

대용변수를 이용한 가변형 부분군 채취 간격 \bar{X} 관리도의 경제적 설계

이태훈¹ · 이주호² · 이민구^{2*}

¹한국원자력연구원 · ²충남대학교 정보통계학과

Economic Design of Variable Sampling Interval \bar{X} Control Chart Using a Surrogate Variable

Tae-Hoon Lee¹ · Jooho Lee² · Minkoo Lee²

¹Korea Atomic Energy Research Institute, Daejeon, South Korea, 305-353

²Department of Information and Statistics, Chungnam National University, Daejeon, South Korea, 305-764

In many cases, an \bar{X} control chart which is based on the performance variable is used in industrial fields. However, if the performance variable is too costly or impossible to measure and a less expensive surrogate variable is available, the process may be more efficiently controlled using surrogate variables. In this paper, we propose a model for the economic design of a VSI (Variable Sampling Interval) \bar{X} control chart using a surrogate variable that is linearly correlated with the performance variable. The total average profit model is constructed, which involves the profit per cycle time, the cost of sampling and testing, the cost of detecting and eliminating an assignable cause, and the cost associated with production during out-of-control state. The VSI \bar{X} control charts using surrogate variables are expected to be superior to the Shewhart FSI (Fixed Sampling Interval) \bar{X} control charts using surrogate variables with respect to the expected profit per unit cycle time from economic viewpoint.

Keywords: Performance Variable, Surrogate Variable, Economic Design, Variable Sampling Interval, Fixed Sampling Interval

1. 서론

관리도는 공정에 이상원인이 발생했을 경우 가능한 이를 빨리 탐지하여 수정조치를 취함으로써 불량제품의 발생을 사전에 억제하기 위하여 사용하는 기법중의 하나이다. 관리도는 1920년대 벨 연구소의 통계학자인 Shewhart에 의해 처음 소개된 이후, 다양한 산업현장에서 광범위하게 사용되고 발전되었다.

초기의 Shewhart 관리도의 설계에서는 부분군의 크기, 부분군의 채취 간격 및 관리 한계선이 고정되었는데, 이러한 고정형

변수를 갖는 관리도는 작은 공정의 변화를 감지하는 것이 느리다는 단점이 있다. 이런 단점을 보완하기 위해서 Champ and Woodall(1987)은 보조적인 런 규칙(Run Rule)을 적용한 관리도를 제시하였고, Lucas and Saccucci(1990)은 지수가중평균(EWMA) 관리도를 제시하였으며, Lucas(1982)는 Shewhart 관리도에 누적합(CUSUM) 관리도를 결합한 관리도를 제시하였다. 그러나 이들의 연구에서도 표본 추출 방법은 공정에서 일정한 크기의 표본을 일정한 간격으로 추출하였다. 하지만 관리 상태일 때 표본 통계량이 관리한계선 가까이에 타점이 되는 경우에는 다음의 점들이 관리한계선 바깥으로 타점될 가능성이 높기

이 연구는 2011년도 충남대학교 학술연구비에 의해 지원되었음.

* 연락처 : 이민구 교수, 305-764 대전광역시 유성구 궁동 220번지 충남대학교 정보통계학과, Tel : 042-821-5409, Fax : 042-822-0260,

E-mail : sixsigma@cnu.ac.kr

2013년 1월 14일 접수; 2013년 4월 29일 수정본 접수; 2013년 5월 14일 게재 확정.

때문에, 표본 통계량이 타점되는 위치에 따라서 부분군의 크기나 부분군의 채취 간격을 변화시켜 전형적인 관리도의 성능을 향상시킬 수 있다. Reynolds *et al.*(1988)는 처음으로 \bar{X} 관리도에서 부분군의 채취 간격을 고정된 값이 아닌 여러 값을 사용하였다. 그들은 부분군 채취 간격을 타점이 되는 영역 즉, 중심 영역(the central region), 경고 영역(the warning region), 관리 영역(the action region)에 따라서 달리 적용하였다. Reynolds *et al.*(1988)의 연구결과는 이후 VSI(Variable Sampling Interval : 가변형 부분군 채취 간격) 관리도 연구에 영향을 끼쳤다. 대표적으로 Reynolds and Arnold(1989), Runger and Montgomery(1993), Saccucci *et al.*(1992), Costa and Rahim(2001), DeMagalhães and Moura Neto(2005), Ryu and Shin(2012)을 들 수 있다.

관리도에 경제적인 개념을 최초로 도입한 것은 Duncan(1956)으로서, 그는 \bar{X} 관리도의 경제적인 모형을 제시하였고, 이를 단일 이상 원인에 대한 모형에서 복합 이상 원인에 대한 모형(Duncan, 1971)으로 확대 제시하였다. Bai and Lee(1998)는 Duncan의 모형에 VSI를 적용한 \bar{X} 관리도의 경제적 모형을 제시하였는데, 단위 주기시간당 기대비용(ECT, expected cost per unit of time)을 최소화하도록 공정 모형 및 변수값을 도출하였다.

