

# 진동을 이용한 철도차량의 무게중심과 관성모멘트 현장 측정

## Field Measurement of the Center of Gravity and the Moment of Inertia of Railway Vehicles Using Vibration

송기석\*·최연선†  
Ki-Seok Song and Yeon-Sun Choi

(Received June 25, 2013 ; Revised September 27, 2013 ; Accepted October 1, 2013)

**Key Words** : Center of Gravity(무게중심), Moment of Inertia(관성모멘트), Railway Vehicle(철도차량)

### ABSTRACT

The center of gravity and the moment of inertia of railway vehicles are important parameters for running safety and stability in railway vehicle design. However, the exact measurement of those is difficult in manufacturing field. The weight measurement of a railway vehicle beneath the wheel using a weight scale is off by a large amount. This paper suggests a measurement method for the center of gravity and the moment of inertia of railway vehicles using vibration. For the measurement a railway vehicle is suspended using four wires. Direct measurement of the tension of the wires and the period of swinging motion of the suspended railway vehicle with calculations give the exact location of the center of gravity and the moment of inertia in x, y, and z directions, respectively. This implementation was demonstrated using an experimental device and verified numerically.

### 1. 서 론

철도차량은 법규에 의해 운중 편차가 5% 이상 벗어나지 못하게 되어 있다<sup>(1)</sup>. 철도차량에서 무게중심과 관성모멘트는 주행 안전성과 안정성에 영향을 미치기 때문에 설계 당시부터 고려되는 중요한 설계 변수이다. 그러나 철도차량의 제작과정에서 정확한 무게중심과 관성모멘트를 측정하기가 쉽지 않기 때문에 철도차량의 바닥 평면의 기하학적 중심에 무게중심이 위치하도록 설계한다는 것은 쉽지 않다.

무게중심과 관성모멘트 측정 방법은 철도차량뿐만 아니라 항공, 자동차, 소형 부품 등 여러 분야에서 많이 연구되고 있다. 안기원<sup>(2)</sup>은 자동차에서 무

계중심 위치변화를 DADS로 전산해석을 하고 실제 차량의 주행시험의 결과와 비교하여 무게중심 위치가 차량 안정성에 미치는 영향을 검토하였다. 유이준<sup>(3)</sup>은 소형 회전부품의 무게중심 및 불평형 모멘트를 구하기 위하여 3개의 하중센서를 120° 간격으로 설치하고, 그 위에 물체를 올려 하중을 측정한 후, 모멘트 평형원리로 무게중심 및 불평형 모멘트를 구하는 3점 측정방식을 제안하였다. 이명수<sup>(4)</sup>는 실제 차량의 무게중심의 위치를 구하기 위하여 차량 무게중심 측정 시스템(VCGM)을 구성하여 차종별 무게중심의 위치를 구하였다.

관성모멘트 측정에 관한 연구로 방효충<sup>(5)</sup>은 인공위성의 관성모멘트를 추정하는 방법을 제시하였다. 인공위성의 회전운동을 오일러 방정식으로 나타내고

† Corresponding Author ; Member, School of Mechanical Engineering, SungKyunKwan University  
E-mail : yschoi@skku.ac.kr  
Tel : +82-31-290-7501, Fax : +82-31-290-5889  
\* Mechanical Engineering, SungKyunKwan University

‡ Recommended by Editor Hyung-Jo Jung

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

비선형성이 적은 MRP(modified rodrigues parameter) 운동관계식을 선형화한 추정 알고리즘인 EKF (extended Kalman filter) 알고리즘을 사용하여 관성모멘트를 추정하였다. 이정진<sup>(6)</sup>은 무인표적기의 관성모멘트를 측정하기 위해 진자운동의 원리를 이용하였다. 항공기를 매달아 진동주기를 측정함으로써 관성모멘트를 계산하고 진동주기 측정오차를 고려한 관성모멘트의 변화를 분석하였다. Gobbi<sup>(7)</sup>는 관성모멘트를 구하기 위한 측정장치를 구성하였다. 진자운동을 이용하여 관성모멘트를 측정하는 방법으로 3500 kg까지의 물체를 사전에 제작된 지그로 들어 올려 관성모멘트를 측정하는 Intenso 장치와 비교적 가벼운 400 kg까지의 물체의 각 모서리 끝부분을 들어올려 관성모멘트를 측정하는 Intensino 장치 등 두 가지 관성모멘트 측정장치를 고안하였다. 이한울<sup>(8)</sup>은 공조용 압축기의 가진력을 규명하기 위하여 넓은 판에 압축기를 올려놓고 판을 매달아 진자운동을 시킴으로써 압축기의 관성모멘트를 추정하였다.

