



# 하중기반 유한요소모델에 의한 FRP 보강 철근콘크리트 기둥의 비선형 해석

조창근 <sup>1)\*</sup>

<sup>1)</sup>조선대학교 건축학부

## Nonlinear Analysis of FRP Strengthened Reinforced Concrete Columns by Force-Based Finite Element Model

Chang-Geun Cho <sup>1)\*</sup>

<sup>1)</sup>School of Architecture, Chosun University, Gwangju 501-759, Korea

**ABSTRACT** The aim of the current study is to develop a nonlinear isoparametric layered frame finite element (FE) analysis of FRP strengthened reinforced concrete (RC) beam or column members by a force-based FE formulation. In sections, concrete is modeled in the triaxial stress-strain relationship state and the FRP sheet is modeled as layered composite materials in two-dimension. The element stiffness matrix derived by the force-based FE has the force-interpolation functions without assuming the displacement shape functions. A lateral load test of RC column strengthened by GFRP sheets was analyzed by the developed force-based FE model. From comparative studies of the experimental and analysis results, it was shown to compare with the stiffness FE method that the force-based FE analysis could give more accurate predictions in the overall lateral load-deflection response as well as in nonlinear deformations and damages in the column plastic hinge region.

**Keywords** : force-based finite element, FRP strengthening sheet, reinforced concrete column, nonlinear analysis

### 1. 서 론

근래 강진의 발생빈도가 지구촌에 걸쳐 높아지면서 구조물 피해에 미치는 초과하중에 대한 관심이 증대되고 있다. 이는 정교한 비선형 해석이 요구되는 성능설계를 고려할 때, 구조시스템 전반에 대한 비선형 거동뿐만 아니라 부재 내 소성힌지영역과 같이 국부 영역에서도 비선형 거동을 정확히 예측해 줄 수 있는 해석 모델의 개선이 요구된다.

철근콘크리트 골조 비선형해석 모델은 초창기에 이원 성분모델 및 일원성분모델이 소개되었는데,<sup>1,2)</sup> 부재길이 방향에 따른 비선형 소성힌지 분포를 고려할 수 없는 단점이 있었다. 이후 비선형 소성힌지영역을 고려한 등가 소성화 모델이 제시되었다.<sup>3-6)</sup> 층상화 단면분할 및 부재길이 방향에 수치적분을 적용한 층상화 등매개 유한요소 에 의한 분포소성화모델이 제시되었다.<sup>7)</sup> 하지만 이와 같은 골조 비선형 모델들은 강성도법의 유한요소 정식화로 서 변위형상함수를 가정해야만 한다. 기존 강성도법의

비선형 골조 유한요소모델은 비록 전체시스템의 평형조건에 대한 수립 과정이 있지만 변위형상함수의 가정에 따라 요소 내 임의 단면의 부재력 및 국부적인 비선형 거동 예측에 오류를 제공하는 문제점이 있다.<sup>8-11)</sup> 따라서 골조구조물의 정적 및 동적해석에서 전체 구조물의 거동뿐만 아니라 요소 내 단면에서의 휨 모멘트, 비선형 휨 곡률 분포, 철근의 변형률, 및 소성힌지영역에서의 손상 등에 관한 예측에서 부정확한 값을 제공하게 된다.

한편, 섬유보강폴리머(fiber-reinforced polymer, FRP) 및 고인성 콘크리트 등 합성섬유 및 첨단섬유 등을 활용한 복합재료의 제조 및 활용 기술이 발전되면서 철근콘크리트 구조물의 보강 및 성능개선에 효과가 입증되면서, 건축물의 보수보강 및 리모델링 분야에서 다양한 활용 기술이 제공되고 있다.<sup>12-17)</sup> 이와 같은 첨단소재 활용 기술과 성능설계개념에 기반을 둔 내진보강설계 기술의 합리적 적용을 위해서 보다 신뢰성 있는 비선형해석 기법이 필수적이다.<sup>18-20)</sup>

이 연구의 목적은 하중기반 유한요소 정식화를 통해 FRP 시트 보강된 철근콘크리트 부재의 층상화 등매개 골조 요소를 이용한 비선형 골조 유한요소 모델을 제시하 므로서, 이를 통해 기존 강성도법의 유한요소 비선형예 측에서 단점으로 지적된 요소 내 국부영역에서의 보다

\*Corresponding author E-mail : chocg@chosun.ac.kr

Received March 5, 2013, Revised July 8, 2013,

Accepted July 12, 2013

©2013 by Korea Concrete Institute

정확한 비선형 거동예측을 개선하고자한 것이다. 연구내용으로서 단면에서 콘크리트는 3축 구성관계의 비탄성 재료로 모델화하고 FRP 피복층은 2차원의 적층복합재료로 모델화하여 단면의 적합 및 평형조건에 의해 각 재료의 축방향 및 횡방향 응력 및 변형률과 콘크리트의 구속 현상을 고려토록 하여 단면층상화 등매개 하중기반 골조 요소모델을 개발하도록 하였다. 일정 축하중하에서 횡하중을 받는 유리섬유보강 철근콘크리트 기둥 실험체에 대한 비선형해석 예를 통해 강성도법의 유한요소모델에 비해 이 개발 모델의 타당성을 입증하도록 하였다.

## 2. 기존 강성도법 골조 유한요소의 한계

3차원 국부좌표계(x, y, z) 상에서 Fig. 1과 같이 x 방향을 부재 길이로 갖는 2절점 입체의 골조 요소인 경우 강성도법에 의한 요소 접선강성행렬  $\bar{\mathbf{K}}_i$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{\mathbf{K}}_i = \int_0^L \mathbf{B}^T(x) \mathbf{k}_i(x) \mathbf{B}(x) dx \quad (1)$$

여기서, 국부좌표계에서 강체운동을 고려한 3차원 골조 요소의 절점력 벡터와 이에 대응하는 절점변위 벡터는 각각 다음 식과 같다.

$$\bar{\mathbf{Q}} = \{\bar{Q}_1 \quad \bar{Q}_2 \quad \dots \quad \bar{Q}_{11} \quad \bar{Q}_{12}\}^T \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{q}} = \{\bar{q}_1 \quad \bar{q}_2 \quad \dots \quad \bar{q}_{11} \quad \bar{q}_{12}\}^T \quad (3)$$

한편 같은 방법의 가상변위원리로 부터, 강성도법에 의해 유도되는 요소의 잉여절점력벡터증분  $\Delta \mathbf{Q}_R$ 은 다음 식으로 유도된다.

$$\Delta \mathbf{Q}_R = \int_0^L \mathbf{B}^T(x) \Delta \mathbf{D}_R(x) dx \quad (4)$$

