

# TDOA/FDOA 융합 기반 신호원의 위치추정 및 성능 분석

김 동 규\*, 김 용 희\*, 한 진 우\*\*, 송 규 하\*\*, 김 형 남<sup>o</sup>

## Emitter Geolocation Based on TDOA/FDOA Measurements and Its Analysis

Dong-Gyu Kim\*, Yong-Hee Kim\*, Jin-woo Han\*\*, Kyu-Ha Song\*\*, Hyoung-Nam Kim<sup>o</sup>

### 요 약

TDOA (time difference of arrival)와 FDOA (frequency difference of arrival) 정보를 동시에 이용하는 신호원 위치추정 기법은 단일 정보를 이용하는 경우에 비해 높은 정확도를 가지는 장점을 가지고 있다. 이러한 위치추정 기법의 추정성능은 수신단 쌍의 조합, 수신단의 기하학적 배치 특성 및 속도 등의 다양한 운용변수에 따라 크게 달라진다. 그러므로 전자전 시스템의 효율적인 운용을 위해서는 다양한 운용 조건에 따른 사전 성능 분석이 요구된다. 하지만 기존의 비 반복적인 위치추정 방법은 기준 수신단의 설정 및 수신단 배치 형태에 제약을 가진다. 따라서 본 논문에서는 임의의 다양한 수신단 조합과 배치 형태에서 적용이 가능한 Gauss-Newton 기법을 유도하고 이를 통해 위치추정을 수행한다. 또한 모의실험을 통해 TDOA/FDOA 융합 기반 위치추정 방법과 단일 TDOA 또는 FDOA를 독립적으로 사용했을 때의 성능을 비교 분석하고 CEP (circular error probability) 평면을 이용하여 융합 기반 위치추정 방법이 독립적 방법에 비해 상대적으로 높은 추정 성능을 가짐을 보인다.

**Key Words** : Electronic warfare, Localization, TDOA, FDOA, CRLB

### ABSTRACT

The emitter geolocation method using the time difference of arrival (TDOA) and the frequency difference of arrival (FDOA) has more accurate performance comparing to the single TDOA or FDOA based method. The estimation performance varies with the sensor paring strategies, the deployment and velocities of the sensors. Therefore, to establish effective strategy on the electronic warfare system, it is required to analyze the relation between the estimation accuracy and the operational condition of sensors. However, in the conventional non-iterative method, the restriction of the deployment of sensors and the reference sensor exists. Therefore, we derive the emitter geolocation method based on a Gauss-Newton method which is available to apply to any various sensor pairs and the deployment and velocities of the sensors. In addition, simulation results are included to compare the performance of geolocation method according to the used measurements: the combined TDOA/FDOA, TDOA, and FDOA. Also, we present that the combined TDOA/FDOA method outperforms over single TDOA or FDOA on the estimation accuracy with the CEP plane.

※ 본 연구는 2011년 국방과학연구소의 “FDOA 위치탐지기술 연구”에 대한 연구용역으로 이루어졌음.

◆ 주저자 : 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과, dkcspl@pusan.ac.kr, 학생회원

◦ 교신저자 : 부산대학교 전자공학과, hnkim@pusan.ac.kr, 중신회원

\* 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과, yongheekim@pusan.ac.kr

\*\* 국방과학연구소, yahoo@add.re.kr, khsong@add.re.kr

논문번호 : KICS2013-05-209, 접수일자 : 2013년 5월 9일, 최종논문접수일자 : 2013년 8월 28일

## I. 서 론

최근 전자전에서 비협조적 신호원의 고정밀 위치 추정에 대한 필요성이 증가됨에 따라 기존의 도래 각 정보가 아닌 TDOA (time difference of arrival) 및 FDOA (frequency difference of arrival)와 같은 이차(quadratic) 정보를 이용하는 방법에 관한 연구가 활발하게 진행되고 있다<sup>1,2</sup>. 그 중 [1]은 TDOA 단일 정보를 기반으로 BLUE (best linear unbiased estimator) 추정기를 이용하여 연산량을 감소시켰으며, [2]는 FDOA 단일 정보를 기반으로 위치추정 성능의 이론적 분석을 제시하였다. TDOA와 FDOA는 두 수신단에서 측정된 수신신호 간의 도착시간과 도플러 주파수 차이를 의미하며, 각 측정값에 대응하는 위치선(line of position, LOP)의 교점을 추정하여 신호원의 위치 정보를 얻어낸다. 이러한 신호원 위치추정은 잡음 및 채널환경을 고려하여 원 수신신호로부터 TDOA와 FDOA 정보를 측정(measurement)하는 단계와 측정값을 이용하여 신호원 위치를 추정(estimation)하는 단계로 구성된다<sup>3</sup>. TDOA/FDOA 융합 기반 위치추정 시스템의 측정단계에서 측정 성능 향상을 위한 다양한 방법들이 제안되었으며, 대표적으로 각 수신단에서 독립적으로 측정된 TOA (time of arrival)와 도플러 주파수(Doppler frequency)의 차분 값을 계산하는 방법과 복합 모호 함수(complex ambiguity function, CAF)를 이용하여 원 수신신호로부터 두 정보를 동시에 얻어내는 방법이 있다. TDOA와 FDOA의 상관관계를 이용하는 CAF 기반 방법은 측정값을 동시에 효율적으로 구할 수 있으며, 비교적 높은 정확도를 보이는 것으로 알려져 있다<sup>4,5</sup>.