앞에서 언급한 모든 연구들은 검사 또는 측정대상이 되는 제품의 직접적인 특성 즉 성능변수를 직접 관리하는 것을 다루었다. 그러나 최근 공장자동화가 산업현장에 널리 확산됨으로 인하여 제품의 검사 또한 자동검사장치를 이용한 검사방법이 많이 사용되고 있다. 또한 원자력계, 비파괴 검사 혹은 건설 현장에서는 제품의 특성을 직접 측정하는 것이 불가능하거나 측정비용이 고가 혹은 파괴검사인 경우 성능 변수를 직접 측정하는 대신 간접적으로 측정하는 경우가 많다. 이러한 경우 검사 특성치는 성능변수를 직접 측정하는 것이 아니라 이와 상관관계가 높은 대용변수를 사용하여 측정하게 된다. 대용변수 X 와 성능변수 Y 는 관계는 이론적인 연구와 과거의 경험을 통해서 그 상관관계를 구할 수 있으며, 본 논문에서는 두 변수의 분포가 이변량 정규분포를 따른다는 것을 가정하였다. 실제 공정에서 대용변수를 사용하여 검사하는 방법은 다양하다. 예를 들어, X-ray, Gamma-Ray, Beta-Ray, 초음파 및 전류 등을 이용한 대용검사 방법은 간접적인 측정 방법으로서 검사 비용이 적게 들고 생산속도의 향상 그리고 검사의 효율성을 높일 수 있다는 장점이 있는 반면에 검사시 측정 오류가 발생할 수 있다는 단점이 있다.

대용변수를 이용한 검사에서 검사의 기준값을 설정하는 문제에 대해서는 그 동안 Owen *et al.*(1976) 이후에 많은 연구가 진행되어왔으나, 관리도의 설계 문제는 몇 가지 연구에 국한되어 있다. 성능 변수를 이용한 관리도는 활용시 비경제적이거나 물리적으로 사용할 수 없는 경우가 발생하게 되므로, 이러한 점에 착안하여 성능변수와 대용변수를 함께 이용한 \bar{X} 관리도가 Lee and Kwon(1999)에 의해 처음 소개되었고, 후에 Costa *et al.*(2002)는 Lee and Kwon(1999)의 모형을 변형

한 경제적 모형을 제시하고 마코브 연쇄를 이용하여 모형의 최적해를 구하였다. 이들의 연구는 공정상에서 성능변수와 대용변수를 번갈아 사용한다는 것을 가정하였다. 그러나 실제 공정상에서 두 변수를 번갈아 가면서 사용하는 것이 비효율적이거나 물리적으로 불가능하거나 번거로울 수 있다. 혹은 대부분의 산업현장에서는 성능변수와 대용변수를 함께 이용하기 위해서 공정을 정지하는 것이 비용 및 시간 면에서 손실이 클 수 있다. 이러한 경우 성능변수의 특성을 잘 대변할 수 있는 대용변수를 이용하면 공정 관리가 보다 효율적이며 비용절감을 이룰 수 있다.

이에 Lee *et al.*(2009)는 Duncan(1956)의 모형을 기본으로 성능변수 대신에 대용변수를 사용하여 고정된 부분군 채취 간격과 부분군 크기로 공정을 모니터링 할 경우에 경제적 관점에서 \bar{X} 관리도를 설계하였다. 그 결과 성능변수로 공정을 관리하는 방법에 비해 보다 경제적인 부분군의 채취 간격과 부분군 크기에 대한 설계 모수를 도출하였다. 하지만 Lee *et al.*(2009)이 제안한 모형은 공정을 모니터링 할 때 고정된 변수를 활용하기 때문에 공정 운영의 유연성이 떨어지고 부분군 채취 간격 등이 고정되어 있으므로 공정의 이상을 탐지하는데 시간이 허비될 수 있는 문제점이 있다.

이러한 고정형 변수를 이용한 모니터링 방법의 단점을 보완하기 위해서 본 논문에서는 Lee *et al.*(2009)의 모형에 가변형 부분군 채취 간격을 적용하여 공정을 모니터링 할 경우의 VSI \bar{X} 관리도 설계 방법을 제안하고자 한다. 제안된 VSI \bar{X} 관리도 설계 방법이 아직 완벽하게 연구되지 않았기 때문에 구체적인 수식은 본 논문에서는 제시하지 않았다. 추후 수식에 대한 검증작업, 설계 알고리즘의 효율화 및 현장 적용 예를 추가하여 다시 완전한 논문형태로 발표할 예정이다. 본 논문은 대용변수를 이용한 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 설계에 대한 필요성과 효율성 및 가능성을 제시하는 형태로 논문을 구성하였다. 제 2장에서는 대용변수를 이용한 VSI \bar{X} 관리도의 절차를 소개하고, 제 3장에서는 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 모형을 제시하며 마지막으로 추후 연구진행 내용을 소개한다.

2. 대용변수를 이용한 VSI \bar{X} 관리도의 절차

기존 VSI \bar{X} 관리도에서는 관리도상의 경고한계선 내에서는 부분군의 채취 간격이 긴 간격을, 경고한계선과 관리한계선 사이에선 부분군의 채취간격이 짧은 간격을 사용하고, 관리한계선을 벗어나는 경우엔 공정을 정지하고 이상원인 유무를 조사하였다. 본 장에서는 VSI \bar{X} 관리도에서 성능변수 대신에 대용변수를 이용하여 공정을 모니터링 하는 방법을 제안한다. 대용변수를 이용한 공정이 조치한계선과 두 번째 관리한계선 사이에 있을 경우에는 공정을 진행하면서 이상 원인의 유무를 조사한다고 가정한다.

2.1 가정

본 논문에서는 기본적으로 다음과 같은 가정 하에서 경제적 설계모형을 제안하고자 한다.

