의 선택을 결정하고, 그에 대한 합리적이고 논리적인 근거를 들 수 있다. ○ 수학적 지식과 실생활에서의 선택의 차이를 이해하고, 자신의 확률에 대한 인식을 돌아본다.	
강의 주제	우리 생활 속에서 사용되는 확률을 통해 올바른 선택하기	
학습 단계	교수-학습활동	유의점
학습 내용	• 도입 : 생활 속 확률사용 • 주활동 : 구슬게임에서 나의 선택을 고르고 이유 발표 1) 상금이 동일하고 확률이 다른 경우의 선택 2) 확률에 따라 상금의 액수에 차등이 주어졌을 때의 선택 3) 게임 참가비(적은 액수)가 주어졌을 때의 선택 4) 게임 참가비의 액수가 클 때의 선택 5) 게임 참가비가 없고, 기댓값이 같은 경우의 선택 • 마무리 : 게임 만들기	• 자신의 선택에 대해 구체적인 이유를 밝히도록한다.

다. 자료 수집 및 분석

문제에 대한 학생의 선택과정과 선택의 변화를 분석하기 위해 수업을 비디오로 녹화하였으며, 수업의 과정을 본 연구자가 직접 참관하여 관찰하여 기록하였다. 또한 학생들의 활동 결과지를 수집하였다. 수집된 자료를 바탕으로 본 연구 내용을 절차는 아래 <표 Ⅲ-5>와 같다.

<표 Ⅲ-5> 자료 분석 절차

단계	절차	세부내용	비고
1	원자료 분석	• 선택기호별 반응 비율 • 문제별 선택 근거	활동지, 수업영상, 관찰기록
2	요인 범주화	• 선택근거에서 요인추출 및 범주화	
3	선택의흐름도 작성 및 요인 코딩	• 선택 흐름도 작성 • 하위요인의 세부 내용 작성 및 코딩	원자료를 요인별 정리
4	결과분석	• 선택의 변화에 따른 기호별 분석 • 요인영향도 작성 • 요인별 분석	

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

1. 1차 자료(원 자료) 분석

가. 문제별 학생들의 선택결과(선택비율)

학생들의 선택기호별 인원 수 및 비율은 <표 Ⅳ-1>과 같다. 확률만 다른 상황인 [문제 1]에서 1명의 학생을 제외한 모든 학생들이 C를 선택하였으며, 학생들의 발표를 모두 들은 후의 선택에서는 모든 학생들이 C를 선택하였다. 상금에 차등이 생긴 [문제2-①]에서 87% 학생들이 B(D)[3]를 선택하였으며 두 번째 선택에서는 A, C로 조금 분산되었다. 참가비가 발생한 [문제2-②]에서 50% 이상의 학생들이 B를 선택하였으며 게임에 참가하지 않는다는 학생들이 생겼다. 두 번째 선택에서는 게임을 포기하는 학생의 비율이 18%에서 35%로 늘어났다. 참가비와 상금이 모두 고

3) A와 E는 A로, B와 D는 B로 간주함.

액이 된 [문제2-③]에서는 B의 비율이 높다가 두 번째 선택에서 80%이상이 게임을 포기하는 선택을 하였다. 참가비는 없으나 기댓값이 같은 [문제3-①]에서 B의 선택비율이 현저히 줄어들고, A와 C로 분산되는 모습을 보였다.

<표 Ⅳ-1> 문제별 선택 비율

구 분		문제1		문제2-①		문제2-②		문제2-③		문제3-①	
		전	후	전	후	전	후	전	후	전	후
A(E)	인원	1	0	2	6	1	0	0	0	13	12
	%	4.3	0	8.7	26.1	4.5	0	0	0	56.5	52.2
B(D)	인원	0	0	20	10	13	12	14	4	1	4
	%	0	0	87.0	43.5	59.1	52.2	60.9	13.4	4.3	17.4
C	인원	22	23	1	7	4	3	0	0	9	7
	%	95.7	100	4.3	30.4	18.2	13.0	0	0	39.1	30.4
X (참가x)	인원					4	8	9	19		
	%					18.2	34.8	39.1	82.6		

나. 문제별 선택 근거

1) 문제 1

[문제1]에서는 C의 선택 비율이 가장 높았는데 이 근거로 '확률이 가장 크다' 또는 '경우의 수가 가장 많다'를 들었다. 일어날 수 있는 전체 경우의 수가 16이고 C로 구슬이 떨어지는 경우의 수는 6으로 가장 확률이 크다는 것을 모든 학생들이 알고 있었다.

2) 문제2-①

[문제2-①]에서 상금을 차등화하자, [문제1]에서는 확률만 고려하던 학생들이 상금과 확률을 동시에 고려하기 시작하면서 두 요소 중 어느 한 쪽으로 기울거나 두 요소를 합리적으로 결합하려는 모습을 보였다. 처음에는 2명의 학생을 제외한 모두가 B를 선택하였으나 다른 학생들의 의견을 들은 후의 두 번째 선택에서 A와 C로 선택을 변경한 학생들이 증가하였다.

