2009 개정 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서 분석

강 완*

2013학년도부터 시행되는 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에 대하여 다음과 같은 네 가지 문제점을 지적하고 대안을 모색하였다. 첫째, 네모 상자 모양, 등근 기등 모양, 공 모양, 네모, 세모, 동그라미 등 기본 도형의 인지 활동에 필요한 언어 사용을 허용하여야 한다. 둘째, 교과서에 등장하는 약속하기 활동은 다른 용어로 대체하여야 하며, 도형의 이름 붙이기 활동도 절제되어야 한다. 셋째, 오목다각형을 다각형의 다양한 범례로서 포함하여 취급하여야 한다. 넷째, 유리수의 계산과 관련하여 실생활과 관련이적고 초등학교 학생들에게 부담이 되는 내용을 대폭 경감하여야 한다.

I. 서 론

2013학년도부터 초등학교 1, 2학년을 대상으로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정이 적용된 교과서가 보급되고, 이에 따른 교육이 실시되고 있다. 한국의 초, 중, 고등학교 교육과정은 평균적으로 6년 주기로 개정되어 오고 있지만, 이번 2009 개정 교육과정 총론은 2007 개정교육과정 총론이 고시된 지 2년 만에 새로 고시되어 이례적이라고 볼 수 있다.

2009 개정 교육과정의 특징은 창의성과 인성을 강조한다는 점이지만, 외형적 체제의 가장 특징적인 변화는 학년군제의 개념을 도입했다는 점이라고 볼 수 있다. 학년군제 교육과정의 장점은 교육과정의 운용상 융통성을 확보할 수 있다는 장점이 있지만, 내용상의 위계성이 뚜렷한 수학 교과의 경우에는 그다지 큰 궁정적 효과를

발휘하기 어렵다고 말할 수 있다.

초등학교 수학과 교육과정에 있어서는 개정이 이루어질 때마다 음의 정수, 방정식 등의 일부 내용이 중학교로 이동하거나 반대로 중학교 내용 중 일부가 초등학교로 이동하는 경우가 항상발생한다. 이번 2009 개정 교육과정에서도 방정식, 회전체, 확률, 줄기와 잎 그림 등의 개념이 "학습량 경감"이라는 이유로 중학교로 이동하였다. 이렇게 기존에 가르치던 내용 중 일부가 초등학교에서 중학교로, 또는 중학교에서 초등학교로 이동하는 것은 수학적 위계성에 크게 위반되지 않는 한 그리 문제될 것이 없다.

그러나 그동안 지도되지 않던 내용이 새로 편입된다거나, 새로운 지도 방법을 요구하는 경우에는 세심한 주의가 필요하다. 또는 그동안 관행으로 여겨온 부적절한 내용에 대한 개선이 지체되는 경우도 수학 교육의 질적 개선을 위해 좋은 기회를 놓치는 일이어서 이를 지적하고 상세

^{*} 서울교육대학교 (wkang@snue.ac.kr)

¹⁾ 이 연구는 서울교육대학교 2013학년도 교과교육연구 교내연구비에 의한 것임.

히 논의하는 것은 바람직한 일이다.

본 논문은 이렇게 초등학교 수학과 교육과정 이 개정될 때마다 이루어지는 상투적인 내용 이 동의 문제를 넘어서서 그동안 우리가 간과해 오 거나 충분한 이해 없이 다루어 오던 초등학교 수학과 교육과정의 예상되는 문제점을 개괄해 보고, 이를 통하여 보다 나은 초등학교 수학 교 육의 질적 개선을 이루는 데 보탬이 될 수 있는 대안을 모색하고자 하는 데 논의의 목적을 두었다.

초등학교 수학 교육의 질적인 발전을 위하여 2009 개정 초등학교 교육과정 및 교과서에 나타 난 주요 문제점 중, 본 논문에서 논의하고자 하 는 점은

- ① 도형 영역에서의 초기 분류 활동에 대한 지도 방법 문제,
- ② 수학적 정의의 개념 및 초등학교용 이름 짓기 지도 방법의 문제,
- ③ 오목다각형 지도 여부의 문제,
- ④ 분수 계산 지도의 교육적 가치에 대한 문제 의 네 가지이다.

이를 위해 본 연구는 2009개정 초등학교 수학 과 교육과정 문서와 이미 출간된 초등학교 1, 2 학년 1학기 교과용 도서를 검색하고 재해석하는 문헌 분석 연구 방법을 사용하였다.

II. 본 론

1. 세모, 네모, 동그라미 등의 일상적인 용어 사용하기

반힐(van Hieles)에 따르면 기하 학습의 첫 번 째 단계는 도형에 대한 인식 활동이다(강완, 김 상미, 박만구, 백석윤, 오영열 2010: 193-205). 한 국의 초등학교 수학 교육에 있어서 이에 해당되 는 학습 활동은 직육면체 모양, 원기둥 모양, 구 ① 교실 및 생활 주변에서 여러 가지 물건을

모양, 세모, 네모, 동그라미 등에 대한 인식 활동 이다. 이러한 활동들은 대체로 초등학교 1학년 시기에 주어진다. 이러한 내용을 취급하는 한국 의 수학과 교육과정 내용을 살펴보자.

2007 개정 수학과 교육과정에서는 초등학교 1 학년 도형 영역에서 다음과 같이 제시하고 있다 (강완, 김상미, 박만구, 백석윤, 오영열 2010: 370).

1 입체도형의 모양

- ① 여러 가지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기 둥, 구의 모양을 찾을 수 있다.
- ② (생략)

2 평면도형의 모양

- ① 여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각 형, 원의 모양을 찾을 수 있다.
- ② (생략)

그리고 이에 따른 교수-학습상의 유의점을 다 음과 같이 제시하고 있다.

- ① '상자 모양', '둥근 기둥 모양', '공 모양' 등의 일상적인 용어를 사용하여 기본적인 입체도형에 친숙하게 한다.
- ② '네모', '세모', '동그라미' 등의 일상적인 용어를 사용하여 기본적인 평면도형에 친 숙하게 한다.