(1) 공정 관리에 관한 가정

- ① 공정은 관리상태에서 시작한다. 관리상태에서의 공정은 평균이 $\mu_{y,0}$ 이고 표준편차가 σ_y 인 정규분포를 따른다.
- ② 이상 원인이 발생하면 공정 평균은 $c\sigma_y$ 만큼 변화한다.
- ③ 이상 원인의 발생시간은 평균이 $1/\lambda$ 인 지수분포를 따른다.
- ④ 성능변수 Y와 대응변수 X는 평균이 (μ_y, μ_x) 이고 분산이 (σ_y^2, σ_x^2) 이며 상관계수가 ρ 인 이변량 정규분포를 따른다.
- ⑥ 표본평균이 $\mu_{x,0} \pm k_j (\sigma_x / \sqrt{n_x})$ ($j = 1, 2, \dots, m$) (단, $k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_m$) 내에 있을 때에는 부분군의 채취 간격을 각각 h_j (단, $h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_m$)를 사용한다.
- ⑦ 표본평균이 조치한계선 $\mu_{x,0} \pm k_1 (\sigma_x / \sqrt{n_x})$ ($m = 2$ 인 경우, 관리한계선) 내에 있으나 두 번째 관리한계선 $\mu_{x,0} \pm k_2 (\sigma_x / \sqrt{n_x})$ ($m = 2$ 인 경우, 경고한계선) 밖에 있으면 공정은 계속해서 진행하지만 공정의 이상 유무를 조사한다. 조사 결과, 공정에 이상이 없으면 공정을 계속 진행하고, 관리이탈상태로 판정되면 공정을 즉시 중단하고 이상 원인을 완전히 제거한 후 공정을 재개한다.
- ⑧ 표본평균이 조치한계선 $\mu_{x,0} \pm k_1 (\sigma_x / \sqrt{n_x})$ 을 벗어난 경우에는 공정을 중단하고 공정의 이상 유무를 조사한다. 조사 결과, 공정에 이상이 없으면 즉시 공정을 재개하고, 관리이탈상태로 판정되면 이상 원인을 완전히 제거한 후 공정을 재개한다.

(2) 시간 및 비용모수에 관한 가정

- ① 공정은 관리상태하에서 시작하므로 관리상태시간은 평균이 $1/\lambda$ 인 지수 분포를 따른다.
- ② 이상상태하에서의 시간은 이상원인의 발생으로 인해 관리 이탈상태로 있는 시간이다.
- ③ 거짓경보로 인한 시간은 공정이 관리상태이나 공정이 변했다는 신호가 발생하여 이 신호가 거짓임을 판단하는데 드는 시간이다.
- ④ 이상원인을 찾고 제거하는 시간은 이상원인의 발생으로 인해 이상원인의 추적, 판단 및 제거에 필요한 시간이다.
- ⑤ 부분군의 추출과 시험에 드는 표본비용은 표본의 크기에 비례하는 가변비용과 표본크기에 관계없이 일정한 고정비용으로 구성된다.
- ⑥ 이상원인 발생에 따른 비용은 이상원인의 발생 유무를 판단하고 제거하는데 소요되는 시간에 소요되는 비용으로 거짓경보로 인한 비용과 이상원인의 발견 및 제거에 드는 비용이 있다.

- ⑦ 관리상태하에서의 순수입은 관리상태하에서 공정이 운영되는 동안에 발생하는 수입이다
- ⑧ 이상상태하에서의 순수입은 이상상태하에서도 공정이 운영되므로 발생하는 수입이다. 이때 거짓경보로 인한 이상상태일 경우엔 양의 수입이 발생하고 실제 이상상태일 경우에는 부의 수입이 발생한다.

(3) 공정 관리의 절차

- ① h_j ($j = 1, 2, \dots, m$) 부분군의 채취 간격으로 n_x 개의 표본을 채취한다.
- ② 표본평균이 타점되는 위치에 따라서 다음의 과정을 거친다.
 - 1) 최외각에서 두 번째 한계선 ($m = 2$ 인 경우 경고한계선) 이내에 타점되는 경우 : 공정 부분군의 채취 간격을 h_j ($j = 2, 3, \dots, m$)로 변경해 가면서 ①의 과정을 계속한다.
 - 2) 관리한계선과 두 번째 한계선 사이에 타점되는 경우 : 공정 부분군의 채취 간격을 h_1 으로 변경하고, 공정을 진행하면서 관리상태 이탈 유무를 조사한다. 경보가 거짓일 경우에는 ①의 과정을 계속하고, 사실일 경우에는 공정을 중단하고 이상원인을 제거한 후 공정을 재개하여 ①의 과정을 계속한다.
 - 3) 관리한계선을 벗어나면 공정을 중단시키고 관리상태의 이탈 유무를 조사한다. 경보가 거짓일 경우에는 공정을 다시 진행하면서 ①의 과정을 계속하고, 사실일 경우에는 이상 원인을 제거한 후 공정을 재개하고 ①의 과정을 계속한다.

공정 관리 절차를 순서도로 표현하면 <Figure 1>과 같다.

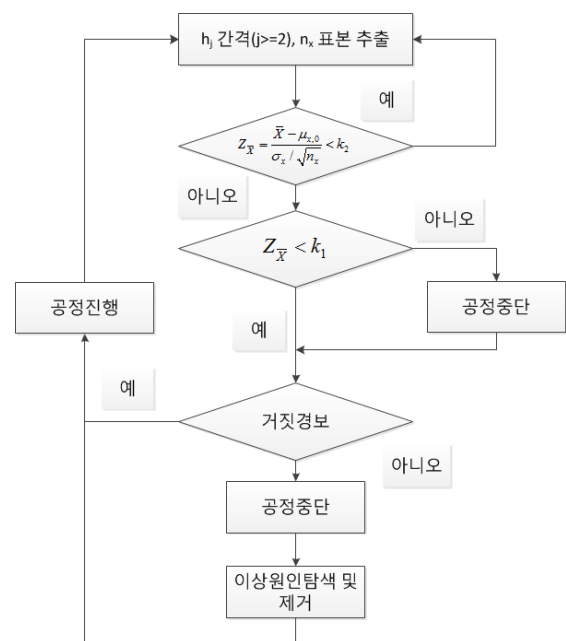


Figure 1. VSI \bar{X} control chart's procedure

3. VSI \bar{X} 관리도의 경제적 모형

본 장에서는 제 2장의 가정과 절차를 이용하여 대응변수를 이용한 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 모형을 설계하고자 한다.

