Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers http://dx.doi.org/10.7232/JKIIE.2013.39.5.367
Vol. 39, No. 5, pp. 367-373, October 2013.

ISSN 1225-0988 | EISSN 2234-6457
<Original Research Paper>

망소특성의 파라메타설계에서 잡음인자의 수준결정

윤원영[1†] · 서순근[2]

[1]부산대학교 산업공학과 / [2]동아대학교 산업경영공학과

Determining the Level of A Noise Factor in Parameter Design for Smaller-the-better Characteristics

Won Young Yun[1] · Sun-Keun Seo[2]

[1]Department of Industrial Engineering, Pusan National University
[2]Department of Industrial and Management Systems Engineering, Dong-A University

In this article, we deal with a design problem for determining the levels of noise factors in the Taguchi method. First, the proposed levels by Taguchi method is reviewed in case of smaller-the-better performance characteristics. We obtain the optimal levels of noise factors minimizing the mean square error of SN(signal to Noise) ratio and compare the optimal levels with the levels proposed by Taguchi method under the first and second order models. Secondly, the concept of V-optimality is applied to determining the levels of noise factors.

Keywords: Taguchi Method, Smaller-the-better, Noise Factor, Mean Square Error

1. 서 론

다구치(Taguchi)방법의 파라메타 설계는 제품이나 공정의 설계단계에서 중요성능변수에 잡음(Noise)의 변화가 어떻게 관계하는지를 파악하고 잡음에 성능변수가 둔감하게 반응하는 성능변수영역을 찾는 것으로서 다양한 분야에서 활용되어 왔다. 그러므로 파라메타설계에서는 잡음인자의 분포와 성능변수에의 영향을 고려하여 잡음인자의 수준을 정하여 이를 적절히 조합한 배열(외측배열)을 구성하여 실험하는 것이 일반적이다(교차설계(Cross array)의 경우로서 참고문헌(Kackar, 1985; Japanese Standards Association, 1991a; 1991b; 참고). 이 경우 "각 잡음인자의 수준을 어떻게 정할 것인가?"가 문제인데 이에 대해 다구치방법에서는 잡음인자의 수치가 현장에서 평균(m)과 분산(s^2)을 가지고 나타나는 경우 잡음인자의 성능변수에의 영향이 1차 관계인가, 2차 관계인가에 따라 다음과 같이 추천하였다(Kackar, 1988; 참고).

1차관계인 경우 : $(m-s)$, $(m+s)$ 으로 두 수준

2차 관계인 경우 : $(m-\sqrt{\frac{3}{2}}s),(m),(m-\sqrt{\frac{3}{2}}s)$ 으로 세 수준

여기서는 기본적으로 잡음인자의 분포가 대칭적임(Symmetric distribution)을 가정하는 것으로 되어 있다. 특히 세 수준의 경우에 대한 근거는 Japanese Standards Association(1991a)의 <부록 15>에 자세히 설명되어 있다.

이로부터 다구치의 잡음인자 수준결정은 잡음인자의 분포형태 및 모수값과 잡음인자와 성능변수간의 관계에 근거하여 수준을 정하여야 하는 것으로 볼 수 있다.

Ree(2009)은 잡음인자가 실제현장에서 어떻게 산포하는가에 따라 6가지를 분류하고 각각에 대해 수준결정방법을 제안하고 있다(Ree, 2009; <Table 1> 참고). 특히 논문에서 제안하는 방법은 기본적으로 잡음인자의 대표값(주로 평균, 혹은 자주 발생하는 최빈값)을 수준으로 정하여 실험하면 된다고 설

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었음.
† 연락저자 : 윤원영 교수, 609-735 부산광역시 금정구 장전동 산30 부산대학교 산업공학과, Tel : 051-510-2421, Fax : 051-512-7603, E-mail : wonyun@pusan.ac.kr
2013년 6월 25일 접수; 2013년 8월 5일 수정본 접수; 2013년 8월 9일 게재 확정.

명하고 있다. 그러나 기본적으로 다구치방법의 원리는 잡음인자에 둔감한 설계변수의 조건(Robust design)을 찾고자하는 것을 목적으로 한다. 그러므로 잡음인자 실험조건을 정하는 경우에도 잡음인자의 전체범위에 대해 안정된 성능, 즉 SN비를 정확하게 추정 가능하도록 실험조건을 정하여야 할 것이다. Yun and Seo(2010)은 다구치방법에서 제안된 방법과 Ree(2009)의 방법을 망소특성의 경우에 평균제곱오차(Mean Square Error, MSE) 측면에서 비교하였다.