3) 문제2-②

[문제2-②]에서 참가비가 발생하자 학생들은 기대되는 이득과 손실을 함께 고려하기 시작하였으며, 어떤 기준으로 선택하는지 우선순위를 고민하는 모습을 보였다. B를 선택하는 학생들이 50%를 조금 웃돌았는데, 이 학생들은 "게임을 여러 번 하면 이익이다."고 하였다. C를 선택하거나 게임 포기를 하는 학생 수도 증가하였는데 손실에 대한 고려를 시작했기 때문이다.

4) 문제2-③

참가비와 상금을 모두 1000배씩 올렸을 때, 고액의 상금을 탈 수도 있지만 당첨되지 않을 경우 고액의 참가비를 잃을 수 있는 상황임에도 불구하고 처음에는 60%의 학생들이 게임을 참여하며 B를 선택하겠다고 하였다. 게임을 여러 번 하면 이익이거나 이전 문제와 비율적으로 같으니 서로 다른 조건이 아니라고 하였다. 학생들의 발표 후 다시 선택하도록 했을 때는 80%의 학생들이 이 게임을 포기하겠다고 하였는데 그 근거는 참가비를 잃을 확률이 $\frac{1}{2}$이 넘는데 그러기엔 참가비가 너무 크기 때문이라고 하였다.

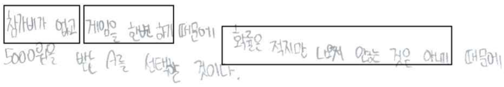
5) 문제3-①

참가비가 없고, 구슬이 떨어질 수 있는 곳의 기댓값이 모두 같아지자 대부분의 학생들의 선택이 A와 C로 분산되었다. 학생들의 수학적인 기준이었던 기댓값 또는 상금과 확률의 비가 동일해지자 확률 또는 상금 중 어느 한쪽으로 가치를 두는 경향을 보인 것이다

2. 요인범주화

문제에서 제공된 조건은 바로 '확률'과 '상금', '참가비', '고액'의 4가지였으며, 문제가 진행될 때마다 조건이 하나씩 변경되었다. 학생들은 선택에 있어 문제에 제공된 조건과 자신이 가지고 있던 확률에 대한 지식과 추론, 게임에 대한 태

도 등의 다양한 요인에 영향을 받았다.



[그림 Ⅳ-1] AJ1_07의 선택 근거

[그림 Ⅳ-1]과 같이 각 학생들의 선택 근거에서 영향을 미치는 요인과 관련한 개념을 추출하여 범주화하면 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 선택에 영향을 미친 요인

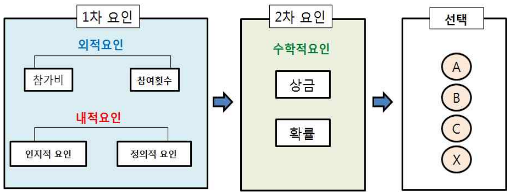
상위요인	하위요인
수학적 요인 (Mathematics Factor)	확률 (Probability)
	상금 (Reward)
외적요인 (External Factor)	참가비 (Fee)
	참여횟수 (Number)
내적요인 (Internal Factor)	인지적 (Cognitive)
	정의적 (Affective)

수학적 요인으로는 선택에 최종적으로 영향을 미치는 '확률'과 '상금'이다. 학생들이 선택함에 있어 확률과 상금 중 어느 한 쪽에 더 가치를 두거나 이 둘을 결합하느냐에 따라 선택지가 결정된다. 문제에서 확률(가능성)쪽에 좀 더 초점을 맞추게 되면 C를, 상금 쪽에 초점을 맞추게 되면 A를, 확률과 상금을 모두 고려하게 되면 B를 선택하게 된다.

외적요인은 게임에서 주어진 조건이나 환경과 관련된 것으로 하위요인으로는 '참가비의 발생' '고액의 참가비와 상금' '게임에 참여하는 횟수'이다. 단 '고액의 참가비와 상금'은 단지 참가비와 상금의 액수가 올라간 것이므로 '참가비'와 '상금'요인으로 통합하여 다루기로 하였다. '게임에 참여하는 횟수'는 학생들에게 주어진 문제에서는 제시되지 않은 조건인데 토론을 통하여 발견한 추가 요인이다.

내적요인은 선택을 하는 학생 개인과 관련한 것으로 하위요인으로는 '인지적 요인'과 '정의적 요인'으로 분류하였다. '인지적 요인'은 학생이 갖고 있는 지식이나 계산 또는 수학적 추론 과정과 관련된 것이고 '정의적 요인'은 학생개인이 게임에 임하는 태도 또는 성향과 관련된 것이다.

외적요인과 내적요인에 의해 학생들은 수학적 요인인 상금 또는 확률 중 한 곳에 초점을 맞추거나 이 둘을 모두 고려하게 되므로 외적요인과 내적요인을 선택에 영향을 미치는 1차 요인으로, 수학적 요인을 2차 요인으로 볼 수 있다. 이 관계를 그림으로 표현하면 [그림 Ⅳ-2]와 같다.



[그림 Ⅳ-2] 요인에 따른 선택 결정 과정

학생들은 문제를 접했을 때 1차 요인 중 하나 또는 둘 이상의 요인이 2차 요인에 영향을 미치며 2차 요인에 의해 선택을 하게 되는 것이다.