부분군의 채취 간격을 선택하는 것은 부분군의 채취 간격 함수 $d(x)$ 로 표현할 수 있다. 따라서 $x = \bar{X}_i$ 를 타점함으로써 다음 부분군의 채취 간격 길이를 결정할 수 있다. 2개의 관리한계선을 m 개로 분할하면 <Figure 2>와 같이 도식화 할 수 있다.

부분군의 채취 간격을 선택하는 것은 \bar{X} 가 타점되는 영역에 따라서 결정되므로 i 번째와 $(i+1)$ 개의 부분군의 채취 간격은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d(\bar{X}_i) = h_j, \bar{X}_i \in I_j \text{ 일 때} \quad (1)$$

예를 들어 \bar{X}_i 값이 최외각 조치한계선($\mu_{x,0} \pm k_1(\sigma_x/\sqrt{n_x})$)과 두 번째 관리한계선($\mu_{x,0} \pm k_2(\sigma_x/\sqrt{n_x})$) 사이에 타점되는 경우엔 다음에 부분군의 채취 간격을 h_1 으로 한다. 그리고 \bar{X}_i 값이 m 번째 관리한계선($\mu_{x,0} \pm k_m(\sigma_x/\sqrt{n_x})$)과 $m-1$ 번째 관리한계선($\mu_{x,0} \pm k_{m-1}(\sigma_x/\sqrt{n_x})$) 사이에 타점되는 경우엔 다음에 부분군의 채취 간격을 h_{m-1} 로 한다.

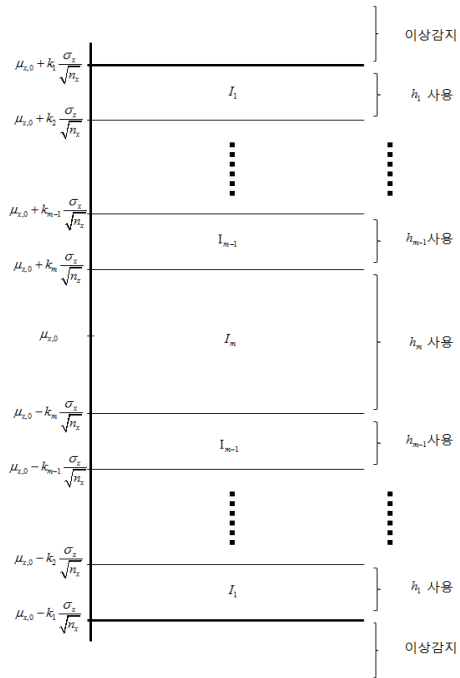


Figure 2. VSI \bar{X} control chart model

본 논문에서는 관리하고자 하는 공정의 성능변수 Y 와 대응변수 X 의 분포가 평균이 (μ_y, μ_x) 이고 분산이 (σ_y^2, σ_x^2) 이고, 상관계수가 ρ 인 정규분포를 따른다고 가정한다. 성능변수 Y 와 대응변수 X 의 관계식은 조건부 확률로 나타낼 수 있다. $Y = y$ 일 때 X 는 평균 $\mu_x = \lambda_1 + \lambda_2\mu_y$ 이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따른다. 여기서 λ_1 과 λ_2 는 X 와 Y 의 데이터를 활용하여 회귀

분석으로부터 도출하게 되는 상수이다. 따라서 X 와 Y 의 결합확률밀도함수 $h(x, y)$ 는 평균이 $(\mu_x = \lambda_1 + \lambda_2\mu_y, \mu_y)$ 이고 분산이 $(\sigma_x^2 = \sigma^2 + \lambda_2^2\sigma_y^2, \sigma_y^2)$ 이고 상관계수가 $\rho = (\lambda_2^2\sigma_y^2/(\sigma^2 + \lambda_2^2\sigma_y^2))^{1/2}$ 인 이변량 정규분포를 따른다. 따라서 대응변수의 표본평균 \bar{X} 는 평균이 $\lambda_1 + \lambda_2\mu_y$ 이고 분산이 σ_x^2/n_x 인 정규분포를 따른다. 만일 관리하고자 하는 성능변수의 평균 $\mu_y = \mu_{y,0}$ 가 $c\sigma_y$ 만큼 변하여 $\mu_{y,0} \pm c\sigma_y$ 가 되면 대응변수의 평균 μ_x 는 $c\lambda_2\sigma_y$ 만큼 변하여 $\mu_x \pm c\lambda_2\sigma_y$ 가 된다.

3.1 단위 주기당 이익 함수

본 논문에서 제안하는 경제적 관리도 설계모형은 단위 시간당 기대수익을 최대화하도록 설계모수 (n_x, h_j, k_j) , (단, $j \geq 2$ 이상 자연수)의 값을 결정하는 것이다. 이는 재생보상과정(Renewal Process)이므로 단위시간당 기대수익은 주기당 총 기대수익과 기대주기시간의 비로 표현할 수 있다(Ross, 1983).

