

이중챔버를 이용한 공압가진기의 주파수 범위 확장

Frequency Range Expansion of Pneumatic Exciter by Using Dual-chamber

박 영 우* · 김 광 준†
Young-woo Park and Kwang-joon Kim

(Received August 30, 2013 ; Revised October 14, 2013 ; Accepted October 14, 2013)

Key Words : Pneumatic Exciter(공압가진기), Frequency Range(주파수 범위), Dual Chamber(이중챔버)

ABSTRACT

Pneumatic exciters can be good replacements of electrodynamic, piezoelectric and hydraulic exciters owing to simple structure and large exciting force. One problem to be solved is a slow response caused by compressibility of air. Desirable frequency response characteristics of exciter are constant magnitude and zero degree phase, because users want no time delay between input signal and output force. For this reason, frequency range of pneumatic exciters is limited about 0~1 Hz. Therefore, expansion of frequency range is an important issue when designing the pneumatic exciter. In this paper, the pneumatic exciter which has same structure with active pneumatic isolator is dealt with. The dynamic characteristics are presented, and its limitation of expanding frequency range is shown based on analytical studies. Then the pneumatic exciter with dual-chamber is suggested to overcome this problem. Based on simulation study, a design method is presented.

Nomenclature

A_p : 피스톤 면적(m²)
 A_t : 공기 튜브 단면적(m²)
 $a_{s0,e0}$: 밸브 유입/유출부의 정적 면적(m²)
 $a_{s,e}$: 밸브 유입/유출부의 동적 면적(m²)
 C_d : 다이어프램의 감쇠계수(Ns/m)
 D_c : 모세관의 지름(m)
 D_t : 공기 튜브의 지름(m)
 F : 가진력(N)

$k_{a,d}$: 공기스프링/다이어프램의 강성(N/m)
 $k_{s,e}$: 밸브 유입/유출부 면적변화율(m²/V)
 L_c : 모세관의 길이(m)
 L_t : 공기 튜브의 길이(m)
 m : 테이블의 질량(kg)
 P_0 : 챔버 내 정 압력(N/m²)
 $P_{s,e}$: 밸브의 공급/배기 압력(N/m²)
 $P_{1,2}$: 밸브/챔버 내 동 압력(N/m²)
 $P_{t,b}$: 위/아래 챔버 내 동 압력(N/m²)
 $q_{s0,e0}$: 밸브 유입/유출부의 정적 유량(kg/s)
 $q_{s,e}$: 밸브 유입/유출부의 동적 유량(kg/s)

† Corresponding Author ; Member, Division of Mechanical Engineering, School of Mechanical, Aerospace and Systems Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology
E-mail : kjkim@kaist.ac.kr
Tel : +82-42-350-3024, Fax : +82-42-350-8220

* Member, Division of Mechanical Engineering, School of Mechanical, Aerospace and Systems Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology

A part of this paper is presented at the KSNVE 2013 Annual Autumn Conference

‡ Recommended by Editor SungSoo Na

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

- q_i : 챔버로 흐르는 동적 유량(kg/s)
- R : 이상기체 상수(=287J/(kg·K))
- $T_{0,10,60}$: 대기 온도(K)
- $u_{1,2}$: 공기 튜브 양단의 유속(m/s)
- V_0 : 단일챔버의 부피(m³)
- $V_{r0,60}$: 위/아래 챔버 부피(m³)
- v : 전압(V)
- κ : 비열비(=1.4)
- μ : 공기의 동 점성 계수(Ns/m²)
- $\rho_{c,t}$: 모세관/튜브 내 공기 밀도(kg/m³)

1. 서 론

산업의 발달에 따라 진동 및 소음이 중요한 문제로 대두되면서, 구조물의 동 특성을 규명하거나 구조물의 진동을 제어하는 연구가 활발히 이루어지고 있다. 이러한 목적을 달성하기 위한 실험장치로 흔히 가진기(exciter)가 사용되고 있는데, 산업현장에서는 주로 전동식 가진기와 압전식 가진기, 그리고 유압식 가진기가 이용되고 있다. 일반적으로 전동식 가진기와 압전식 가진기는 비교적 넓은 주파수 범위에서 정확한 작동을 보장할 수 있고, 유압식 가진기는 대형화를 통해 큰 가진력을 낼 수 있는 장점이 있다. 그러나 세 종류의 가진기는 각각의 단점이 존재한다. 전동식 가진기와 압전식 가진기는 대형화가 어려워 큰 구조물의 진동 실험에 한계가 있다. 그리고 유압식 가진기는 작동유체를 공급하기 위한 기름 탱크와 배관시설, 누유(oil leak) 방지를 위한 안전설비가 필요해 실험 준비가 복잡한 문제점이 있다.

이에 이 연구에서는 기존 가진기의 단점을 개선할 수 있는 별도의 작동방식으로 공압가진기를 제안하고자 한다. 공압을 이용할 경우 대형화가 쉬워, 선박, 교량과 같은 큰 구조물의 진동 실험에 사용할 수 있을 뿐만 아니라, 사용한 공기는 대기 중으로 배출하면 되므로 배관 및 안전설비를 간소화할 수 있다. 여기서 공압가진기는 공기의 압축성에 의한 느린 응답 특성 때문에 주파수 범위가 한정되므로 이를 해결하는 것이 이 연구의 핵심이 될 것이다.

공압 장치에 대한 연구는 1960년대 이후로 많이 수행되었으며, 주로 공압제진대의 개발에 초점이 맞

춰져 있었다^(1,2). 이 연구에서는 기존에 연구되었던 능동형 공압제진대에서 착안하여 이를 공압가진기로 활용해보고자 하였다. Fig. 1에 능동형 공압제진대의 모습을 개략적으로 나타내었다. 공압제진대는 압축 공기가 충전된 챔버와 공기를 밀봉하기 위한 다이어프램(diaphragm), 그리고 테이블을 지지하기 위한 피스톤으로 구성된다. 챔버 내 공기는 압축·팽창을 통해 스프링의 역할을 하며, 점탄성 재료로 만들어진 다이어프램은 공기에 비해서는 작지만 무시할 수 없는 강성 및 감쇠특성을 지닌다. 여기서 능동형 공압제진대는 동압력을 제어하여 테이블 진동을 저감하게 된다.