그런데 이러한 교육과정을 2009 개정 교육과 정에서는 1~2학년군 학습 내용 성취 기준의 도 형 영역에서 다음과 같이 진술하고 있다(교육과 학기술부 2011: 152).

1 입체도형의 모양

관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾고, 그것들을 이용하여 여러 가지 모양을 만들 수 있다.

② (생략)

2 평면도형의 모양

① 교실 및 생활 주변에서 여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾 고, 그것들을 이용하여 여러 가지 모양을 꾸밀 수 있다.

② (생략)

그리고 이 영역의 교수-학습상의 유의점에서는 다음과 같이 진술하고 있다.

① 입체도형의 모양이나 평면도형의 모양을 다룰 때 모양의 특징을 직관적으로 파악함 으로써 모양을 분류할 수 있게 한다. 이때 분류된 모양의 이름(상자 모양, 둥근기둥 모양, 공 모양, 네모, 세모, 동그라미 등)을 붙여 범주화하지 않게 한다.

변화가 일어난 것이 분명하다. 그러나 이 변화가 무엇을 의미하는지는 분명하지가 않다. '상자모양', '둥근 기둥 모양', '공 모양', '네모', '세모', '동그라미' 등의 "일상적인 용어"를 사용하여야 할 것인가, 말아야 할 것인가?

우선 2009 개정 교육과정의 이러한 조항(교수학습상의 유의점)을 어떻게 받아들이고 해석하여야 할지가 상당히 난감한 문제이다. 유의점 ①의 앞의 문장은 '분류하라'는 뜻이 분명하다. 그러나 뒤의 문장은 복합 문장으로서 요약하자면 '이름을 붙여 범주화하지 말라'는 뜻이 된다. 이것은 두 가지로 분해하여 해석될 수 있다. 첫째는 '이름을 붙이지 말라'는 뜻이거나 둘째는 '범주화하지 말라'는 뜻이다. 그러나 후자의 경우,

유의점 ①의 앞의 문장에서 '분류하라'는 뜻이 분명하므로 '범주화하지 말라'고 해석하는 것은 모순이 된다. 따라서 유의점 ①의 두 번째 문장 은 '이름을 붙이지 말라'는 뜻으로 해석할 수밖 에 없다.

그러면 어떻게 "이름을 붙이지 않고 분류"할 수 있을까?

우선 절충적인 방법으로 비 기호 언어를 쓰는 방법을 생각할 수 있다. 언어란 인간의 사상이나 감정을 표현하고, 의사를 소통하기 위한 소리나 문자 따위의 수단으로서, 음성 언어와 문자 언어 로 구분할 수 있다. 음성 언어란 음성을 수단으로 한 말. 표현으로서 몸짓 또는 문자 언어에 상 대되는 말이다. 그러나 음성이나 몸짓, 문자 이 외의 방법으로도 의사소통이 가능한데 이때의 의사전달 매개체를 <비 기호 언어> 또는 <비언 어>라고 한다.

"이름을 붙이지 않고 분류"하는 활동을 할 때, 교사와 학생이 의사소통하는 방법에는 이렇게 <비언어>를 사용하는 방법이 있다. 예를 들어 두꺼운 종이나 플라스틱판을 이용하여 □, □, □, △, ○ 모양의 구체물을 만들고, 이중하나들 집어 들어 "~ 이런 모양"이라고 불러주는 방법이 있다. 불편하기는 하지만 2009 개정교육과정에서 말하는 유의점은 이러한 방법을 의도하는 듯하다.

그러나 비언어를 사용하는 방법에는 큰 모순이 숨어 있다. 우선 비언어를 사용하여 "~ 이런 모양"이라고 말하여도 그것은 어쨌든 "이름"을 말하고 만 것이 된다. 마치 구약 성서에 나오는 유일신의 이름을 함부로 호칭하지 말라는 신의 명령과 그럼에도 불구하고 자그마한 우상이라도 만들어야 안도하는 우중(愚衆)의 모습이 떠오르는 듯하다. '수학'이라는 고도의 추상적 개념의 집합체를 가르치는 과정에서 사고 대상의 '이름'을 사용하지 않겠다는 것은 어불성설(語不成說)

이다.

학습심리학자 가네(R. Gagne 1965)에 따르면 학습의 유형은 ① 신호 학습, ② 자극-반응 학습, ③ 연쇄, ④ 언어 연합, ⑤ 식별 학습, ⑥ 개념학습, ⑦ 규칙 학습, ⑧ 문제 해결의 8 가지로구분되고 이들은 위계적이다. 즉, 식별 학습이나개념 학습이 이루어지기 위해서는 언어 연합이산행되어야 한다. 언어 연합이란 "이름 붙이기"의 다름 아니다. <언어>를 사용하는 <비언어>를 사용하는 이름을 붙이지 않고는 식별 학습이나개념학습이 이루어질 수 없다. 그러한 점에서보면 교육과정의 유의점 ①은 그 자체가 모순이된다.

따라서 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에는 이러한 변화에 대하여 보다 명료하게 이해를 도와주는 설득력 있는 설명이 결여되어 있다고 볼 수 있다. 그리고 무엇보다도 중요한 문제는 도대체 언제까지(몇 학년 어느 학기가 되기전까지) 이름을 부르지 말라는 것인지 명시되어 있지 않다는 점이다.

그러나 이미 고시된 교육과정이라 할지라도 이를 구현하는 교과서에서는 보다 합리적인 방안을 모색할 수 있다. 2009 개정 교육과정을 구현하는 초등학교 수학 교과서에서는 교육과정상의 이러한 모순을 감안하여, <비언어>를 사용하는 방법을 제시할 수도 있겠지만, <언어>를 사용하여, 특히 <음성 언어>를 사용하여 "네모 상자 모양, 둥근기둥 모양, 공 모양, 네모, 세모, 동그라미"등의 용어를 사용하는 방법도 함께 권장하기로 하는 것이 바람직하다.