3. 선택의 흐름도 작성 및 세부요인 코딩

가. 선택의 흐름도

문제번호			문제1				문제2-①				문제2-②	
제시된 조건			확률				상금, 확률				상금, 확률 참가비	
선택				C	→		→	B	→	A	→	X
2차	수학적 요인			확률				확률 상금		상금		
1차	외적 요인								1번 참여		참가비	
	내적 요인	인지	경우의 수로 계산		확률로 계산				B, C의 당첨도 불확실함 (확률의 비실제성)		손실 가능성이 1/2이 넘음	
		정의									돈을 잃기 싫음	
비고												

[그림 Ⅳ-3] A1_01의 선택의 흐름도 일부

선택의 흐름도는 요인들이 학생의 선택과 그 변화에 어떻게 영향을 미쳤는지 그 흐름을 개인별로 파악하기 위한 자료이다. 문제가 제시된 순서대로 학생들의 선택지를 넣고, 선택의 근거에서 추출하여 범주화한 요인을 기록하였다.

[그림 Ⅳ-3]의 학생 A1_01의 사례에서 보면 [문제2-①]에서 처음에는 '확률'과 '상금'을 모두 고려하여 B를 선택하였다. 이 때 게임의 외적요인인 '한 번 참여'와 내적요인으로 확률 값이 높다고 해서 현실에서 그것이 이루어지지 않을 수 있다는 '확률의 비실제성[4]'을 인지하는 순간 '상금'에만 초점을 두어 A로 선택을 바꾸었다. 그 후 참가비가 발생하는 [문제2-②]에서는 '참가비'라는 외적요인을 고려하자, 게임의 목표의 우선순위로 '돈을 잃지 않는 것'이라는 태도를 보였으며 가장 '확률이 높은 C도 $\frac{1}{2}$이 되지 않는다'는 점을 인지하여 게임을 포기하는 선택을 하였다.

나. 요인의 세부내용 코딩

범주화한 요인별로 세부내용을 추출하고 요인명의 영문 이니셜로 코딩하면 <표 Ⅳ-2>와 같다.

<표 Ⅳ-2> 선택에 영향을 미친 요인들

<table>
<tr><th>구분</th><th>상위 요인</th><th>하위 요인</th><th>세부내용</th><th colspan="2">코드</th></tr>
<tr><td rowspan="4">2차 요인</td><td rowspan="4">수학적 요인 (M)</td><td rowspan="2">확률(P)</td><td>확률 지향</td><td colspan="2">M-P</td></tr>
<tr><td rowspan="2">확률, 상금 모두 고려</td><td rowspan="2" colspan="2">M-PR</td></tr>
<tr><td rowspan="2">상금(R)</td></tr>
<tr><td>상금 지향</td><td colspan="2">M-R</td></tr>
<tr><td rowspan="10">1차 요인</td><td rowspan="6">외적 요인 (E)</td><td rowspan="4">참가비(F)</td><td>없음(N)</td><td colspan="2">EF-N</td></tr>
<tr><td>있음(Y)</td><td colspan="2">EF-Y</td></tr>
<tr><td>적음(L)</td><td colspan="2">EF-L</td></tr>
<tr><td>많음(H)</td><td colspan="2">EF-H</td></tr>
<tr><td rowspan="2">참여횟수 (N)</td><td>한 번(1)</td><td colspan="2">EN-1</td></tr>
<tr><td>여러 번(S)</td><td colspan="2">EN-S</td></tr>
<tr><td rowspan="4">내적 요인 (I)</td><td rowspan="3">인지적(C)</td><td>인식(A)</td><td>IC-A</td><td>1~3</td></tr>
<tr><td>상금과 확률(RP)</td><td>IC-RP</td><td>1~5</td></tr>
<tr><td>참여시도(T)</td><td>IC-T</td><td>1~4</td></tr>
<tr><td>정의적(A)</td><td>태도(A)</td><td>IA</td><td>1~4</td></tr>
</table>

4. 자료 분석 결과

가. 선택지별 근거

A 또는 E를 선택하는 근거로 큰 상금에 대한 매력도가 크게 영향을 미쳤다. 단, 참가비가 없어 잃는 금액이 없을 때 주로 그러하였다. 또한 기댓값은 실제로 얻는 금액이 아니라는 인식과 확률이 나타내는 수치가 현실에 그대로 적용되지는 않는다는 불확실성은 확률에 의존하기보다는 상금에 초점을 맞추게 하였다.

B 또는 D를 선택한 학생들은 상금과 확률을 동시에 고려하여 합리적이라고 생각한 방법들을 도출하면서 상금의 비와 확률의 비를 이용하거나, 각 경우의 수와 상금을 곱하는 모습을 보였다. 또한 여러 번 참여했을 때 확률의 수치만큼 당첨된다고 가정(4/16은 16번 참여하면 4번은 당첨된다고 가정)하여 확률의 비실제성보다는 수치에 대한 신뢰를 보였다.

