

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 41(10), 796-804(2013)

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2013.41.10.796>

구형 탄환을 이용한 감자총의 설계, 해석 및 시험

강홍재, 김지환, 김영식, 손소은, 최한울, 최정열*

Design, Analysis and Experiment of Potato Gun with
a Spherical ProjectileHong-Jae Kang, Ji-Hwan Kim, Young-Sik Kim, So-Eun Son, Han-Ui Choi and Jeong-Yeol Choi*
Department of Aerospace Engineering, Pusan National University

ABSTRACT

The "Potato Gun," a simple heat engine, is fabricated, tested and analyzed as a part of engineering education program of combustion and propulsion classes. Combustor pressure is predicted by the chemical equilibrium analysis of a constant volume combustor. Then, the internal ballistics, the conversion of thermal energy into the mechanical energy of a projectile, is predicted though the expansion process. The trajectory of a projectile is estimated by considering the aerodynamic effect around the spherical projectile. The energy conversion efficiency and the equivalence ratio of the fuel-air mixture could be estimated by the comparison of the experimental results and the theoretical prediction. The present work would be an example of attracting the interest of students for the application of the engineering principles at undergraduate level by recycling the waste materials.

초 록

연소 및 추진 기관 공학 교육 과정의 일부로써 간단한 형태의 열기관인 감자총 (Potato Gun)의 제작, 시험 및 해석을 수행하였다. 정적 연소실의 화학 평형 해석을 이용하여 연소실의 압력을 계산하고, 팽창과정의 열역학 해석을 통하여 열에너지의 운동에너지로 변환되는 내탄도 과정을 계산하였다. 공기역학적 지식을 도입한 구형 탄도 궤적 해석을 통하여 비행거리를 추정할 수 있었으며, 이를 통하여 감자총의 에너지 변환 효율 및 혼합기의 당량비를 추정하였다. 본 과제는 재활용 자재를 이용하여 학부 수준에서 열-유체역학 공학 지식을 활용하여 실습하고 학생들의 관심을 유발할 수 있는 적당한 예로 여겨진다.

Key Words : Potato Gun(감자총), Combustion Analysis(연소 해석), Internal Ballistics(강내 탄도학), External Ballistics(강외 탄도학)

1. 서 론

추진제의 화학 반응으로부터 얻은 열 에너지를 기체의 팽창과정을 통하여 비행체의 운동에너지

로 변환하는 화포는 기계적으로 가장 간단한 형태의 열기관이다. 감자총(Potato Gun)은 가스 연료와 공기의 연소 과정에서 발생하는 열을 이용하여 물체를 고속으로 발사하는 장난감 수준의

† Received: March 31, 2013 Accepted: September 9, 2013

* Corresponding author, E-mail : aerochoi@pusan.ac.kr<http://journal.ksas.or.kr/>

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

장치이다[1]. 감자총은 주변에서 쉽게 구할 수 있는 폐자재를 재활용하여 비교적 쉽게 직접 제작하여 실험하여 볼 수 있어, 많은 취미 활동으로 감자총을 제작하곤 하였지만, 이에 대한 체계적인 문헌은 부족한 상황이다.

감자총의 열역학적 과정은 내연 기관의 발열 및 팽창과정과 유사하며, 크게 세부분으로 나누어 해석할 수 있다. 첫째는 연료와 공기의 연소에 의하여 압력이 상승하는 연소과정으로써, 연소공학 기초 이론을 통하여 연소 압력 및 시간을 예측할 수 있다. 둘째는 총신(gun barrel)부분에서 열역학적 팽창과정을 통하여 열에너지가 탄체(projectile)의 운동에너지로 변환되는 강내 탄도학(internal ballistics) 과정이며, 셋째는 총구(gun muzzle)에서 초기속도를 가지는 탄체의 운동방정식에 공기역학적 지식 등을 활용하여 비행 거리 등을 예측하는 강외 탄도학(external ballistics) 과정이다. 이러한 과정을 통해 감자총의 연소조건에 따른 이론적 사거리(range of fire or flight distance)를 예측할 수 있으며, 실제 시험으로 측정된 사거리와 비교하여 각 시험에 해당하는 연소조건을 역으로 추측해 볼 수 있다.

적은 비용으로 직접 제작하여 실험하여 볼 수 있다는 측면에서 감자총은 학생들의 흥미를 유발할 수 있는 유용한 학습 대상으로 여겨진다. 아울러 공학 교육 과정에서 습득한 학부수준의 지식을 활용하여 감자총의 성능 해석을 수행하고 실험 결과와 비교하여 봄으로써, 유용한 공학 도구를 활용한 설계 과정에 대한 경험을 가질 수 있을 것으로 여겨진다. 부산대학교 항공우주공학 과에서는 공학교육 인증 프로그램의 설계 교과인 4학년 연소공학 수업의 과제로써 감자총의 제작, 실험 및 해석을 수행하였다. 이를 통하여 감자총의 이론적, 공학적 특징을 정리할 수 있었으며, 그 결과를 정리하여 본 논문으로 작성하였다.

II. 감자총의 구성 및 해석 이론

2.1 감자총의 구성과 작동원리

감자총은 연소실과 관으로 이루어진 간단한 형태의 열기관 장치이다. Fig. 1은 감자총의 구조를 보여주는 개략도이다. 감자총의 구조는 크게 연소실(combustion chamber)과 총신(gun barrel)의 두 부분으로 구분된다. 연소실내에는 점화기가 설치되어 있고, 총신의 연소실 쪽 끝에는 탄체가 장전된다.