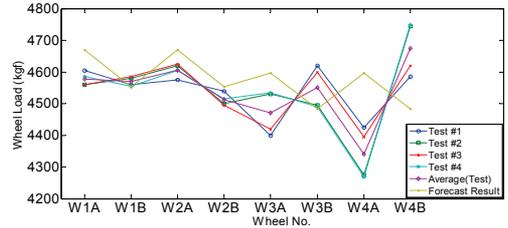
이 연구에서는 현재 철도차량의 무게중심을 측정을 위해 차륜과 레일 사이에 하중계를 놓고 차륜을 굴러 하중계 위에 철도차량을 올려놓고 운증을 직접 측정하는 방법 대신, 철도차량을 크레인으로 위로 들어 올리면서 줄의 장력과 진동주기를 측정하여 x, y, z 방향의 무게중심을 측정하는 방법과 현재 측정이 되지 않고 있는 철도차량의 관성모멘트를 진동을 이용하여 현장에서 측정하는 방법을 제시하였다. 또한 실험실에서 모형실험을 통해 제시된 방법의 타당성을 검증하였다.

## 2. 운증 편차

운증은 차륜이 레일과 맞닿는 부분의 연직하중이다. 도시철도안전법<sup>(1)</sup>에 의해 정해져있는 운증 편차를 5% 이내로 맞추기 위해서는 무게중심의 위치를 기하학적 중심으로 이동시키는 작업이 필요하다. 제작이 완성된 상태에서 운증을 측정하는 현장에서는 이를 보정하기 위하여 기기를 재배치하기보다 심(shim)을 삽입하여 조정하고 있다. 그러나 심의 삽입은 차체의 수평오차를 보정할 뿐 무게중심의 위치를 차량의 기하학적 위치로 이동시키는 근본적인 해결책은 될 수 없다. 현재 철도차량 제작 현장에서는



(a) Wheel load measurement



(b) Wheel load deviation

Fig. 1 Measurement and its deviation of wheel load

차량을 이동하여 Fig. 1(a)와 같이 한 개 대차의 4개 차륜을 로드셀(load cell)로 구성된 하중측정 장치 위에 올려놓고 직접 운증을 측정한다. 다음, 차량을 이동시켜 또 다른 대차를 하중측정 장치에 올려놓고 운증을 측정한다. Fig. 1(b)는 실제 현장에서 제작이 완성된 철도차량에서의 각 차륜의 운증을 측정된 결과이다. 무게중심의 위치가 기하학적 위치에 존재한다면 각 차륜에서의 운증은 전체 차량 무게의 1/8이 되어야 할 것이다. 그러나 Fig. 1에서 보는 바와 같이 측정위치에 따라 운증 편차가 존재한다. 또한 각각의 측정값들이 재현성이 낮게 나타난다. 이는 무게중심의 위치가 기하학적 중심에 있지 않고 측정시 4개의 차륜이 모두 동시에 하중측정 장치의 정위치에서 전후, 좌우로 약간 어긋난 때문이다. 철도차량에서 무게중심의 위치를 차량의 기하학적 중심에 위치시키기 위해서는 무게중심의 위치를 현장에서 간편하게 측정하는 방법이 강구되어야 한다.

## 3. 무게중심 및 관성모멘트 측정 방법

### 3.1 철도차량 무게중심 측정

운증은 차륜이 받는 하중이다. 그러나 차체의 무게중심을 구하기 위해 차륜과 레일 사이에서 로드셀로 정확한 운증을 측정하기는 쉽지 않다. 여기서 반대로 들어 올리는 방법을 채택하였다. 들어 올리는

경우 매단 점이 한 점으로 측정 위치가 고정되어 측정오차가 줄어들 수 있다.