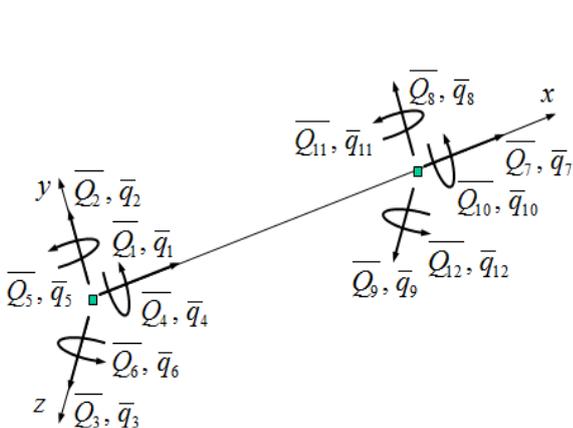


Fig. 1 Frame element with rigid body motion

식 (1) 및 (4)에서  $\mathbf{k}_i(x)$ 는 단면의 접선강성행렬로서 골조 요소인 경우 단면의 휨강성과 축강성을 포함하는 행렬,  $\Delta \mathbf{D}_R(x)$ 는 단면의 잉여력벡터증분, 그리고  $\mathbf{B}(x)$ 는 강성도법의 정식화에서 베르누이 보의 이론에 기초할 경우 수직변위에 대한 3차 다항식 및 축방향 변위에 대한 1차 식으로 각각 가정되는 변위형상함수를 갖는 단면변형-절점변위 관계의 행렬이다. 따라서 기존의 강성도법에 의한 유한요소모델을 적용할 경우, 요소 접선강성행렬  $\bar{\mathbf{K}}_i$  및 요소의 잉여절점력벡터증분  $\Delta \mathbf{Q}_R$ 에서  $\mathbf{B}(x)$ 는 단부 휨회전 변형에 대해 1차 함수 그리고 축방향 변형에 대해 상수로 각각 정식화되므로, 강성도법에 기초한 유한요소 정식화는 변위함수를 가정해 주어야 하는 단점과 함께 요소 내 비선형 휨곡률 및 축방향 변형이 단면형상 및 재료특성이 변하는 경우나 비선형 문제에서 큰 오차를 유발하게 되는 단점을 갖고 있다.<sup>8-11)</sup>

이는 빌딩과 같은 골조구조물의 비선형 거동을 고려할 경우, Fig. 2와 같이, 실제 기둥의 거동은 소성힌지영역을 중심으로 콘크리트 균열, 압괴, 철근의 항복 및 좌굴 등에 의해 국부적인 높은 비선형 거동을 나타내게 되지만, 기둥 부재 내 비선형 휨곡률 및 축방향 변형률 예측에서 기존 강성도법에 의해 기둥 부재를 일반적인 한 개의 요소를 갖는 골조 유한요소해석을 수행할 경우 적분점(IP)의 개수의 많고 적음에 상관없이 휨곡률은 1차식의 선형 분포 및 축방향변형률은 상수의 직선분포로 밖에 예측할 수 없는 심각한 오류를 나타내게 된다. 실제로 철근콘크리트조 또는 철골조의 골조건축물에 대해서 비선형 동적 지진해석 및 pushover 해석을 수행할 경우 보 또는 기둥 각 부재를 한 개의 요소로 고려한 강성도법의 골조 유한요소모델로 주로 적용하고 있다. 최근 성능설계개념이 지진 등 구조물 방재의 측면에서 높게 요구되는 실정을 고려할 때 이와 같은 건축 및 토목 구조물의 비선형 골조 해석에서의 문제점이 개선되지 않는다면 구조물 성능설계를 위한 정확한 성능 평가 및 설계가 이루어질 수 없을 것이다.

강성도법에 의한 골조 유한 요소의 요소 내 해의 산정 과정은, 현 하중 단계에서의 요소의 접선강성행렬과 요

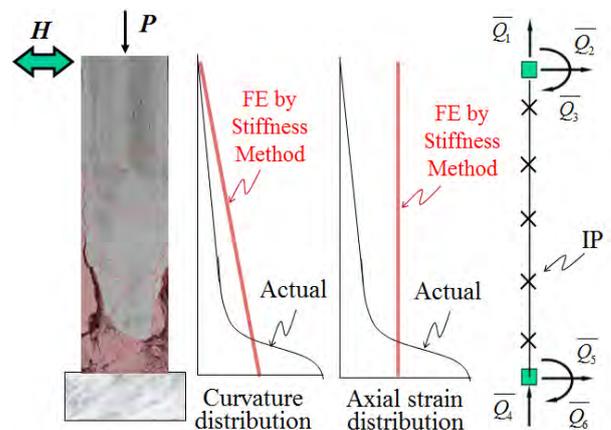


Fig. 2 Inaccurate prediction by stiffness FE

소 및 단면에서의 힘과 변위 산정을 위해 변위형상함수를 가정하고 있으므로, 단면 변형벡터증분  $\Delta \mathbf{d}(x)$ 는 기지 값인 요소 절점 변위벡터증분  $\Delta \mathbf{q}$ 로부터 구해진다. 이로부터 단면의 구성관계를 적용하면 단면 접선강성행렬  $\mathbf{k}(x)$ 와 단면의 잉여력벡터증분  $\Delta \mathbf{D}_R(x)$ 가 계산된다.

### 3. 하중기반 유한요소모델의 정식화

#### 3.1 하중기반 골조 유한요소의 정식화

기존 강성도법에 의한 골조 유한요소 정식화와 달리, 이 연구에서 다루고자 하는 하중기반에 의한 골조 유한요소의 정식화는 평형조건, 구성관계, 적합조건의 순서에 의해 이루어진다.<sup>8)</sup> 또한 골조 유한요소모델을 유한요소 강성행렬의 유도에 있어서 변위형상함수를 가정하지 않고 요소 내 임의 단면에서의 평형조건을 고려하고 있다. 이를 고려하기 위하여 Fig. 3과 같이 강제운동이 제거된 골조 요소의 절점력 관계를 가정하였다.