이와 반대로 공압가진기는 동압력을 제어하여 테이블을 진동시키고, 이때 발생하는 동하중으로 구조물을 가진 하는 방식이다. Fig. 2에 그 모습을 나타내었는데, 구조물에 공압가진기를 부착하고 테이블을 진동시키면, 관성력에 해당하는 차단 가진력(blocked force)이 전달되는 것을 볼 수 있다. 즉, 공압가진기는 능동형 공압제진대와 동일하지만 동

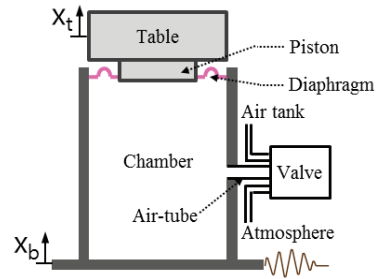


Fig. 1 Schematic of active pneumatic vibration isolator

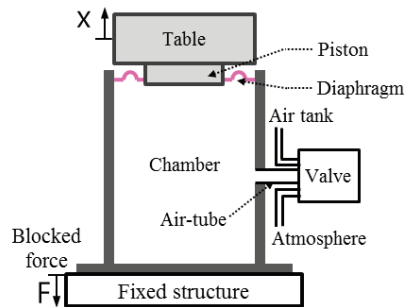


Fig. 2 Schematic of pneumatic exciter

하중을 이용하여 가진력을 발생시킨다는 점에서 차이가 있다.

이 논문에서는 Fig. 2에 나타난 공압가진기의 모형을 유도하고, 동특성을 분석할 것이다. 이를 통해 공압가진기의 느린 응답 특성을 해결할 수 있는 방안을 제시하고자 한다. 일반적으로 사용자는 가진기의 입·출력 간 시간지연이 없는 것을 원하므로, 입력에 대한 출력의 전달함수가 상수(constant)로 나타나야 한다. 즉, 전달함수의 크기는 일정하고, 위상은 0°로 수렴해야 한다. 이는 랜덤 및 정현파 스위프(sine sweep) 신호를 가진기에 입력하였을 때, 시간지연 없이 일정한 가진력을 발생시키기 위함이다. 따라서 이 연구에서는 위 조건을 만족하는 주파수를 가진기의 주파수 범위로 정의하고, 이를 확장할 수 있는 방법을 제시할 것이다.

여기서 공압가진기는 밸브와 전력 공급기의 성능에 영향을 받지만, 이에 대한 수학적 분석 및 설계는 복잡하므로 배제하기로 한다. 그리고 챔버 면적 및 높이는 가진기의 크기를 결정하므로, 자유롭게 바꿀 수 있는 설계변수라 볼 수 없다. 따라서 이 역시 변경이 불가능한 제한조건으로 정의할 것이다. 즉, 밸브와 전력 공급기, 그리고 챔버 면적과 높이가 주어진 상황에서 챔버 구조 변경만으로 공압가진기의 주파수 범위를 확장하는 것이 연구의 목표이다. 이 논문에서는 그 해결책으로 이중챔버 구조를 제시하였으며, 이를 통해 사용자는 목표 성능에 부합하는 공압가진기를 설계할 수 있을 것이다.

2. 공압가진기의 모형화

2.1 공압가진기의 작동원리

공압가진기는 비례 밸브와 공기스프링, 그리고 이들을 연결하는 공기 튜브로 구성된다. 여기서 가진력을 발생시키는 핵심적인 역할을 하는 것이 바로 비례 밸브이다. 이에 이 절에서는 연구에서 사용한 노즐-플래퍼형 비례 밸브에 대해 간략히 설명하고, 작동원리에 대해 소개하고자 한다.

노즐-플래퍼형 밸브의 구조를 Fig. 3에 나타내었다. 노즐-플래퍼 밸브는 전압입력을 받아 플래퍼의 z-축 방향 회전각을 결정한다. 이를 통해 고압의 탱크와 연결된 유입부와 대기 중으로 연결된 유출부의

유로 단면적을 조절하여, 챔버로 흐르는 공기의 유량을 조절하게 된다. 결국, 챔버로 흐르는 공기 유량에 따라 챔버 내 공기밀도가 변화하면서 동압력이 형성될 것이다. 최종적으로는 피스톤 면적과 동압력의 곱에 해당하는 힘이 테이블을 진동시켜 동하중을 발생시킨다.

이와 같이 공압가진기는 공기 유동과 유동에 의한 챔버 내 공기밀도 변화, 그리고 피스톤의 기계적 움직임이 복합적으로 연결되는 구조이다. 따라서 공압가진기 모형을 유도하기 위해서는 챔버 내 열역학, 밸브와 공기 튜브에서의 유체역학 그리고 피스톤에서의 동역학 관계식이 필요하다. 2.2절에서는 모형화를 위한 가정에 대해 설명하고, 2.3절에서는 각 관계식들을 이용하여 공압가진기의 모형을 유도하기로 한다.

2.2 모형화를 위한 가정

- 공기의 열역학적 과정을 단열과정으로 가정한다. 이러한 가정은 열 이동 시간이 충분한 0 Hz 근방에서 오차가 있을 수 있으나, 수 Hz 주파수부터는 일반적으로 단열과정으로 간주 할 수 있다^(3,4).
- 정적 상태에서 정의되는 이상기체 법칙(ideal gas law)이 동적 평형상태에서 유효함을 가정한다.
- 입력전압과 유입·유출부의 면적 변화 사이에 시간지연은 없는 것으로 가정한다.
- 피스톤 움직임에 의해 다이어프램은 다소 복잡한 형태로 변형된다. 따라서 챔버 부피 변화를 정확히 예측하기 어려우나, 이 연구에서는 피스톤 면적과 피스톤 변위의 곱만큼 챔버 부피가 변하는 것으로 가정한다.

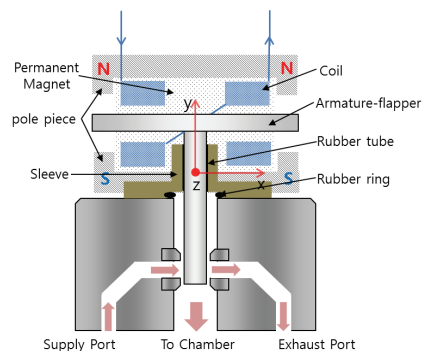


Fig. 3 Nozzle-flapper valve

2.3 공압가진기의 모형화

입력전압에 대한 가진력의 전달함수를 유도하기 위한 Fig. 4의 공압가진기를 고려하였다. 노즐-플래퍼 밸브는 두 개의 오리피스에 있는 작은 챔버로 단순화했고, 공압선은 직선형태의 관으로 간주하였다. 여기서 두 오리피스는 유입부와 유출부를 의미한다.