본 본문에서는 Yun and Seo(2010)의 연구를 확장한 것으로 망소특성일 때 SN비를 추정하는 경우 평균제곱오차(MSE)를 최소로 하는 최적수준을 구하는 문제를 다루고자 한다.

본 논문의 구성은 제 2장에서는 먼저 잡음과 성능특성간에 1차 관계가 있는 경우 MSE를 최소로 하는 수준결정 문제를 다룬다. 제 3장에서는 잡음과 성능특성간에 2차 관계가 있는 경우에 대해 분석한다. 제 4장에서는 설계변수(2수준)가 하나인 경우에 대해 종합적인 MSE를 고려한 최적수준 설정문제를 다룬다. 제 5장에서는 논문의 성과를 정리하고 향후 연구방향 등을 제안하고자 한다.

2. 1차 모형에서의 최적수준

다구치 방법에서 잡음인자의 수준결정문제는 기본적으로 다음과 같은 다양한 요소들을 고려하여야 한다. 먼저 성능변수의 최적조건의 형태(망대, 망소, 망목, 동적특성 등)가 어떠한가에 따라 최적화의 목적함수가 달라지므로 이것을 고려하여야 한다. 그리고 성능변수와 잡음인자간의 함수형태도 반영하여야 한다. 잡음인자가 다수일 때 잡음인자들간의 상호관계도 반영되어야 한다. 마지막으로 잡음인자가 현장에서 어떻게 분포하는가 즉 잡음인자의 분포도 고려되어야 할 것이다. 잡음인자의 분포는 기본적으로 제품의 사용조건(사용자의 사용습관 등)과 관련이 많으므로 소비자 사용조건 등을 현장조사 함으로서 추정 가능 할 것으로 여겨진다.

지금부터 잡음인자와 성능변수간의 관계모형과 예제를 통해 잡음인자 수준결정 문제를 보다 구체적으로 언급하고자 한다.

고려되는 성능변수 Y는 기본적이고 가장 단순한 망소특성이라고 가정한다. 잡음인자와의 관계로 일차와 이차일 때의 두 종의 모형을 고려하고자 한다.

• 1차 모형의 경우

먼저 1차 모형(즉, 잡음인자와 성능변수간에는 1차적인 관계가 있음) 으로 다음의 관계식을 고려한다.

$$Y = \alpha + \beta Z + \epsilon \tag{1}$$

여기서 Z는 잡음인자(Random factor로서 고려됨) 이며 평균과 분산이 $m,\ s^2$ 인 정규분포을 따른다고 하자. 그리고 ϵ는 다른 잡음인자들의 영향을 고려한 확률변수로서 Z와는 독립이고 평균은 0이고 분산은 σ^2인 정규분포를 따른다. 그러면 망소특성의 경우 평균손실인 EY^2를 최소로 하는 조건을 찾고자 하므로 이를 정확하게 추정하는 것이 중요하다. 여기서

$$EY^2 = (\alpha + \beta m)^2 + \beta^2 s^2 + \sigma^2 \tag{2}$$

이 된다.

이를 추정하기 위해 두 수준에서 실험을 한다고 가정한다. 그리고 앞으로의 수식전개를 위해 X가 평균과 분산이 $m,\ s^2$인 정규분포를 따를 때

$$EX^3 = m^3 + 3ms^2 \tag{3}$$
$$EX^4 = m^4 + 3s^2(2m^2 + s^2)$$
$$Var[X^2] = 2s^2(2m^2 + s^2)$$

를 이용하고자 한다.

다구치가 제안한 방법으로는

$$Y_{01} = \alpha + \beta(m - s) + \epsilon$$
$$Y_{02} = \alpha + \beta(m + s) + \epsilon$$

이며 망소특성에서의 SN비의 기댓값은

$$E\left[\frac{Y_{01}^2 + Y_{02}^2}{2}\right] = (\alpha + \beta m)^2 + \beta^2 s^2 + \sigma^2 \tag{4}$$

이 되므로 기댓값이 식 (2)과 같아져 이 경우에 불편추정량이 된다. 그리고 분산은

$$Var\left[\frac{Y_{01}^2 + Y_{02}^2}{2}\right] = \frac{1}{4}[Var\,Y_{01}^2 + Var\,Y_{02}^2] \tag{5}$$
$$= \sigma^2(2(\alpha + \beta m)^2 + \sigma^2 + 2\beta^2 s^2)$$

가 되어 편의(Bias)가 0이므로 분산은 MSE가 된다.