감자총의 작동은 연소 반응이 이루어지는 연

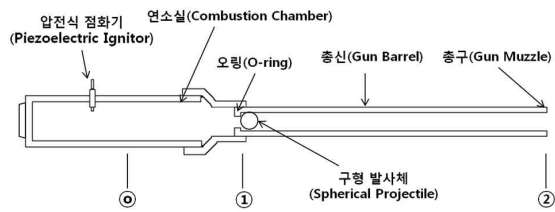


Fig. 1. Schematic of Potato Gun

소실, 탄체가 가속되는 강내 운동, 탄체가 자유 비행하는 강외 운동 부분으로 구분할 수 있다. 연소실내에서는 연료가 주입되어 공기와 혼합된 후 점화기에 의해 연소반응이 촉발되어 연소실의 압력이 상승한다. 고온, 고압의 연소가스는 강내에서 열적 팽창을 통해 탄체에 일을 하여, 탄체의 운동 에너지를 증가시킨다. 강외에서 초기속도를 가진 탄체는 지면에 낙하할 때까지 탄도 궤적을 형성하며 자유 비행한다. 따라서 탄체의 사거리를 측정함으로써, 초기속도를 예측하고 혼합기의 조건을 유추하여 볼 수 있다.

2.2 감자총 제작

본 과제에서는 PVC 관을 연결하는 형태로 감자총을 제작하였다. Fig. 2는 본 과제에서 제작된 감자총의 사진이며, Table 1에 상세한 크기를 정리하였다. 감자총의 내부에는 연료-공기 혼합 기체의 점화를 위하여 압전식 점화기(piezoelectric ignitor)를 설치하였으며, 탄체가 연소실 내부로 진입하는 것을 방지하기 위해 연소실과 총신 사이에 오링(O-ring)을 설치하였다. Fig. 3은 연소실내에 설치되어 있는 압전식 점화기의 사진이다. 연소실의 체적은 약 1.5 L이며 총신의 길이는 1.0 m, 감자총의 전체 길이는 약 1.4 m이다. 총제작비용은 PVC 파이프 3종(연소실부, 총신부, 이음부)과 PVC 접착제 구입에 대략 2만원이 소요되었다.

감자총의 탄체로는 “감자(potato)”를 비롯한 다양한 재료를 이용할 수 있으나, 보다 단순한 해석을 위하여 본 과제에서는 구형의 골프 공(golf ball)을 이용하였다. 연료로는 실생활에 널리 이

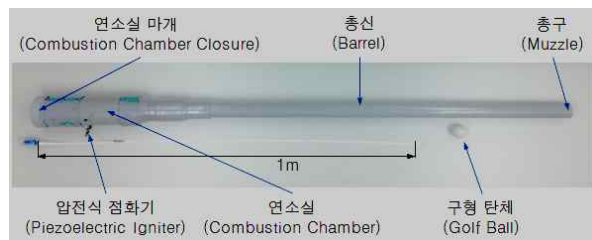


Fig. 2. Prototype of a Potato Gun

Table 1. Components of a Potato Gun

Component	Material	Dimension
Combustion Chamber	PVC Pipe	89 mm out-dia. 2.2 mm thickness 267 mm length
Gun Barrel	PVC Pipe	48 mm out-dia. 2 mm thickness 1,000 mm length
Ignitor	Piezoelectric Ignitor	



Fig. 3. Installation of piezoelectric ignitor in the combustion chamber

용되고 있는 헤어스프레이(hair-spray)를 사용하였다.

발사 과정은 먼저 총구로 구형 탄체를 넣고, 연소실 마개를 열어 기체연료를 분사한 뒤, 다시 마개를 닫은 후, 점화기를 작동하는 방식으로 정적연소(constant volume combustion)과정과 유사하다.

2.3 연소실내 정적 단열 화염온도 해석

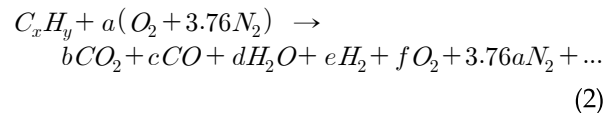
본 과제에서 연료로 사용한 헤어스프레이는 액화 석유 가스(liquefied petroleum gas, LPG)를 주성분으로 하고 있으며, LPG는 프로판 (C₃H₈), 부탄 및 이소부탄 (C₄H₁₀) 등이 95% 이상인 혼합 연료이다. 헤어스프레이에는 연료 성분 및 기능 물질이 포함되어 있으나 각 성분의 정확한 성분비를 알 수 없고, 탄화수소 연료의 단위 질량당 열량은 대체로 비슷한 수준이므로 가장 큰 성분비를 가지고 있는 프로판으로 연료 성분을 단순히 가정하였다.

감자총 발사 실험에서 연소실에 분사한 정확한 연료의 양을 측정하기는 곤란하지만, 혼합기가 점화된 경우 혼합기는 가연한계(flammability limit) 내에 있다고 추정할 수 있다. 표준 대기 상태(P_{air}= 1 atm, T_{air}=298.15 K)에서 프로판-공기 혼합기의 가연한계는 당량비 (equivalence ratio,

Φ) 0.51 ~ 2.83 범위에 있다.[2] 따라서 성공적인 발사가 이루어진 경우, 혼합기의 당량비는 (1) 식과 같이 단열화염 온도 (또는 압력)가 최대인 당량비와 최소인 당량비 조건 사이에 있다.

$$\Phi_{T_{ad}min}(\Phi_{rich} \text{ or } \Phi_{lean}) < \Phi < \Phi_{T_{ad}max} \quad (1)$$