전단변형이 없는 경우로 가정할 경우 골조 요소의 임의 단면의 변형은 축방향 변형률  $\varepsilon(x)$ 와 z축에 대한 휨곡률  $\kappa_z(x)$ 을 갖게 되고, 이에 대응하는 단면력은 축력  $N(x)$ 와 휨모멘트  $M_z(x)$ 로 이루어지므로, 단면력 벡터와 단면변형 벡터는 각각 다음과 같이 정의하자.

$$\mathbf{D}(x) = \{M_z(x) \quad N(x)\}^T \quad (5)$$

$$\mathbf{d}(x) = \{\kappa_z(x) \quad \varepsilon(x)\}^T \quad (6)$$

이 경우 골조 요소 내 임의 단면에서의 단면력 벡터증분은 좌측 절점으로부터 임의의 위치 x 만큼 떨어진 단면에서의 평형조건을 적용할 경우 골조 요소의 절점력 벡터증분에 의해 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{D}(x) = \mathbf{B}_Q(x) \Delta \mathbf{Q} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \{Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5\}^T \quad (8)$$

여기서, Q는 강제운동이 제거된 골조 요소의 절점력 벡

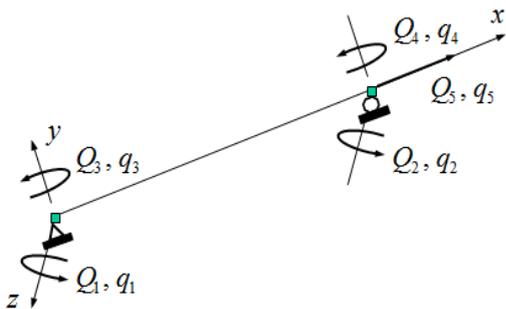


Fig. 3 Frame element without rigid body motion

터, 그리고  $\mathbf{B}_Q(x)$ 는 골조 요소 내의 단면력과 절점력의 관계행렬로서, 임의 단면에서의 단면력과 요소의 절점력과의 평형관계를 나타내는 힘에 관한 보간함수식이다. 비선형 문제를 고려할 경우, 강성도법에서 사용된  $\mathbf{B}(x)$ 는 변위 형상함수의 가정에 의해 단면변형 및 절점변위의 관계를 정의하지만, 이 정식화에서 사용된  $\mathbf{B}_Q(x)$ 는 변위 형상함수의 가정이 필요 없고 요소 내 단면과 절점에서의 평형조건을 만족해주는 힘의 보간함수로 이루어져 있다. Fig. 3과 같은 3차원 골조 요소의 경우  $\mathbf{B}_Q(x)$ 는 다음 식과 같이 유도된다.

$$\mathbf{B}_Q(x) = \begin{bmatrix} x/L-1 & x/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x/L-1 & x/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

재료가 구성관계를 포함하고 있는 단면에서의 단면변형 벡터증분 및 단면력 벡터증분 관계는 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{d}(x) = \mathbf{f}_i(x) \Delta \mathbf{D}(x) \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{f}_i(x)$ 는 단면의 접선유연도행렬로서 등방재료인 경우 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_i(x) = \begin{bmatrix} 1/E_t I_z(x) & 0 & 0 \\ 0 & 1/E_t I_y(x) & 0 \\ 0 & 0 & 1/E_t A(x) \end{bmatrix} \quad (11)$$

절점의 가상 힘  $\delta \mathbf{Q}$ 에 의한 가상일의 원리를 적용할 경우 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\delta \mathbf{Q}^T \Delta \mathbf{q} = \int_0^L \delta \mathbf{D}^T(x) \Delta \mathbf{d}(x) dx \quad (12)$$

위 식들을 정리하면 임의의  $\delta \mathbf{Q}$ 로 부터 다음과 같이 요소 적합조건에 대한 식이 얻어진다.

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{F}_i \Delta \mathbf{Q} \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{F}_i$ 는 요소의 접선연성행렬로서 다음 식과 같다.

$$\mathbf{F}_i = \int_0^L \mathbf{B}_Q^T(x) \mathbf{f}_i(x) \mathbf{B}_Q(x) dx \quad (14)$$

하중기반 골조 요소의 정식화에서 강제운동을 고려한 경우의 요소접선강성행렬  $\mathbf{K}$ 은 따라서 위 식의 역행렬로부터 산정할 수 있다.

#### 3.2 요소 및 단면 평형조건 만족

하중기반 유한요소법에 의한, 요소 및 단면에서의 평

형조건을 만족하면서 요소 접선강성행렬  $\mathbf{K}_t$  및 요소 잔류절점변위벡터  $\Delta\mathbf{q}_R$ 을 산정하는 과정은 강성도법과 달리 Fig. 4와 같이 요소 내 반복수렴 절차에 상세히 기술하였다.<sup>10)</sup>

이 방법은 변위형상함수를 사용하지 않으므로, 단면 변형벡터  $\mathbf{d}(x)$ 는 요소의 절점변위벡터  $\mathbf{q}$ 로부터 직접 산정할 수 없고, 이전 단계로부터 현 단계에서의 요소의 접선강성행렬, 단면력 및 이에 대응하는 단면변형, 그리고 요소 절점력 및 이에 대응하는 절점변위 산정 과정을 반복수렴 과정에 의해 추정한다. 가상일의 원리로부터, 요소의 잔류절점변위벡터  $\Delta\mathbf{q}_R$ 은 단면 잔류변형벡터  $\Delta\mathbf{d}_R(x)$ 로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\Delta\mathbf{q}_R = \int_0^L \mathbf{B}_Q^T(x) \Delta\mathbf{d}_R(x) dx \quad (15)$$

요소 내 모든 단면에 대하여 단면의 잉여력 벡터증분  $\Delta\mathbf{D}_R(x)$ 가 0에 가깝게 수렴하면 요소 내 단면에서의 평형조건을 만족하게 되므로 요소의 상태가 결정된다. 만일 이 값이 수렴하지 않은 경우에는 단면의 잔류변형벡터증분  $\Delta\mathbf{q}_R(x)$ 를 다음 반복과정의 요소의 절점변위증분  $\Delta\mathbf{q}(x)$ 로 고려하여  $\Delta\mathbf{D}_R(x)$ 가 반복수렴할 때까지 해석을 수행한다. 제시된 하중기반의 골조 유한요소 정식화는 전체 구조에서 뿐만 아니라 요소 내에서도 평형조건을 만족하고, 변위형상함수를 가정하지 않으므로 요소 내에서의 비선형 힘과 변형 관계를 정확히 예측해 주는 장점이 있다.