2. 수학적 정의와 "약속하기"

수학적으로 정의(定義 definition)란 수학에서 사용하는 '용어의 뜻을 규정하는 문장 또는 식' 을 의미 한다 (박을용, 김치영, 박한식, 조병하, 정지호 1983: 579). 비록 초등학교 단계의 수학이지만 이 단계의 수학에서도 용어의 뜻을 어느정도 규정하고 사용하여야 하는 경우가 존재한다. 예를 들어 '삼각형'이란 '세 변으로 둘러싸인 도형'이라고 규정하는 일 따위가 그러한 경우이다. 이러한 용어의 규정을 위해서 초등학교 수학에서는 제7차 교육과정에 따른 교과서에서부터용어의 규정을 다루는 부분을 "약속하기"라는 "일상적인 용어"를 사용하여 다루어 왔다. 그런데 이 '약속'이라는 용어는 일상의 사전적 의미로 볼 때 "어떤 일에 대하여 어떻게 하기로 미리 정해 놓고 서로 어기지 않을 것을 다짐함"(이기문 1989: 1370)을 말한다.

수학에서 말하는 '정의'와 일상적인 용어로서의 '약속'은 매우 유사한 측면이 있어서 초등학생들에게 수학적인 내용을 설명할 때에 '정의'라는 용어 대신에 '약속'이라는 용어를 사용하는 것은 얼핏 도움이 되는 것처럼 보인다. 그러나 '약속'이라는 용어의 과도한 사용은 심각하고 불합리한 오 개념을 유발할 수 있다.

그것은 수학적 정의와 일상적 용어로서의 약속 사이에 존재하는 중요한 의미 차이에 기인한다. 간단히 말해서 일상적인 용어로서의 '약속'에는 "양방(兩方)적"의미가 존재한다. 즉 어떤 규정을 내릴 때에는 서로의 동의(同意)가 전제되어야 한다. "몇 시에 어디에서 만나자."는 간단한 약속조차도 상대방이 동의하지 않으면 약속으로서 성립할 수 없다.

그러나 수학적 정의에서는 이러한 상대방의 동의를 전제로 하지 않는다. 수학적 정의는 '양 방적'이 아니라 '일방(一方)적'이다. 어느 수학 전문 서적을 보아도 정의를 내릴 때에 읽는 이 또는 논의하는 사람끼리의 동의를 전제로 하지 않는다. 수학적 정의에서 중요한 것은 상대방의 동의가 아니라 앞으로 전개될 논리적 구조에서 모순을 일으키지만 않으면 되는 논리적 무모순 성인 것이다.

수학적 정의와 일상적 용어로서의 약속 사이의 이러한 미묘한 차이는 실제로 많은 사람들에게 수학의 본질을 오해하게 만들고, 초등학교에서 지도하는 수학의 의미를 오도(誤導)하는 결과를 유발한다. 대표적인 현상으로 ① 수학적 정의의 구조적 치밀성에 대한 간과, ② 수학적 정의내용의 규정보다는 용어 자체의 호칭에 대한 과다한 관심 치중,③ 초등학교 수학에서의 약속하기 활동의 남발 등을 들 수 있다.

가. 수학적 정의의 구조적 치밀성에 대한 간과

많은 사람들에게 있어서 수학의 정의(定義)는 그 '일방적' 성격 때문에 매우 임의적인 것으로 비쳐지기 쉽다. 대표적인 현상이 "왜 1+1=2인 가?"라는 질문에 대하여 "그것은 그렇게 약속하 였기 때문이다."라고 단순하게 설명해버리고 마 는 일이다. 이러한 식의 단순한 설명은 "수학은 아무렇게나 정의하여도 다 받아들여야 한다."는 식의 오해를 불러일으킬 수 있는데, 이렇게 지나 치게 단순한 설명을 많은 사람들이 별다른 이의 (異意)없이 받아들이며 지나치고 있다는 점은 짚 고 넘어가야 한다. 다시 말하면 '1+1=2'라는 수 학적 약속이 매우 쉽게 이루어진 것처럼 보이는 바람에 또는 이러한 약속이 수학적으로 '일방적' 성격을 지녔다는 것을 강조하는 바람에 사람들 은 수학에서 "1+1=1이라고 약속하면 그것도 수 학적으로 성립한다."라는 오해를 불러일으켜서 수학을 희화(戱畵)화하고 있다.

혼히 수학은 약속의 학문이고 1+1=1이라고 약속하면 "1 더하기 1도 1이 될 수 있다."는 식으로 말하곤 하지만 이것은 수학을 너무 단순하게이해해서 많은 오해를 불러일으키는 원인이 되기도 한다. 수학적 약속은 단순히 "내일 몇 시에어디에서 만나자."는 식의 약속이 아니다. 정확

히 말해서 수학이라는 학문에서는 약속(promise) 이라는 용어를 사용하지 않으며, 대신에 정의 (definition)이라는 용어를 사용한다.

자연수와 자연수의 연산 덧셈(+)을 수학적으로 엄밀하게 정의할 때에는 페아노(Peano)의 공리계 를 도입한다. 페아노의 공리계에 따르면 자연수 와 자연수의 덧셈은 다음과 같이 정의된다(박승 안 2005: 9, 400).

<자연수의 정의>

다음의 네 가지 조건을 모두 만족시키는 집합을 N이라고 하고, '자연수 전체의 집합'이라고 부른다.

- (1) 이 집합에는 단위원 1이 반드시 포함되어 있어야 한다. ($1 \in \mathbb{N}$)
- (2) 이 집합 N의 어떠한 원소 x에 대해서도 "x의 후자(後者)"라고 불리는 x^+ 이 N에 포함된다. 함수적으로 다시 말하면 집합 N에서 자기 자신 N으로 가는 전단사함수 또는 일대일 사상 $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(x) = x^+$ 가 존재한다. 즉, f(x) = f(y) 또는 $x^+ = y^+ \Rightarrow x = y$
- (3) 집합 N의 어떠한 원소 x에 대해서도 x의 후자는 단위원 1이 될 수 없다. (모든 x \in N에 대하여 $x^+ \neq 1$)
- (4) (귀납법 공리) N의 부분집합 S(≠∅)가 다음 두 조건

 $1 \in S$,

 $x \in S \Rightarrow x^+ \in S$ 를 만족하면 $S = \mathbb{N}$ 이다.