신호원 위치추정 단계에서 추정 정확도는 수신단과 신호원의 기하학적 배치에 따른 위치선의 교차 특성에 의해 큰 영향을 받는다. 일반적으로 측정값에 대응하는 각 위치선이 서로 직각에 가깝게 교차할수록 우수한 추정 성능을 가지게 된다<sup>6</sup>. TDOA의 경우, 특정 측정값에 대응하는 위치선이 항상 쌍곡선의 형태를 가지는데 비해 FDOA에 의한 위치선은 임의의 폐곡선을 이루며, 이 때 폐곡선의 형태는 수신단과 신호원의 배치와 속도벡터에 의해 결정된다. 따라서 하나의 수신단 쌍에서 측정된 TDOA와 FDOA에 의한 각 위치선은 단일 정보를 이용하는 경우에 비해 상대적으로 직각에 가깝게 교차하는 경향성이 높아 보다 정확한 추정 성능을 기대할 수 있다. 또한 단일 TDOA 또는 FDOA 정

보를 이용하여 신호원의 위치를 추정하기 위해서는 2개 이상의 수신단 쌍이 필요하다. 반면에 TDOA와 FDOA를 동시에 이용하는 경우 동일한 수의 수신단 운용을 통해 두 배의 정보량을 사용할 수 있다. 이러한 이유로 TDOA와 FDOA를 동시에 사용하는 위치추정 방법이 측정과 위치 추정 과정에서 단일 정보를 이용하는 방법에 비해 선호도가 증가하는 추세에 있다. 최근에는 TDOA 단일정보를 이용한 닫힌 해(closed form solution)를 구하는 방법<sup>7</sup>을 바탕으로 TDOA와 FDOA 정보를 이용하여 닫힌 해를 얻어내는 방법이 제안되었다<sup>8</sup>. 하지만 이 방법은 종속 미지 변수를 정의하기 위해 각 수신단 쌍이 모두 동일한 기준 수신단을 공유하는 집중형(centralized) 배치가 전제되어야 하며 추정 과정에서 특이(singular) 행렬이 존재하지 않기 위해 일직선 및 평면상에 위치하지 않도록 운용하여야 한다. 이러한 운용상의 제약은 수신단을 일직선상에 배치하거나 같은 방향으로 동일한 고도 및 속도로 운용하는 일반적인 전자전 상황에는 적용하기 어려운 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 임의의 수신단 조합에 따른 다양한 운용조건에서 신호원의 위치를 추정하기 위해서 TDOA/FDOA 융합정보에 대한 Gauss-Newton 기법을 유도하고 이를 이용하여 신호원 위치를 추정하는 방법을 제시한다. 이 방법을 사용함에 있어서 문제가 될 수 있는 초기값 설정에 의한 수렴 여부 문제는 전자전 운용시스템에서 주어지는 사전 정보를 통해 해결할 수 있다<sup>9</sup>. 또한 다양한 운용조건과 사용되는 측정 정보의 종류에 따른 추정 성능을 정량적이고 효과적으로 분석하고 비교하기 위해 CEP 평면을 도입한다. CEP 평면은 주어진 특정 수신단 배치에서 신호원의 위치에 따른 추정 성능의 전반적인 분포 형태를 확인할 수 있다는 장점이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 TDOA 및 FDOA 신호모델을 설명한 후, III장에서 TDOA/FDOA 융합기반의 Gauss-Newton 기법을 이용한 위치추정 방법을 유도하고 그 과정을 설명한다. IV장에서는 다양한 운용조건과 측정 정보의 종류에 따른 추정 성능을 비교 분석하기 위한 CEP 평면을 제시하고, V장에서 CEP 평면 및 Gauss-Newton 알고리즘을 적용한 모의실험을 통해 제안된 TDOA/FDOA 융합기반의 위치추정 방법의 성능을 분석하고, 주어진 기하학적 배치 조건에서의 추정성능을 분석하여 TDOA 및 FDOA 단일정보를