Fig. 2와 같이 차체 상부 연결고리에 줄을 매달고, 크레인으로 들어 올리면서 크레인에 설치된 하중센서를 이용하여 각각의 무게를 측정하고 철도차량의 전후(X), 좌우(Y)방향의 무게중심을 구함으로써 철도차량의 무게중심을 정확하게 측정할 수 있다. 철도차량을 하나의 강체로 가정할 수 있으므로 철도차량을 X방향으로 하나의 강체 보(Beam)로 가정하여 Fig. 2(a)에서 X방향으로는 ③과 ④의 위치를 바닥에 닿은 상태에서 ①, ②의 줄 두 개로 들어 올리며 측정하고, 다음에 ①과 ②의 위치를 바닥에 닿게 하고, ③, ④의 줄 두 개를 들어 올려 측정하면, 전체 차량무게  $W_G$ 를 식 (1)로 알 수 있고, X방향의 무게중심 위치도 알 수 있다. 식 (1)에서  $W_1, W_2, W_3, W_4$ 는 각각 ①, ②, ③, ④에서의 하중 측정값을 의미한다. Y방향 역시 동일한 방법으로 철도차량 한 쪽 측면을 바닥에 지지하고 반대 면의 ①과 ③의 위치에서 들어 올리면서 새로 측정한 하중  $W_1', W_3'$ 을 안다면 식 (2)로 측정이 가능하다. 식 (2)~(3)에서의  $x, y$ 는 각각 방향에서의 기하학적 중심으로부터 무게중심이 떨어진 거리를 의미한다.

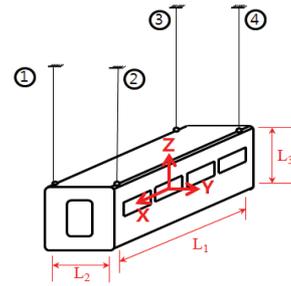
$$W_G = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \tag{1}$$

$$x = \frac{(W_1 + W_2)L_1}{W_G} - \frac{L_1}{2} \tag{2}$$

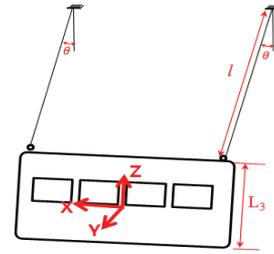
$$y = \frac{(W_1' + W_3')L_2}{W_G} - \frac{L_2}{2} \tag{3}$$

여기서 ①을 들어 올리면서 ④점만 닿게 하고 반대로 ④를 들어 올리면서 ①만 닿게 하면서 측정하고, 다시 ②와 ③을 교대로 들어 올리면서 전체 무게와 무게중심을 계산할 수도 있다.

철도차량에서 Z방향 무게중심은 윤중 편차와 관계없으나 철도차량의 동특성 해석에서 이론과 실제 주행의 차이를 줄일 수 있고, 또한 관성모멘트 측정을 위한 기준값이 되므로 실험적으로 측정할 수 있어야 한다. Fig. 2(b)는 Z방향의 무게중심을 측정하는 것을 개략화한 것으로서 철도차량에 연결된 네 줄을 Y축 방향으로 좌우 미소각  $\theta$ 만큼 흔들어 진자운동을 발생시킨 그림이다. 철도차량을 강체로 볼 수 있으므로 무게중심에서 보면 줄의 길이  $l$ 에



(a) X, Y direction



(b) Z direction

Fig. 2 Measurement of the center of gravity of railway vehicle

$(L_3/2 + z)$ 를 더한 위치에 질량  $W_G/g$ 가 있는 단순진자로 볼 수 있다. 따라서 식 (4)가 성립하고 줄의 길이  $(l + L_3/2 + z)$ 에 진자운동 주기  $T$ 를 측정할 수 있다면 무게중심의 위치  $z$ 는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

이렇게 X, Y, Z방향의 무게중심의 위치를 구하면, 임의의 부가 질량을 달아 기하학적 중심으로부터 벗어나있는 무게중심의 위치를 보정할 수 있다.