여기서 잡음인자의 두 수준과 세 수준을 설정하여 실험하는 경우에 일반적인 수준형태를 고려해보자. 즉,

두 수준 : $m \pm a_1 s$

세 수준 : $(m - a_2 s,\ m,\ m + a_2 s)$

로 정한다. 여기서 두 수준의 경우 $a_1 = 1$, 세 수준의 경우 $a_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}$ 이면 다구치방법에서 제안한 수준이 된다. 먼저 잡음인자의 두 수준에서 실험하는 경우

$$Y_{11} = \alpha + \beta(m - as) + \epsilon$$
$$Y_{12} = \alpha + \beta(m + as) + \epsilon$$

이고 SN비의 평균은

$$E[\frac{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}{2}] = (\alpha + \beta m)^2 + \beta^2 a_1^2 s^2 + \sigma^2 \tag{6}$$

이고 분산을 a_1의 함수로 나타내면

$$V(a_1) = Var\left[\frac{Y_{11}^2 + Y_{12}^2}{2}\right] \tag{7}$$

$$= \sigma^2[2(\alpha + \beta m)^2 + 2\beta^2 a_1^2 s^2 + \sigma^2]$$

이다. 그러므로 식 (2)와 비교하면

$$Bias(a_1) = \beta^2 s^2 (a_1^2 - 1) \tag{8}$$

$$MSE(a_1) = [\beta^2 s^2 (a_1^2 - 1)]^2 \tag{9}$$

$$+ \sigma^2[2(\alpha + \beta m)^2 + 2\beta^2 a_1^2 s^2 + \sigma^2]$$

이 된다. 그러므로 $a_1 = 1$이면 불편추정량이 되며 이는 다구치 방법에서 고려하는 수준이다.

다음으로 세 수준의 경우에는

$$Y_{21} = \alpha + \beta(m - a_2 s) + \epsilon$$
$$Y_{22} = \alpha + \beta m + \epsilon$$
$$Y_{23} = \alpha + \beta(m + a_2 s) + \epsilon$$

이고 SN 비의 평균은

$$E\left[\frac{Y_{21}^2 + Y_{22}^2 + Y_{23}^2}{2}\right] = (\alpha + \beta m)^2 + \frac{2}{3}\beta^2 a_2^2 s^2 + \sigma^2 \tag{10}$$

이고 분산을 a_2의 함수로 나타내면

$$V(a_2) = Var\left[\frac{Y_{21}^2 + Y_{22}^2 + Y_{23}^2}{2}\right] \tag{11}$$

$$= \frac{2}{9}\sigma^2[6(\alpha + \beta m)^2 + 4\beta^2 a_2^2 s^2 + 3\sigma^2]$$

이다. 그러므로 식 (2)과 비교하면

$$Bias(a_2) = \beta^2 s^2 (\frac{2}{3} a_2^2 - 1) \tag{12}$$

$$MSE(a_2) = [\beta^2 s^2 (\frac{2}{3} a_2^2 - 1)]^2 \tag{13}$$

$$+ \frac{2}{9}\sigma^2[6(\alpha + \beta m)^2 + 4\beta^2 a_2^2 s^2 + 3\sigma^2]$$

이다. 그러므로 여기서도 $a_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}$ 인 경우가 불편추정량인 것을 알 수 있다. 즉 다구치방법에서 제안하는 수준은 SN비의 불편추정량을 보장하는 잡음인자수준이다.

여기서 불편성을 다소 희생하면서 MSE를 보다 줄여주는 조건(최소조건)을 구하여 보자. 그러므로 편의가 존재하지만 궁극적으로 참값에 근접한 추정량을 구할 수 있는 이점이 있다. 불편성을 먼저 두 수준, 세 수준에 대한 일반적인 형태에서의 MSE를 고려하면 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

먼저 $a_1 = a_2$일 때 $V(a_1) > V(a_2)$이고

또한, $a > \sqrt{\frac{6}{5}}$ 이면

$$Bias(a_1)^2 - Bias(a_2)^2 = \beta^4 s^4 a^2 (\frac{5}{9} a^2 - \frac{2}{3}) > 0$$

임을 쉽게 알 수 있다. 또한 MSE를 최소로 하는 a 값들은 다음 두 정리를 통해 도출할 수 있다.