이렇게 정의된 자연수 전체의 집합 N에 대하여 이항 연산 덧셈을 다음과 같이 정의한다.

<자연수의 덧셈>

자연수 전체의 집합 N 에 포함된 임의의 두 원소 x,y에 대하여 이항 연산 +를 다음과 같이 정의한다.

(1)
$$x+1=x^+$$

(2)
$$x + y^+ = (x + y)^+$$

이렇게 정의하면

$$1+1=1^+1+1^+=(1+1)^+=(1^+)^+1+(1^+)^+=(1+1^+)^+=((1^+)^+)^+$$

. . .

이 된다. 이때 반복되는 + 기호를 생략하기 위해,

$$1^{+} = 2,$$

 $2^{+} = 3,$
 $3^{+} = 4$

등으로 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, …을 정하면 오늘날 우리가 사용하는 자연수의 모습과 같아지는 것이다.

따라서 앞뒤의 충분한 배경 설명 없이 "1 더하기 1은 2라고 약속하였기 때문에 1+1=2이다."라고 단순하게 말하는 것은 수학을 제대로 이해하는 데 전혀 도움이 되지 않는 부실한 언어유희(言語遊戱)에 불과하다는 점에 유의하여야 한다.

나. 내용의 규정보다는 '이름 짓기'에 치중된 도형의 수학적 정의

수학적 정의에서 중요한 것은 규정하려는 용어의 호칭보다는 그 용어가 의미하는 바가 무엇인가 하는 점이다. 그러나 초등학교 수준의 학생들에게는 아직 논리적 사고에 따른 연역적 분석이 서투른 관계로 용어의 의미보다는 용어 자체의 이름에 익숙하게 숙달되는 일이 더 급한 일이다. 그러다보니, 도형의 '이름 짓기'가 마치 수학적으로 중요한 활동인 양 잘못 인식되고 있다.

이렇게 잘못된 인식은 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정의 3~4학년군 도형 영역에서는 다음과 같이 반영하고 있다(교육과학기술부 2011: 157-158).

4 여러 가지 삼각형

- ① 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활 동을 통해 이등변삼각형, 정삼각형을 이름 짓고 이해한다.
- ② 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활 동을 통해 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼 각형을 이름 짓고 이해한다.

5 여러 가지 사각형

- ① 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통해 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 이름 짓고 이해한다.
- ② (생략)

도대체 "이등변삼각형, 정삼각형을 이름 짓는다."는 말이 무슨 말인가? 이름을 미리 정해주고 그 이름을 지어라? 이것은 그 말 자체가 모순이다. '두 변의 길이가 같은 삼각형'을 이름 지으라니 이것을 어떻게 해석하고 받아들여야 하는가?

수학자들에게 있어서 주된 관심은 '이등변삼각형'이니 '이등각삼각형'이니 하는 이름 짓기의 문제가 아니라, 그러한 삼각형의 성질에 관한 것 이다. 수학적으로 '정사각형'을 '정사변형'으로 부른다고 해도 논리적으로 일관성 있게 사용한 다면 문제될 것이 하나도 없다. 물론 수학적으로 도 "네 변으로 둘러싸인 도형"을 "사변형"이 아 니라 "사각형"이라고 불러야 한다는 점에 대해 서 불만이 전혀 없는 것은 아니다. 그러나 이것 은 수학적으로 본질적인 문제가 아니기 때문에 이것을 문제 삼는 수학자는 거의 없다. 그렇다고 하더라도 수학과 교육과정에서 '이름 짓기' 활동을 강조한 데에는 그럴 만한 이유가 있지 않을까? 사실 초등학생들의 입장에서 도형 의 이름을 나름대로 지어보는 일은 매우 흥미로 운 활동이며, 이를 지도하는 교사들에게는 학생 들의 지적 호기심을 자극하는 이러한 활동을 적 극 제시하고 싶은 유혹을 쉽게 뿌리치기 어려울 것이다.

수학은 약속의 학문이고, 우리가 '서로' 약속만 한다면 재미있는 이름을 얼마든지 붙일 수있지 않을까 하는 생각이 드는 것은 당연해 보인다. 추정컨대 아마도 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에서 도형의 이름 짓기를 강조한 데에는 학생들의 지적 호기심을 자극하고 기하학적 사고에 능동적, 적극적으로 참여하는 능력을 키워주기 위한 교육적 배려가 자리 잡고 있는 것이라고 생각된다.

그러나 수학적 정의의 '일방적' 성격과 일상적용어인 '약속'의 '양방적' 성격의 차이를 감안한다면, 수학의 기초를 배워야 하는 초등학생들에게 이름 짓기 활동은 여러 가지 사항을 심각하게 고려한 후에 제시하여야 할 매우 중요한 문제이다. 만일 '삼각형'을 '삼변형'이라고 부르겠다고 주장하는 학생이 나타난다면 교사는 이 학생에게 어떤 대응을 해야 할 것인가?

그 학생이 수학자라면 이것은 그다지 큰 문제가 되지 않는다. 그가 세 변으로 둘러싸인 도형을 '삼각형'이라고 부르건, '삼변형'이라고 부르건, triangle'이라고 부르건, 그가 논리적 일관성을 가지고 그 용어를 사용한다면 아무도 그것을 문제 삼지 않는다. 그야말로그것은 그 수학자의 자유이고 권리이고 선택일뿐이다.

초등학교 학생에게도 수학적으로 이것은 그의 자유이고, 권리이고, 선택일까? 그렇지 않다. 사 실, 대다수의 수학자에게조차도 도형의 이름을 사용하는 일에 있어서는 선택의 자유가 거의 없다. 대부분의 수학자들은 관습적으로 불리어 온 '사각형'이라는 용어를 그대로 받아들인다. '사각형'이라는 용어를 거부할 권리는 있지만 아무도그 권리를 행사하지 않는다.

초등학생들에게 이 현상을 어떻게 설명할 것 인가? 수학자와 마찬가지로 학생들도 수학을 혼 자 하는 것이 아니고 선생님과 동료 등과 의사 소통을 하면서 수학을 만들어 가야 한다. 추상적 사고가 서툰 아동들에게 용어마저 혼선을 빚게 되면 수학적 개념의 발달은 그만큼 더디게 이루 어진다.