(1) 노즐-플래퍼 밸브에서의 유체역학

노즐-플래퍼 밸브는 두 개의 오리피스가 있는 작은 챔버로 단순화하였다. 오리피스를 통과하는 유량 q 에 대한 관계식은 베르누이 방정식과 단열과정 가정하에 유도되며, 정적 상태와 동적 평형 상태에 대해 아래와 같이 쓸 수 있다⁽³⁾.

$$q_{s0} = \frac{a_{s0} n_{s0} K P_s}{\sqrt{T_0}} \tag{1}$$

$$q_{e0} = \frac{a_{e0} n_{e0} K P_0}{\sqrt{T_0}}$$

$$q_{s0} + q_s = \frac{K P_s (a_{s0} + a_s) (n_{s0} + n_s)}{\sqrt{T_0}} \tag{2}$$

$$q_{e0} + q_e = \frac{K (n_{e0} + n_e) (P_0 + p_1) (a_{e0} + a_e)}{\sqrt{T_0}}$$

$$K = \left[\frac{\kappa}{R} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \right]^{1/2}$$

$$n_{s0} = \left[\frac{\left(\frac{P_0}{P_s} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_0}{P_s} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}}}{\frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}} \right]^{1/2}, n_{e0} = \left[\frac{\left(\frac{P_e}{P_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_e}{P_0} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}}}{\frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}} \right]^{1/2}$$

여기서 아래첨자 0은 정적 상태를, 1은 밸브에서의 동적 평형 상태를, 그리고 s 와 e 는 유입부와 유출부의 상태를 의미한다. 식 (1), (2)로부터 동적 유량에 대한 관계를 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$q_s = q_{s0} \left[-K_s \frac{p_1}{P_0} + \frac{k_s v}{a_{s0}} \right] \tag{3}$$

$$q_e = q_{e0} \left[(1 + K_e) \frac{p_1}{P_0} - \frac{k_e v}{a_{e0}} \right]$$

$$a_s = k_s v, a_e = -k_e v$$

$$K_s = \frac{(\kappa - 1) / 2\kappa}{(P_s / P_0)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1} \frac{1}{\kappa}, K_e = \frac{(\kappa - 1) / 2\kappa}{(P_0 / P_e)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1} \frac{1}{\kappa}$$

위 식에서 오리피스 면적변화 a_s 와 a_e 는 입력인 동전압(dynamic voltage)에 비례하며, 양의 전압을 입력했을 때 유입부 면적은 넓어지고 유출부 면적은 작아진다는 기하학적 특성을 고려하여 정리하였다.

(2) 공기 튜브에서의 유체역학

노즐-플래퍼 밸브로 유입부와 유출부의 면적을

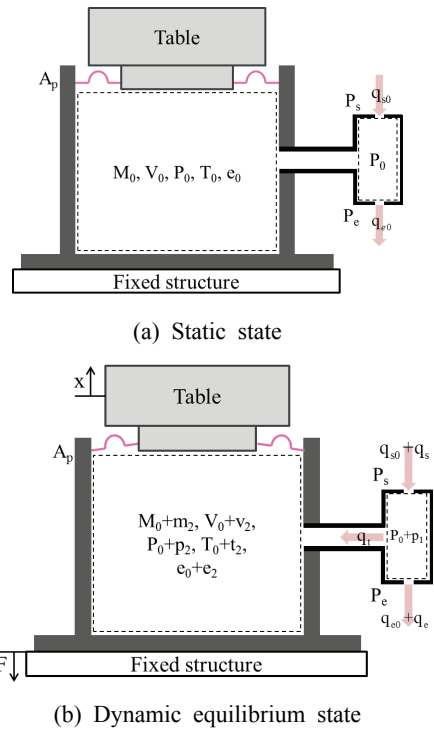


Fig. 4 Static and dynamic equilibrium state of pneumatic exciter

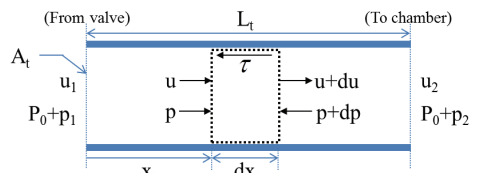


Fig. 5 Air-flow in air-tube

조절하면, 밸브 내 압력이 변하면서 튜브로 공기가 흐르게 된다. 튜브를 통해 챔버로 들어간 공기는, 챔버 내의 공기밀도와 압력을 변화시킬 것이다. 이러한 공기의 유체-열역학적 작용은 튜브 양단에 동압력 및 유속을 발생시키게 된다. 미소 검사체적에 대한 외력 및 튜브 양단의 경계조건(boundary condition)을 Fig. 5에 나타내었다.

튜브를 통과하는 공기의 압력 p 와 유속 u 사이의 관계는 유체역학의 운동량 방정식과 검사체적의 시간 변화율로부터 묘사될 수 있다⁽³⁾.

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho_i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{32\mu}{D_i^2} u \tag{4}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa P_o \frac{\partial u}{\partial x_i} \tag{5}$$

식 (4)는 튜브 내 유동을 완전발달, 층류 유동으로 가정하여 Darcy 마찰을 적용한 결과이다. 다음으로 위 식들을 풀기 위해 아래와 같은 형태의 해를 가정하였으며,

$$u = u(x_i)e^{st}, p = P_o + p(x_i)e^{st}; s = j\omega \tag{6}$$

Fig. 5에 나타낸 경계조건을 적용하여, 튜브를 통과하는 공기의 압력-유속 관계식을 유도하였다⁽³⁾.

$$u_1 = \frac{L_t s}{\kappa P_o} \left[\frac{p_1 \cosh \alpha - p_2}{\alpha \sinh \alpha} \right] \tag{7}$$

$$u_2 = \frac{L_t s}{\kappa P_o} \left[\frac{p_1 - p_2 \cosh \alpha}{\alpha \sinh \alpha} \right] \tag{8}$$

$$E = \frac{128\mu L_t}{A_p P_o} \sqrt{\frac{RT_o}{\kappa}}, \beta = \frac{\sqrt{\kappa RT_o}}{L_t}, \alpha = \sqrt{\left(E + \frac{s}{\beta}\right) \frac{s}{\beta}}$$