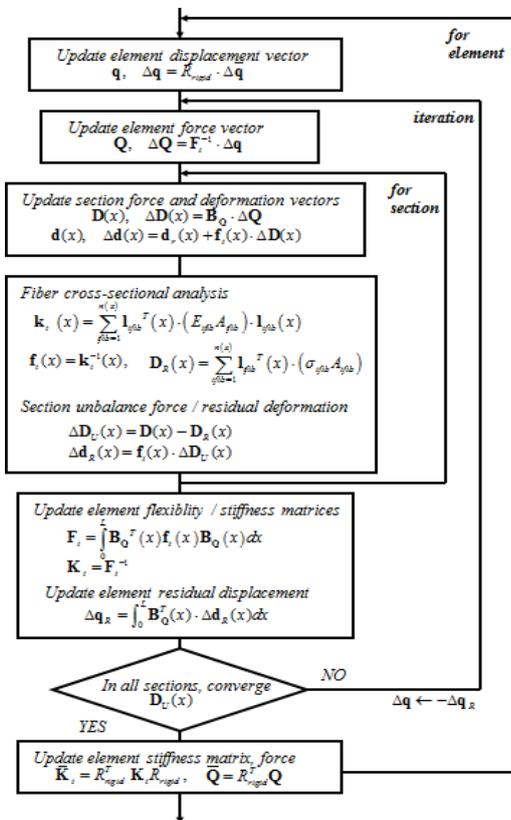


Fig. 4 Process of element state determination<sup>10)</sup>

### 3.3 강체운동을 고려한 요소로의 전환

빌딩 등과 같이 보 및 기둥 부재를 갖는 골조 유한요소로 해석하기 위해서는 Fig. 3과 같이 강체운동이 고려된 일반적인 골조의 유한요소로 변환해 주어야만 한다. 이 경우 국부좌표에서 일반적인 골조 요소에서의 절점의 변위벡터 및 요소의 접선강성행렬은 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{R}_{rigid}^T \mathbf{q} \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_t = \mathbf{R}_{rigid}^T \mathbf{K}_t \mathbf{R}_{rigid} \quad (17)$$

여기서,  $\mathbf{R}_{rigid}$ 는 강체운동이 있는 요소와 강체운동이 없는 요소와의 자유도 변환관계행렬로서, 2절점의 6개 자유도를 갖는 평면골조요소의 경우 요소 평형조건으로부터 다음과 같이 (6×3)행렬로서 표현된다.

$$\mathbf{R}_{rigid} = \begin{bmatrix} 0 & 1/L & 1 & 0 & -1/L & 0 \\ 0 & 1/L & 0 & 0 & -1/L & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

## 4. FRP 콘크리트 기둥의 총상화 등매개 유한요소

### 4.1 FRP 피복 콘크리트 원형단면의 모델링

철근콘크리트 보 및 기둥의 보강에 있어 FRP 쉬트의 외부부착에 의한 방법은 휨 및 전단의 향상뿐만 아니라 콘크리트의 구속효과를 높여 부재의 연성 및 내력 증강에 효과가 있다.

FRP 보강쉬트의 섬유배열방향 및 적층배열에 따른 적층복합재료의 2차원 구성관계, 그리고 콘크리트의 구속

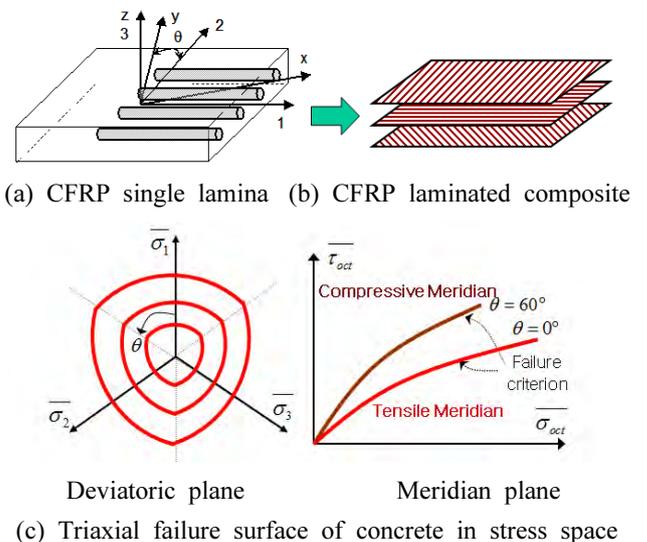


Fig. 5 Constitutive laws for FRP and concrete

에 따른 3축응력상태의 아탄성 콘크리트 구성관계 및 파괴조건을 Fig. 5와 같이 고려하였다.<sup>13,14,22)</sup> 이 경우 FRP 피복보강된 철근콘크리트 원형단면에서의 구성조건, 평형조건 및 적합조건으로부터, 원형단면에서의 FRP 및 콘크리트의 축방향 및 횡방향 응력과 변형률을 각각 유도할 수 있다.<sup>13,14)</sup> 또한 원형단면에 대해 층상화해석법을 고려할 경우 각 단면 임의 위치에서의 FRP 쉬트 및 콘크리트의 응력 및 변형률에 관한 해석 결과를 얻을 수 있다.

콘크리트의 1축 압축에 관한 응력-변형률 관계는 Saenz가 제안한 곡선을 고려하였다.<sup>21)</sup> CFRP 등 복합재료로 피복된 콘크리트의 경우 기존 철근콘크리트에 비해 인장강성효과가 훨씬 두드러지게 나타나는 경향을 고려하여 Fig. 6과 같이 고려토록 하였다.<sup>14)</sup>

### 4.2 층상화 등매개 유한요소 모델링

단면의 가상일의 원리로부터 단면의 접선강성행렬  $\mathbf{k}(x)$  및 단면의 저항력증분  $\Delta \mathbf{D}_R(x)$ 을 산정하기 위해 단면에 가상일의 원리를 적용하고, Fig. 7과 같이 층상화단면을 고려할 경우, 단면 내 임의 위치에서 축변형률 및 대응하는 응력증분은 각각 다음과 같이 유도된다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y) = \boldsymbol{\varepsilon}_o - y \boldsymbol{\kappa}_z = \mathbf{I}(y) \mathbf{d}(x) \quad (19)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}(x, y) = E_t(x, y) \mathbf{I}(y) \Delta \mathbf{d}(x) \quad (20)$$

여기서,  $\mathbf{I}(y)$ 는 단면의 변형벡터  $\mathbf{d}(x)$ 와 단면 내 임의 위치에서의 축변형률과의 직선기하행렬로서, 위 식에서 변형전후 단면은 평면을 유지한다는 가정과 변형 후 길이방향 축은 단면에 수직한다는 가정 하에 축력과 힘을 받는 일반 단면 및 층상화 단면의 접선강성행렬을 각각 다음

과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{k}_t(x) = \int_{A(x)} \mathbf{I}^T(y) E_t(x, y) \mathbf{I}(y) dA \quad (21)$$

$$\mathbf{k}_t(x) = \sum_{jfib=1} \mathbf{I}_{jfib}^T(x) \cdot (E_{jfib} A_{jfib}) \cdot \mathbf{I}_{jfib}(x) \quad (22)$$