(1) 단위 주기 시간

단위 주기시간은 관리상태하에서의 시간, 이상상태하에서의 시간, 거짓경보로 인해 경과한 시간 및 이상 원인을 찾고 제거하는 시간으로 구성된다. 따라서 한 주기는 공정을 시작하여 이상 원인이 발생하고 이를 탐지하여 제거하기까지의 시간으로 정의한다. 단위 주기시간의 구성은 <Figure 3>과 같이 나타낼 수 있다.

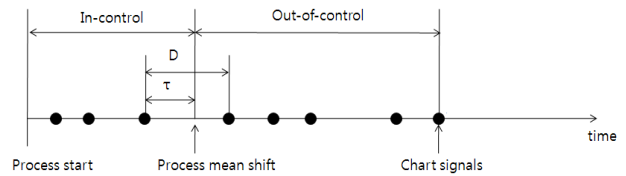


Figure 3. Unit cycle time

- 1) 관리상태하에서의 기대시간
공정을 시작하여 이상원인이 발생할 때까지의 시간이다. 이상원인의 발생은 지수분포를 따르므로 관리상태하에서의 기대시간은 $1/\lambda$ 이다.
- 2) 이상상태하에서의 기대시간
공정 평균이 $c\sigma_y$ 만큼 변했을 때 관리도에서 관리상태를 이탈했다는 신호가 나타날 때까지의 시간이다.
- 3) 거짓 경보로 인해 경과한 기대 시간
거짓 경보로 인해 경과한 시간은 거짓 경보를 확인하는 시간과 거짓 경보의 발생 기대 횟수를 곱한 값이다. 다만 본 논문에서 제시한 VSI \bar{X} 관리도에서는 \bar{X} 가 I_1 영역에 속할 경우 공정을 진행하면서 공정의 관리상태 이탈여부를 조사하므로 거짓경보로 인해 경과한 기대 시간은 0이다.
- 4) 이상원인을 찾고 제거하는 시간
공정에서 발생하는 이상원인이 하나인 것을 가정하고 있으므로 이상원인이 발생했을 때 표본에 대한 조사와 이상 원인을 찾고 제거하는 시간으로 구성된다.

따라서 단위 주기시간은 위의 1), 2), 3) 및 4) 항목의 합이 된다.

(2) 단위 주기당 기대 순수익

단위 주기당 기대 순수익은 단위 주기당 총 기대수입에서 부분군 채취 비용 및 이상원인을 찾고 제거하는 비용을 제외하면 된다.

1) 단위 주기당 총 기대수입

단위 주기당 총 기대수입은 공정이 관리 상태일때와 공정이 이상 상태일때의 수입의 합과 같다.

2) 단위 주기당 기대 표본 비용

단위 주기당 기대 표본비용은 표본의 고정비용과 가변비용의 합에 부분군 채취 횟수를 곱한 것과 같다. 표본을 채취하는 총 횟수는 공정이 관리상태일 때 표본 채취하는 횟수와 공정이 이상상태일 때 이상상태를 감지할 때까지 표본을 채취하는 횟수로 구분하여 구할 수 있다.

3) 단위 주기당 이상원인 제거 비용

단위 주기당 이상원인 제거 비용은 경고영역과 조치영역에 타점이 되었을 때 각각 이상원인을 제거하는 비용의 합과 공정이 관리상태에 있을 때 조치 신호가 나타날 확률 및 공정이 관리상태에 있을 때 경고신호가 나타날 확률에 각각 거짓 정보로 인해 발생하는 비용을 곱한 것을 합한 것과 같다.

따라서 단위 주기시간당 기대 순수익은 위의 1)과 2) 및 3) 비용의 차이와 같다.

단위 주기시간 E(T)와 단위 주기수익 E(I)는 재생보상과정(Renewal Process) 이므로 단위시간당 기대수익은 주기당 총 기대수익과 기대주기시간의 비로 표현할 수 있으며 식 (2)과 같다(Ross 1983).

$$E(A) = \lim_{t \rightarrow \infty} [E(TI(t))/t] = E(I)/E(T) \quad (2)$$

여기서 $TI(t)$ 는 시간 t 까지의 총 순수익, I 는 단위 주기당 순수익 그리고 T 는 주기 시간을 의미한다. 따라서 단위주기당 순수익 $E(A)$ 는 단위 주기당 순수익과 단위 주기시간의 비율로 표현할 수 있다. 즉, $E(A) = E(I)/E(T)$ 의 값이 가장 큰 경우에 단위 주기 시간당 최대 순수익의 값을 갖는다. 대응변수를 이용한 VSI \bar{X} 관리도의 설계모수(n_x, h_j, k_j) (단, $j = 1, \dots, m$)는 $E(A)$ 를 최대로 하는 값이다. 최적의 설계모수는 설계모수의 범위 및 검색 간격에 따라서 최적 모수를 찾는 시간이 좌우되므로, 패턴 검색(Pattern Search), 유전자 알고리즘(Genetic algorithm), 애닐링 검색(Simulated annealing techniques) 등의 방법을 활용하여 최적 설계모수를 결정할 수 있다. 여기서 패턴 검색은 초기해의 변화계수를 목적함수의 값에 부합하는 경우 변화계수를 증가시키며 그렇지 않을 경우엔 변화계수를 감소시키거나 부의 방향으로 변경시키는 방법으로 최적해를 찾으며, 애닐링 검색은 검색과정 중 지역 최적해(Local Optimization)

에 주변에 머무르지 않도록 섭동(perturbations)을 적용하여 광역 최적해(Global Optimization)를 찾는 최적해 검색 기법중의 하나이다. 또한 유전자 알고리즘은 교배, 변이 등의 진화의 원리를 문제 해결에 이용하는 방법으로 후보해 집단을 생성한 뒤 유전 원리를 통하여 세대를 거쳐 가면서 적합한 후보해 집단을 새로이 생성하고 후보해 집단중 목적함수에 가장 적합한 최적해를 구하는 방법으로 상용프로그램인 Matlab, Evolver 등을 통해서 잘 구현되어 있다. 검색 알고리즘에 관한 보다 상세한 사항은 Venkataraman(2009)에서 확인할 수 있으며 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 파일럿 테스트의 최적 설계모수를 결정한다.