(3) 챔버 내 열역학

Fig. 4에 나타낸 것과 같이 챔버로 들어가는 공기에 의해 챔버 내 압력, 부피, 온도, 질량이 변화하게 된다. 여기서 공기의 작동조건이 특별히 높은 고압 상태가 아니므로, 작동유체인 공기를 이상기체로 간주할 수 있다. 챔버 내 공기에 이상기체법칙을 적용하여 정적 상태와 동적 평형상태에 대해 정리하고 시간에 대해 미분하면 압력, 부피, 온도, 질량의 시간변화를 관계식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\dot{p}_2}{P_o} + \frac{\dot{V}_2}{V_o} = \frac{\dot{m}_2}{M_o} + \frac{\dot{T}_2}{T_o} \tag{9}$$

위 식에서 온도의 시간변화율은 열역학 제 1법칙을 이용하여 풀어낼 수 있는데,

$$dQ - dW = [(M_o + m_2)(e_o + e_2) - M_o e_o]_{c.v.} + [-m_2 h_o]_{c.s.} \tag{10}$$

이 법칙은 검사체적과 주변환경의 에너지 보존을 묘사한다. 식 (10)에서 $c.v.$ 는 검사체적 내 에너지 변화이고, $c.s.$ 는 검사표면에서의 에너지 유·출입이다. dQ 는 검사체적과 주변환경 사이의 열교환량이지만 본 연구에서는 단열과정을 가정하므로 이를 무시할 수 있다. 그리고 dW 는 외부에 한 일로써 $P_o v_2$ 로 바꾸어 쓸 수 있다. 식 (10)을 정리하면 아래와 같다.

$$M_o c_v \dot{i} = (c_p - c_v) \dot{m}_2 T_o - P_o \dot{V}_2 \tag{11}$$

마지막으로 식 (9)와 (11)을 연립하면 챔버 내 공기의 열역학적 관계식을 유도할 수 있다.

$$u_2 = \frac{V_o}{\kappa P_o A_t} \dot{p}_2 + \frac{A_p}{A_t} \dot{x}, v_2 = A_p \dot{x} \tag{12}$$

(4) 피스톤에서의 동역학

챔버 내에 형성된 동압력에 의해 테이블이 진동하게 되는데, 이는 Fig. 6에 나타낸 것과 같이 간단한 1-자유도 계의 운동방정식으로 표현될 수 있다.

$$m\ddot{x} + c_d \dot{x} + kx = A_p p_2, k = k_a + k_d \tag{13}$$

그리고 고정된 구조물로 전달되는 차단 가진력

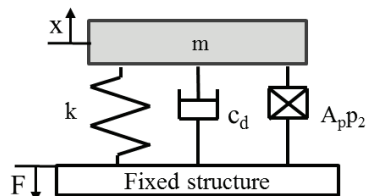


Fig. 6 1-DOF pneumatic exciter

F는 관성력과 같은 값으로 유도된다.

$$F = A_p p_2 - [c_d \dot{x} + kx] = m\ddot{x} \tag{14}$$

(5) 열/유체/동역학 관계식의 결합

입력전압에 대한 가진력의 전달함수를 유도하기 위해서는 앞서 유도한 열/유체/동역학 관계식들을 결합할 필요가 있다. 우선 노즐-플래퍼 밸브에서의 유입·유출 유량과 챔버 내 동압력 사이의 관계식을 도출하기 위해서는 추가적으로 연속방정식이 필요하다.

$$q_i = q_s - q_e \tag{15}$$

다음으로, 식 (3), (7), (8), (12), (13), (14)를 라플라스 변환하여 주파수 영역에서 나타내고, 입력전압과 가진력에 대해 정리하면 입력전압에 대한 가진력의 전달함수를 얻을 수 있다.

$$\frac{F(s)}{v(s)} = \frac{s^2 m X(s)}{v(s)} = A_p \left(\frac{q_{s0} k_s + q_{e0} k_e}{a_{s0} a_{e0}} \right) \left[\frac{ms^2}{ms^2 + c_d s + k} \right] \left[\frac{\frac{s A L_t}{\kappa R T_0} \left[\alpha^{-1} \sinh \alpha + \frac{\cosh \alpha}{A L_t} \left(V_0 + \frac{\kappa P_0 A_p^2}{ms^2 + c_d s + k} \right) \right] + \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \left[\cosh \alpha + \frac{\alpha \sinh \alpha}{A L_t} \left(V_0 + \frac{\kappa P_0 A_p^2}{ms^2 + c_d s + k} \right) \right]}{\right] \tag{16}$$

3. 모형의 검증 및 공압가진기의 동특성 분석

이 절에서는 앞서 유도한 입력전압에 대한 가진력 전달함수를 실험을 통해 검증하고, 동특성을 분석하고자 한다. 식 (16)을 보면 전달함수가 매우 복잡하게 나타나는 것을 볼 수 있는데, 이를 검증하기 위해서는 실제 공압가진기에 사용할 다이어프램의 강성 및 감쇠를 추출해야 함을 알 수 있다. 그러나 점탄성 재료로 만들어지는 다이어프램은 진폭 의존성 및 주파수 의존성이 있어, 이를 모형에 반영하는 것은 다소 복잡하다^(5,6). 이에 이 논문에서는 질량을 무한대로 가정한 가장 단순한 경우에 대하여 모형을

검증해보고자 하였다. 질량을 무한대로 가정한 경우, 입력전압에 대한 가진력 전달함수는 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{F(s)}{v(s)} = \frac{A_p p_2(s)}{v(s)} = A_p \left(\frac{q_{s0} k_s + q_{e0} k_e}{a_{s0} a_{e0}} \right) \left[\frac{\frac{s A L_t}{\kappa R T_0} \left[\alpha^{-1} \sinh \alpha + \left(\frac{V_0}{A L_t} \right) \cosh \alpha \right] + \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \left[\cosh \alpha + \left(\frac{V_0}{A L_t} \right) \alpha \sinh \alpha \right]}{\right] \tag{17}$$