여기서,  $y_{jfib}$ 와  $z_{jfib}$ 는 단면의 기준위치로부터 임의 층의 각각의 x 및 y 방향 거리,  $\mathbf{I}_{jfib}(x)$ 는 직선 기하행렬로 다음과 같다.

$$\mathbf{I}_{jfib}(x) = \{-y_{jfib} \dots z_{jfib} \dots 1\} \quad (23)$$

하중기반 골조의 유한요소를 고려할 경우, 단면의 접선연성행렬  $\mathbf{f}(x)$ 는 식 (22)의 역행렬이 되고, 같은 방법으로 요소 내 임의 단면의 저항력벡터는 다음과 같이 유도된다.

$$\mathbf{D}_R(x) = \int_{A(x)} \mathbf{I}^T(y) \boldsymbol{\sigma}(x, y) dA \quad (24)$$

$$\mathbf{D}_R(x) = \sum_{jfib=1} \mathbf{I}_{jfib}^T(x) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_{jfib} A_{jfib}) \quad (25)$$

식 (22) 및 (25)를 각각 식 (14) 및 (15)에 적용함으로써 요소의 접선강성행렬 및 잔류절점변위벡터를 구할 수 있다. 한편 골조구조의 경우 횡하중을 받을 경우 기둥과 같이 부재 단부에서 주로 소성힌지 및 국부 휨파괴가 집중됨을 고려하여 등매개 요소의 수치적분을 수행함에 있어 Gauss-Lobatto 적분법을 사용하여 단부의 비선형거동을 반영토록 하였다.<sup>9-11)</sup>

### 5. FRP 피복 철근콘크리트 기둥의 해석

개발된 하중기반 골조 유한요소모델을 이용하여 Fig. 8과 같이 예폭시에 의해 두께 5.1 mm의 GFRP 시트로 외부 부착된 철근콘크리트 기둥 실험체에 대해 유한요소해

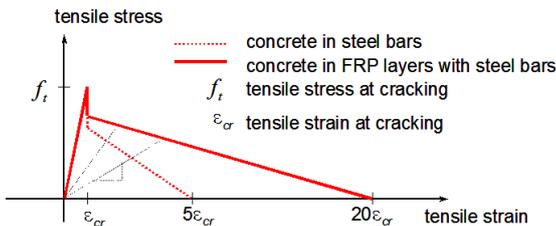


Fig. 6 Tension stiffening by FRP wrapped concrete

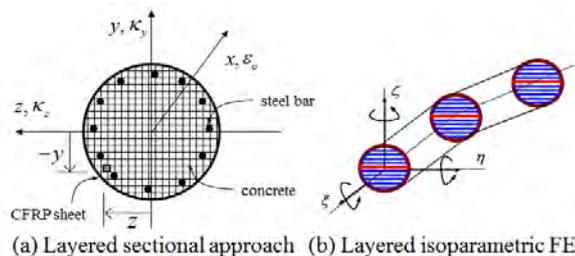


Fig. 7 Layered isoparametric Frame FE

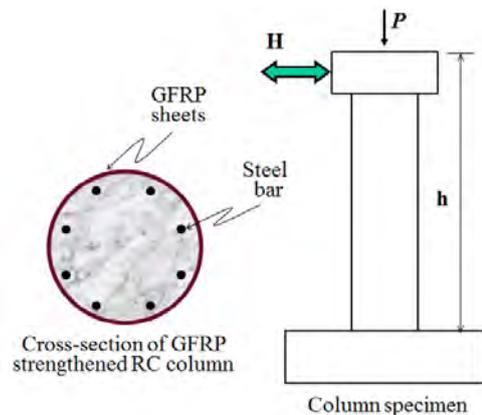


Fig. 8 Column specimen

석 예를 수행하였다. 기둥실험체는 높이 3.12 m 및 직경 312 mm 원형단면이다. 콘크리트의 설계기준 압축강도 55 MPa, 철근의 설계기준 항복응력 414 MPa로서 16 mm 및 19 mm 각각 4개씩 모두 8개의 주철근을 갖고 있다. GFRP 층의 재료특성은 Table 1과 같다. 실험의 경우 기둥에 작용하는 일정 축하중은 454 kN으로서, 변위제어에 의해 변위연성비  $\mu$ 를 증가시키면서, 기둥이 변위연성비 6.0에서 극한내력에 도달하여 내력을 상실할 때까지 반복 횡하중 재하 실험을 수행하였다.<sup>11,23)</sup>

해석의 경우 실험과 동일한 조건에서 횡하중을 실험에서 기둥이 내력을 상실한 극한내력 93.4 kN까지 가력하여, 기둥 실험체에 대해 강성도법 및 하중기반 유한요소법 각각에 대한 유한요소 해석 및 평가를 실험과 비교하였다. 골구조조형식 빌딩의 비선형 지진해석 등을 수행할 경우 일반적으로 보 또는 기둥 각 부재를 한 개의 골조 요소로 모델화하므로, 요소 별로 5 개 적분점을 갖는 1개 요소로 이 기둥을 모델화하였으며, 2개 요소모델과도 비교하였다.

해석 결과, Fig. 9는 기둥 상부 횡하중 재하위치에서의 횡하중 및 횡변위의 실험에 의한 주요곡선과 유한요소해석 결과를 나타내었다. 실험에서의 최대내력 93.4 kN에 도달했을 때의 최대변위는 강성도법에 의한 유한요소 해석 결과는 55.9 mm로 예측되어, 실험의 최대변위 305 mm 보다 크게 미치지 못하는 변위 예측을 보여주었다. 한편 하중기반 유한요소 해석은 항복 전후의 실험에 의한 하중 및 변위 곡선과 유사한 거동을 보이면서 최대변위 244.7 mm로 예측되었다.