중요한 점은 도형의 이름에 대한 선택의 문제는 수학적으로 본질적인 문제가 아니라는 것이다. 학생들에게 용어 선택의 자유와 권리가 있다는 것을 감출 필요는 없지만, 그렇다고 굳이 수학과 교육과정에서 명시적으로까지 강조할 가치는 수학적으로도 교육학적으로도 없는 것이다.

다. '약속하기'의 오용과 남용

초등학교 수학과 교과서에 '약속하기'라는 활동이 제기되기 시작한 것은 제7차 교육과정에 따른 교과서가 보급되기 시작한 2000년도부터이다. 초등학교 교과서에서 제시하는 약속하기는 수학적 정의(definition)의 개념을 아동용으로 변형하여 표현한 것이 본래의 취지이다. 그러나 앞에서도 지적하였듯이 수학적 정의의 '일방적' 성격과 일상적인 용어로서의 약속의 '양방적' 성격이 지니는 의미의 차이를 간과하였다는 점 외에도 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 약속하기에는 몇 가지 문제점이 있다.

첫 번째 문제점은 초등학교에 제시된 '약속하기'는 수학적 정의(definition)는 될지언정 우리가일상적 언어로 사용하는 '약속'과는 거리가 멀다. 다음의 예에서 볼 수 있듯이, 임금님이 cm의

정의를 내려주는 장면에 이어서 이 cm를 약속하기가 뒤따라 나온다.



아무도 2013년 교육과학기술부에서 편찬해 낸 초등학교 2학년 1학기 수학 교과서(1~2학년군수학 교과서 ③)에 제시된 이 장면(교육과학기술부 2013: 150)에 대하여 이의를 제기하지 않는다는 점은 매우 이상한 일이다. 이것은 분명 약속이 아니라 임금님의 명령이다. '명령'과 '약속'은 동일한 의미는커녕 유사한 의미도 공유할 수 없다. 임금님의 명령은 차라리 수학적 정의는 될지 언정 우리끼리 정한 약속은 아니다.

그럼에도 불구하고 이것을 약속이라고 부르는 일에 거부감을 느끼지 않는 것을 어떻게 해석하여야 할 것인가? 임금님의 명령이라 아무도 불복함이 없이 순종하는 것이 미덕이라고 생각하는 것일까? 수학이라는 교과목이 임금님이라는 전제 군주의 권위에 무조건 순종하는 비민주적행동을 '약속'이라고 미화시키는 것에 대하여 면죄부를 주는 듯 오해를 발생하게 만드는 것이옳은 일일까?

물론, 기존의 질서에 대하여 반발하지 않고 그 것을 '약속'으로 받아들이는 행위가 꼭 비민주적 인 것은 아니다. 교통신호등에서 빨간색 신호는 멈춤을 의미하는 것에 대하여 그것은 '약속'이기 때문이라고 주장하여도 반대하는 사람이 나타나지 않는 것을 보면 알 수 있다. 그렇다고 해서 수학적 원리나 규칙도 사회적 규범처럼 피동적으로 수용하라고 하는 것은 수학적 사고 과정을 강조하는 현대 수학교육의 사조 또는 구성주의적 교육 사조와는 걸맞지 않는다. 더구나 그것을 '약속'이라는 용어로 표현한 것은 생각이 짧았다고 말할 수밖에 없다.

또 다른 오남용의 예는 아무리 보아도 수학적 '약속'이라고 하기 어려운 내용조차도 '약속하기'라는 활동으로 제시되고 있다는 점이다. 대표적인 오용은 2013년 교육과학기술부에서 펴낸 초등학교 2학년 1학기 수학 교과서(1~2학년군수학 교과서 ③) 12쪽에 나오는 100에 대한 약속하기이다.



100이 약속하기로 정해질 개념인가? 십진법과 위치적기수법의 원리에 따라 자연스럽게 도출되 어 나오는 개념이라고 말할 수밖에 없는 100을 구태여 '약속'하여야 하는 이유는 무엇인가? 이 런 식으로 수를 쓰고 읽는 방법을 약속하기로 한다면 1학년 1학기 초기에 도입되는 수 1, 2, 3, 4, 5 등도 모두 약속하기로 도입하여야 할 것인 가?

약속하기 활동의 가장 큰 문제점은 '약속'의 '양방성'에 대한 간과이다. 수업 중에 학생이 '직 각삼각형'을 '직삼각형'이라고 부르자고 주장한 다면 교사는 이에 대해서 어떻게 대응하여야 하 는가? 그러한 주장은 수학자들의 관행에 위배되므로 '직각삼각형'이라고 불러야 한다고 설득할 것인가? 그렇다면 그것은 '약속하기'가 아니다.

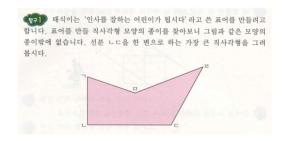
그렇다고 "그래 그것 참 좋은 생각이다. 이제부터 '직삼각형'이라고 부르자."라고 동의한다면 약속은 성립하겠지만, 교과서에는 '직삼각형'이라는 용어가 발붙일 자리가 없으니 이러한 약속은 공허한 헛수고일 뿐이다. 이렇게 본다면 초등학교 교과서에 등장하는 '약속하기'는 일방적일수밖에 없는 행위를 마치 양방적 행위인 양 위장하고 나타난 기만(欺瞞)적 성격을 지닌 것이라고 말할 수 있다.

애초부터 수학적 정의(definition)는 '양방'적인 약속이 아니고 '일방'적인 선언(宣言)이었다. 그 것을 초등학생용 쉬운 용어로 바꾸어 부르려고하다 보니 이러한 기망(欺罔)이 생겨나는 것이아닐까? 비록 초등학생이지만 자신의 의견을 물어보지도 않고 일방적으로 정해진 용어를 제시하면서 "이것으로 약속하자!"는 교사의 권위를 무조건적으로 받아들여야만 할 것인가? 그렇다면 초등학교 학생들에게 이 '약속'이라는 언어는 미사여구로 위장한 허구이고 기망일 뿐이다. 이학생들이 성장한 후에 초등학교 시절의 이 기망을 어떻게 평가할 것인가를 생각한다면 초등학교 수학 교과서에서 현재까지 사용되고 있는 '약속하기' 활동은 보다 정직한 표현으로 그 명 청을 바꾸어야 할 것이다.