한편 점화 이전의 혼합기 압력은 탄체의 전방 압력과 같은 대기압이고, 정적 연소실내 화염 전파는 빠른 반면 탄체의 관성에 의하여 초기 이동 거리는 작을 것이다. 그러므로 연소가 종료될 때까지 유효 체적은 크게 변하지 않는다고 추정하면, 연소실 내의 연소 과정은 정적 연소로 가정할 수 있다. 또한 연소 및 팽창 과정이 상당히 빠르므로 주위로의 열손실을 무시하여 단열과정으로 가정하면, 탄체를 가속하는 연소 압력과 온도 및 생성물의 성분비는 (1) 식의 범위에서 정적 단열 과정 및 생성물의 화학 평형 (chemical equilibrium) 해석을 통하여 구할 수 있다. 화학 평형 해석을 위한 탄화수소 연료의 연소 반응은 다음과 같다.



단열 정적 연소과정에 대해 반응물과 생성물의 내부 에너지(u)가 일정하다면, 이때에 에너지 보존법칙(열역학 제 1법칙)은 (3) 식으로 표시할 수 있으며, 이를 통해 연소 조건에 따른 단열 화염온도(T_{ad})와 압력(P_{ad})을 계산할 수 있다. 계산에는 로켓 개념 설계 등에 많이 이용되는 NASA CEA[3] 코드를 이용하였으며, 가연한계 범위에서 T_{ad} 와 P_{ad} 을 예측한 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 이 결과로부터 얻어진 최대 및 최소 온도와 압력을 Table 2에 정리하였다.

$$\sum_{react} N_i u_i = \sum_{prod} N_i u_i \quad (3)$$

Table 2. Adiabatic Temperature and Pressure of Propane-Air with Φ

Φ	Lean_limit $\Phi=0.51$	Stoi. $\Phi=1.0$	T _{ad} max $\Phi=1.01$	Rich_limit $\Phi=2.83$
T _{ad} (K)	1667.8	2727.5	2733.9	1805.9
P _{ad} (MPa)	0.56	0.92	0.93	0.61

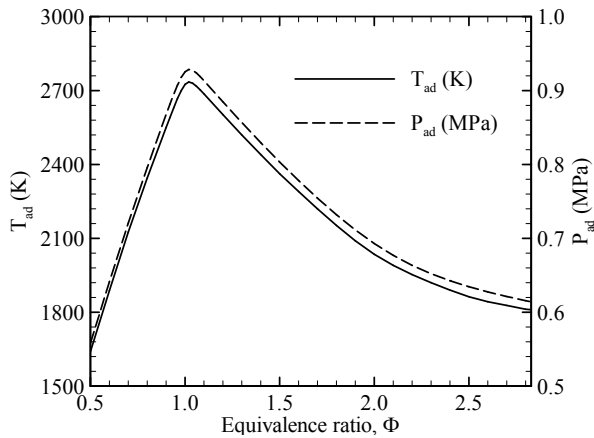


Fig. 4. Adiabatic temperature and pressure of propane-air constant volume combustion at 0.1 MPa

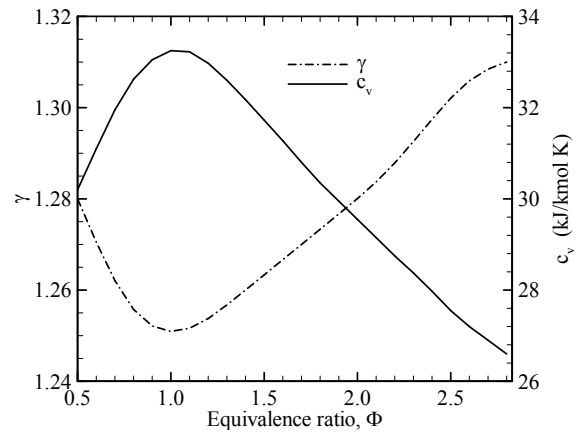


Fig. 7. Variations of molar specific heat capacity at constant volume and specific heat ratio, γ .

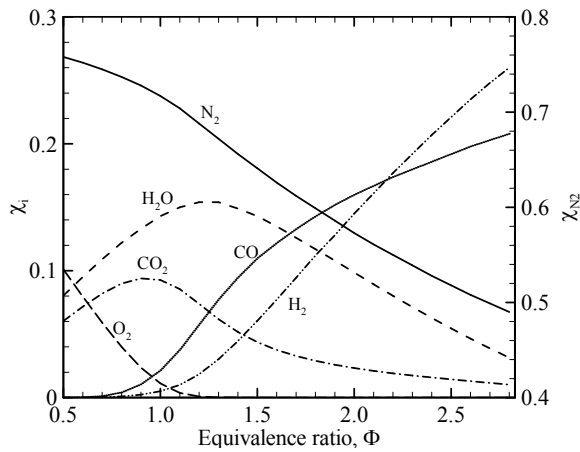


Fig. 5. Distributions of the major product species of propane-air combustion over the flammability limit at 0.1 MPa

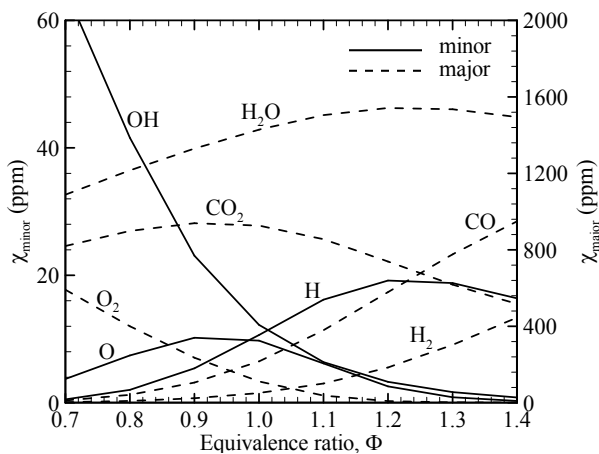


Fig. 6. Distributions of the product species of propane-air combustion around stoichiometric condition at 0.1 MPa