정리 1 : $\sigma = ks$이라고 하면 $MSE(a_1)$를 최소로 하는 $a_1^* = \sqrt{1 - \frac{k^2}{\beta^2}}$ 또는 0이다. 특히 $k < \beta$인 경우는 a_1^*가 극소점이다.

정리 2 : $\sigma = ks$이라고 하면 $MSE(a_2)$를 최소로 하는 $a_2^* = \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{k^2}{\beta^2}}$ 또는 0이다. 특히 $k < \sqrt{\frac{2}{3}}\beta$인 경우는 a_2^*가 극소점이다.

예제 1 : 1차 모형에서는 두 경우의 최적수준은 세 개의 매개변수, β, s, σ에 의해 결정된다. 먼저 순수오차와 잡음인자의 표준편차들의 관계를 $\sigma = ks$(단, $k > 0$)로 두고 $\alpha = 0$인 경우에 대해 검토하자.
또한 문제를 단순화하기 위해 $m = 1$로 설정하여 다음과 같이 모형이 m에 의존하지 않도록 하더라도 문제의 성격을 변화시키지 않는다(잡음인자의 표준편차는 변동계수(cv)가 됨). 더불어 정리 1과 정리 2를 보면 최적 a도 m에 의존하지 않고 있다. 그러므로 모형은 다음과 같다.

$$Y = \beta Z + \epsilon = m\beta\frac{Z}{m} + \epsilon$$
$$Z' = \frac{Z}{m} \sim N(1, cv^2 = \left(\frac{s}{m}\right)^2)$$
$$\epsilon \sim N(0, (k \cdot Tcv)^2)$$

두 수준과 세 수준인 경우의 최적 a와 다구치가 제안한 수준의 MSE를 비교하면

$$MSE(a_1=1)-MSE(a_1^*)=k^4s^4$$

$$MSE(a_2=\sqrt{\frac{3}{2}})-MSE(a_2^*)=\frac{4k^4s^4}{9}$$

가 되므로, 다구치방법에서 제안된 수준보다 MSE를 작게 하는 잡음인자의 수준이 존재한다.

<Figure 1>은 $\beta=1,\ s=1,\ k=0.5$인 경우에서의 MSE 값을 보여 주고 있다. 그림에서 최적 값으로는 근사적으로 $a_1^*=0.866$, $a_2^*=1.118$ 임을 알 수 있다. <Figure 2>의 경우는 $\beta=1$, $s=1,\ k=2.0$일 때로 잡음의 평균으로 수준을 정하는 것이 최적인 경우를 나타낸다. <Figure 3>은 두 수준과 세 수준일 때 최적수준인 경우의 MSE를 서로 비교한 결과(MSE의 상대적 차이)로 k가 작을 경우 그래프 값이 0보다 작으므로 세 수준의 경우가 나으며 k가 큰 경우는 두 수준의 방식이 나은 것을 알 수 있다.