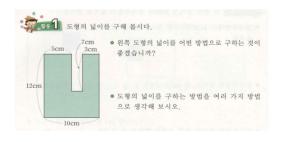
3. 오목다각형의 지도

2009 개정 초등학교 수학과 교육과정의 도형 영역에서의 중요한 변화 중에는 오각형, 육각형 의 개념을 1~2학년군에 제시하고, 일반적인 다각 형의 개념은 3~4학년군에 분리하여 제시하였다 는 점이 있다. 1~2학년군에 제시된 오각형, 육각 형의 개념은 삼각형, 사각형의 개념에서 출발한 일반화의 과정으로 다루도록 하고 있으며, 3~4학 년군에 제시된 다각형의 개념은 정다각형, 대각 선 등의 개념과 함께 다루도록 하였다.

초등학교에서 다각형의 개념을 취급할 때 그동안 우리가 간과해 오던 것은 오목다각형의 취급에 대한 것이었다. 초등학교에서 사각형, 오각형, 육각형 등을 말할 때에는 주로 볼록다각형의 경우만 취급하고 오목사각형이나 오목오각형 등은 제시되지 않았다. 그러나 오목다각형이라는 용어를 사용하지만 않았을 뿐, 오목다각형이 전혀 제시되지 않은 것은 아니다. 다음은 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서 4-2의 48쪽에 나오는 오목오각형의 예이다(교육과학기술부 2012a: 48).



그 외에도 초등학교 수학에서 오목다각형을 다루는 가장 대표적인 사례는 다각형의 넓이를 구하는 상황이다. 다음은 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서 4-2의 76쪽에 나오는 오목팔각형의 예이다(교육과학기술부 2012a: 76).



이와 같은 현실을 고려해 볼 때 초등학교 수

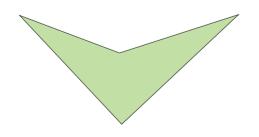
학과 교육과정에서 오목다각형을 취급하지 말라는 제한을 두는 것은 불가능하다. 오목다각형을 취급하지 못하도록 할 수도 없고, 취급하지 않을수도 없는 상황이라면 오목다각형의 취급을 교묘하게 피해나가는 현재까지의 방법보다는 오목다각형을 의식적으로 취급하고 그것을 일반화된다각형의 개념 속에 포함시키는 것이 바른 방법이다.

물론 '오목', '볼록'이라는 용어는 사용할 필요가 없다. 실제로 2009 개정 초등학교 1~2학년군수학과 교육과정의 도형 영역에서는 다음과 같이 교수-학습상의 유의점 ④와 ⑤를 통하여 오목다각형과 볼록다각형을 섞어서 취급하는 것이효과적인 교육 방법의 하나임을 암시하고 있다(교육과학기술부 2011: 153).

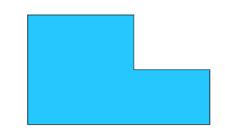
<교수-학습상의 유의점> (1~2학년군 도형 영역)

- ④ 삼각형, 사각형, 원은 예인 것과 예가 아닌 것을 인식하고 분류하는 활동을 통하여 직 관적으로 이해하게 한다.
- ⑤ 삼각형과 사각형에 대한 직관적인 이해를 통해 도형의 이름과 변 또는 꼭짓점의 개 수와의 관계를 파악하고, 그 관계를 일반화 하여 오각형과 육각형을 구별하여 이름 지 을 수 있게 한다.

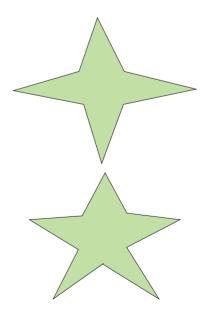
예를 들어, 사각형의 정례와 반례를 들어 보일 때, 다음과 같은 오목사각형의 등장은 도형의 변 과 꼭짓점의 수를 의식적으로 세어볼 수 있는 좋은 기회가 된다.



다각형의 지도에 있어서도 도형의 넓이를 구하는 문제에서 흔히 보게 되는 다음과 같은 도형을 육각형으로 인식하게 하는 활동은 이 도형을 단순히 두 직사각형의 결합으로만 보게 되는 단순한 안목에서 벗어나게 해 준다.



또한 오목다각형의 취급을 허용하게 되면 팔 각형, 십각형과 같이 변의 수가 많아질 때 볼록 다각형의 형태로 다각형을 그리기 어려워지는데, 다음과 같이 별 모양의 오목팔각형, 오목십각형을 그려보게 함으로써 이러한 어려움을 해결할 수도 있다. '창의성'을 강조하는 2009 개정 교육과정의 성격을 감안한다면 오목다각형에 대한 개방적 취급은 오히려 적극 권장할만한 일이다.



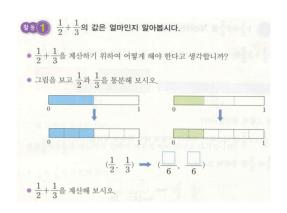
4. 분수의 계산

초등학교 수학 교과에서 취급하는 수는 0과 자연수, 양의 유리수에 국한되며, 이들에 대한 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 사칙연산을 지도한다. 일반적으로 자연수의 사칙연산은 일상생활에 직접적인 관련을 지니고 있어 그 교육적 가치에 대해서는 별다른 이견이 있을 수 없다. 그러나유리수의 사칙연산과 관련해서는 그 교육적 가치에 대하여 보다 신중한 분석과 논의가 필요하다.