한편 화학 평형을 고려한 단열화염온도 계산으로부터 생성물의 성분비를 구할 수 있으며 Fig. 5에 당량비에 따른 주 화학종(major product species) 조성을 몰분율(mole fraction, X_i)을 나타내었다. Fig. 6은 이론 당량비(stoichiometry, $\Phi = 1$) 조건 전후에서 부 화학종(minor product species)을 포함한 생성물의 조성을 몰분율을 나타내었다. 가연 한계 범위에서의 단열 화염 온도 및 성분 비 분포로부터 혼합물의 비열 및 비열비를 계산할 수 있으며, 이를 Fig. 7에 정리하였다. 이로부터 얻어진 혼합물의 비열비는 1.25에서 1.31의 좁은 범위에 있는 것을 알 수 있다. 따라서 이후의 팽창과정 해석에서는 연소 가스의 비열과 비열비를 위 범위의 중간 값인 30.4 kJ/kmol · K 와 1.27로 가정하였다.

2.4 강내 탄도 해석

2.4.1 강내 탄도 열역학 해석 이론

구형 탄체의 총구속도(muzzle velocity)를 예측하기 위해 Mungan의 방법을 적용하여 강내 탄도 해석을 수행하였다[4]. 탄체의 총구속도는 탄체 후방의 연소가스의 내부 에너지 변화, du 가 탄체에 해준 일, dw 로 변환되는 에너지 보존법칙을 적용하여 예측할 수 있다.

$$du + \delta w = 0 \quad (4)$$

Figure 8은 에너지 보존 법칙 적용을 위한 자유물체도(free-body diagram)이다. 몰수 N 인 기체의 내부 에너지 변화량은 미소 온도 변화에 대하여 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$du = Nc_v dT \quad (5)$$

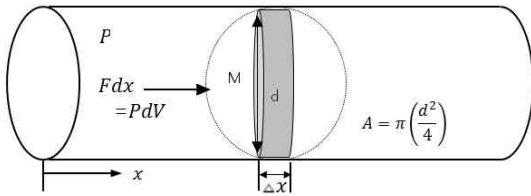


Fig. 8. Sketch of the Projectile Moving down in the Gun Barrel

Mungan의 방법에서는 이론 해석을 가능하게 하기 위하여, 탄체 후방 연소 압력에 비하여 탄체 전방의 압력을 충분히 작다고 가정하여 무시하였으며,[4] 강내 마찰 손실도 학부 수준을 벗어나다 고 여겨져 본 연구에서는 고려하지 않았다.

미소 변위 dx 에 대한 체적 변화 $dV=A dx$ 이고, 이 동안 기체가 탄체에 가한 일은 PdV , 탄체가 받은 일은 Fdx 이므로, 가속도 a , 질량, m 인 물체와 이상기체 상태 방정식을 고려하여 일은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\delta w = Fdx = m a dx = PdV = NR_u T dx / x \tag{6}$$

식 (5,6)을 식 (4)에 대입한 후, 미소량의 시간변화에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$Nc_v \frac{dT}{dt} = - \frac{NR_u T}{x} \frac{dx}{dt} \tag{7}$$

양변을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{c_v}{R_u} \frac{d}{dt}(ax) = - a \frac{dx}{dt} \tag{8}$$

강내에서 구형 탄체의 초기 위치는 연소실의 부피를 총구 단면적으로 나눈 값, x_1 으로 정의되며, 연소 직후 탄체 후방의 온도와 압력을 각각 $T_1(=T_{ad})$, $P_1(=P_{ad})$ 라 하여 식 (8)을 부분적분을 통해 정리하면 강내에서 구형 탄체의 가속도, a 를 연소실 온도 및 강내 탄체 위치의 함수로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$a = K x^{-(R_u/c_v + 1)} \tag{9}$$

여기서,

$$K = \frac{NR_u T_1}{m} x_1^{(R_u/c_v)} \tag{10}$$

이다.

한편, 가속도는 $a = v dv/dx$ 로 놓을 수 있으므

로, 이를 적분하면 강내의 연소실 온도와 탄체의 이동거리에 대한 구형 탄체의 속도, v , 의 이론해를 다음과 같이 거리의 함수로 구할 수 있다.

$$v = v_\infty \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{x}\right)^{R_u/c_v}} \tag{11}$$

여기서, v_∞ 는 총신의 길이가 무한히 긴 경우의 극한 값인 최대 한계 속도로써, 기체의 양, 비열, 연소 온도 및 탄체 질량의 함수이다.

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2Nc_v T_1}{m}} \tag{12}$$

2.4.2 강내 탄도 해석 결과

이상의 강내 탄도 해석 이론을 본 연구의 감자 총에 적용하여 강내를 비행하는 구형 탄체의 가속도와, 속도, 위치를 예측할 수 있으며, 이를 통하여 강내의 비행 시간 및 에너지 변환 효율을 예측할 수 있다. Fig. 9는 이론 당량비 조건에서 강내 탄체의 위치, 속도, 가속도 및 탄체 후방의 압력 변화를 시간에 따라 나타낸 그래프이다. 참고로 구형 탄체가 총구($x=1$ m)를 통과하는 순간과 탄체 후방의 압력이 대기압과 같아지는 순간을 표시하였으며, 충분히 긴 관을 가정하여 이론 계산을 수행하였다.