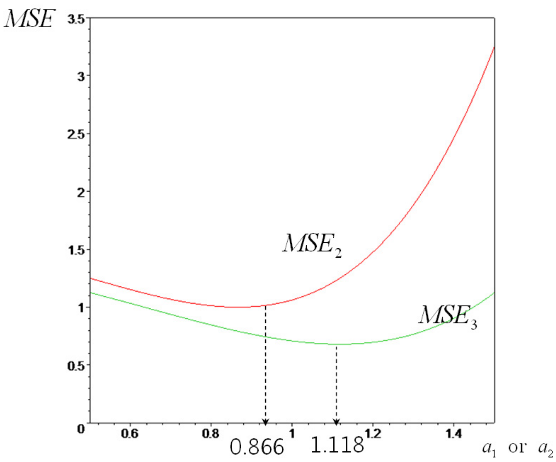

Figure 1. MSE in cases with 2 and 3 levels : $\beta=1,\ s=1,\ k=0.5$

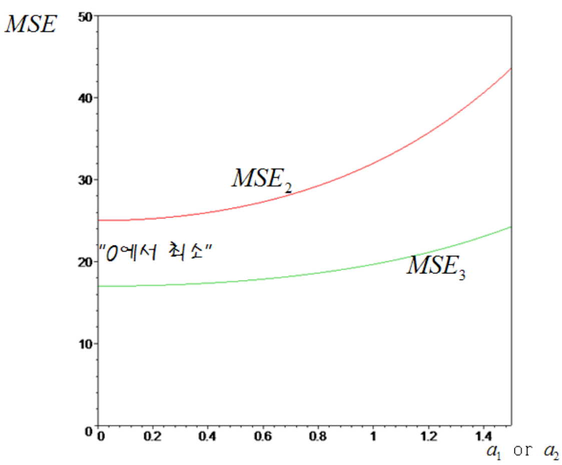

Figure 2. MSE in cases with 2 and 3 levels $\beta=1,\ s=1,\ k=2$

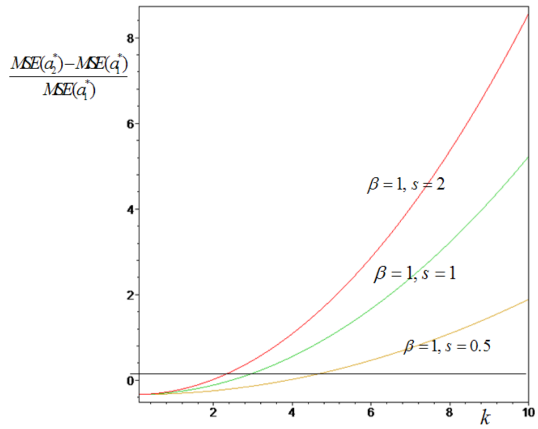

Figure 3. Comparison of MSE of the optimal cases with 2 and 3 levels

3. 2차 모형에서 최적 잡음 수준

이 절에서는 모형가정은 제 2장과 동일하며 다만 잡음의 영향이 이차 모형인 다음 경우에 대해 다루고자 한다.

$$Y=\alpha+\beta Z+\gamma Z^2+\epsilon \tag{14}$$

그러면 평균과 분산 그리고 제곱평균은

$$EY=\alpha+\beta m+\gamma(m^2+s^2) \tag{15}$$

$$\begin{aligned} Var\,Y=&\beta^2s^2+2s^2(2m^2+s^2)\gamma^2\\ &+4ms^2\beta\gamma+\sigma^2 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} EY^2=&\beta^2s^2+2s^2(2m^2+s^2)\gamma^2+\\ &4ms^2\beta\gamma+\sigma^2+[\alpha+\beta m+\gamma(m^2+s^2)]^2 \end{aligned} \tag{17}$$

이다. 망소특성이므로 각 실험조건에서 EY^2를 추정하기 위해 3개의 수준에서 실험을 한다고 하면,

실험점 : $(m-a_3s,\ m,\ m+a_3s)$

이 되며

$$\begin{aligned} Y_{31}&=\alpha+\beta(m-a_3s)+\gamma(m-a_3s)^2+\epsilon,\\ Y_{32}&=\alpha+\beta m+\gamma m^2+\epsilon\\ Y_{33}&=\alpha+\beta(m+a_3)+\gamma(m+a_3s)^2+\epsilon, \end{aligned}$$

이고 SN비의 평균은

$$\begin{aligned} &E\left[\frac{Y_{31}^2+Y_{32}^2+Y_{33}^2}{3}\right]=\\ &\frac{1}{3}[\alpha^2+\beta(m-a_3s)+\gamma(m-a_3s)^2]^2+[\alpha^2+\beta m+\gamma m^2]^2\\ &+[\alpha+\beta(m+a_3s)+\gamma(m+a_3s)^2]^2+3\sigma^2] \end{aligned} \tag{18}$$

가 된다.