C를 선택한 학생들은 가능성이 가장 높은 것에 초점을 맞추었다. 게임의 목적을 조금이라도 상금을 얻는 것에 둔 학생들이 많았고, 이때도 기댓값은 가정일 뿐 실제로 얻는 금액이 아니라는 인식이 작용하고 있었다.

참가비가 있으면 게임을 하지 않겠다는 학생들은 돈을 잃지 않겠다는 것에 목적을 두고, 돈을 잃을 가능성이 $\frac{1}{2}$이 넘기 때문이라고 하였다. 또 여러 번 게임을 한다고 해도 매번 게임은 새롭게 시작되므로 선택한 것이 예상한 만큼 나온다는 보장이 없다고 하면서 확률 수치는 단지 이론이지 현실이 아니라는 의견을 보였다.

<표 Ⅳ-3>은 선택지별 근거에서 드러나는 요인들이다. 이를 살펴보면 A와 C의 선택에 영향을 미친 요인과 B의 선택에 영향을 미친 요인이 대조됨을 알 수 있다. A와 C를 선택한 학생들은 참

4) 이 용어는 확률값이 실제 현실에서의 결과와 일치하지 않는다는 뜻으로 본 연구자들이 명명한 것이다.

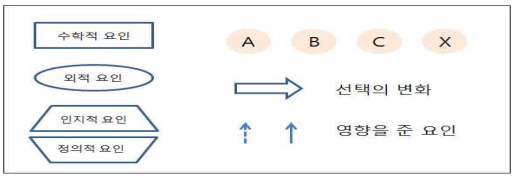
<표 Ⅳ-3> 선택지별 영향을 미친 요인

구분	EF	EN	IC	IA
A	EF-N EF-L	EN-1	IC-A1	IA-3
B		EN-S	IC-RP(1~5)	
C	EF-N EF-L	EN-1		IA-1 IA-2
X	EF-H		IC-A1 IC-T1	IA-1

가비가 없음을 인지하거나 게임에 참여를 한 번 할 때 선택하였고, B를 선택한 학생들은 게임을 여러 번 참여하는 것을 가정하는 것을 볼 수 있다. 또한 B를 선택하는 학생들은 개인의 성향이나 태도와 관련된 정의적인 요인이 드러나지 않았으며, 상금과 확률을 동시에 고려함에 있어 나름대로 합리적인 방법들을 고려하는 모습을 보였다. 게임의 포기를 고려하는 학생들은 확률의 비 실제성에 대한 인식이 주로 이루어졌고, 참가비가 높을 때 많이 선택되었다. 손실을 기피하려는 태도가 영향을 주었으며, 참여에 대한 기준을 상금을 얻어 참가비를 잃지 않을 확률이 과반이 되는지에 대한 것을 기준으로 하는 경우가 많았다.

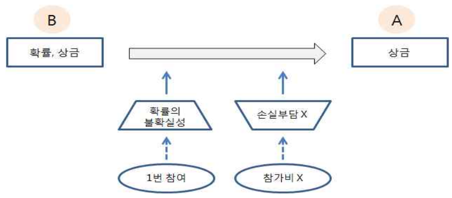
나. 요인영향도

선택의 변화과정을 단순화시켜 도해적 방법으로 표현하면 구성 요소의 약속은 <그림 Ⅳ-4>와 같다. 선택의 각 요인과 관계를 나타내기 위해 각 요인을 상이한 모양으로 표시하고 그들의 관계를 화살표로 연결하여 설명한다.



[그림 Ⅳ-4] 요인 영향도의 구성요소

이는 의사결정론(김양렬, 2012: 90-91)에서의 '영향도[5]'의 이미지를 참고하여 구성한 것으로 본 연구에서는 '요인 영향도'라 칭하였다. <그림 Ⅳ-5>는 B의 선택에서 A로 변화된 모습을 보여주는 요인영향도로 확률과 상금을 모두 고려하여 선택을 하던 학생이, 상금 쪽으로 초점이 이동된 모습을 보여준다.



[그림 Ⅳ-5] 요인 영향도의 예

처음에 확률과 상금을 모두 고려하여 B를 선택한 이 학생은 게임을 '한 번 참여'한다는 외적 조건에 의해 확률값이 현실에서 그대로 일어나지는 않는다는 비실제성을 인지하였고, '참가비가 없다'는 외적조건을 인지하자 손실에 대한 부담이 없어 상금을 얻는데 더 관심이 이동한 것이다. 이 외의 선택이 변화되는 상황의 요인 영향도는 <부록>에 실었다.

다. 요인별 분석

1) 참가비와 참여 횟수(외적요인)

참가비가 없음(EF-N)을 고려한 학생들은 모두 A와 C를 선택하였다. 학생들은 손실이 없으므로 선택에 대한 부담이 없어 확률과 상금을 모두 고려하기보다는 자신의 성향이나 게임에 대한 태도 등에 의해 A 또는 C를 선택하겠다는 모습을 보인 것이다. 참가비가 있음(EF-Y)을 인식한 후에는 각자 고려하는 다양한 요소에 의해 선택이 달라졌다. [문제2-③]에서 학생들은 주로 고액의

5) 의사결정 상황을 도해시켰다는 점과, 이미지의 일부를 차용하였으나 그 내용과 형식은 무관하다.