이 결과로부터 연소 직후 탄체 전후방의 큰 압력차로 인하여 탄체는 초기에 7,800 G ($1 \text{ G} = 9.8 \text{ m/s}^2$)에 근접한 큰 가속도를 가지고 속도가 가파르게 증가한다. 그러나 연소가스의 내부 에너지가 탄체의 운동 에너지로 변환되면서 연소가스의 압력이 감소하여, 포구 ($x=1.0$ m)에서 탄체의 가속도는 1,400 G로 줄어들며, 약 8.51 ms 비행 시간 동안 203 m/s의 총구 속도를 얻는다.

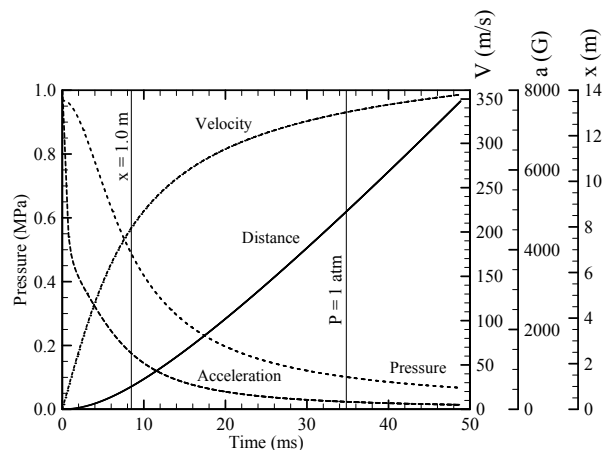


Fig. 9. Variations of dynamic properties of the projectile through the barrel for $\phi=1$

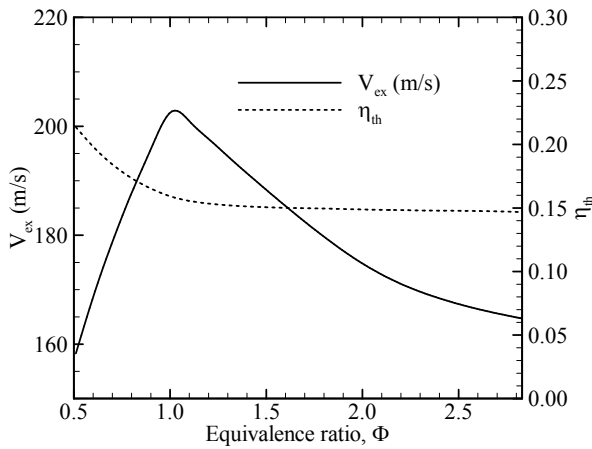


Fig. 10. Muzzle velocity and energy conversion efficiency equivalence ratio

그러나 총신의 길이가 충분히 긴 경우 탄체의 속도는 더욱 증가할 수 있으며, 탄체 후방의 압력이 대기압과 같아지는 조건까지는 8.6 m의 관의 길이가 필요하고, 대기압 조건에서의 음속 이상인 335 m/s 속도 증가가 얻어진다. 이 조건 이후에도 탄체는 어느 정도 더 가속되는데, 이는 Mungan의 방법에서 탄체 전방의 압력을 무시하여 나타난 물리적이 아닌 결과이다. 관내를 초음속으로 비행하는 탄체는 압축성 효과에 의하여 전방 압력이 대기압 이상으로 증가하여 항력이 크게 증가한다. 따라서 탄체 전방 항력 및 강내 마찰을 고려할 경우 가속 가능 길이는 훨씬 짧아질 것으로 여겨진다[5].

본 연구에서 제작된 1.0 m 길이 총신에서 당량비 조건에 따라 얻을 수 있는 총구 속도와 에너지 변환효율을 Fig. 10에 정리하였다. 에너지 변환 효율은 탄체의 총구 운동에너지 ($m V_{ex}^2 / 2$)와 연소반응에 의한 열량 ($Q = U_{prod} - U_{reac}$)의 비로 정의된다. 이 결과에서 총구 속도는 이론 당량비 부근의 최대 연소 온도 조건에서 얻어지지만, 에너지 변환 효율은 대략 15 ~ 20 % 수준으로써, 회박 조건에서 높은 결과를 가짐을 알 수 있다. 이는 회박 조건일수록 전체 작동 유체 중 연료 성분이 작기 때문에 나타나는 자연스러운 결과이다. 참고로 충분히 긴 총신을 이용하여 대기압 조건까지 팽창하는 경우 40% 이상의 에너지 변환 효율을 얻을 수 있었다.

2.5 강의 탄도 해석

연소 조건에 따른 총구 속도부터 탄체에 작용하는 중력과 항력을 고려하여 사거리를 예측할 수 있으며, 이를 실제 측정치와 비교하여 연소 조건을 추정할 수 있다. 본 연구에서는 Fig. 11

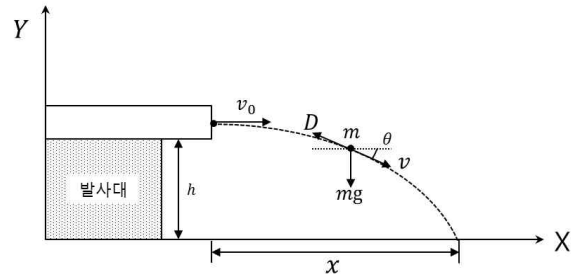


Fig. 11. Sketch of standard ballistic trajectory

과 같이 일정 높이, h 에서 수평 발사되는 상황을 고려하였다.