$$\frac{W_G}{g} (l + \frac{L_3}{2} + z)^2 \ddot{\theta} + W_G (l + \frac{L_3}{2} + z) \theta = 0 \tag{4}$$

$$z = \frac{gT^2}{4\pi^2} - l - \frac{L_3}{2} \tag{5}$$

### 3.2 철도차량 관성모멘트 측정

무게중심과 마찬가지로 철도차량의 관성모멘트는 중요한 설계변수이다. 철도차량의 관성모멘트는 다양한 부품이 산재되어 있는 만큼 이론적으로 계산하는 것은 거의 불가능하고 대개 도면을 바탕으로 전산해석을 통하여 구하게 된다. 그러나 전산해석으로 모든 부품의 정확한 관성모멘트를 계산하기는 불가능하므로 실험적 검증이 필요하게 된다.

Fig. 3과 같이 무게중심을 구할 때와 마찬가지로 철도차량의 상부 연결고리 4군데에 줄을 매달면 관성모멘트를 측정할 수 있다. 이때 전장에서의 무게중심을 정확히 측정하고 충분히 보정을 하여 철도차량의 무게중심은 X, Y 평면의 기하학적 중심 위치에 존재하도록 한다. 실험은 X축 방향, Y축 방향, Z축 방향으로 각각의 중심축에 대하여 흔들어 준 뒤, 자유진동에 의한 고유진동수를 육안, 혹은 가속도계를 사용하여 주기를 측정하면 된다. 가속도계를 사용하여 FFT analyzer로 고유진동수를 측정하면 보다 정확한 값을 얻을 수 있을 것이다.

X, Y, Z축이  $\omega$ 로 회전하고 즉 X, Y, Z축이 물체에 고정된 경우 운동방정식은 식 (6)과 같다.

$$\sum M_G = (\vec{H}_G)_{XYZ} + \vec{\omega} \times \vec{H}_G \tag{6}$$

그리고 X, Y, Z축이 관성주축(principal axes of inertia)인 경우, 즉 대칭이라 가정하면 X, Y, Z축에 대해 관성곱(product of inertia)은 무시할 수 있고 식 (7)~(9)와 같은 오일러 방정식(Euler equations of motion)이 유도된다.

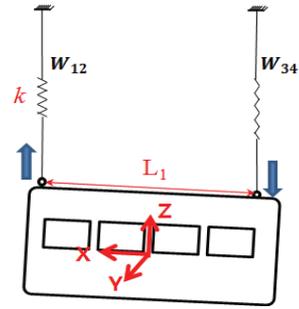
$$\sum M_X = I_X \dot{\omega}_X - (I_Y - I_Z) \omega_Y \omega_Z \tag{7}$$

$$\sum M_Y = I_Y \dot{\omega}_Y - (I_Z - I_X) \omega_Z \omega_X \tag{8}$$

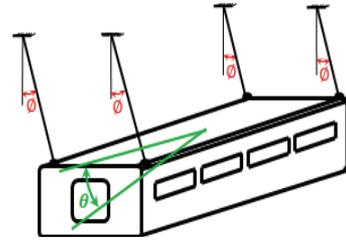
$$\sum M_Z = I_Z \dot{\omega}_Z - (I_X - I_Y) \omega_X \omega_Y \tag{9}$$

식 (7)~(9)에서 보면 각 방향의 회전속도, 가속도가 한 방향의 모멘트를 결정하는 것을 알 수 있으나, 역으로 한 방향으로 모멘트를 가지며 그 방향으로만 회전되게 하면 운동방정식은 간결해 질 수 있다. 즉 회전이 하나 이상의 방향으로 발생하면 복잡해짐을 알 수 있다. 따라서 한 방향으로만 회전이 주어져야 관성모멘트를 쉽게 측정할 수 있다.