3.2 제안한 모형에 대한 파일럿 테스트

제 3.1절에서 단위 주기 시간과 단위 주기당 순이익의 구체적인 수식을 표현하지는 않았으나 본 논문에서 가정된 상황과 모니터링 프로세스에 대하여 수식을 유도하고 상관계수가 $\rho = 0.9$, $\sigma_x = 1.250$, $\sigma_y = 0.112$, $\lambda_2 = 0.08$ 이고 나머지 비용 및 공정 모수들은 Panagos *et al.*(1985)가 제시한 32개 예제 중 16개 예제(1~16)에 대하여 유전자 알고리즘을 이용하여 계산해 본 결과 <Table 1>과 <Table 2>의 결과를 얻었다. <Table 1>과 <Table 2>를 통하여 다음과 같은 결과를 알 수 있다.

- (1) 본 논문에서 제안한 VSI \bar{X} 관리도의 단위 주기시간당 순수익 $E(A)$ 는 성능변수를 이용한 \bar{X} 관리도(Panagos *et al.* (1985)의 모형)와 대응변수를 이용한 FSI(Fixed Sampling Interval) \bar{X} 관리도에 비해서 모두 증가하였다. 따라서 고정된 부분군 채취 간격을 사용하는 것보다는 VSI \bar{X} 관리도를 사용하는 것이 이익임을 알 수 있다.
- (2) ρ 가 0.9일 경우 단위 주기시간당 순수익은 고정된 부분군의 채취 간격 및 부분군의 크기를 이용한 경제적 결과에 비해 $m = 2$ 인 경우 10%, $m = 3$ 인 경우 11% 증가하였다. 이는 가변형 부분군 채취 간격이 2개인 경우는 고정된 변수의 공정을 진행할 경우보다 단위 주기당 수익이 10% 정도 대폭 늘었으나, 가변형 부분군 채취 간격이 3개인 경우엔 2개인 경우보다 1% 증가에 그쳤으므로, 공정 운영의 효율을 고려할 때 부분군 채취 간격 개수를 2개로 이용하는 것이 효율적이다.
- (3) ρ 가 0.9일 경우 k_1 의 값은 16개 예제 모두에서 4.5 이상이다. 이는 거짓 정보 여부를 확인하는데 드는 비용보다는 공정을 진행시키면서 얻는 수입이 상대적으로 크기 때문에 관리한계선 계수값이 프로그램상 설정된 한계값 5에 가까운 결과가 도출된 것으로 보인다.
- (4) ρ 가 0.9일 경우 단위 주기당 순이익 $E(A)$ 는 ρ 가 0.6인 경우에 비해서 1.8%로 증가하였다. $m = 2$ 인 경우엔 14개 경우에서, $m = 3$ 인 경우엔 16개 경우에서 표본 채취수가 같거나 감소하였다. 이는 대응변수와 성능변수의 상관계수가 클수록 적은 표본수로도 공정을 관리할 수 있기 때문인 것으로 파악된다.

Table 1. Results of Panagos et al. (1985) and FSI \bar{X} control chart

Ex	Panagos et al.(1985)						FSI \bar{X} control chart($\rho = 0.6$)						FSI \bar{X} control chart($\rho = 0.9$)					
	n_y	h	k	$E(A)$	n_x	h	k_w	k_s	$E(A)$	n_x	h	k_w	k_s	$E(A)$	n_x	h	k_w	k_s
1	17	2.75	3.14	45.91	30	1.32	2.13	5.00	44.98	17	1.56	2.75	4.69	46.67				
2	17	6.33	2.95	134.11	30	3.04	2.14	4.97	131.21	20	3.83	2.83	5.00	137.66				
3	6	6.46	3.46	42.08	22	5.86	1.89	4.88	42.21	7	5.18	2.66	4.98	43.20				
4	8	1.54	4.31	140.89	27	1.03	3.23	4.98	140.52	6	1.03	3.47	5.00	142.00				
5	26	2.41	3.76	117.73	30	2.45	2.17	5.00	120.38	15	2.78	2.67	4.95	125.24				
6	12	2.48	2.75	14.04	1	3.90	0.01	5.00	12.05	18	1.00	3.30	3.30	18.98				
7	5	2.01	3.32	114.93	21	1.98	2.75	4.83	120.26	4	1.17	3.09	5.00	122.30				
8	6	1.50	3.12	30.04	23	1.68	2.15	2.69	25.50	7	1.57	2.87	3.17	30.10				
9	9	5.03	2.72	39.96	17	1.75	2.39	4.93	36.42	9	1.71	2.91	4.89	42.23				
10	10	2.79	2.90	132.08	1	8.21	0.01	5.00	135.29	5	3.18	1.50	4.98	135.50				
11	6	4.53	3.63	41.39	15	4.15	2.48	4.94	38.14	5	4.74	2.92	4.66	41.55				
12	4	2.34	3.67	138.69	4	1.31	1.66	4.94	139.16	2	0.97	2.39	4.94	142.65				
13	13	3.96	3.00	110.96	1	6.87	0.01	5.00	122.78	1	6.88	0.01	4.95	122.80				
14	6	0.40	3.29	13.73	11	0.20	2.83	3.43	-1.36	6	0.30	3.09	3.61	13.60				
15	4	0.79	3.43	108.05	5	0.98	2.01	4.94	114.09	2	1.01	2.36	4.99	116.21				
16	3	1.61	2.85	23.59	8	1.49	2.25	2.69	10.31	4	1.47	3.03	3.03	24.88				