2.5.1 표준 탄도 이론

Figure 10에서 항력을 고려한 표준탄도이론을 구체화하기 위해서 몇 가지 가정이 필요하다.[6] 첫째로 탄체에 작용하는 외력은 중력과 항력이다. 항력은 압력중심에 작용하는 힘이지만 편주 각 θ (물체의 운동방향과 물체 대칭축사이 각도)이 작을 때에는 항력으로 인하여 탄체에 걸리는 모멘트가 작기 때문에 이 모멘트는 무시한다. 즉, 항력은 탄체에 중심에 작용한다고 가정한다. 둘째로 진공탄도를 고려할 때와 마찬가지로 중력 가속도는 항상 평행하다고 생각한다. 셋째로 지구는 평탄하고 회전하지 않는다고 가정하며 대기는 표준대기라고 생각한다. 표준대기라 함은 바람이 없고 온도 및 밀도는 일정한 대기를 말한다. 마지막으로, 탄체의 회전 운동과 이 때문에 발생하는 Magnus 힘과 모멘트는 무시한다.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -D \cos \theta \tag{13a}$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -D \sin \theta - W \tag{13b}$$

여기서 항력, $D = \frac{1}{2} C_D \rho v^2 A$ 와 탄체 무게, $W = mg$, 그리고 단면적 $A = \pi d^2 / 4$ 를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\pi}{8} \frac{C_D d^2}{m} \rho v^2 \cos \theta \tag{14a}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\pi}{8} \frac{C_D d^2}{m} \rho v^2 \sin \theta - g \tag{14b}$$

한편, $dx/dt = v_x = v \cos \theta$ 이고 $dy/dt = v_y = -v \sin \theta$ 이므로, 이를 다시 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\pi}{8} \frac{C_D d^2}{m} \rho v \frac{dx}{dt} \quad (15a)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\pi}{8} \frac{C_D d^2}{m} \rho v \frac{dy}{dt} - g \quad (15b)$$

위 식 (15)의 초기 조건은 다음과 같다.

$$x(0) = 0 \quad y(0) = h \quad (16a)$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0, \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (16b)$$

위 식 (15)는 이계 비선형 연립 미분 방정식이지만, 항력계수, $C_D=0$ 인 경우에는 선형이므로 이론 해는 다음과 같다.

$$x = (v_0 \cos \theta_0) t \quad (17a)$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 - (v_0 \sin \theta_0) t + h \quad (17b)$$

항력계수, C_D 가 0 이 아닌 경우에는 항력 계수 데이터를 이용하여 간단한 수치적분을 과정을 거쳐 해를 구할 수 있다. 본 연구에서는 다음의 이상화 과정을 거쳐 수치적 해를 구하였다.

위 식에서, $dx/dt = v_x$, $dy/dt = v_y$ 로 놓으면, (15) 식은 다음의 4개의 연립 미분방정식으로 대체된다.

$$\left(\frac{dv_x}{dt} \right)^n = -\frac{\pi}{8} \frac{C_D d^2}{m} \rho \sqrt{v_x^2 + v_y^2} v_x \Big|_n \quad (18a)$$

$$\left(\frac{dv_y}{dt} \right)^n = -\frac{\pi}{8} \frac{C_D d^2}{m} \rho \sqrt{v_x^2 + v_y^2} v_y - g \Big|_n \quad (18b)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \Big|_n \quad (18c)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y \Big|_n \quad (18d)$$

위 (18) 식에 간단한 1차 근사 시간적분을 적용하면 다음과 같이 이산화 할 수 있다.

$$v_x^{n+1} = v_x^n + \left(\frac{dv_x}{dt} \right)^n \Delta t \quad (19a)$$

$$v_y^{n+1} = v_y^n + \left(\frac{dv_y}{dt} \right)^n \Delta t \quad (19b)$$

$$x^{n+1} = x^n + v_x^n \Delta t \quad (19c)$$

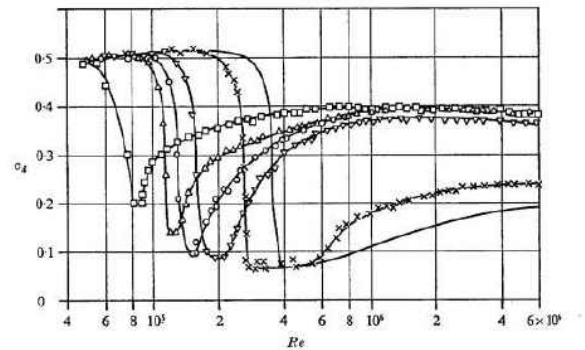
$$y^{n+1} = y^n + v_y^n \Delta t \quad (19d)$$

탄체의 사거리는 위 (19) 식을 탄체가 지면에 낙하하는 조건 ($y=0$) 까지 매우 작은 시간 간격으로 시간 전진하여 적분함으로써 충분한 정확도의 해를 얻을 수 있다.

2.5.2 탄도 궤적 분석

본 연구에서 구형 탄체로 택한 골프공은 이미 공기역학적으로 다양한 연구가 진행되어 있기 때문에 다른 구형 물체들에 비해 항력계수(C_D)를 결정하기가 용이하다. 구형 물체의 표면 거칠기 정도는 k/d_s (k : the height of the roughness element, d_s : the diameter of the sphere)로 나타내는데, 일반적인 골프공의 경우에 이 값은 약 $900 \sim 1,000 \times 10^{-5}$ 사이에 있다[7]. Fig. 12에서 총구 속도로부터 유도한 Re (Reynolds number)를 이용하여 감자총 탄도 해석에 필요한 골프공의 항력계수를 상수 값 0.38로 정하였으며, Table 3에 탄도 해석을 위한 계수 값들을 정리하였다.