초등학교에서 취급하는 유리수의 사칙연산이 란 구체적으로 분수의 사칙연산과 소수의 사칙 연산을 의미한다. 이 중 소수의 사칙연산은 소수 가 위치적기수법에 따른 수의 표기 방법이라는 점에서 자연수의 사칙연산의 연장선상에서 다루 어질 수 있으므로 초등학교 학생들의 입장에서 계산 알고리즘을 받아들이는 사고 과정에 큰 무 리가 없다고 보인다. 또한 소수의 사칙연산은 컴 퓨터 테크놀로지와 함께 발달한 디지털 문화가 지배하는 실생활과의 관련성 측면에서 보아 그 다지 괴리감이 적다.

그러나 분수의 사칙연산은 여러 가지 점에서 소수의 사칙연산과 다르다. 우선 분수의 사칙연산과 단르다. 우선 분수의 사칙연산의 계산 알고리즘은 위치적기수법의 원리와 거의 관련이 없다. 또한 분수의 덧셈과 뺄셈의 경우는 분수의 곱셈과 나눗셈의 경우에 비하여계산 알고리즘이 무척 복잡하다. 무엇보다도 분수의 사칙연산은 오늘날의 실생활과의 관련성이 매우 적다.

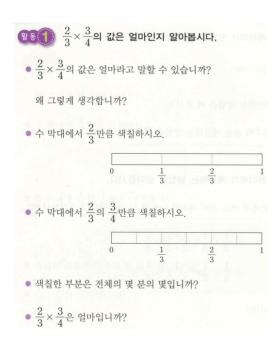
분수의 덧셈과 뺄셈을 익히기 위해서는 동분 모분수의 계산에서부터 학습이 시작된다. 이후 이분모분수의 덧셈과 뺄셈을 배우는데, 이를 위 해서 통분의 개념을 익혀야 하고(교육과학기술 부 2012: 35), 다시 이를 위해서는 최소공배수의 개념을 배워야 한다. 이렇게 복잡한 학습 과정을 전제로 한다는 점을 고려한다면 분수의 덧셈과 뺄셈은 매우 복잡한 계산 알고리즘을 포함하는 사고 과정을 요구한다는 것을 알 수 있다.



그런가 하면, 분수의 곱셈과 나눗셈은 분수의 덧셈과 뺄셈의 전개 과정과는 다른 맥락에서 전개된다. 분수의 곱셈 계산 알고리즘은 '분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱한다.'는 규칙으로 요약된다. 그리고 분수의 나눗셈 계산 알고리즘은 '나누는 수의 역수를 나누어지는 수에 곱한다.'는 규칙으로 요약된다. 이러한 계산 알고리즘은 직관적으로 이해하기에는 어려운 매우 인위적이고 복합적인 논리적 설명에 의존하여야만하다.

다음의 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서 5-1의 예(교육과학기술부 2012b: 58) 에서 보듯이 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱한다는 알고리즘은 구체적 조작활동을 다하고 난 다음의 <결과>를 보고 내릴 수 있는 결론이 지, 조작활동 <중간>에 직관적으로 느끼거나 알 아낼 수 있는 단순하거나 쉬운 개념이 결코 아 니다

< 과정>보다는 <결과>에 중점을 둔 학습 상황 제시는 교수-학습 방법상으로 여러 가지 주의를 요하게 한다. 그중의 하나는 구체적 조작활동 자 체(<과정>)에 집중된 인지 활동의 에너지가 <결 과>에 쏠려야 할 인지 활동의 에너지를 흡수할 수 있다는 점이다. 즉, '수 막대에 색칠하기'라는 어설픈 구체적 조작 활동이 분수의 곱셈 '알고 리즘 규칙의 이해'를 방해하는 것 같은 느낌을 지울 수 없다.



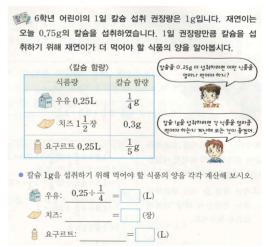
더욱 심각한 것은 2007 개정 초등학교 수학과 교육과정 6학년 수와 연산 영역에도 제시되어 있었지만, 이 내용을 고스란히 옮겨온 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정 5~6학년군 수와 연산 영역에 제시된 다음 내용이다(교육과학기술부 2011: 162).

5 분수와 소수

③ 간단한 분수와 소수의 혼합 계산을 할 수 있다.

비록 이 내용에 이어지는 <교수-학습상의 유 의점> ⑦에서 '분수와 소수의 혼합 계산은 자연 수의 혼합 계산 원리를 통하여 이해할 수 있게 하고 지나친 계산 연습이나 복잡한 계산은 다루 지 않는다.'고 제한을 가하고 있지만, 2007 개정교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서 6-2에서 (교육과학기술부 2012c: 13) 볼 수 있듯이 '지나친 계산 연습'이나 '복잡한 계산'의 기준이 무엇인지 구체적으로 분명하게 제시되지 않으면 이러한 내용을 어느 정도로 취급하여야 하는지 알수가 없다.

거기에다가 위와 같은 계산이 초등학교 학생들에게 어떠한 의미를 지니며, 그들의 미래 생활과 어떠한 관련을 지닐 수 있을까 하는 의문은 매우 심각한 것이다. 2007개정 교육과정에 따른초등학교 수학 교과서 6-2에 나오는 다음의 응용문제(교육과학기술부 2012c: 16)를 살펴보자.



소수와 분수의 혼합계산이 실생활과 어떻게 연관되어지는지를 보여주려고 의도한 위의 예는 이러한 연관성이 매우 작위적이고 부자연스러운 것임을 알게 해 준다. 우유나 요구르트의 양을 0.25L라고 재어볼 수 있는 상황이 혼하지 않은 것은 물론이며, 칼슘의 함량을 $\frac{1}{4}$ g이라거나 요 구르트의 칼슘 함량을 $\frac{1}{5}$ g이라고 측정하는 것은 부자연스럽다. 그냥 일관되게 소수로 0.25 g이라거나 0.2 g이라고 하면 될 일을 구태여 분수를 사용하여 나타낼 일이 있는가? 비유컨대 현대사회는 이러한 점에서 '분수'라는 투피스 옷을 던져버리고 '소수'라는 원피스 옷으로 갈아입는 것이 유행인 시대인 것이다.