참가비(EF-H)에만 초점을 맞추었다. 상금이 아무리 높아도 잃을 가능성도 너무 높다는 것이다. 학생들은 확실한 손실과 불확실한 이득 사이에서 고민을 하였으며 확실한 손실의 크기가 커질수록 불확실한 이득에는 관심이 감소하였다.

참여횟수(EN)는 이 과제에서 제공한 조건이 아니다. 하지만 학생들은 참여횟수에 대한 관심을 보이고, 참여횟수의 조건에 따라 선택이 달라졌다. 한 번 참여(EN-1)을 고려한 학생은 B를 제외한 선택을 하였으며, 여러 번 참여(EN-S)를 고려한 학생들은 참가비가 있는 문제에서 B를 선택한 학생들이었다.

<표 Ⅳ-4> 참여횟수에 따른 선택

EN	IC	선택
한 번 참여(EN-1)	확률의 비실제성 인식	A
	확률수치에 의존	C
여러 번 참여(EN-S)	총 참가비와 기대되는 총 상금의 비교	B

2) 인지적 요인(내적 요인)

내적 요인 중에서 학생들의 인지적요인과 관련된 내용은 아래 3가지로 분류된다.

① 상금과 확률을 고려하는 방법

상금과 확률을 동시에 고려하여 선택하는 방법을 정리하면 <표 Ⅳ-5>와 같다.

<표 Ⅳ-5> 상금과 확률을 고려하는 방법

코드	내용	참가비
IC-RP1	상금의 비(A:B:C=5:3:1)와 확률의 비(A:B:C=1:4:6)를 이용	EF-N
IC-RP2	경우의 수(또는 확률)와 상금을 곱함	
IC-RP3	기댓값을 계산함	
IC-RP4	반복 참여시 확률만큼 당첨된다고 가정후 총 참가비와 총 상금을 비교함	EF-Y
IC-RP5	기댓값을 계산하여 참가비와 비교함	

② 확률/기댓값에 대한 개인의 인식

학생들은 판단할 때 확률과 기댓값은 비실제적이며, 현실에서는 0과 1사이의 값이라는 등의 인식을 판단하는데 이용하기도 하였다.

<표 Ⅳ-6> 확률/기댓값에 대한 개인의 인식

코드	코드명	내용
IC-A1	확률의 비실제성	확률값이 현실에 그대로 실현되지 않는다. 운이 작용하며 예측 불가능하다.
IC-A2	기댓값의 비실제성	실제로 내가 받는 금액이 아니다. 여러 번 참여하면 기댓값에 의존한다.
IC-A3	예측범주와 결정범주	확률은 0과 1사이의 값이지만, 현실에서는 0이거나 1이다. 그래서 1/2을 기준으로 한다.

③ 참여 여부의 결정 근거

게임에 참여 여부를 결정하는 근거로는 다음 4가지 유형이 나왔으며, 그중 IC-T1, IC-T4는 임의적인 수치이며, IC-T3은 불필요한 계산임에도 근거로 들었다.

<표 Ⅳ-7> 게임 참여 여부를 결정하는 근거

코드	내용
IC-T1	손실 가능성이 과반이라는 점
IC-T2	기댓값이 참가비보다 높은 선택지가 있다는 점
IC-T3	기댓값의 평균이 참가비보다 높다는 점
IC-T4	상금이 참가비보다 모두 2배 이상이라는 점

3) 정의적 요인(내적 요인)

내적 요인 중에서 학생들의 정의적 요인 과 관련된 내용은 이 게임에 참여하는 태도, 즉 게임에 대한 목적과 관련한 부분으로 <표 Ⅳ-8>와 같이 4개의 유형으로 분류되었다.

<표 Ⅳ-8> 게임에 대한 태도

코드	내용
IA-1	게임의 최대 목적은 돈을 잃지 않는 것 이다. (손실 기피성향)
IA-2	가능성이 높은 것 (안정지향)
IA-3	많은 상금을 타는 것이 가장 우선이다.
IA-4	재미와 성취감에 따라 가장 어려운 곳에 해보겠다.

5. 확률/기댓값에 관한 쟁점

학생들의 선택과 이를 분석한 자료를 통해 학생들이 가지고 있는 선택에 영향을 미친 확률과 기댓값의 개념인식을 알아볼 수 있었다. 이를 통해 몇 가지 쟁점들을 논의하면 다음과 같다.

가. 고전적 확률의 비실제성

본 연구 과제에서 학생들은 경우의 수를 이용하여(고전적 확률) 확률 값을 모두 동일하게 구하였지만 그 확률 값에 대한 개인의 인식은 달랐으며, 동일인이더라도 문제의 상황에 따라 확률에 의존하는 정도가 다름을 알 수 있었다. 고전적 확률 자체가 선험적으로 확률을 다루며, 모든 것이 이상화된 상황을 가정하고 구한 확률이기에 현실에서 그 사건이 일어나는 정도와는 괴리가 있다. 학생들은 이를 인식하고, 확률값에 의존해야하는 경우와 그렇지 않아야 하는 경우를 구분하였다. 이러한 확률의 비실제성은, 선택에 대하여 손실 위험이 있을 때 더 강하게 인식된다. 또한 이 속성이 인식하는 학생들은 여러 가지 상황을 고려하며 자신만의 우선 순위나 성향 의해 수학적으로 합리적이라고 인정되는 선택과는 다른 선택을 하게 됨을 알 수 있었다.