Fig. 10은 기둥높이방향 각 단면 위치에서의 FRP 시트

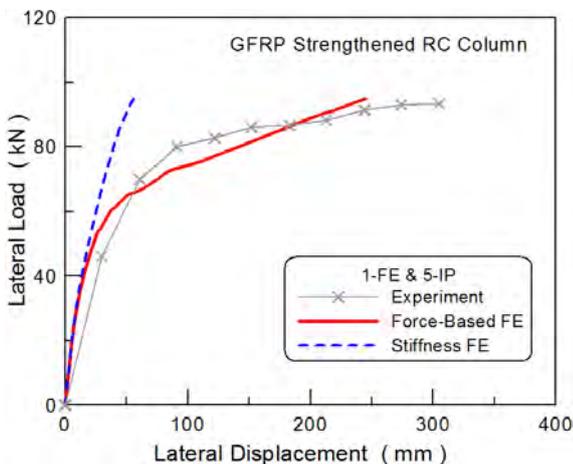
의 축변형률 분포에 대한 실험 및 1개 요소 사용 강성도법의 유한요소해석 결과를 나타낸 것으로, 세로축은 기초면에서 상층부까지의 기둥높이방향의 위치를 층고에 따른 상대높이로 나타낸 것이다. 실험 결과는 변위연성비가 각각 3.0 및 6.0 즉, 휨모멘트가 각각 193.4 kN-m 및 209.6 kN-m 에서의 결과로서, 1개 요소의 강성도법의 유한요소 해석 결과는 실험에 대응되는 휨모멘트에서 각각 FRP 시트가 최대 축변형률이 실험에 크게 못 미치는 결과를 나타내었다. 실험 결과는 기둥기초면으로 부터 소성힌지영역을 중심으로 높은 비선형 축변형률이 관측되었으나, 1개 요소 강성도법은 이와 같은 국부적인 축변형률 거동 예측을 전혀 나타내지 못했다.

Fig. 11과 같이 2개 요소 강성도법의 유한요소해석에서는 휨모멘트 209.6 kN-m에서 축변형률이 0.0052 정도로 대응되는 휨모멘트 하의 실험에서의 축변형률은 0.0159에 역시 크게 미치지 못하였다.

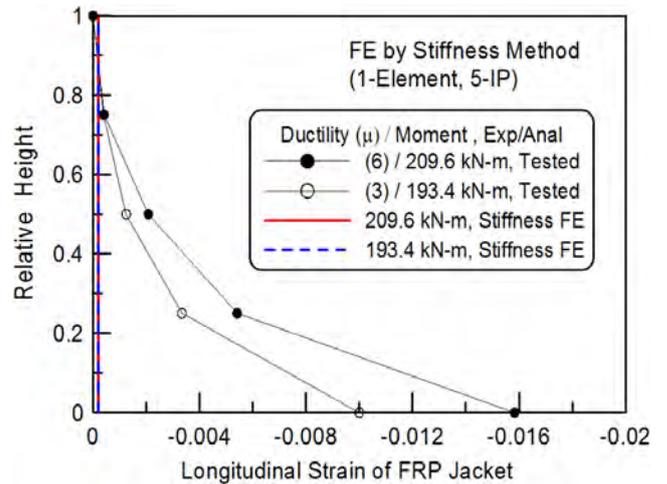
반면에 Fig. 12 및 13은 각각 1개 및 2개 요소의 하중기반 유한요소법에 의한 FRP 시트의 축변형률 분포예측

**Table 1** Mechanical characteristics of GFRP lamina

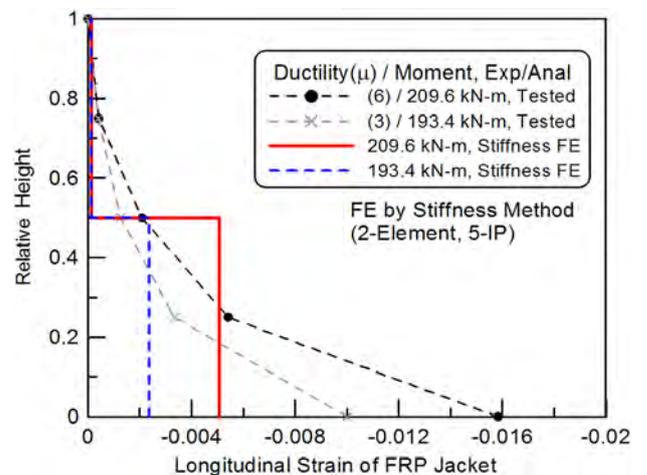
| Compression    |                             | Tension        |                             |
|----------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|
| Strength (MPa) | Modulus of elasticity (GPa) | Strength (MPa) | Modulus of elasticity (GPa) |
| 229.7          | 8.7                         | 71.0           | 12.5                        |



**Fig. 9** Predicted load-displacement curves



**Fig. 10** Longitudinal strain of FRP Jacket analyzed by FE stiffness method (1-element)



**Fig. 11** Longitudinal strain of FRP Jacket analyzed by FE stiffness method (2 elements)

결과를 실험과 비교하여 나타낸 것이다. 하중기반 유한 요소 예측 결과는 1개 또는 2개 요소 수에 상관없이 변위연성비 3.0 및 6.0 모두에서 축변형률 예측이 실험 결

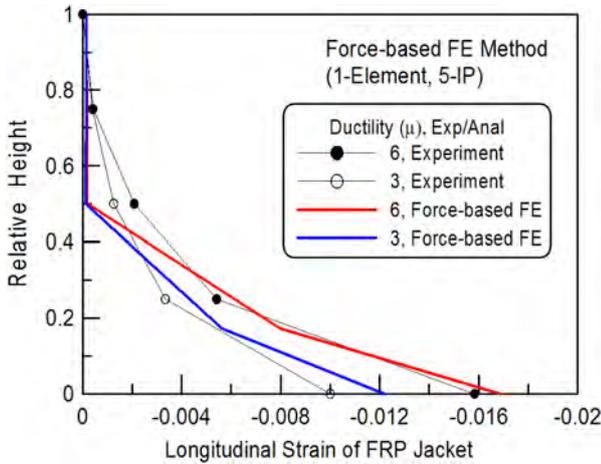


Fig. 12 Longitudinal strain of FRP Jacket analyzed by force-based FE method (1-element)

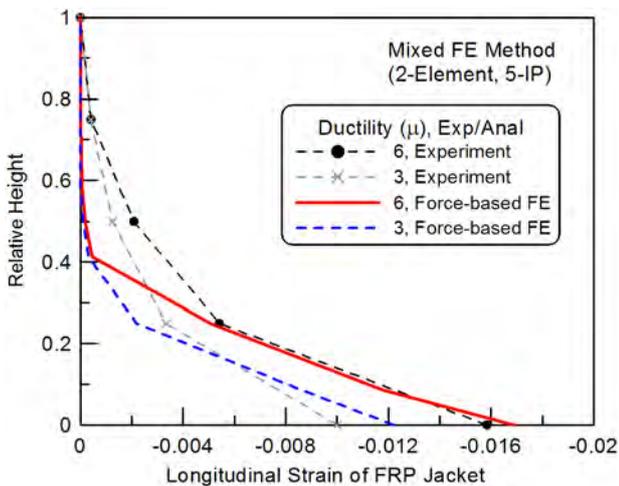


Fig. 13 Longitudinal strain of FRP Jacket analyzed by force-based FE method (2 elements)