이용한 위치추정 방법에 비해 효율성 및 정확도에  
서 이점을 가지는 것을 검증한다. 마지막으로 VI장  
에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## II. TDOA 및 FDOA 신호 모델

TDOA는 신호원으로부터 전파된 신호가 두 수신  
단에 도착된 시간차이를 의미하며, 수신단과 각 수  
신단 사이의 거리 차에 의해 식 (1)과 같이 결정된  
다<sup>[8]</sup>.

$$\tau = \Delta r_{1,2}/c = (|r_1| - |r_2|)/c \quad (1)$$

여기서  $r_1$ 과  $r_2$ 는 신호원과 각 수신단 사이의  
거리벡터이며  $c$ 는 빛의 속도이다. 특정 TDOA 측정  
값에 의한 위치선은 두 수신단 ( $s_1, s_2$ )을 초점으  
로 하는 쌍곡선의 형태를 가진다. 식 (1)에서  
TDOA 위치선은 신호원과 수신단 간 거리의 영향  
만 받으므로 신호원과 수신단이 동일한 위치에 존  
재할 경우 속도벡터에 무관하게 동일한 형태의 쌍  
곡선을 가진다.

FDOA는 두 수신단에서 측정된 도플러 주파수의  
차이 값을 의미하며, 각 도플러 주파수는 신호원과  
수신단 간의 상대 시선속도(radial velocity)에 비례  
하여 식 (2)와 같이 정의된다.

$$f' = f_c(1 + \frac{v \cdot i}{c}) \quad (2)$$

$$f' = f_c(1 + \frac{|v|}{c} \cos(\alpha))$$

여기서  $f_c$ 는 전송 주파수,  $v$ 는 수신단의 속도벡  
터,  $i$ 는 신호원과 수신단을 연결하는 벡터의 단위벡  
터, 그리고  $\alpha$ 는 가시선(line of sight)과 속도벡터  
간의 방향각을 나타낸다. 두 수신단의 FDOA 값은  
측정된 각 도플러 주파수 차를 계산하여 식 (3)과  
같이 계산된다<sup>[8]</sup>.

$$\nu = \frac{f_c}{c}(v_1 \cdot i_1 - v_2 \cdot i_2) \quad (3)$$

여기서  $v_1, v_2$ 는 각 수신단의 속도벡터,  $i_1, i_2$   
는 신호원과 각 수신단간의 단위 위치벡터를 의미  
한다. 측정된 특정 FDOA 값에 의한 위치선은 수신  
단의 위치와 속도에 영향을 받는다. 따라서 TDOA

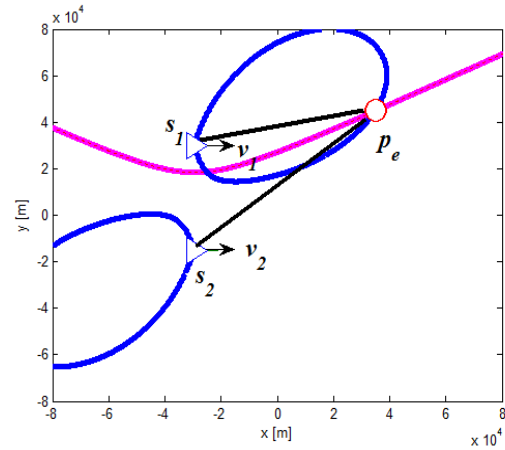


그림 1. 신호원(원) 및 수신단(삼각형)에 의한 등  
TDOA/FDOA 곡선  
Fig. 1. TDOA/FDOA curve by emitter (circle) and  
receiver (triangle).

의 경우와 달리 신호원과 수신단의 위치가 동일한  
상황에서도 수신단의 속도벡터에 따라 임의의 폐곡  
선의 형태를 가진다. 그림 1은 두 수신단이 동일한  
속도벡터를 가질 때의 TDOA 곡선과 FDOA 곡선  
의 형태를 도시하고 있다. 이러한 곡선은 특정  
TDOA 및 FDOA 값이 측정되었을 때, 예상되는  
신호원 위치의 집합을 의미한다. 그러므로 단일  
TDOA 또는 FDOA 정보를 이용하여 신호원의 위  
치를 추정하는 경우에는 2개 이상의 위치선의 교점  
을 얻기 위해 최소한 3개 이상의 수신단을 운용해  
야 한다. 반면 하나의 수신단 쌍에서 TDOA와  
FDOA 정보를 동시에 이용하게 되면 보다 적은 수  
의 수신단의 운용을 통해 다수의 측정값을 얻을 수  
있다.