나. 기댓값에 대한 학생들의 인식

본 연구에서 학생들은 상이한 확률과 상금사이에서 합리적인 값을 찾는데 '기댓값'의 개념을 이용하였다. 진단평가 당시 이 개념을 정확히 인지한 학생은 30%에 불과했으나 초등수학영재들은 기댓값에 접근하는 추론을 사용할 수 있었는데, 이들이 기댓값을 해석하는 반응은 아래 3가지 유형으로 정리된다.

첫째, 확률을 빈도수로 해석하는 경우로, 가장 많은 학생들이 접근한 방법이다. 이 개념은 사건 X에 대해 이 실험을 무한히 독립적으로 반복 시행할 경우 사건이 발생할 횟수의 비율이 P(X)라고 가정한 것으로 각 게임에서 딸 평균 금액을 가정하는 것이다. 학생들은 $\frac{4}{16}$를 16번 중 4번 나타나는 비율로 보았고, 이를 도수로 해석하여 16번 참여할 때 4번 상금을 얻는 상황으로 계산하여 이득이 가장 높은 것을 취하였다.

둘째, X의 기댓값을 X가 취할 수 있는 값들에 각각 그 값을 취할 확률이 가중된 가중 평균으로서 파악한 경우이다. 예를 들면 본 연구의 문제 상황에서 B를 선택하였을 때의 확률분포는 <표 Ⅳ-9>와 같다.

<표 Ⅳ-9> 구슬게임에서 B를 선택했을 때의 확률 분포

상금(R)	3000	0
확률(P)	$\frac{4}{16}$	$\frac{12}{16}$

학생들은 B의 기댓값을 $3000\times\frac{4}{16}$로 파악하였는데 확률분포를 통한 기댓값의 정의에 따른 식 $3000\times\frac{4}{16}+0\times\frac{12}{16}$와 관련한 것이다. 이는 상금을 해당 확률만큼으로 변환하려는 시도라고 볼 수 있다.

셋째, 기댓값에 대한 비실제성으로 인한 심리적 기대로 인식하는 경우이다. 기댓값이 높아도, 그 금액이 내가 실제로 받는 금액이 아니기 때문에 그에 대한 의존도가 낮아지는 것이다. 이 경우 확률의 비실제성과 마찬가지로, 자신의 성향이나 문제의 상황에 따라 상금 지향과, 확률 지향의 극단으로 분산되는 모습을 보였다.

다. 외적요인과 확률의 개념

참가비가 생기거나, 참여 횟수를 1회로 가정하였을 경우 학생들은 기댓값을 기준으로 판단하지 않는 모습을 보여주었다.

[문제2-①]과 [문제2-②]는 기댓값이라는 수학적 개념을 도입하였을 때 동일한 선택을 해야 한다. 하지만 학생들은 참가비가 있는 [문제2-②]에서 선택이 변화하는데 손실에 대한 기피현상이 나타나기 때문이었다. 인간은 손실을 싫어하는 성향을 가지고 있어 기대되는 수익이 더 높음에도 시도를 하지 않는 경우가 많다.

또한 학생들은 원 문제에 제시되지 않았던 참여 횟수에 관심을 보였다. 당초 교사는 참여 횟수가 학생들의 선택에는 영향을 미칠 요소라고 생각지는 않았다. 하지만 학생들은 참여 횟수에 따라 확률에 대한 인식이나, 게임에 대한 태도가 달라졌고, 선택의 결과도 달라졌다. 1회만 참여한다는 조건은 확률의 비실제성을 인식하게 하거나, 확률값에 의존하는 서로 다른 형태의 사고를 불러왔다. 하지만 여러 번 참여할 수 있다는 조건은 기댓값에 대한 의존도를 높였다. 게임의 참여 횟수를 여러 번, 좀 더 확장하여 무제한으로 할 수 있다는 가정은 빈도적으로 접근하는 '통계적 확률'과 연결된다. '기댓값'이라는 개념이 확률문제의 선택에서 유용하게 사용되어지기 위해서는 횟수가 중요한 영향을 미친다는 것을 수학영재들은 직관적으로 감지해낸 것이다.

Ⅴ. 영재들을 위한 확률 교육의 시사점

(확률과 상금이 상이한) 확률 문제에서 연구대상자들이 보여준 판단 근거와 사고 과정을 분석한 결과를 바탕으로 초등수학영재들을 대상으로 한 확률 문제 지도를 위한 교육적 시사점을 몇 가지 제시하고자 한다.

첫째, 확률 문제는 개념을 먼저 학습하고 그것을 적용하는 방식보다는 수학적 개념을 바탕으로 한 현실 속 실제 문제를 영재학생들로 하여금 토론 등을 통해 창의적으로 해결해 보는 경험을 제공할 필요가 있다. 수학영재학생들은 개념을 직접 미리 배우지 않더라도 다양한 확률 추론을 통해 문제해결 방법을 도출해 낼 수 있다. 예를 들어, 기댓값을 배우지 않더라도, 확률 문제 상황 속에서 그 개념을 추론해 내었다. 또한, 기댓값 기준으로 선택을 할 때 상금의 편차가 큰 경우(즉, 기댓값보다 표준편차가 큰 경우6))는 단번의 게임보다는 여러 번의 게임이 유리하다는 통계학적 실제성을 영재들은 직관을 통해 추론해 내었다.