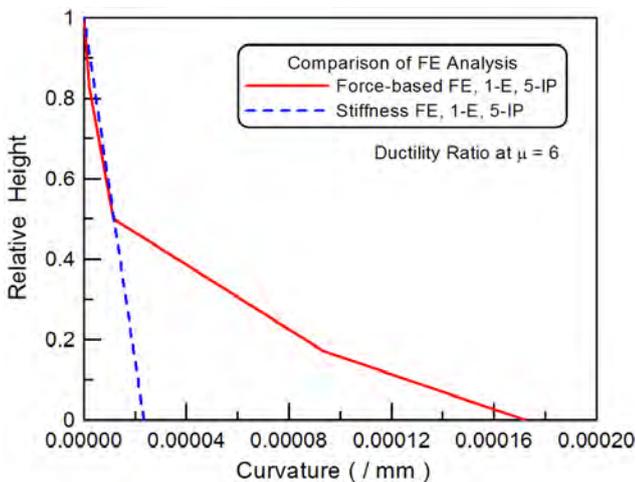


Fig. 14 Curvature distribution analyzed by two FE methods

과를 비교적 잘 반영해 주었으며, 특히 기초면에서부터 소성힌지영역에서의 국부적인 비선형 축변형률 증가 양상을 잘 예측해 주었다.

Fig. 14는 실험에서의 변위연성비 6.0에 도달시의 기둥 바닥면에서부터 높이까지의 임의 단면 위치에서의 휨곡률 분포에 대한 1개 요소의 강성도법 및 하중기반 유한요소해석 결과를 각각 비교하여 나타낸 것이다. 해당 하중하에서 실험에서 측정된 기둥 바닥면 위치에서의 휨곡률은 0.000226/mm로서, 하중기반 유한요소해석에 의한 휨곡률 예측값은 0.000213/mm로서 소성힌지영역 부근의 국부 비선형 거동이 큰 영역에서도 부재손상 정도를 잘 예측해주었다. 반면에 강성도법에 의한 유한요소해석에 의한 휨곡률 예측값은 0.00006/mm로서 실험 보다 크게 낮게 예측되어 소성힌지영역 부근에서의 비선형 거동 및 국부적인 부재손상 정도를 잘 예측하지 못하였다.

Fig. 15는 실험에서의 변위연성비 6.0에 도달시의 기둥 바닥면에서부터 높이까지의 임의 단면 위치에서의 단면 휨모멘트 분포에 대한 1개 요소의 강성도법 및 하중기반 유한요소해석의 결과를 각각 비교하여 나타낸 것이다. 해석에서 변위연성비 6.0인 횡하중 67.2 kN의 재하 하중에 도달한 경우에 기둥 바닥면에서 예측된 하중기반 유한요소법의 의한 예측 단면 휨모멘트는 209.6 kN-m로서 정확하게 작용 휨모멘트와 같이 예측해주었다. 반면에 강성도법의 유한요소해석에 의한 예측 단면 휨모멘트는 -1.34%의 오차를 나타내었다. 이는 하중기반 유한요소해석이 부재 전체 시스템 뿐만 아니라 요소 내 각 단면에서도 평형조건을 만족하도록 수립하는 반면에 기존의 강성도법의 유한요소해석은 부재 전체에서의 평형조건이 만족하도록 수립하였으나, 요소 내 각 단면에서의 평형조건은 만족하지 못한 가운데 수립하는 결과를 제공해주기 때문이다.

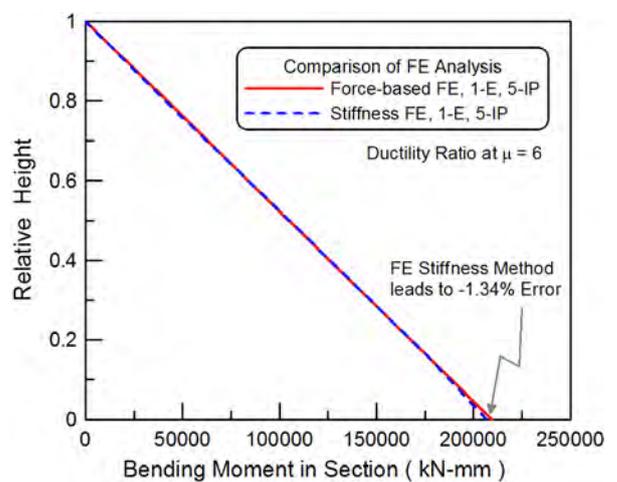


Fig. 15 Moment distribution analyzed by two FE methods

## 6. 결 론

이 연구에서는 기존 강성도법의 유한요소 정식화와 달리 변위형상함수를 사용하지 않은 하중기반 유한요소의 정식화에 의해 FRP 시트 보강된 철근콘크리트 기둥에 대한 비선형 층상화 등매개 골조 유한요소모델을 제시하였다. 일정 축하중하에서 횡하중을 받는 기둥 실험체를 대상으로 개발 모델과 실험 및 기존 강성도법 유한요소해석 결과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 비선형 유한요소해석의 비교에서 기존 강성도법에 의한 유한요소해석 결과는 실험체의 횡하중 최대내력에 도달했을 때의 횡방향 변위 뿐만 아니라 임의 단면에서의 축변형률 및 휨곡률 예측에서 실험에서의 측정 결과에 크게 미치지 못하는 결과를 보였다. 반면에 하중기반 유한요소해석 결과는 전체적인 하중-변위 관계뿐만 아니라 부재 길이에 따른 비선형 축변형률 및 휨곡률 분포를 비교적 잘 예측해 주었다.
- 2) 이는 가정된 변위형상함수를 사용하는 강성도법의 유한요소 정식화가 비록 전체시스템에서 평형조건의 수렴을 이루고 있으나 비선형 문제에서 요소 내 임의 단면에서의 평형조건을 만족하지 못할 뿐만 아니라 요소 내 축변형률 및 휨곡률 분포가 부재길이에 대해 상수 및 1차 함수관계로 정식화되기 때문이다. 반면 하중기반 유한요소 정식화는 요소 내 임의 단면에서의 평형조건이 만족하는 동시에 임의 단면에서의 축변형률 및 휨곡률 등의 비선형 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있다.
- 3) 빌딩과 같은 골조구조물의 비선형 지진해석 등을 수행할 경우 주로 보 또는 기둥 각 부재를 한 개의 골조 요소로 모델화하는 경우를 고려할 때 강성도법의 골조 유한요소모델은 전체시스템에서 뿐만 아니라 보 또는 기둥 각 부재의 비선형 거동이 뚜렷한 소성힌지영역 등에서의 변형 및 손상 예측에서 실제와 크게 다른 거동 예측을 제공해 줄 수 있다. 하중기반 유한요소 정식화는 이와 같은 문제를 개선해줌으로서 골조구조물의 정적 및 동적 비선형해석에서 보다 정확한 예측 결과를 제공해줄 것으로 평가된다.