$I_Y$ 를 측정하기 위해 Fig. 3(a)와 같이 Y축을 중심으로 철도차량을 상하로 진동시킨다. Fig. 3(a)에서 줄의 탄성변형에 의한 스프링 상수를  $k$ , 철도차량의 길이를  $L_1$ 이라 하면, 식 (8)로부터 식 (10)이 유도된다. 이때 무게중심 측정과 달리 줄은 약간의 탄성변형을 하여야 한다. 식 (10)에서 고유진동수  $\omega_y$ 는  $\sqrt{L_1^2 k / (2I_Y)}$  이고,  $L_1$ ,  $k$ 는 상수이므로 고유진동수를 알면  $I_Y$ 를 알 수 있다.  $I_X$ 도 식 (7)에서부터 운동을



(a) Measurement for  $I_Y$



(b) Measurement for  $I_Z$

Fig. 3 Measurement of the moment of inertia of railway vehicle

방정식을 유도하여 고유진동수를 구함으로써 측정이 가능하다.

$I_Z$ 를 측정하기 위하여 Fig. 3(b)와 같이 철도차량을 Z축 중심으로 회전시킨다. 회전시킬 때 줄이 인장, 압축되면 모멘트항에 탄성력이 고려되어야하므로 줄은 탄성이 없는 상태에서 인장, 압축이 없도록 충분히 늘어난 상태에서 z 축을 중심으로 비틀림 운동을 시켜하여야 한다. 매단 줄의 길이를  $l$ , 줄의 비틀림각을  $\phi$ , 차체의 비틀림각을  $\theta$ 라 할 때, 발생하는 비틀림 진동은 식 (9)로부터 식 (11)~(12)를 만족하고 식 (13)에서 고유진동수  $\omega_z$ 를 알면  $I_Z$ 를 구할 수 있다.

$$I_Y \ddot{\theta}_Y + \frac{L_1^2}{2} k \theta_Y = 0 \tag{10}$$

$$l \phi = \frac{L_1}{2} \theta \tag{11}$$

$$I_Z \ddot{\theta}_Z + W_G \sin \phi r = 0 \tag{12}$$

$$I_Z \ddot{\theta}_Z + \frac{W_G}{l} \left( \frac{L_1}{2} \right)^2 \theta_Z = 0 \tag{13}$$

### 3.3 실험 방법 및 검증

검증을 위해 철도차량을 직접 측정하기에는 어려움이 있어 철도차량 대신 Fig. 4와 같이 실험실에서 모의실험 장치를 구성하였다. 물체의 네 모서리를 스프링으로 매달았다. 하중은 하중센서를 사용하여 측정하여야 하는 바, 스프링의 신축량을 측정해도 알 수 있다. Fig. 4(a)는 X축 방향의 무게중심을 구하기 위한 실험 개략도로써 X방향의 한 쪽은 바닥에 지지한 상태에서 다른 쪽을 들어 올려 스프링의 늘어난 길이로써 스프링에 걸리는 하중을 구할 수 있다. 식 (2)를 적용하면 X방향 무게중심의 위치를 구할 수 있다. Y방향의 무게중심의 위치도 같은 방법으로 식 (3)을 적용하면 측정가능하다. 모의실험 장치를 좌우로 흔들어주어 자유진동을 시키고 주기를 측정하여 식 (4)~(5)를 적용하면 Z방향의 무게중심 위치를 구할 수 있다. Fig. 4(a), (b)는 스프링에 대한 실험장치와 방향을 표시하고 있다.

관성모멘트 측정도 실제 철도차량에 적용하기 전에 모의실험 장치를 이용하였다. 앞서 구한 무게중심의 위치는 기하학적 중심과 일치하지 않으므로 부가질량으로써 무게중심을 가운데로 맞춰 놓은 후 실험을 실시하였다. Fig. 5(a), (b)는 모의실험 장치를 각각 앞쪽, 위쪽에서 바라본 그림이다. 보다 정확한 고유진동수를 측정하기 위해 Fig. 6과 같이 FFT analyzer와 가속도계를 사용하여 장치를 구성한 후, 무게중심 및 관성모멘트를 산출하였다.  $I_x$ 를 구하기 위해 X축에 회전운동을 주었을 때, Y축 방향, 즉 폭 방향의 한 쪽 끝에 초기 변위를 주어 스프링으로 신축시키고, Fig. 4(b)에 나타내고 있는 X1, X2 위치에 장착한 가속도계로부터 고유진동수를 측정하였다. 그리고 식 (10)을 이용하면 Y축의 관성모멘트  $I_y$ 를 구할 수 있다. X축의 관성모멘트 역시 X축에 회전운동을 주기 위하여, 길이 방향의 한쪽 끝에 초기 변위를 주어 Fig. 4(b)에 나타내고 있는 Y1, Y2 위치에 장착한 가속도계로부터 고유진동수를 측정하였다. 또한 Z축을 기준으로 하는 회전운동을 주기 위하여 물체를 약간 좌우로 비틀어 준 다음, Z축 회전운동 시 Z1, Z2 위치에 장착한 가속도계로 고유진동수를 측정하였다.