신호원 위치추정 정확도는 일반적으로 사용되는  
측정값의 수가 증가할수록 높아지는 경향이 있으나  
측정값의 종류, 수신단 쌍의 조합, 수신단의 기하학  
적 배치, 수신단의 속도벡터, 그리고 측정오차 값에  
따라 크게 영향을 받는다. 따라서 이러한 다양한 요  
인에 의한 위치추정 성능을 분석하여 각각의 상황  
에 맞는 최적의 운용조건을 찾는 과정이 필요하다.

## III. LS기반 TDOA/FDOA 위치추정

TDOA 및 FDOA를 이용한 신호원 위치추정은  
다수의 수신단 쌍으로부터 얻어진 이차 곡선의 교  
점 추정을 통하여 이루어진다. 이러한 이차 위치추  
정 문제의 해는 비 반복적 방법과 반복적 방법으로  
구할 수 있다. 비 반복적인 방법은 닫힌 형태의 해  
를 유도하여 초기치 및 수렴문제가 없는 장점이 있

으나, 차분 정보를 얻기 위한 각 수신단 쌍이 모두 하나의 동일한 기준 수신단을 포함해야 하며 일직선 및 평면상 배치가 불가능한 제약조건이 존재한다<sup>[8]</sup>. 이에 반해, 반복적인 방법은 수신단 쌍의 조합 및 배치의 제약이 없으므로 열악한 전자전 신호 수집 환경에 대처하기에 적합하다. 반복적 위치추정 방법은 비선형 추정문제를 테일러 급수 전개를 통해 선형화하고, LS (least square) 최적해를 반복적으로 계산하여 구하며 Newton-Raphson 기법과 Gauss-Newton 기법이 사용된다. Gauss-Newton 기법은 Newton-Raphson 기법과는 달리 이차 편미분 함수를 유도할 필요가 없다는 이점이 있다. 본 장에서는 임의의 수신단 쌍의 조합 및 배치에서 신호원의 위치를 추정하기 위하여 TDOA/FDOA 정보를 이용한 Gauss-Newton 기반의 위치추정 기법을 유도한다.

추정된 TDOA 및 FDOA 값은 식 (4)와 같이 원 신호성분에 오차가 더해진 형태를 가진다.

$$\mathbf{m}(n) = \mathbf{s}(n; \mathbf{p}_e) + \boldsymbol{\sigma}(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{p}_e$ 는 신호원 위치,  $\mathbf{s}(n; \mathbf{p}_e)$ 는 신호모델,  $\boldsymbol{\sigma}(n)$ 은 측정오차,  $\mathbf{m}(n)$ 은 측정값,  $N$ 은 시간에 대한 샘플 수를 나타내며, 각각은 다음 식 (5)와 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_e &= [p_x \ p_y]^T \\ \mathbf{s}(n; \mathbf{p}_e) &= [\tau_1(n) \ \nu_1(n) \cdots \tau_M(n) \ \nu_M(n)]^T \quad (5) \\ \boldsymbol{\sigma}(n) &= [\sigma_{\tau_1}(n) \ \sigma_{\nu_1}(n) \cdots \sigma_{\tau_M}(n) \ \sigma_{\nu_M}(n)]^T \end{aligned}$$

식 (5)의  $\tau_i$ 와  $\nu_i$ 는  $i$  번째 수신단의 TDOA 및 FDOA 측정값이고,  $\sigma_{\tau_i}(n)$ 는  $i$  번째 수신단의 TDOA 오차,  $\sigma_{\nu_i}(n)$ 는 FDOA 측정오차이며  $M$ 은 TDOA와 FDOA 측정값의 수로 이는 수신단 쌍의 수와 같다. LS 추정은 측정값과 추정 신호성분의 차를 식 (6)과 같은 비용함수로 정의하고 이를 최소화하는 최적해  $\hat{\mathbf{p}}_e$ 를 찾는다.

$$\mathcal{J}(\hat{\mathbf{p}}_e) = (\mathbf{m} - \mathbf{s}(\hat{\mathbf{p}}_e))^T \mathbf{W} (\mathbf{m} - \mathbf{s}(\hat{\mathbf{p}}_e)) \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{W}$ 는 각각의 측정값에 가중치를 부여하

기 위한 가중 행렬(weighted matrix)이며, 일반적으로 측정오차 공분산 행렬의 역행렬을 사용한다<sup>[5]</sup>. TDOA 및 FDOA 측정오차가 각각 가우시안 분포를 따르고 서로 다른  $i$  번째 측정값이 비상관이면 공분산 행렬  $\mathbf{C}$ 는 다음 식 (7)과 같이 구성된다<sup>[13]</sup>.