위 식을 보면 m, c_d, k에 해당하는 항들이 없어지면서 전달함수가 단순해진 것을 볼 수 있다. 이는 공압가진기의 고유진동수를 0 Hz로 설계한 것과 같은데, 실제로 공압가진기는 공기스프링의 낮은 강성에 의해 수 Hz의 낮은 주파수에 고유진동수가 형성되므로 위의 가정은 이의 동특성을 나타내는데 큰 무리가 없다^(1,2,6). 그리고 식 (16)의 분자를 보면, 고유진동수 이하 주파수에서는 크기가 일정하지 않은 뿐만 아니라 위상이 90~180° 사이로 나타나지만, 고유진동수 이상 주파수에서는 위상이 0°로 수렴하고 크기가 일정하므로, √k/m를 최대한 낮게 설계해야 함을 예상할 수 있다. 따라서 위의 가정은 공압가진기를 설계함에 있어 가장 이상적인 상황임을 밝힌다. 다음으로, 이러한 가정 하에 가진력은 동압력과 피스톤 면적의 곱으로 근사화된다. 이때, 피스톤 면적은 단순 비례상수이므로, 입력전압에 대한 챔버 내 동압력 전달함수로 공압가진기의 동특성을 충분히 묘사할 수 있다.

$$\frac{p_2(s)}{v(s)} = \frac{q_{s0} k_s + q_{e0} k_e}{a_{s0} a_{e0}} \left[\frac{\frac{s A L_t}{\kappa R T_0} \left[\alpha^{-1} \sinh \alpha + \left(\frac{V_0}{A L_t} \right) \cosh \alpha \right] + \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \left[\cosh \alpha + \left(\frac{V_0}{A L_t} \right) \alpha \sinh \alpha \right]}{\right] \tag{18}$$

Fig. 7에 동압력을 측정하기 위한 실험장치 구성을 나타내었다. 실시간 이산 처리 장치인 DSpace로 전압신호를 생성하였으며, 동압력 센서를 이용하여 밀폐된 챔버 내의 동압력을 측정하였다. 상세한 실험조건은 Table 1에 기술하였다. 그리고 Fig. 8과 Fig. 9에 실험으로 그린 전달함수와 모형으로 그린 전달함수를 나타내었는데, 모형이 실험결과를 잘 묘사하는 것을 볼 수 있다.

우선 Fig. 8은 챔버의 부피를 바꾸어가며 실험한 결과이다. 전달함수의 크기를 보면 챔버 부피가 작을수록 큰 동압력을 낼 수 있으며, 주파수가 올라감에 따라 -20 dB/decade로 감소하는 경향을 볼 수 있다. 그리고 위상은 0 Hz에서 0°이며, 주파수가 올라

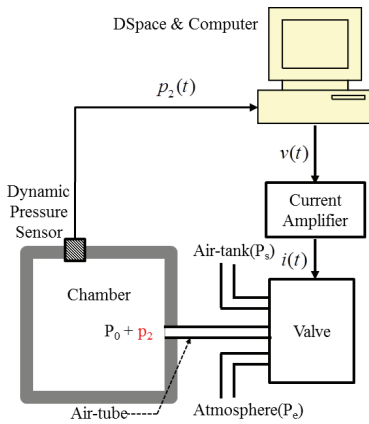


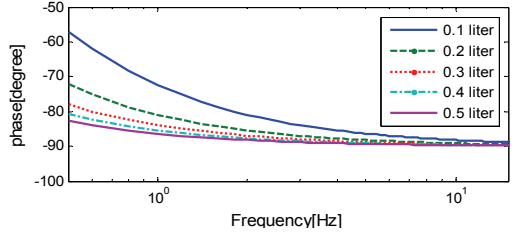
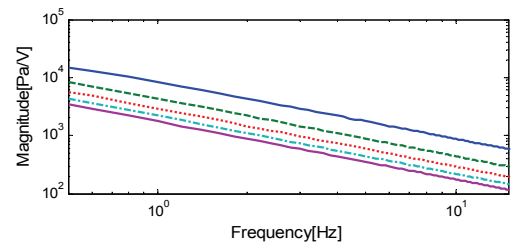
Fig. 7 Experimental set-up for dynamic pressure measurement

Table 1 Experimental condition for measuring dynamic pressure in chamber

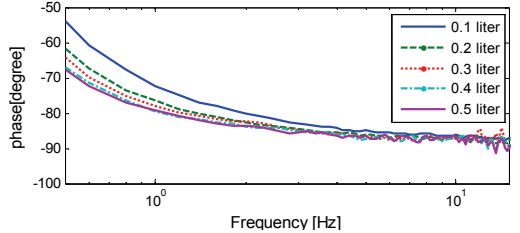
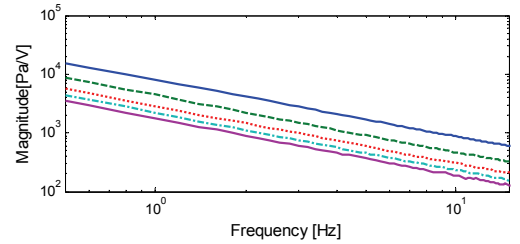
Symbol	Name	Value
P_s	Supply pressure	6.0×10^5 Pa
P_e	Atmospheric pressure	1.0×10^5 Pa
P_0	Chamber pressure	3.5×10^5 Pa
T_0	Temperature	288 K
V_0	Chamber volume	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 liter
L_t	Length of air-tube	10, 20, 30, 40 cm
D_t	Diameter of air-tube	2.0×10^{-3} m
μ	Viscous coefficient	1.8×10^{-5} N·s/m ²
k_s	Ratio of effective area to voltage	2.13×10^{-8} m ² /V
k_e		3.45×10^{-8} m ² /V

가면서 -90°로 수렴하게 된다. 이러한 경향으로부터, 수십 Hz 주파수 구간에 대해서는 입력전압에 대한 챔버 내 동압력 전달함수가 1차임을 알 수 있었고, 전달함수의 단순화를 위해 식 (18)을 테일러 급수 전개하여 1차까지 나타내었다.

$$\frac{p_2(s)}{v(s)} = \frac{\frac{q_{s0}k_s + q_{e0}k_e}{a_{s0} + a_{e0}}}{\frac{V_0}{\kappa RT_0}s + \left[\frac{q_{s0}}{P_0}K_s + \frac{q_{e0}}{P_0}(1 + K_e) \right]} \quad (19)$$



(a) Simulation



(b) Experiment

Fig. 8 Dynamic characteristics of pneumatic exciter with different chamber volume