Table 2. Results of VSI \bar{X} control chart ($m = 2, 3$)

Ex	VSI \bar{X} control chart($\rho = 0.6, m = 2$)						VSI \bar{X} control chart($\rho = 0.6, m = 3$)						VSI \bar{X} control chart($\rho = 0.9, m = 2$)						VSI \bar{X} control chart($\rho = 0.9, m = 3$)									
	n_x	h_1	h_2	k_1	$E(A)$	n_x	h_1	h_2	k_1	$E(A)$	n_x	h_1	h_2	k_1	$E(A)$	n_x	h_1	h_2	k_1	$E(A)$	n_x	h_1	h_2	k_1	$E(A)$			
1	3	1.23	1.57	3.46	47.2	4	0.97	1.48	4.93	47.76	3	1.17	1.46	4.50	47.32	1	0.48	1.46	1.93	0.01	5.00	5.00	5.00	5.00	47.85			
2	5	4.93	5.31	3.17	138.35	4	3.25	3.52	4.39	138.81	3	3.03	3.36	4.50	138.93	2	1.81	3.35	3.62	0.01	4.58	5.00	5.00	5.00	139.00			
3	2	4.57	4.91	3.91	43.48	1	4.70	4.96	6.40	45.68	1	4.55	4.85	4.22	43.52	1	4.38	4.86	5.97	0.01	4.97	4.98	4.98	45.68				
4	3	2.81	3.06	3.49	155.28	9	1.09	1.39	5.17	155.37	1	0.76	1.23	3.83	156.08	1	0.79	1.08	2.30	0.01	4.77	4.85	4.85	156.10				
5	2	2.75	3.07	3.38	143.77	2	2.70	3.06	4.02	143.80	1	2.78	3.08	4.64	144.11	1	3.23	3.53	5.01	0.01	4.65	4.99	4.99	145.06				
6	9	0.13	0.56	3.35	4.98	23.63	9	0.36	0.63	1.65	0.01	4.76	4.77	23.76	4	0.92	1.21	2.75	0.01	4.84	5.00	5.00	5.00	24.16				
7	3	5.09	5.31	2.61	127.23	7	1.63	1.97	4.57	127.38	4	2.68	3.02	4.53	128.07	4	0.45	1.15	1.48	0.01	4.82	4.98	4.98	128.35				
8	2	1.21	1.55	3.00	4.99	31.64	1	1.24	1.54	2.30	0.01	3.53	5.00	31.69	1	1.30	1.54	2.12	0.01	4.04	5.00	5.00	5.00	31.78				
9	8	1.31	1.56	3.79	4.61	43.93	8	1.64	1.95	2.46	0.01	4.57	5.00	44.02	3	1.33	1.61	3.77	5.00	45.27	2	2.20	2.52	3.12	0.01	4.45	4.85	45.51
10	2	3.45	3.87	2.91	137.48	3	2.78	3.33	4.11	138.23	2	3.12	3.36	3.87	137.52	1	0.74	3.35	3.66	0.01	5.00	5.00	5.00	5.00	139.43			
11	2	4.36	4.76	3.40	42.63	2	4.01	4.78	5.19	42.65	1	7.25	7.52	3.98	42.66	1	5.64	5.93	9.20	0.01	4.50	5.00	5.00	42.80				
12	7	0.87	1.13	3.37	4.99	152.74	5	5.03	5.58	6.10	0.01	3.14	3.74	152.80	6	0.77	1.13	4.48	5.00	153.56	5	0.06	1.12	1.49	0.01	4.88	5.00	154.37
13	2	3.39	3.80	2.83	3.21	138.41	2	3.64	3.94	6.85	0.01	3.66	5.00	139.73	2	5.73	6.00	3.68	4.99	139.36	2	2.51	3.18	3.98	0.01	4.98	5.00	139.77
14	2	0.61	0.93	3.64	5.00	28.69	2	0.57	0.85	2.21	0.01	4.77	4.94	28.77	2	0.38	0.68	4.79	5.00	28.99	2	0.12	0.51	1.39	0.01	4.92	5.00	29.02
15	6	4.01	4.27	2.50	3.86	127.58	5	3.61	3.90	11.24	0.01	2.84	4.91	129.84	2	1.11	1.61	4.51	5.00	137.21	2	1.85	2.06	3.38	0.01	4.86	4.95	137.22
16	3	5.14	5.39	2.00	4.32	26.68	9	1.74	2.27	3.32	0.01	4.87	4.99	28.62	4	1.20	1.54	4.50	4.80	31.48	4	1.54	1.81	2.79	0.01	4.73	4.85	31.71

본 절에서는 Panagos *et al.*(1985)가 제시한 32개 예제 중 16개 예제(1~16)에 대하여 파일럿 테스트를 실시했다. 앞으로 추가적인 수치분석, 민감도분석, 수식에 대한 검증 작업 및 해를 효율적으로 발견하기 위한 유전자 알고리즘의 개선 등의 연구가 진행되어야 한다.