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \text{diag}[\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_M] \quad (7) \\ \mathbf{C}_i &= \begin{bmatrix} \sigma_{\tau_i}^2(n) & \sigma_{\tau_i}(n)\sigma_{\nu_i}(n) \\ \sigma_{\nu_i}(n)\sigma_{\tau_i}(n) & \sigma_{\nu_i}^2(n) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

TDOA 및 FDOA 신호모델은 추정 파라미터에 대해 비선형 함수로 표현되므로 선형 LS 문제와는 달리 닫힌 해가 존재하지 않는다. 따라서 테일러 급수 전개를 통해 비선형 신호모델을 선형화한 후,  $\Delta \mathbf{p}_e$  (nominal position)을 구하여 추정치를 반복적으로 갱신하는 Gauss-Newton 기법을 적용한다. 이때  $\Delta \mathbf{p}_e$ 는 식 (8)과 같이 계산되며 그 결과 값을 이용하여 식 (9)와 같이 현재 추정치를 갱신한다.

$$\Delta \mathbf{p}_e = (\mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{s}(\mathbf{p}_e^k)) \quad (8)$$

$$\mathbf{p}_e^{k+1} = \mathbf{p}_e^k + \Delta \mathbf{p}_e \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{H}$ 는 자코비안(jacobian) 행렬로 식 (10)과 같이 정의되며, 각 원소는 추정 파라미터와 각 측정값과의 1차 편미분 함수에 의해 결정된다.

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{s}(n; \mathbf{p}_e)}{\partial \mathbf{p}_e} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_1(n)}{\partial p_x} & \frac{\partial \tau_1(n)}{\partial p_y} \\ \frac{\partial \nu_1(n)}{\partial p_x} & \frac{\partial \nu_1(n)}{\partial p_y} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \tau_M(n)}{\partial p_x} & \frac{\partial \tau_M(n)}{\partial p_y} \\ \frac{\partial \nu_M(n)}{\partial p_x} & \frac{\partial \nu_M(n)}{\partial p_y} \end{bmatrix} \quad (10)$$

즉, Gauss-Newton 기법 기반의 신호원 위치추정 방법은 추정 파라미터에 대한 초기값을 지정 한 후, 그림 2와 같은 과정을 거쳐 최종 추정치를 계산한다.

이 과정에서 Gauss-Newton 방법의 초기값에 의한 발산 문제는 다른 수신단의 정보를 사용하거나 관심지역 및 전형적으로 추정되는 거리에 있는 값

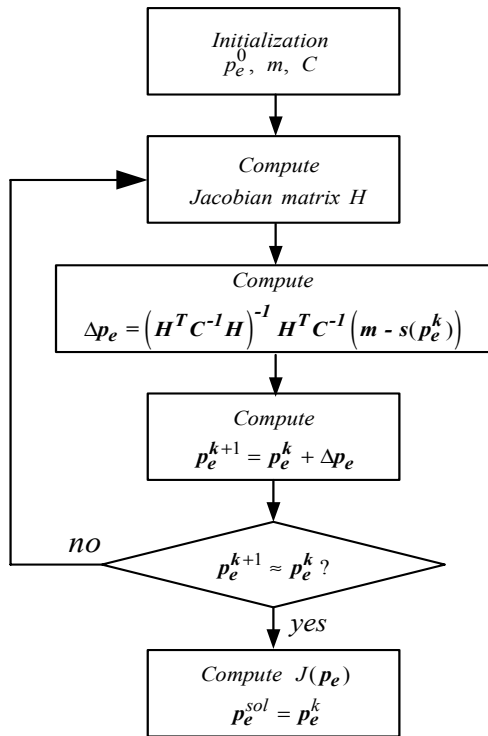


그림 2. TDOA/FDOA 위치추정 알고리즘 순서도  
Fig. 2. TDOA/FDOA geolocation algorithm.

을 알고리즘의 입력인 신호원 위치의 추정 초기값으로 설정하여 극복한다<sup>9)</sup>. 또한,  $H^T C^{-1} H$ 의 역행렬을 구할 때는 수치해석적으로 근사 특이(singular)한 경우가 생겨 발산할 수 있으므로 특이값 분해(SVD)를 통해 선형독립(linearly Independent)화하는 방법을 이용한다<sup>12)</sup>.

#### IV. 위치추정 성능분석을 위한 CEP 평면

신호모델과 오차요인의 확률 특성에 의해 관측모델의 확률밀도함수(probability density function, pdf)가 주어진 경우, 불편 추정기(unbiased estimator)의 최소 분산값은 CRLB (Cramer Rao Lower Bound)에 의해 결정되며, 이는 추정기의 이론적인 최적 성능을 의미한다<sup>10)</sup>. 본 장에서는 이러한 CRLB를 통하여 수신단의 기하학적 배치 및 속도와 TDOA 및 FDOA 기반 위치추정의 최적 성능을 분석하는 방법을 제시한다. 이를 위해 먼저 주어진 운용조건에 해당하는 TDOA/FDOA 신호모델을 통해 CRLB와 오차타원을 유도하고, 임의의 신호원 위치에서의 추정 정확도를 도출하기 위해 2차원 평면상의 모든 지점에서 CEP (circular error probability)를 도출한다.