다음으로, Fig. 9에는 공기 튜브의 길이를 변화시키면서 실험과 모형으로 그린 전달함수를 나타내었다. 공기 튜브가 길어짐에 따라 수백 Hz 부근에 있는 공진주파수는 점점 낮아지는 것을 관찰할 수 있다. 여기서 수백 Hz 부근에 있는 공진주파수는 튜브 내 공기의 밀소파(정상파: standing wave)에 의해 발생한다. 식 (18)을 테일러 급수 전개하여 3차까지 나타내면 공진주파수를 정량적으로 계산할 수 있으나, 공압가진기의 주파수 범위가 수백 Hz에 도달하지 못한다는 점과 공기 튜브를 길게 만들 필요가 없다는 점에서, 이를 정량적으로 계산할 필요는

없다. 결과적으로 공압가진기의 동특성을 나타내기 위한 충분한 차수는 1차이다. 1차계의 동특성을 결정하는 가장 중요한 것은 절점주파수(b_1)이므로, 이를 정량적으로 나타내보고자 하였다.

$$b_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{\kappa RT_0}{V_0} \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \text{ [Hz]} \quad (20)$$

그 결과, 실험조건 하에서 절점주파수는 1 Hz 이하의 낮은 주파수에 위치하며, 이에 가장 큰 영향을 미치는 것은 챔버 부피인 것을 파악할 수 있었다. 1차계의 특성상 절점주파수 이하에서만 시간지연 없이 가진력을 발생시킬 수 있으므로, 공압가진기의 주파수 범위는 $0 \sim b_1$ Hz로 한정될 것이다. 여기서 주파수 범위를 확장하기 위해서는 챔버를 작게 만들어야 하나, 앞서 언급하였듯이 챔버 면적과 높이는 가진기의 크기를 결정하므로 자유롭게 변경할 수 없다. 또한 0.1 liter의 작은 부피에서도 절점주파수가 1 Hz 이하에 형성되는 것을 감안할 때, 부피 축소만으로 주파수 구간을 확장하는 데는 한계가 있음을 알 수 있다. 결과적으로 현 구조에서 공압가진기의 주파수 범위를 확장할 수 있는 방법은 없다. 이에 다음 절에서는 공압가진기의 주파수 범위를 확장할 수 있는 방법으로 이중챔버 구조를 제시하고자 한다.

4. 이중챔버를 적용한 경우의 공압가진기 동특성 분석

4.1 이중챔버를 적용한 경우의 공압가진기 모형화

이중챔버 구조를 적용한 공압가진기를 Fig. 10에 나타내었다. 구조를 보면, 챔버 내에 모세관을 삽입함으로써 위 챔버와 아래 챔버를 분리한 것을 볼 수 있다. 이는 모세관의 감쇠특성을 추가하여 낮은 주파수에서는 두 챔버를 모두 사용하고, 높은 주파수에서는 위 챔버만 사용하여, 가진기의 고주파 영역 출력을 크게 할 수 있다는 발상에서 착안되었다. 이때, 챔버 내 공기의 열역학과 모세관의 유체역학, 그리고 연속방정식은 아래와 같이 유도된다.

$$\dot{m}_t = \frac{V_{t0}}{\kappa RT_0} \dot{p}_t + \frac{P_0 A_p}{RT_0} \dot{x}, \dot{m}_b = \frac{V_{b0}}{\kappa RT_0} \dot{p}_b \quad (21)$$

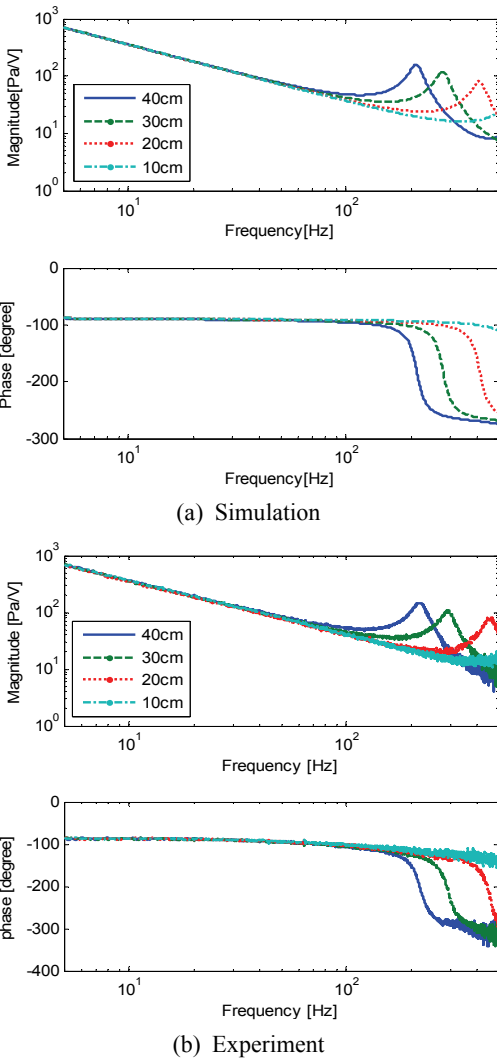


Fig. 9 Dynamic characteristics of pneumatic exciter with different air-tube length

$$\dot{m}_c = \frac{\Delta p_2 - \Delta p_3}{C}, C = \frac{128\mu L_c}{\pi \rho_c D_c^4} \quad (22)$$

$$\dot{m}_b = \dot{m}_c \quad (23)$$

여기서 C 는 모세관의 감쇠특성이며, 아래첨자 t 는 위 챔버, b 는 아래 챔버, c 는 둘을 연결하는 모세관을 나타낸다. 다음으로, 식 (21), (22), (23)을 연립하면 위 챔버와 아래 챔버의 동압력 관계식 및 챔버로 흐르는 유속과 동압력 사이의 관계식을 계산할 수 있다.

$$p_t = \frac{CV_{b0}}{\kappa RT_0} \dot{p}_b + p_b \quad (24)$$

$$u_t = \frac{V_{t0}}{\kappa P_0 A_t} \dot{p}_t + \frac{A_p}{A_t} \dot{x} + \frac{RT_0}{CP_0 A_t} (p_t - p_b) \quad (25)$$