사실 실생활에 있어서 분수의 개념은 소수의 개념이 발달하기 이전에 널리 사용되던 것일 뿐, 소수 표기법이 발달한 오늘날에는 점차 생활 주변에서 분수의 모습이 사라져 가고 있다. 소수를 의미하는 영어 decimal fraction은 이러한 시대의 변화를 잘 보여준다. 소수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수일 뿐이며, 그래서 생활에 편리하게 사용될 수 있는 분수의 특별한 표기 방법일 뿐인 것이다. 물론 수학적으로 분수와 소수는 유리수의 표기 방법으로서 각각 독자적인 특징과 장단점을 지니고 있다. 그러나 일상생활에서 분수는 아주 간단한 경우가 아니면 사용을 기피하는 불편한 표기 방법이다.

따라서 초등학생들에게 부담을 주는 소수와 분수의 혼합계산과 같은 내용의 학습은 학습량경감을 지향하는 교육과정 개정의 취지에 따라과감하게 덜어내는 것이 바람직하다고 말할 수있다. 대비되는 사례로 자연수의 덧셈과 뺄셈과관련해서는 2007 개정 교육과정에 있던 "네 자리 수"의 계산이 2009 개정 교육과정에서는 <삭제>되었다는 점이다. '네 자리 수'의 계산은 '세 자리 수'의 계산 원리만 알면 얼마든지 스스로 해낼 수 있다고 본 것이다.

그렇다면 혼합계산에서도 '소수와 분수'의 혼합계산이 '자연수'의 혼합계산의 원리만 알면 얼마든지 스스로 해낼 수 있다고 보는 일이 자연스러워진다. 이제 우리는 "소수와 분수의 혼합계

산"이 "네 자리 수의 덧셈과 뺄셈"보다도 더 중요한 교육적 가치를 지니는 것인지 <학습 부담의 경감>이라는 관점에서 신중하게 되돌아보아야 한다.

III. 결 론

초등학교 수학과 교육과정이 개정될 때마다 지도 내용의 학년간 또는 학교급간 이동이 생기 기 마련이지만 그러한 내용의 학년 이동과 더불 어서 새로운 내용과 지도 방법의 도입이나 삭제 등에 대하여 지속적인 검토와 논의가 필요하다. 2013학년도부터 시행되는 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서에 대하여 분석한 결 과 다음과 같이 네 가지 개선되어야 할 문제점 을 지적할 수 있다.

첫째, 1~2학년군의 도형 영역에서 초기에 학습하게 되는 기본 도형(네모 상자 모양, 둥근 기둥모양, 공 모양, 네모, 세모, 동그라미)의 호칭에대하여 교수-학습상의 유의점에 주어진 이름을붙이지 말라는 제약은 재고되어야 한다.

둘째, 2000년부터 초등학교 수학 교과서에 사용되어 오는 '약속하기'라는 용어는 그 용어가본래 의미하고자 하는 수학적 정의(definition)의 '일방성'과 일상적 용어로서의 '약속'이 지니는 '양방성' 사이의 모순을 고려할 때 사용하지 말아야 한다. 그리고 그러한 논의의 연장선상에서볼 때, 2009 개정 교육과정에서 특히 3~4학년군의 도형 영역에서 강조하는 '이름 붙이기' 활동은 재고되어야 한다.

셋째, 초등학교 수학 교육에서 오목다각형의 취급은 피할 수 없으므로, 지금까지 암묵적으로 행하여 오던 오목다각형의 취급 기피 관행을 개 선하고, 오히려 다각형의 다양한 범례로서 긍정 적으로 취급하는 것이 바람직하다. 넷째, 실생활과의 관련이 매우 적고, 수학적으로도 초등학생들에게는 큰 의미를 지니지 못하는 분수의 계산은 가장 기본적인 내용만 남기고 생략되어야 하며, 특히 그 중에서도 분수와 소수의 혼합계산은 다음 번 교육과정 개정 때 삭제되는 것이 마땅하다.

참고문헌

- 강완, 김상미, 박만구, 백석윤, 오영열 (2010). **초 등수학교육론**. 서울: 경문사.
- 강완, 나귀수, 백석윤, 이경화 (2013). **초등수학** 교수 단위 사전. 서울: 경문사.
- 교육과학기술부 (2011). 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 2] 초등학교 교육과정. 저 자 발행.

- 교육과학기술부 (2012a). **수학 4-2**. 서울: 동아출 판사.
- 교육과학기술부 (2012b). **수학 5-1**. 서울: 동아출 판사.
- 교육과학기술부 (2012c). **수학 6-2**. 서울: 동아출 판사.
- 교육과학기술부 (2013). **수학 1~2학년군** ③. 서 울: 천재교육.
- 박승안 (2005). **정수론 제6판**. 서울: 경문사.
- 박을용, 김치영, 박한식, 조병하, 정지호 (1983). **콘사이스 수학사전**. 서울: 창원사.
- 이기문 (1989). **동아 새 국어사전**. 서울: 동아출 판사.
- Gagne, R. M. (1965). *The conditions of learning*. New York, NY: Holt, Rinehart and Winston.

An Analysis on Elementary Mathematics Curricula and Textbooks of 2009 Revised Version in Korea - Four Issues to Be Improved

Kang, Wan (Seoul National University of Education)

In Korea, the school mathematics curricula have been revised in every average 6 years by the government. From the year 2013, the new revised curricula called 2009 version are implied. The subject of elementary mathematics in this new curricula contains four issues to be improved. First, it should be allowed to call the basic figures such as box, cylinder, ball, quadrilateral, triangle and circle in verbal languages. Second, the name

of the activities to define mathematical concepts should be changed from 'Yaksok', which means 'promise' in English, to a better and more honest one. Third, the concave polygons should be treated together with the convex ones. Fourth, the calculations of fractions should be weakened as much as possible for the elementary school children.

* Key Words : elementary mathematics curricula(초등학교 수학과 교육과정), naming(도형의 이름 붙이기), mathematical definition(수학적 정의), concave polygon(오목다각형), basic calculations of fractions(분수의 기본 계산)

논문접수 : 2013. 8. 8

논문수정 : 2013. 9. 4

심사완료 : 2013. 9. 16