나귀수 외 3인(2007: 406)은 영재학생들을 지도할 때 수학적으로 풍부한 맥락을 포함하는 문제를 학생들에게 제시하는 것에 대하여 제언하였다. 본 연구에서도 맥락이 포함된 상황을 통해 확률을 도입하여 확률에 대한 객관적 지식이 학생 개인의 내적요인과 결부되어 유의미한 판단 기준으로 동시에 작용할 때 문제해결자로서 개념에 대해 깊게 고찰한다는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 영재들을 위한 바람직한 확률 교육을 위해서는 교과서 속의 확률 지식을 숙달하는 것을 넘어, 맥락이 포함된 다양한 상황에서 학습자가 직접 선택을 내려야 하는 확률적 추론의 사용 경험을 제공할 필요가 있다.

둘째, 현실적인 확률 문제를 다룰 경우, 교사는

6) 기댓값의 가치에 대하여 김태웅(2013: 89-90)은 복권의 사례를 들어 설명하였는데, 기대치는 표준편차 또는 분산을 구하지 않고서는 그 의미가 상당히 퇴색된다고 하였다. 표준편차가 기대치에 비해 상대적으로 작은 경우에는 단 한 번의 복권 구입으로도 기대치만큼의 수익을 얻을 수 있다고 기대할 수 있지만, 표준편차가 기대치보다 매우 크면 지속적으로 복권구입을 하는 경우에만 기대치만큼의 수익을 기대할 수 있지만 한 번의 복권 구입으로 기대치 수준의 수익을 올릴 수 있으리라고 기대해서는 곤란하다고 하였다.

학생이 내린 확률 판단의 근거를 지적 영역의 '기댓값' 기준만으로 평가하지 말고 영재학생들의 개인적인 경험이나 심리적 성향과 같은 다양한 선택 근거까지 세밀히 들여다 볼 필요가 있다.

확률값은 수학적 확률로 그 값이 정해지지만, 선택은 확률값 외에도 심리적 요인을 포함한 다양한 외적요인이 개입하여 간극이 있을 수 있기 때문인데, 이는 확률의 비실제성과 같은 특징에 기인한다. 본 연구에서 사고 수준이 가장 높은 집단에 속하는 초등수학영재들이라 할지라도 다양한 선택의 여지가 있으면서 확률적 판단이 필요한 문제에서는 수학적 확률이나 상금과 같은 수학적인 요인을 고려하되 확률적 추론에 의해 타당하다고 여겨지는 선택지만을 고르지는 않았다. 그들은 오히려 참가비나 참여 횟수와 같은 수학 외적인 요인, 특히 게임에 참가하는 학생 개인의 승부욕이나 상금을 얻는 것보다 잃을 수 있다는 불안감과 같은 심리적 요인이 개입하는 것으로 확인되었다. 또한 학교에서 배우는 '기댓값'의 개념이 어떤 경우에 합리적이고 어떤 유용성이 있는지도 수학적인 근거를 바탕으로 한 토론 과정은 학생들로 하여금 그 개념을 확고하게 해줄 것이다.

우리는 수학영재들에게 확률 지식의 활용이나 적용을 넘어 현실적인 맥락에서 수학적 안목으로 새로운 관점을 산출해 내 주기를 기대한다. 그러려면 비현실적인 맥락에서의 문제풀이 경험이나 복잡한 확률 알고리즘의 적용만으로는 부족하다. 현실 맥락에서 확률이 내재한 문제 상황에서 수학적 안목으로 자신이 직접 의사결정을 해 보고 그것을 정당화하는 경험은 수학영재학생들에게 차후 지식의 생산자로서의 역량을 발휘하게 하는 기회가 될 것이다.

참고 문헌

강석복, 우정수(2007). **확률의 입문**. 자유아카데미.

고지마 히로유키(2004). *確率的發想法*. 김경원 옮김(2010). **확률의 경제학**. 살림Biz.

김양렬(2012). **의사결정론**. 명경사.

김우현, 송상헌(2009). 변형된 상금 분배 문제의 해결과정에 나타나는 초등학교 수학영재들의 사고 특성 분석. 대한수학교육학회지: **학교수학, 11**(2), 317-333.

김태웅 (2013). **통계학개론** (3판). 신영사.

나귀수, 이경화, 한대희, 송상헌(2007) 수학영재 학생들의 조건부확률 문제해결 방법. 대한수학교육학회지: **학교수학, 9**(3), 397-408.

두산백과(2013). 확률. 검색일 2013년 6월 4일. 웹 주소 http://www.doopedia.co.kr/doopedia/master/master.do?_method=view&MAS_IDX=101013000895426

우정호(2010). **학교 수학의 교육적 기초** (2판). 서울:서울대학교 출판문화원.