CRLB는 FIM (Fisher Information Matrix)의 역행렬로 정의되며, 이 때 FIM은 관측모델에 포함된 추정 파라미터에 대한 총 정보량을 의미한다<sup>10)</sup>. 추정 파라미터가 벡터일 경우 FIM은 행렬로 정의되며 각 원소는 식 (11)과 같이 정의된다.

$$[I(\mathbf{p}_e)]_{ij} = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{m}; \mathbf{p}_e)}{\partial p_{e_i} \partial p_{e_j}} \right] \quad (11)$$

여기서  $p(\mathbf{m}; \mathbf{p}_e)$ 는 관측 데이터 모델의 확률밀도함수이다. 추정오차가 가우시안 분포를 가진다고 가정하면  $p(\mathbf{m}; \mathbf{p}_e)$ 는 식 (12)와 같고 최종 FIM은 식 (13)과 같이 된다<sup>10)</sup>.

$$p(\mathbf{m}; \mathbf{p}_e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^M |\mathbf{C}|^{1/2}} \times \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{s}(\mathbf{p}_e))^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{s}(\mathbf{p}_e)) \right] \quad (12)$$

$$I(\mathbf{p}_e) = \mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H} \quad (13)$$

앞서 설명한 바와 같이 CRLB는 FIM의 역행렬로 정의되므로 CRLB 행렬은 다음 식 (14)와 같다.

$$\mathbf{C}_{\text{CRLB}} = \mathbf{I}^{-1}(\mathbf{p}_e) = (\mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (14)$$

신호원의 위치 추정치의 공간적 분포 특성을 시각적으로 도출하여 분석하기 위해, 식 (14)와 같이 정의된 CRLB의 고유치와 고유벡터에 기반한 오차 타원(error ellipse)이 주로 이용된다<sup>6)</sup>. 추정 파라미터가 2개인 경우 2차원 평면상에 오차타원을 도출할 수 있으며, 이를 통해 신호원의 기하학적 배치 및 속도에 의한 추정치의 공간적 분포 특성을 보다 직관적으로 분석할 수 있다. 이를 위해, 먼저 FIM을 식 (15)와 같이 변환하여 CRLB 행렬의 고유치와 고유벡터를 구한다.

$$I(\mathbf{p}_e) = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T = [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T \\ \mathbf{q}_2^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{p}_e^T \mathbf{C}_{\text{CRLB}}^{-1} \mathbf{p}_e = \mathbf{p}_e^T [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T \\ \mathbf{q}_2^T \end{bmatrix} \mathbf{p}_e = k \quad (16)$$

식 (16)에서  $k$ 는 위치 추정치가 오차타원 내부에 존재할 확률  $P$ 에 대응하는 변수이며 식 (17)과 같이 정의된다<sup>11)</sup>.

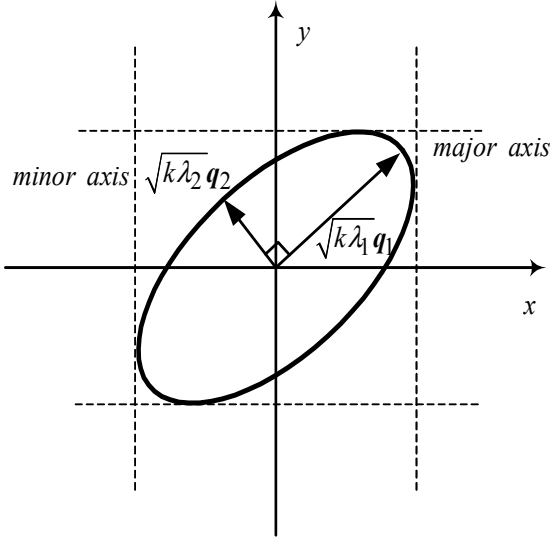


그림 3. 타원과 고유치 및 고유벡터의 관계  
Fig. 3. Relation between eigenvalue, eigenvector and ellipse.

$$k = -2 \ln(1 - P), \quad 0 < P < 1 \quad (17)$$

즉 그림 3에서와 같이 임의의 확률  $P$ 에 해당하는 오차타원의 장축과 단축의 방향은 CRLB 행렬의 고유벡터, 길이는 고유치에 의해 결정된다. 이러한 오차타원은 수신단의 기하학적 배치가 주어졌을 때 신호원의 특정한 하나의 위치에 대한 추정성능만 분석할 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 주어진 수신단의 배치와 속도에 대해 2차원 평면상의 모든 지점의 신호원에 대한 추정성능 분석이 필요하다.