Figure 13은 탄체의 속력을 비행거리의 변화에 따라 나타낸 그래프이다. 진공 탄도의 경우에 중력에 의해 증가하는 수직 방향 속도 성분 때문에 전체 속력이 약간 증가하지만, 항력 계수 0.38을 이용한 표준 탄도 해석의 경우 공기 저항에



Drag coefficient c_d vs. Reynolds number for a sphere. Parameter: surface roughness. —, smooth (Achenbach 1972); \times , $k/d_s = 25 \times 10^{-5}$; ∇ , $k/d_s = 150 \times 10^{-5}$; \circ , $k/d_s = 250 \times 10^{-5}$; \triangle , $k/d_s = 500 \times 10^{-5}$; \square , $k/d_s = 1250 \times 10^{-5}$.

Fig. 12. Drag coefficient of spheres with surface roughness [7]

Table 3. Parameters of external ballistics

Properties	Values
mass of golf ball, m	0.0459 kg
air density, ρ	1.125×10^3 kg/m ³
C_D ($Re \approx 4.75 \times 10^5$)	0.38
Diameter of golf ball, d	0.0426 m
Cross section area, A	1.425×10^{-3} m ²

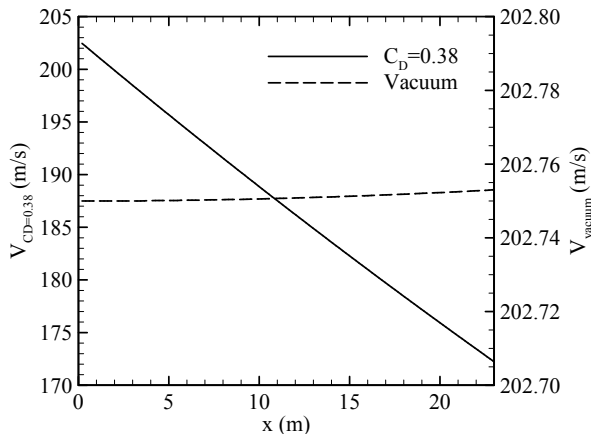


Fig. 13. Projectile speeds from external ballistics

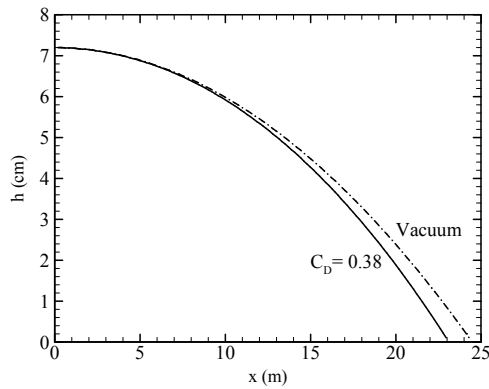


Fig. 14. Projectile trajectories from external ballistics

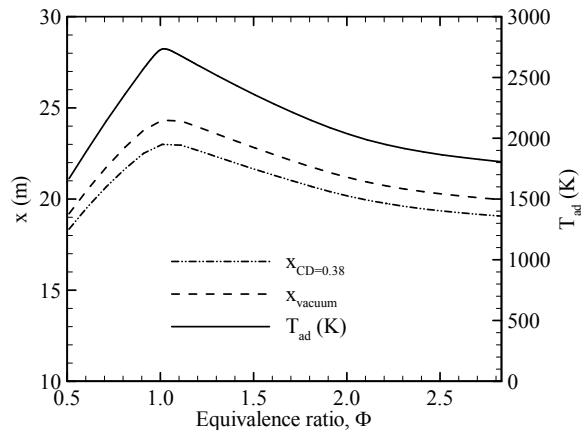


Fig. 15. Theoretical range of the potato gun

의하여 발생하는 항력으로 인하여 23 m 의 비행 구간 동안 약 30 m/s 가량의 속도 손실이 발생한다. Fig. 14는 진공 및 항력 조건에 대하여 탄체가 총구 높이, 7.2 cm 에서부터 지면에 낙하할 때까지의 탄도를 도시한 그림이다. 항력을 고려한 경우 사거리는 약 1.3 m 가량 줄어드는 것을 알 수 있다.

Table 4. Theoretical ranges of the potato gun depending on combustion conditions

Φ	Lean_limit $\Phi=0.51$	Stoi. $\Phi=1.0$	$T_{ad \text{ max}}$ $\Phi=1.01$	Rich_limit $\Phi=2.83$
$T_{ad}(K)$	1667.8	2727.5	2733.9	1805.9
$P_{ad}(MPa)$	0.56	0.92	0.93	0.61
$x_{C_D=0.38}$ (m)	18.35	22.95	23.00	19.06
x_{vacuum} (m)	19.19	24.27	24.32	19.96

Figure 15에 당량비 조건에 따라 표준 탄도 및 진공 탄도 해석에 의한 이론 사거리를 정리하였다. 이 결과에서 최대 사거리는 이론 당량비 조건에서 나타나며, 항력을 고려한 사거리는 진공탄도 사거리보다 전반적으로 1 m 내외, 평균적으로 약 4.7% 더 짧게 나타났다. Table 4 최소 및 최대 당량비 조건, 이론 당량비 조건 및 최대 온도 조건에서의 표준 및 진공 사거리를 정리하였다.