이경화(2010). 확률적 사고수준과 영재교육. 한국영재교육학회지: **영재교육연구, 20**(1). 151-173.

이상현(2010). **확률 개념의 역사적 분석**. 석사학위논문. 경북대학교.

이승은(2013). **확률문제에서 조건변경에 따른 초등 수학 영재들의 선택의 변화 분석**. 석사학위논문. 경인교육대학교.

임재훈(2008). 확률적 사고에 대한 고찰: 무작위성, 조건부 확률, 독립에 대하여. **과학교육논총, 21**(1), 65-80. 경인교육대학교 과학교육연구소.

한국교육개발원(2007). 꿈은 이루어진다. 한국교육개발원 수탁연구 RM2007-9-7, 19-21.

Analysis on the Changes of Choices according to the Conditions in the Realistic Probability Problem of the Elementary Gifted Students

Lee, Seung Eun (Siheung Neunggok Elementary School)
Song, Sang Hun (Gyeongin National University of Education)

The major purpose of this article is to examine what kind of gap exists between mathematically gifted students'probability knowledge and the reality actually applying that knowledge and then analyze the cause of the gap. To attain the goal, 23 elementary mathematically gifted students at the highest level from G region were provided with problem situations internalizing a probability and expectation, and the problems are in series in which conditions change one by one.

The study task is in a gaming situation where there can be the most reasonable answer mathematically, but the choice may differ by how much they consider a certain condition. To collect data, the students' individual worksheets are collected, and all the class procedures are recorded with a camcorder, and the researcher writes a class observation report.

The biggest reason why the students do not make a decision solely based on their own mathematical knowledge is because of 'impracticality', one of the properties of probability, that in reality, all things are not realized according to the mathematical calculation and are impossible to be anticipated and also their own psychological disposition to 'avoid loss' about their entry fee paid.

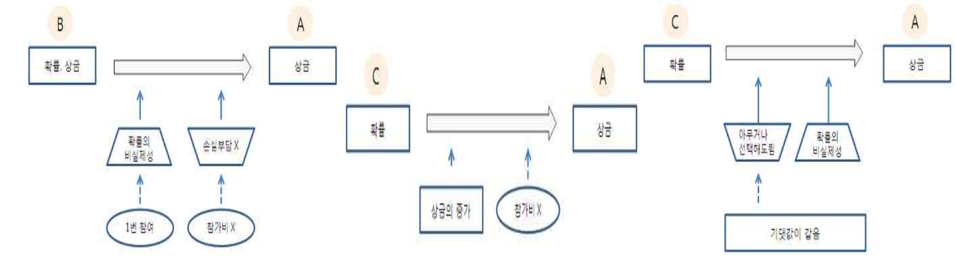
In order to provide desirable probability education, we should not be limited to having learners master probability knowledge included in the textbook by solving the problems based on algorithmic knowledge but provide them with plenty of experience to apply probabilistic inference with which they should make their own choice in diverse situations having context.

* Key Words : Mathematics(수학), Gifted Students(영재), Teaching Strategy(지도 방안), Probability Inferences(확률 추론), Expectation(기댓값), Changes of Choices(선택의 변화), gap of knowledge(지식의 간극), Realistic Problem(현실적인 문제), 요인 분석(factor analysis)

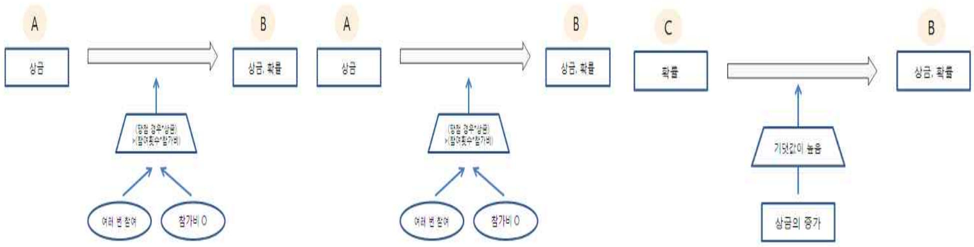
논문접수 : 2013. 8. 8
논문수정 : 2013. 9. 6
심사완료 : 2013. 9. 16

부록 (선택의 변화에 미친 요인들)

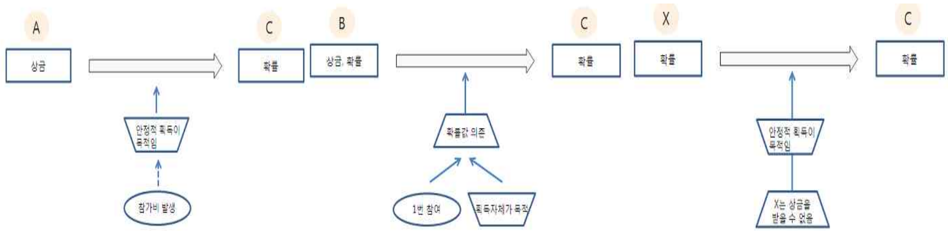
1. 선택이 A로 변화되는 예



2. 선택이 B로 변화되는 예



3. 선택이 C로 변화되는 예



4. 선택이 X(불참)로 변화되는 예