그리고 식 (15)과 식 (18)로부터 편의는

$$Bias(a_3) = EY^2 - E\left[\frac{Y_{31}^2 + Y_{32}^2 + Y_{33}^2}{3}\right] \qquad (19)$$

가 된다. 그리고 추정량의 분산은 다음과 같이 구해진다.

$$V(a_3) = Var[\frac{Y_{31}^2 + Y_{32}^2 + Y_{33}^2}{3}] = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{3} Var\, Y_{3i}^2 \qquad (20)$$

단, $Var\, Y_{31}^2 = 2\sigma^2[2[\alpha + \beta(m - a_3 s) + \gamma(m - a_3 s)^2]^2 + \sigma^2]$

$$Var\, Y_{32}^2 = 2\sigma^2[2[\alpha + \beta m + \gamma m^2]^2 + \sigma^2]$$

$$Var\, Y_{32}^2 = 2\sigma^2[2[\alpha + \beta(m + a_3 s) + \gamma(m + a_3 s)^2]^2 + \sigma^2]$$

이다.

그리고 추정량의 MSE($MSE(a_3)$)는 식 (19)와 식 (20)의 합이 된다. 따라서 $MSE(a_3)$를 최소화하는 최적의 a_3을 구하는 문제로 정식화될 수 있다.

예제 2 : 여기서 6개의 매개변수 모두에 대한 분석은 너무 복잡하므로 이 가운데 중요한 변수들의 영향을 파악하고자 한다.

먼저 순수오차와 잡음인자의 표준편차들의 관계를 $\sigma = ks$(단, $k > 0$)로 두고 $\alpha = 0$ 인 경우에 대해 검토하고자 한다. 또한 예제 1과 같이 $m = 1$로 정하더라도 다음과 같이 모형을 재설정할 수 있으므로 대상문제의 성격을 변화시키지 않는다.

$$\begin{aligned} Y &= \beta Z + \gamma Z^2 + \epsilon = m\beta\frac{Z}{m} + m^2\gamma\left(\frac{Z}{m}\right)^2 + \epsilon \\ &= \beta' Z' + \gamma' Z'^2 + \epsilon \\ Z' &= \frac{Z}{m} \sim N(1, cv^2 = \left(\frac{s}{m}\right)^2) \\ \epsilon &\sim N(0, (k \cdot cv)^2) \end{aligned}$$

먼저 식 (19)가 0이 되는 불편추정량이 되기 위한 a_3을 Maple로 구하면 다음과 같이 된다.

$$a_3 = \frac{\sqrt{-12\gamma^2 - 12\beta\gamma - 2\beta^2 + 2\sqrt{A + 36(s\gamma)^2}}}{2s\gamma} \qquad (21)$$

단,

$$A = 6(\beta\gamma s)^2 + 12\beta^3\gamma + 72\beta\gamma^3 + \beta^4 + 48(\beta\gamma)^2 + 36\beta\gamma^3 s^2 + 36\gamma^4 + 18s^4\gamma^4$$

그리고 Maple로 구한 MSE를 최소로 하는 $a_3(a_3^*)$ 는 0 혹은

$$a_3^* = \frac{\sqrt{-12\gamma^2 - 12\beta\gamma - 2\beta^2 + 2\sqrt{A - 4(ks\gamma)^2}}}{2s\gamma} \qquad (22)$$

가 된다.

여기서는 β, γ, s, k에 대해 MSE를 최소로 하는 a_3에 대해 수치적으로 구하여 보고자 한다. <Figure 4>와 <Figure 5>를 보면 k가 클 때는 a_3이 0에서, 작아지면 식 (22)에서 최적이 됨을 알 수 있으며, 특히 s가 커지면 a_3^*가 MSE에 미치는 영향이 더욱 커진다.

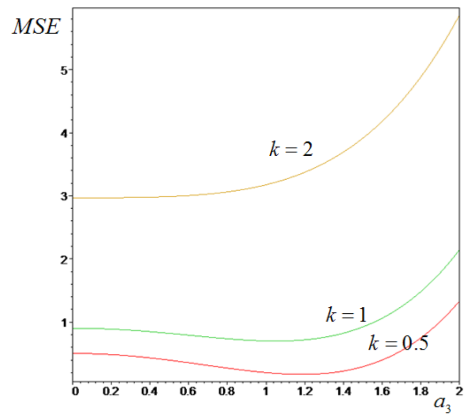

Figure 4. MSE in 2nd order models : $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $s = 0.5$