기존 성능분석 방법인 오차타원은 2차원 평면의 모든 지점의 성능분석이 어려우므로, 본 논문에서는 각 지점의 오차타원을 통해 유도되는 CEP<sup>[9]</sup> 값을 도시한 CEP 평면을 도입한다.

$$CEP \cong 3/4 \sqrt{a^2 + b^2} \quad (18)$$

여기서  $a$ 와  $b$ 는 각각 오차타원의 장축과 단축을 나타내며 그림 3에 나타난 바와 같이 다음 식 (19)와 같은 관계를 가진다.

$$a = \sqrt{k\lambda_1}, \quad b = \sqrt{k\lambda_2} \quad (19)$$

그림 4는 2개의 수신단이 그림 1과 같이 위치하고 TDOA와 FDOA를 동시에 이용하였을 때의 CEP 평면을 나타내고 있다. 신호원이 수신단을 연

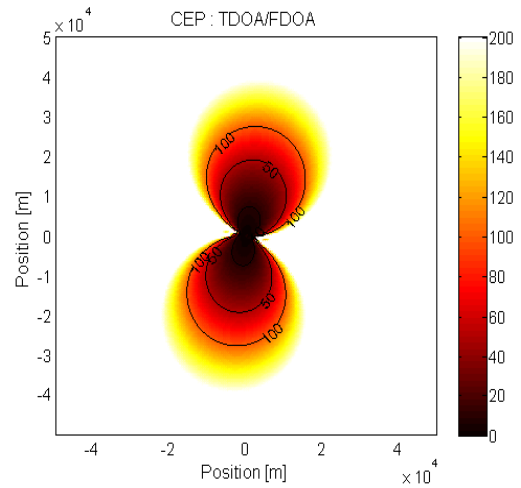


그림 4. TDOA/FDOA CEP 평면  
Fig. 4. TDOA/FDOA CEP plane.

결하는 기저선(baseline) 상에 위치하는 경우 CEP 값이 매우 커지므로 매우 열악한 위치추정 성능을 가지는 것을 확인할 수 있다. 이와 같이 제시된 CEP 평면을 활용하면, 2차원 전 영역의 위치추정 성능을 효과적으로 확인하고 분석할 수 있다.

### V. 모의실험 결과

본 장에서는 수신단이 기존 비 반복적 위치추정 방법으로 수행이 불가능한 두 가지 특정 배치형태로 2차원 평면상에 존재할 때, TDOA 또는 FDOA 단일정보를 이용한 경우와 TDOA와 FDOA 정보를 동시에 사용한 경우의 위치추정 성능을 CEP 평면을 이용하여 확인한다. 또한 III장에서 유도된 Gauss-Newton 방법에 기반하여 신호원의 위치를 추정하고 RMSE (root mean square error)값을 비교하여 위치추정 성능을 분석한다.

#### 5.1.CEP 평면을 이용한 단일, 복합정보 성능분석

본 절에서는 CEP 평면을 이용하여 수신단의 기

표 1. 모의실험 주요변수  
Table 1. Important parameter for simulation

	TDOA	FDOA	Hybrid
The number of sensors	3		2
TDOA standard deviation error [ns]	10	X	10
FDOA standard deviation error [Hz]	X	5	5
Error ellipse probability $P$	0.5		