III. 감자총 사거리 시험

3.1 시험장치 구성

본 논문에서 고려한 감자총의 경우, 공급되는 연료량을 정확히 알 수 없으므로, 가연 한계 범위에서 예측된 이론 사거리와 시험에서 얻어진 사거리를 비교하여 각 시험에 해당하는 연소조건을 역으로 추정하여 볼 수 있다. 이를 위한 감자총의 사거리 측정을 위하여 Fig. 16과 같은 시험장치를 구성하였다. 시험의 재현성을 위해 수평계를 이용하여 지면과 총구의 수평을 유지하였고, 발사대를 제작하여 지면에서부터 총구의 높이(h)를 7.2 cm로 유지하였다.



Fig. 16. Configuration of a Potato Gun

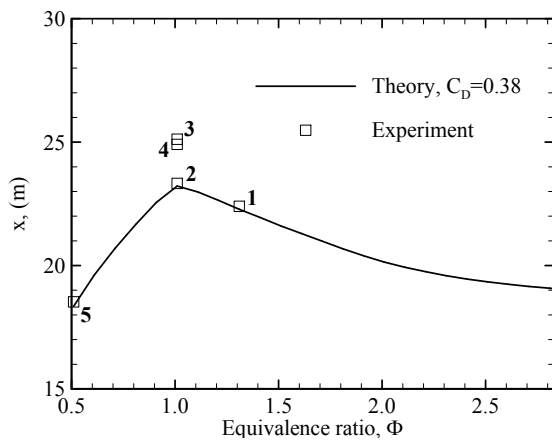


Fig. 17. Projectile flight distance with respect to equivalence ratio, Φ

Table 5. Measured ranges of the potato gun

Shot	1	2	3	4	5
x_E (m)	22.40	23.33	25.12	24.91	18.53

3.2 감자총 사거리와 연소조건

여러 차례 시험을 실시한 후 얻어진 감자총의 사거리, x_E 를 Table 5에 정리하였으며, Fig. 17에 이론 사거리와 시험 사거리를 비교하였다. 이 결과에서 실험 조건의 당량비를 알 수 없으므로 실험 결과와 유사한 이론 사거리를 가지는 당량비 조건에 실험 결과를 표시하였으며, 이는 실험 조건의 추정치에 해당하는 것으로 생각할 수 있다.

본 실험의 결과는 이론 추정치 보다 대체로 긴 사거리를 보여 주며, 특히 Fig. 17에서 3,4의 경우를 보면, 최대 이론 사거리보다 더 긴 사거리가 나타남을 알 수 있다. 이는 표준 탄도 이론에서 고려하지 않은 추가적인 외력이 발생하였기 때문으로 여겨진다. 즉, 에어소프트 건의 사거리 증가용 hop-up (High Operation Power Up) 장치에서처럼, 강내에서 마찰과 유격에 의하여 역회전 방향의 탄체 회전이 발생하였기 때문으로 여겨진다. 따라서 공기 중을 비행하는 구형 탄체의 회전운동에 의하여 Magnus 효과에 따른 양력이 발생하여 사거리가 증가된 것으로 여겨진다. 참고로 본 실험에 관측된 모든 결과는 좌측으로 편향된 탄도를 보여 주었다.

IV. 결 론

본 논문에서는 일반적으로 취미활동으로 제작되는 감자총에 공학적 이론을 적용하여 성능 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 정적 연소실의

화학 평형 해석을 이용하여 연소실의 압력을 계산하고, 팽창과정의 열역학 해석을 통하여 열에너지가 운동에너지로 변환되는 내탄도 과정을 계산하였다. 아울러 공기역학적 지식을 도입한 구형 탄도 궤적 해석을 통하여 비행거리를 추정할 수 있었으며, 이를 통하여 감자총의 에너지 변환 효율 및 혼합기의 당량비를 추정하였다.

본 연구결과로부터 감자총의 이론 해석 및 시험 과정은 공학 교육과정에서 학습한 지식과 도구를 이용하여 실험 결과를 충분한 정확도로 예측 가능함을 보여 주었고, 이론과 실험의 차이를 추론할 수 있는 추가적인 토의 및 연구 소재를 제공함으로써, 학부 수준의 열-유체역학 공학 지식을 활용하여 학생들의 관심을 유발할 수 있는 적당한 설계 과제로 여겨진다.

후 기

본 과제는 국방과학연구소의 2012년도 국제공동기초연구 (계약번호 UD120055CD) 및 미래창조과학부의 2013년도 우주핵심기술개발사업 (과제번호 2013M1A3A3A02042430)의 일부 지원으로 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

References

- 1) Pierson, H.M., and Price, D.M., "The Potato Cannon; Determination of Combustion Principles for Engineering Freshmen", *Chemical Engineering Education*, Spring, 2005 pp. 156-159.
- 2) Turns, S. R., "An Introduction to Combustion: Concepts and Applications", 3rd Ed., McGraw-Hill, 2012.
- 3) NASA CEA., http://www.grc.nasa.gov/WWW/C_EAWeb/ceaHome.html.
- 4) Mungan, C.E., "Internal Ballistics of a Pneumatic Potato Cannon", *Eur. J. Phys.*, 2009, pp.453-457.
- 5) Sasoh, A., Shinji O., and Kazuyoshi T., "Quantitative effects of projectile-launch tube wall friction on ballistic range operation." *AIAA Journal*, Vol.38 No.9, 2000, pp.1709-1715.
- 6) Sutton, G.P., Biblarz, O., "Rocket Propulsion Elements", 8th Ed., Wiley, 2010.
- 7) Achenbach, E., "Experiments on the Flow Past Spheres at Very High Reynolds Numbers", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 54, No.3, 1972, pp. 565-575.