4. 결 론

본 논문에서는 성능변수 대신에 대응변수를 사용하여 공정을 모니터링하는 공정에 적용할 수 있는 대응변수를 사용한 VSI \bar{X} 관리도를 제안하였다. 성능변수와 대응변수는 이변량 정규분포를 따르는 것을 가정하였으며 관리도 설계의 기준은 경제적 측면을 다루었으며 필요에 따라서 통계적 측면을 추가 고려할 수 있을 것이다.

기존의 \bar{X} 관리도는 성능변수로 공정의 변화를 직접 모니터링 하는 방법으로 공정을 관리하였다. 그러나 실제 현장에서 성능변수만을 사용하거나 성능변수와 대응변수를 번갈아 가면서 측정하는 것이 비효율적이거나 불가능한 경우가 자주 발생한다. 이러한 경우 본 논문에서 제안한 방법으로 관리도를 사용하면 공정을 효율적이고 효과적으로 모니터링 할 수 있다. 최적의 경제적 설계모수는 검색 시간 단축을 위해 분석 방법 및 유전자 알고리즘 등을 이용하여 구할 수 있다. 파일럿 테스트를 통하여 본 논문에서 제안한 VSI \bar{X} 관리도의 단위 주기시간당 순수익이 성능변수를 이용한 \bar{X} 관리도와 대응변수를 이용한 FSI(Fixed Sampling Interval) \bar{X} 관리도에 비해서 모두 큼을 알 수 있었다. 따라서 고정된 부분군 채취 간격을 사용하는 것보다는 VSI \bar{X} 관리도를 사용하는 것이 이익임을 알 수 있다.

추후 연구 진행으로는 VSI \bar{X} 관리도의 경제적 모형의 수리적인 검증작업, 해의 발견을 위한 효율적인 알고리즘 개발 및 실제 공정에 적용할 때의 효과 검증 등이 필요하다. 또한 이와 연관된 연구 주제는 가변형 부분군 크기(Variable Sample Size) \bar{X} 관리도, 이중 부분군 채취 관리도(Double sampling control chart), 두 가지 이상 복합적인 이상 원인이 있는 \bar{X} 관리도 및 다변량 관리도 등 다양한 관리도의 설계 문제를 다루어 볼 수 있을 것이다.

참고문헌

Bai, D. S. and Lee, K. T. (1998), An economic design of variable sampling interval \bar{X} control charts, *International Journal of Production*

- Economics*, **54**, 57-64.
- Champ, C. W. and Woodall, W. H. (1987), Exact results for Shewhart charts with supplementary runs rules, *Technometrics*, **29**, 393-399.
- Costa, A. F. B. and Rahim, M. A. (2001), Economic design of \bar{X} charts with variable parameters : the Markov chain approach, *Journal of Applied Statistics*, **28**, 875-885.
- Costa, A. F. B. and De Magalhães, M. S. (2002), Economic design of two-stage \bar{X} charts : The Markov chain approach, *International Journal of Production Economics*, **95**, 9-20.
- De Magalhães, M. S. and Moura Neto, F. D. (2005), Joint economic model for totally adaptive \bar{X} and R charts, *European Journal of Operational Research*, **161**, 148-161.
- Duncan, A. J. (1956), The economic design of \bar{X} charts used to maintain current control of a process, *Journal of American Statistical Association*, **51**, 228-242.
- Duncan, A. J. (1971), The economic design of \bar{X} charts when there is a multiplicity of assignable cause, *Journal of American Statistical Association*, **66**, 107-121.
- Lee, J. H. and Kwon, W. J. (1999), Economic design of a Two-Stage Control Chart Based on Both Performance and Surrogate Variables, *Naval Research Logistics*, **46**, 954-977.
- Lee, T. H., Lee, J. H., Lee, M. K., and Lee, J. H. (2009), An economic of \bar{X} control chart using a surrogate variable, *Korean Society for Quality Management*, **37**, 46-57.
- Lucas, J. M. (1982), Combined Shewhart-CUSUM quality control schemes, *Journal of Quality Technology*, **14**, 51-59.
- Lucas, J. M. and Saccucci, M. S. (1990), Exponentially weighted moving average control schemes : properties and enhancements, *Technometrics*, **32**, 1-29.
- Owen, D. B. and Boddie, J. W. (1976), A screening method for increasing acceptable product with some parameters unknown, *Technometrics*, **18**, 195-199.
- Reynolds Jr., M. R., Amin R. W., Arnold J. C., and Nachlas J. A., (1988), \bar{X} charts with variable sampling intervals, *Technometrics*, **30**, 181-192.
- Reynolds Jr., M. R. and Arnold, J. C. (1989), Optimal one-sided Shewhart control charts with variable sampling intervals, *Sequential Analysis*, **8**, 51-77.
- Ross, S. M. (1983), *Stochastic Processes*, John Wiley and Sons, New York.
- Runger, G. C. and Montgomery, D. C. (1993), Adaptive sampling enhancements for Shewhart control charts, *IIE Transactions*, **25**, 41-51.
- Ryu, J. P. and Shin, H. J. (2012), Investment strategies for KOSPI200 Index Futures using VKOSPI and control chart, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **38**, 237-243.
- Saccucci, M. S., Amin, R. W. and Lucas, J. M. (1992), Exponentially weighted moving average schemes with variable sampling intervals, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, **21**, 627-657.
- Venkataraman, P. (2009), *Applied optimization with matlab programming second edition*, John Wiley and Son, Inc.