검증을 위해 Fig. 7과 같이 모의실험 장치를 상용 프로그램인 SolidWorks<sup>(9)</sup>로 해석한 결과와 비교하였다. SolidWorks에서는 밀도가 일정한 직육면체로

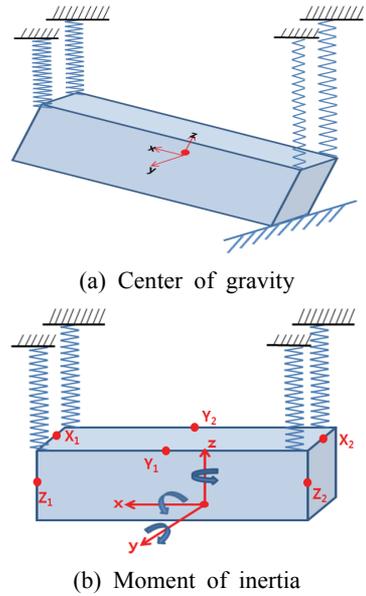
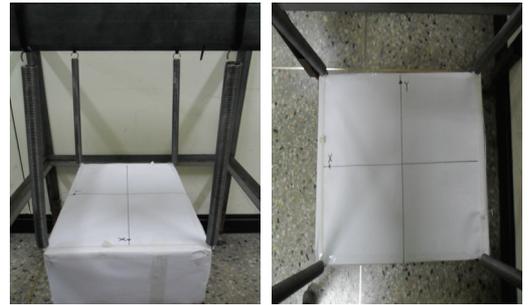


Fig. 4 Schematic diagram



(a) Front view (b) Plane view

Fig. 5 Experimental device



Fig. 6 Measuring equipment

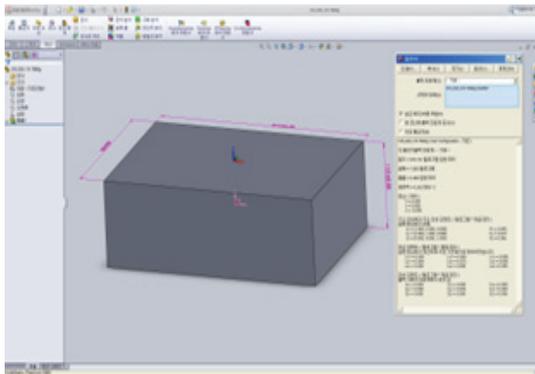


Fig. 7 SolidWorks calculation

Table 1 Center of gravity and moment of inertia

		X	Y	Z
C.G. (mm)	Analysis	8.45	4.23	9.05
	Experiment	8.44	4.25	9.02
I. (Ncm <sup>2</sup> s <sup>2</sup> )	Analysis	0.060	0.099	0.096
	Experiment	0.061	0.098	0.096

가정한 뒤 전산해석 하였고 실험장치를 실행한 결과와 전산해석 결과를 비교하면 Table 1과 같이 동일한 결과를 확인할 수 있었다.

#### 4. 결 론

철도차량의 안전성 및 승차감은 차량의 무게중심 및 관성모멘트에 따라 크게 달라진다. 차량 제작이 완성된 이후, 측정되는 무게중심 및 관성모멘트는 설계 변경이 어렵기 때문에 제작 완료전에 측정하여 변경을 하여야 한다.