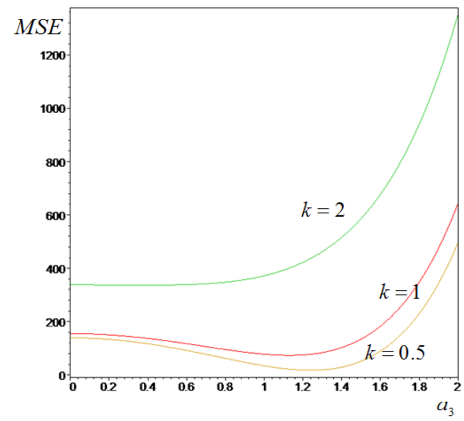

Figure 5. MSE in 2nd order models : $\beta = 1, \gamma = 1, s = 2$

또한 수치실험한 결과 중에서 $\beta = 1, \gamma = 1, k = 0.5, s = 0.1$ ~10.0일 때 다구치가 제안한 경우와 식 (22)의 최적 수준일 경우에 대해 MSE의 상대적 차이를 구하여 <Table 1>에서 정리하였다.

이를 보면 s가 커짐에 따라 최적 a_3에 의한 수준 설정의 효과가 확연해짐을 알 수 있으며. 다구치방법에서 제안한 $\sqrt{3/2} \approx 1.225$와 차이가 있다.

Table 1. Comparison between Taguchi and proposed methods : $\beta=1,\ \gamma=0.2,\ k=0.5$

s	a_3^*	$\frac{MSE(a_3=\sqrt{3/2})-MSE(a_3^*)}{MSE(a_3^*)}(\%)$
0.1	1.182	0.06
0.2	1.183	0.21
0.5	1.187	0.83
1.0	1.199	0.84
2.0	1.240	0.49
3.0	1.287	11.24
5.0	1.359	96.28
10.0	1.420	704.2

4.2 수준 설계인자에 대한 최적 잡음인자 수준결정

이 절에서는 제 2장에서 다룬 모형을 대상으로 하나의 설계변수와 하나의 잡음인자의 경우로 확장하여 잡음인자 수준결정 문제를 다루고자 한다. 이는 이차 모형 등의 고차 모형과 여러 설계변수인 경우에 잡음인자의 수준을 설정하는 문제로 확장할 수 있는 출발점이 될 수 있을 것이다.

먼저 1차 모형(즉, 성능변수는 설계변수와 잡음인자 간에 1차적인 관계가 있음)을 가정한다.

$$Y=\alpha+\beta X+(\delta_1 X+\delta_2)Z+\epsilon$$

여기서 X는 2수준의 설계변수(수준은 0과 1)이고 Z는 잡음인자이며 평균과 분산이 $m,\ s^2$인 정규분포를 따른다고 하자. 그리고 ϵ는 제 2장과 같이 Z와는 독립이고 평균은 0이고 분산은 σ^2인 정규분포를 따른다고 가정한다. 그러면 망소특성의 경우 평균손실인 EY^2를 최소로 하는 조건을 찾고자 하는데 X의 2수준에서의 추정이 이루어져야 한다. 설계변수의 두 수준에서

$$X=0: EY^2=(\alpha+\delta_2 m)^2+\delta_2^2 s^2+\sigma^2$$

$$X=1: EY^2=[(\alpha+\beta)+(\delta_1+\delta_2)m]^2+(\delta_1+\delta_2)^2 s^2+\sigma^2$$

가 되므로 이를 추정하기 위해 잡음인자의 두 수준을 정하여 4번의 실험을 하는 경우를 고려해보자. 즉

두 수준 : $m\pm a_4 s$

가 된다.

이 경우 식 (9)를 이용하면 X의 두 시험조건에서의 MSE는 다음과 같이 된다.

$$MSE(X=0)=[\delta_2^2 s^2(a_4^2-1)]^2 + \sigma^2[2(\alpha+\delta_2 m)^2+2\delta_2^2 a_4^2 s^2+\sigma^2] \qquad (23)$$

$$MSE(X=1)=[(\delta_1+\delta_2)^2 s^2(a_4^2-1)]^2 + \sigma^2[2\{\alpha+\beta+(\delta_1+\delta_2)m\}^2+2(\delta_1+\delta_2)^2 a_4^2 s^2+\sigma^2] \qquad (24)$$

식 (23)와 식 (24)의 두 MSE와 관련하여 두 MSE의 평균($\overline{MSE}(a_4)$)을 최소로 하는 a_4를 구하고자 한다. 이는 최적 실험설계의 V-optimality의 개념을 적용한 것이다(Montgomery, 2013; 참고).