## 감사의 글

이 연구는 조선대학교의 2012년도 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. Clough, R. and Johnston, S., "Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements," *Transactions of Japan Earthquake Engineering Symposium*, Tokyo, 1966, pp. 195-198.
2. Giberson, M., *The Response of Nonlinear Multi-Story Structures*

*Subjected to Earthquake Excitations*, Earthquake Engineering Research Laboratory, Pasadena, 1967.

3. Otani, S., "Inelastic Analysis of R/C Frame Structures," *Journal of the Structural Division*, Vol. 100, No. 7, 1974, pp. 1433-1449.
4. Meyer, C., Roufaiel, M. S., and Arzoumanidis, S. G., "Analysis of Damaged Concrete Frames for Cyclic Loads," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11, Issue 2, 1983, pp. 207-228. (doi: <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290110205>)
5. Cho, C. G. and Kwon, M., "Development and Modeling of Frictional Wall Damper and Its Application In R/C Frame Structures," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33, No. 7, 2004, pp. 821-838. (doi: <http://dx.doi.org/10.1002/eqe.379>)
6. Cho, C. G., Ha, G. J., and Kim, Y. Y., "Nonlinear Model of Reinforced Concrete Frames Retrofitted by In-Filled HPFRCC Walls," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 30, No. 2, 2008, pp. 211-223.
7. Mari, A. and Scordelis, A., "Nonlinear Geometric Material and Time Dependent Analysis of Three Dimensional Reinforced and Prestressed Concrete Frames," SESM Report 82-12, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1984, 176 pp.
8. Spacone, E., "Flexibility-Based Finite Element Models for the Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Concrete Frame Structures," Ph.D Thesis, University of California, Berkeley, 1994, 268 pp.
9. Spacone, E., Filippou, F. C., and Taucer, F. F., "Fibre Beam-Column Model for Nonlinear Analysis of R/C Frames: Part I. Formulation," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 1996, pp. 711-725.
10. Cho, C. G. and Kim, Y. S., "Accurate Algorithm of Nonlinear Force-Based Frame Finite Element," *Journal of Architectural Institute of Korea, Structures & Construction*, Vol. 27, No. 3, 2005, pp. 53-60.
11. Cho, C. G. and Kwon, M., "Nonlinear Failure Prediction of Concrete Composite Columns by a Mixed Finite Element Formulation," *Engineering Failure Analysis*, Vol. 18, Issue 7, 2011, pp. 1723-1734.
12. Burgueno, R., "System Characterization and Design of Modular Fiber Reinforced Polymer (FRP) Short-and Medium-Span Bridges," Ph.D Thesis, University of California, San Diego, 1999, 587 pp.
13. Cho, C. G., Kwon, M., and Spacone, E., "Analytical Model of Concrete-Filled Fiber-Reinforced Polymer Tubes based on Multiaxial Constitutive Laws," *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 131, No. 9, 2005, pp. 1426-1433. (doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2005\)131:9\(1426\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:9(1426)))
14. Cho, C. G. and Kwon, M., "Prediction of Nonlinear Bending Behavior for FRP Concrete Beams Based on Multi-Axial Constitutive Laws," *Engineering Structures*, Vol. 30, Issue 9, 2008, pp. 2311-2320.
15. Cho, C. G., "Predictions for Bending and Shear Behaviors of FRP Concrete Composite Structural Members," *Journal of Architectural Institute of Korea, Structures & Construction*,

- Vol. 20, No. 8, 2004, pp. 35-42.
16. Cho, C. G. and Kim, Y. Y., "Nonlinear Biaxial Shear Model for Fiber-Reinforced Cementitious Composite Panels," *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, Vol. 22, No. 6, 2009, pp. 597-605.
  17. Cho, C. G., Han, B. C., Lee, J. H., and Kim, Y. Y., "Flexural Test on Composite Deck Slab Produced with Extruded ECC Panel," *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol. 22, No. 5, 2010, pp. 695-702.
  18. Cho, C. G., Ha, K. J., and Bae, S. H., "Development of Performance-Based Seismic Design of RC Column Using FRP Jacket by Displacement Coefficient Method," *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol. 19, No. 4, 2007, pp. 491-497.
  19. Cho, C. G., "Development of Performance-Based Seismic Design of RC Column Retrofitted by FRP Jacket Using Direct Displacement-Based Design," *Journal of the Earthquake Engineering Society of Korea*, Vol. 11, No. 2, 2007, pp. 105-113.
  20. Cho, C. G. and Kim, Y. Y., "Displacement-Based Seismic Design of Reinforced Concrete Columns Strengthened by FRP Jackets Using a Nonlinear Flexural Model," *Computers and Concrete*, Vol. 6, No. 2, 2009, pp. 95-108.
  21. Saenz, L. P., "Discussion of Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete by Desayi and Krishnan," *Journal of American Concrete Institute*, Vol. 61, 1964, pp. 1229-1235.
  22. Kupfer, H. B. and Gerstle, K. H., "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses," *Journal of Engineering Mechanics Division*, Vol. 99, No. 4, 1973, pp. 852-866.
  23. Zhu, Z., "Joint Construction and Seismic Performance of Concrete-filled Fiber Reinforced Polymer Tubes," Ph.D Thesis, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, 2004, 215 pp.

**요 약** 이 연구의 목적은 하중기반 유한요소 정식화에 의한 FRP 보강된 철근콘크리트 보 또는 기둥 부재의 비선형 층상화의 등매개 골조 유한요소모델을 개발하는데 있다. 단면에서 콘크리트는 3축 응력-변형률 관계로 모델화하고 FRP 피복층은 2차원의 적층복합재료로 모델화하였다. 하중기반 유한요소의 요소강성행렬은 변위형상함수의 가정이 없고 하중보간함수를 갖고 있다. 횡하중을 받는 GFRP 시트 보강된 철근콘크리트 기둥의 실험에 대해 개발된 하중기반 유한요소모델에 의한 해석을 수행하였다. 기존 강성도법의 유한요소해석과 비교하여 하중기반 유한요소해석은 전체적인 하중-변위 관계 뿐만 아니라 기둥의 소성힌지영역에서의 비선형 변형 및 손상을 보다 정확히 예측해 주었다.

**핵심용어** : 하중기반 유한요소, FRP 보강시트, 철근콘크리트 기둥, 비선형해석