식 (24), (25)는 앞서 유도한 단일챔버형 공압가진기의 챔버 내 열역학 관계식(식 (12))과 치환될 수 있다. 따라서 식 (12)를 치환하여 동일한 방법으로 계산을 진행하면, 이중챔버를 적용한 경우의 입력

전압에 대한 가진력 전달함수를 유도할 수 있다. 아래 식에서 N 은 위 챔버와 아래 챔버의 부피 비를 나타낸다.

$$\frac{F(s)}{v(s)} = \frac{A_p \left(\frac{q_{s0}k_s + q_{e0}k_e}{a_{s0}} \right) \left[\frac{ms^2}{ms^2 + c_d s + k^*} \right]}{\frac{sA_t L_t}{\kappa RT_0} \left[\alpha^{-1} \sinh \alpha + \frac{\cosh \alpha}{A_t L_t} \left(\frac{V_{t0}}{B} + \frac{\kappa P_0 A_p^2}{ms^2 + c_d s + k^*} \right) \right] + \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \left[\cosh \alpha + \frac{\alpha \sinh \alpha}{A_t L_t} \left(\frac{V_{t0}}{B} + \frac{\kappa P_0 A_p^2}{ms^2 + c_d s + k^*} \right) \right]} \quad (26)$$

$$N = \frac{V_{b0}}{V_{t0}}, B = \frac{1 + \frac{CV_{b0}}{\kappa RT_0} s}{1 + N + \frac{CV_{b0}}{\kappa RT_0} s}$$

그리고 3장에서 가정한 바와 같이, 질량이 무한대인 경우에 대해서는 입력전압에 대한 위 챔버의 동압력 전달함수로 공압가진기의 동특성을 묘사할 수 있다.

$$\frac{p_t(s)}{v(s)} = \frac{\frac{q_{s0}k_s + q_{e0}k_e}{a_{s0}}}{\frac{sA_t L_t}{\kappa RT_0} \left[\alpha^{-1} \sinh \alpha + \left(\frac{V_{t0}/B}{A_t L_t} \right) \cosh \alpha \right] + \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \left[\cosh \alpha + \left(\frac{V_{t0}/B}{A_t L_t} \right) \alpha \sinh \alpha \right]} \quad (27)$$

다음 절에서는 유도한 모형을 바탕으로 이중챔버를 적용한 공압가진기의 동특성을 분석해보고자 한다.

4.2 모사실험 및 동특성 분석

앞서 3장에서는 공압가진기의 동특성을 묘사하기 위한 차수로 1차가 충분함을 언급하였다. 이때, 이중챔버를 적용한 공압가진기의 전달함수는 기존 공압가진기의 전달함수에 하나의 절점과 영점이 추가 되는 형태로 나타난다.

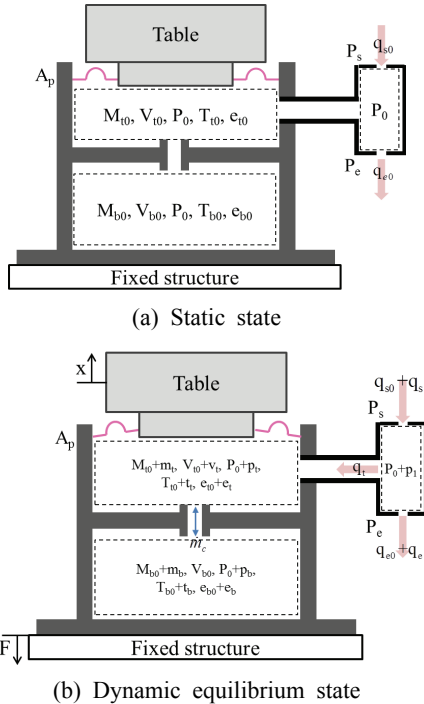


Fig. 10 Static and dynamic equilibrium state of pneumatic exciter with dual-chamber

$$\frac{p_t(s)}{v(s)} = \frac{\frac{q_{s0}k_s + q_{e0}k_e}{a_{s0} + a_{e0}} \times \frac{CV_{b0} s + 1}{\kappa RT_0}}{\frac{V_0}{\kappa RT_0} s + \left(\frac{q_{s0}}{P_0} K_s + \frac{q_{e0}}{P_0} (1 + K_e) \right) \frac{CV_{b0}}{\kappa RT_0 (N+1)} s + 1} \quad (28)$$

여기서 영점주파수 z_1 과 두 번째 절점주파수 b_2 는 정량적으로 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$z_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\kappa RT_0}{CV_{b0}} \right] \quad [\text{Hz}] \quad (29)$$

$$b_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{(N+1)\kappa RT_0}{CV_{b0}} \right] \quad [\text{Hz}] \quad (30)$$

위 식에서 영점주파수는 모세관의 감쇠특성 C 에 의해 결정되며, 두 번째 절점주파수는 모세관의 감쇠특성 C 와 챔버 부피 비 N 에 의해 결정됨을 볼 수 있다. 그리고 공압가진기의 첫 번째 절점주파수가 1 Hz 이하의 저주파수 구간에 위치하는 것을 감안하였을 때, 영점과 두 번째 절점이 앞섬-뒤짐 보상기(lead-lag compensator)와 같은 역할을 하여, $z_1 \sim b_2$ Hz 사이의 주파수 범위에서 전달함수의 크기가

일정하게 나타날 것을 예상할 수 있다. 따라서 모세관의 감쇠특성 C 와 챔버 부피 비 N 을 설계하여, 사용자가 원하는 주파수 구간에 대해 전달함수의 크기를 일정하게 만들 수 있을 것이다. 예상한 결과를 가지적으로 알아보기 위해, 식 (27)을 이용하여 입력 전압에 대한 동압력 전달함수 그려보았고, 이를 Fig. 11에 나타내었다(상세 제원은 Table 2를 참고).

이 모사실험은 z_1 과 b_2 를 각각 3 Hz와 300 Hz로 설계한 결과이다. Fig. 11을 보면 설계한 C 와 N 에 의해 약 10~100 Hz 사이에서는 전달함수 크기가 일정하게 나오는 것을 볼 수 있다. 여기서 위상이 정확히 0° 로 수렴하지 않는 것은 영점주파수와 두 번째 절점주파수가 충분히 떨어져 있지 않기 때문인 것으로 파악할 수 있다. 이러한 문제를 해소하기 위해서는 챔버 부피 비를 매우 크게 해야 하는데, 이는 실 제작에 한계가 있을 수 있다. 따라서 위상이 0° 로 수렴하지 않는 문제는 이중챔버 구조의 한계점으로 지적할 수 있다. 그러나 단일챔버형 공압가진기의 주파수 범위가 0~1 Hz 범위에 한정된 것을 감안하면, 이중챔버형 공압가진기가 주파수 범위를 대폭 확장시킬 수 있는 가능성은 분명한 것으로 사료된다.