이 연구에서는 기존의 차륜과 레일사이에서 운중을 직접 측정함으로써 발생하는 무게중심 측정오차를 줄이기 위하여 차량을 들어 올리면서 줄에 걸린 하중을 측정함으로써 보다 정확한 무게중심 측정 방법을 제안하고 철도차량을 들어 올린 상태에서 회전진동을 일으켜 진동의 주기를 측정하여 철도차량의 관성모멘트를 측정하는 방법을 제안하였다.

철도차량의 전후(X), 좌우(Y), 상하(Z) 방향의 무게중심을 구하기 위해서 하중센서를 크레인에 달아 철도차량의 네 모서리를 들어 올리며 하중을 측정하여 무게중심 위치를 구하였다. 또한 철도차량을 들

어올린 줄의 탄성을 이용하거나 비틀림 운동을 주어 회전운동을 일으키고, 전후, 좌우, 비틀림 회전운동의 주기를 측정하여 기존 현장에서 측정이 안되었던 철도차량의 관성모멘트를 측정하였다. 제안된 측정 방법은 모의실험 장치에 대한 실험과 전산해석을 통해 비교, 검증함으로써 제안한 방법의 타당성을 입증하였다.

이러한 방법을 철도차량의 제작 현장에서 사용하면 설계 및 제작 과정에서 무게중심이 기하학적 위치에서 벗어나는 오차를 줄일 수 있고, 설계 시 사용했던 관성모멘트를 검증할 수 있어 완성 철도차량의 품질향상에 도움을 줄 수 있을 것이다.

#### 후 기

이 연구는 건설교통기술촉진연구사업(12PRTD-C0 61720-01)에 의해 지원됨.

#### References

- (1) Urban Railway Rules on Safety Standards, 2011, Chap. 2, Sec. 1, Article 7.
- (2) Ahn, K. W., 1992, The Influence of Changes in the Position of the Center of Gravity on the Stability of the Vehicle, Proceedings of the KSAE Annual Spring Conference, pp. 278~289.
- (3) Yoo, I. J. and Lee, S. P., 2006, Precise Measurement of Center of Gravity Using 3-point Whighing Mehod, Proceedings of the KSPE Annual Spring Conference, pp. 283~284.
- (4) Lee, M. S. and Kim, S. S., 2010, A Experimental Study on the Measurement and Estimation of Vehicle Center of Gravity, Proceedings of the KSAE Annual Spring Conference, pp. 91~99.
- (5) Bang, H. C., 2010, Spacecraft Moment of Inertia Estimation by Modified Rodrigues Parameter, Proceedings of the KSAS Annual Fall Conference, pp. 243~248.
- (6) Lee, J. J., Koo, S. O., Kim, J. W. and Lee, J. W., 2000, Measurement of Mass Moments of Inertia for Unmanned Target Drone, Proceedings of the KSAS Annual Spring Conference, pp. 81~84.
- (7) Gobbi, M., Mastinu, G. and Previati, G., 2011, A

Method for Measuring the Inertia Properties of Rigid Bodies, Proceedings of the Mechanical Systems and Signal Processing 25, pp. 305~318.

(8) Lee, H. W., Ryu, S. M., Jeong, W. B., Han, H. S., Ahn, J. W. and Jeong, S. W., 2010, Force Identification of a Rotary Compressor and Prediction of Vibration on a Pipe, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 10, pp. 953~959.

(9) SolidWorks, Dassault Systems Solidworks Corp., Computational Analysis Program.



**Ki-Seok Song** received B.S. degree from Sungkyunkwan University in 2011. He is currently taking a combined Master & Doctorate course in School of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon, Korea. His

current research interest is analysis of design param-

eters and development of dynamic analytical model for safe operation and fault detection of high-speed train.



**Yeon-Sun Choi** received B.S. degree from Seoul National University in 1976, and M.S. degree from KAIST in 1978, and Ph. D. degrees from Texas A&M University, U.S.A in 1997. He was vice-president of Korean Society

for Railway and Korean Society for Noise and Vibration Engineering, and president of Dynamics and Control Division of Korean Society of Mechanical Engineers, He is currently a Professor in School of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon, Korea. His research interest is nonlinear vibration and fault diagnosis of mechanical systems.