예제 3 : 예제 1과 동일한 조건에서 식 (23)와 식 (24)의 평균을 최소로 하는 $a_4(a_4^*)$은 0 혹은

$$a_4^*=\frac{\sqrt{(\beta^2-k^2)[(\delta_1+\delta_2)^2+\delta_2^2]}}{\sqrt{4\delta_1\delta_2(\delta_1+\delta_2)^2+(\delta_1^2-\delta_2^2)^2+\delta_2^4}} \qquad (25)$$

가 된다.

최적 a_4의 존재를 예시하기 위해 $\beta=1,\ s=1,\ k=0.5,\ \delta_1=2,\ \delta_2=0$일 때 <Figure 6>에 MSE를 도시하였다. 이로부터 $\beta<k$이면 최적 a_4가 a_4^*(즉, 0.433)을 확인할 수 있다.

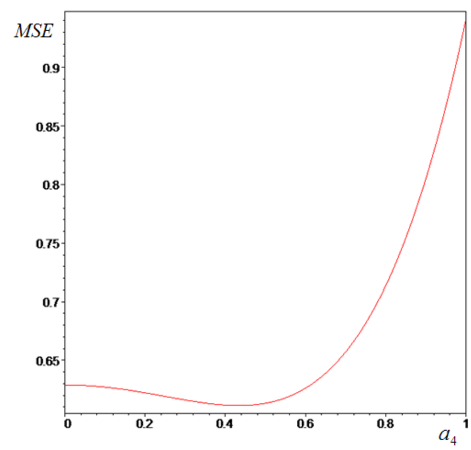

Figure 6. Average MSE : $\beta=1,\ s=1,\ k=0.5,\ \delta_1=2,\ \delta_2=0$

5. 결 론

본 논문에서는 다구치 실험설계에서 잡음인자의 실험조건을 정하는 문제를 다루었다. 다구치방법에서 제안한 수준은 기본적으로 1차 모형에서는 SN비의 불편추정량을 보장하는 수준이다. 본 논문에서는 SN비의 MSE를 최소로 하는 수준

을 구할 수 있음을 보여주고 예제를 통해 이 수준의 구체적인 값들을 구하는 방법을 제시하고 이들의 양태를 조사하였다. 기본적으로 잡음인자의 최적수준은 성능변수의 종류, 잡음인자의 분포, 영향을 나타내는 모형 등 다양한 요소에 의해 결정될 것으로 여겨진다. 본 연구는 망소특성이며, 하나의 잡음인자라는 제한된 경우에 다구치방법에서 제안하는 잡음인자의 수준이 어떤 의미를 가지는지 그리고 다른 방법은 없는가라는 매우 기본적인 의문에서 출발하였다. 그래서 망소특성이라는 제한적 문제에서 대안들이 존재한다는 것을 보였다.

이를 종합하면 MSE를 최소로 하는 잡음인자의 실험수준을 결정하기 위해서는 첫째 성능변수의 형태와 잡음인자들의 분포를 파악하여야 한다. 그리고 성능변수와 잡음인자의 대략적인 관계를 파악하여야 한다. 그리고는 이에 근거하여 가정된 모형 하에서 실험하고자 하는 횟수에 근거하여 최적실험조건을 수치적으로 구하면 될 것이다.

본 연구를 시작으로 여러 설계변수를 수용하는 교차직교배열 하에서 또는 조정인자를 고려하는 망목특성인 경우 등 잡음인자의 수준결정문제는 추후 다양한 형태로 연구되어져야 할 것으로 여겨진다. 그리고 현업에서 잡음인자의 실험조건을 결정하기 위해서는 다양한 측면에서의 최적수준의 설정방법에 대한 검토가 실험 전에 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

Kackar, R. N. (1985), "Off-line quality control, parameter design, and the Taguchi method", *Journal of Quality Technology*, **17**, 176-206.

Japanese Standards Association (1991a), Quality Engineering Series **1**, translated by Korean Standards Association.

Japanese Standards Association (1991b), Quality Engineering Series **4**, translated by Korean Standards Association.

Montgomery, D. C. (2013), Design and Analysis of Experiments, 8th Edition, Wiley.

Ree, S. B. (2009), Method determining level of noise factor of Taguchi method under various probability distribution, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **37**, 10-15.

Yun, W. Y. and Seo, S. K. (2010), A note on determining the level of noise factor for smaller-the better characteristics, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **38**, 408-412.