Table 2 Specification of simulation

Symbol	Name	Value
P_s	Supply pressure	6.0×10^5 Pa
P_e	Atmospheric pressure	1.0×10^5 Pa
P_0	Chamber pressure	3.5×10^5 Pa
T_0	Temperature	288 K
V_0	Total chamber volume	0.3 liter
N	volume ratio	100
L_t	Length of air-tube	2 cm
D_t	Diameter of air-tube	2.0×10^{-3} m
L_c	Length of capillary-tube	1.0×10^{-2} m
D_c	Diameter of capillary-tube	5.0×10^{-4} m
μ	Viscous coefficient	1.8×10^{-5} N·s/m ²
k_s	Ratio of effective area to voltage	2.13×10^{-8} m ² /V
k_e		3.45×10^{-8} m ² /V

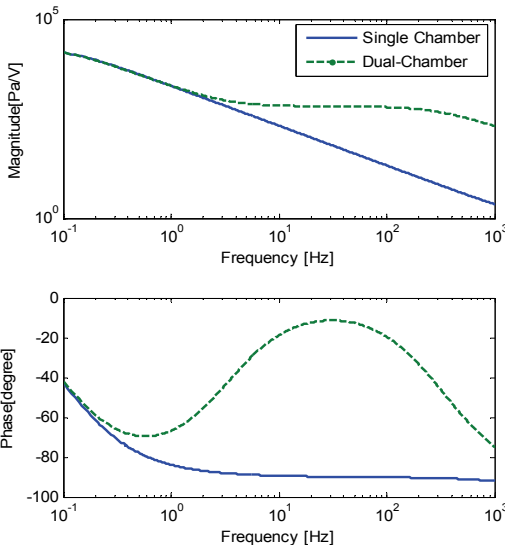


Fig. 11 Dynamic characteristics of pneumatic exciter with dual chamber

5. 결 론

이 연구에서는 공압가진기의 동특성을 파악하여, 주파수 범위를 확장하는 방법을 제시하고자 했다.

우선 능동형 공압제진대와 같은 구조인 단일챔버형 공압가진기에 대해 수학적 모형을 수행하였고, 유도한 모형을 바탕으로 동특성 분석을 수행했다. 그 결과 공압가진기의 주파수 범위를 확장하기 위해서는 챔버를 작게 만들어야 함을 파악하였다. 그러나 챔버 면적 및 높이는 가진기의 크기를 결정하므로 자유롭게 변경할 수 없는 제한조건임을 지적하였다. 그리고 0.1 liter 정도의 작은 챔버에서도 절점주파수가 1 Hz 이하에 형성되는 것을 감안하였을 때, 부피 축소만으로 주파수 범위를 확장하는 것에는 한계가 있음을 지적하였다.

이를 해결하기 위한 방법으로 이중챔버 구조를 적용한 공압가진기를 제시하였는데, 이 구조를 적용할 경우 모세관의 감쇠특성 C 와 챔버 부피 비 N 을 설계하여, 영점주파수와 두 번째 절점주파수의 위치를 결정할 수 있음을 설명하였다. 여기서 z_1 은 C 에 반비례하고, b_2 는 C 에 반비례함과 동시에 $N+1$ 의 곱에 비례함을 수학적으로 보였다. 전달함수는 영점주파수와 두 번째 절점주파수 사이에서 일정한 크기를 나타내므로, 사용자가 원하는 주파수 범위가 결정되면, C 와 N 을 설계하여 이를 만족하는 공압가진기를 설계할 수 있을 것이다. 추후, 이 모형은 공압가진기를 설계하는데 효과적으로 응용될 수 있을 것으로 사료된다.

References

- (1) Shin, Y.-H. and Kim, K.-J., 2009, Performance Enhancement of Pneumatic Vibration Isolation Tables in Low Frequency Range by Time Delay Control, PhD thesis, DME KAIST.
- (2) Sun, J.-O. and Kim, K.-J., 2012, 6-DOF Active Pneumatic Control of Vibration Isolation Table Against Ground and Inertial Force Excitation Induced by Horizontally Moving Mass, PhD Thesis, DME KAIST.
- (3) Andersen, B. W., 1967, The Analysis and Design

of Pneumatic Systems, JOHN WILEY & SONS, INC.

(4) Park, Y.-W. and Kim, K.-J., 2013, A Study on Performance of Pneumatic Actuator, Master's Thesis, MME KAIST, pp. 65~66.

(5) Lee, J.-H. and Kim, K.-J., 2008, Amplitude-dependent Complex Stiffness Modeling of Dual-chamber Pneumatic Spring for Pneumatic Vibration isolation Table, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 1, pp. 110~112.

(6) Lee, J.-H. and Kim, K.-J., 2007, Modeling of Dual-chamber Pneumatic Spring and Application to Transmissibility Design of Vibration Isolation Table, PhD Thesis, DME KAIST.

(7) White, F. M., 2007, Fluid Mechanics, 6th Edition, MCGraw-HillKorea.

(8) Borgnakke, S. and Wylen, V., 2003, Fundamentals of Thermodynamics, 6th Edition, JOHNWILEY&SONS, INC.



Young-woo Park received his B.S. degree in mechanical engineering from Sungkyunkwan University in 2011 and M.S. degree from KAIST in 2013. He is currently a Ph.D. candidate in KAIST and his research interests are in pneumatic

actuators.



Kwang-joon Kim received B.S. and M.S. degrees from Seoul National University in 1976 and 1978. He also received Ph.D. degree from the University of Wisconsin-Madison. He is currently a full professor in department of mechanical engineering at KAIST. His research interests are in application of viscoelastic materials for vibration control, experimental approach in dynamics of transportation systems, vibration isolation based on power transmission approach, input identification, modal testing, operational deflection shape analysis, etc.

His research interests are in application of viscoelastic materials for vibration control, experimental approach in dynamics of transportation systems, vibration isolation based on power transmission approach, input identification, modal testing, operational deflection shape analysis, etc.