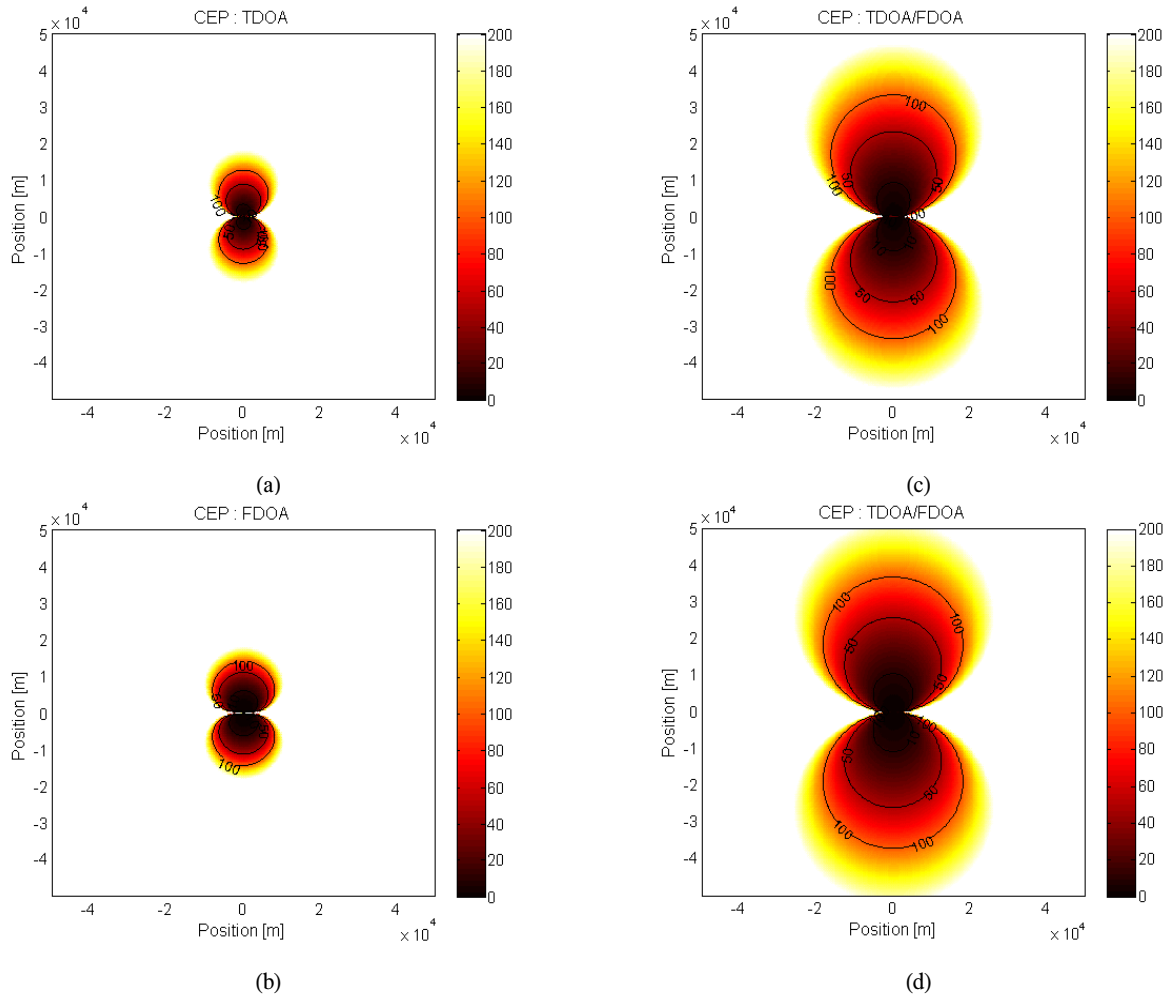


그림 5. 운용조건 1에서 측정정보에 따른 CEP 평면 (a) TDOA (b) FDOA (c) 세 수신단에서의 TDOA/FDOA (d) 두 수신단에서의 TDOA/FDOA

Fig. 5. CEP planes for the scenario 1: (a) TDOA, (b) FDOA, (c) TDOA/FDOA measurements by three sensors and (d) TDOA/FDOA measurements by two sensors.

표 2. 운용조건 1의 수신단 위치 및 속도  
Table 2. Position and velocity of sensors for scenario 1

수신단 #	$s_x [m]$	$s_y [m]$	$v_x [m/s]$	$v_y [m/s]$
1	-2500	0	300	0
2	0	0	300	0
3	2500	0	300	0

하학적 배치에 따른 TDOA/FDOA 융합 기반 신호원 위치추정 성능을 분석한다. 이를 위해 주요 변수는 표 1과 동일하게 설정하고, 표 2, 3과 같은 두 가지 수신단 배치 및 속도에 대해 CEP 평면을 도출한다. CEP 평면은 x-y축 방향으로 각각  $\pm 50\text{km}$ 의 범위를 가지며, 500m 간격의 모든 지점에서 CEP 값을 계산하였다. 또한 보다 효과적인 분석을 위해

표 3. 운용조건 2의 수신단 위치 및 속도  
Table 3. Important parameter for simulation scenario 2

수신단 #	$s_x [m]$	$s_y [m]$	$v_x [m/s]$	$v_y [m/s]$
1	0	-2500	300	0
2	0	0	300	0
3	0	2500	300	0

CEP 값이 50m와 100m인 지점을 연결한 곡선을 표시하였다.

운용조건 1의 경우에서 도출된 CEP 평면은 그림 5와 같으며, 그림 5(a)와 (b)는 각각 단일 TDOA와 FDOA 정보를 사용했을 때의 신호원 위치에 따른 CEP 값을 보여준다. 이 경우 각 수신단을 연결하는 기저선 근처에 신호원이 위치하는 경우 CEP가

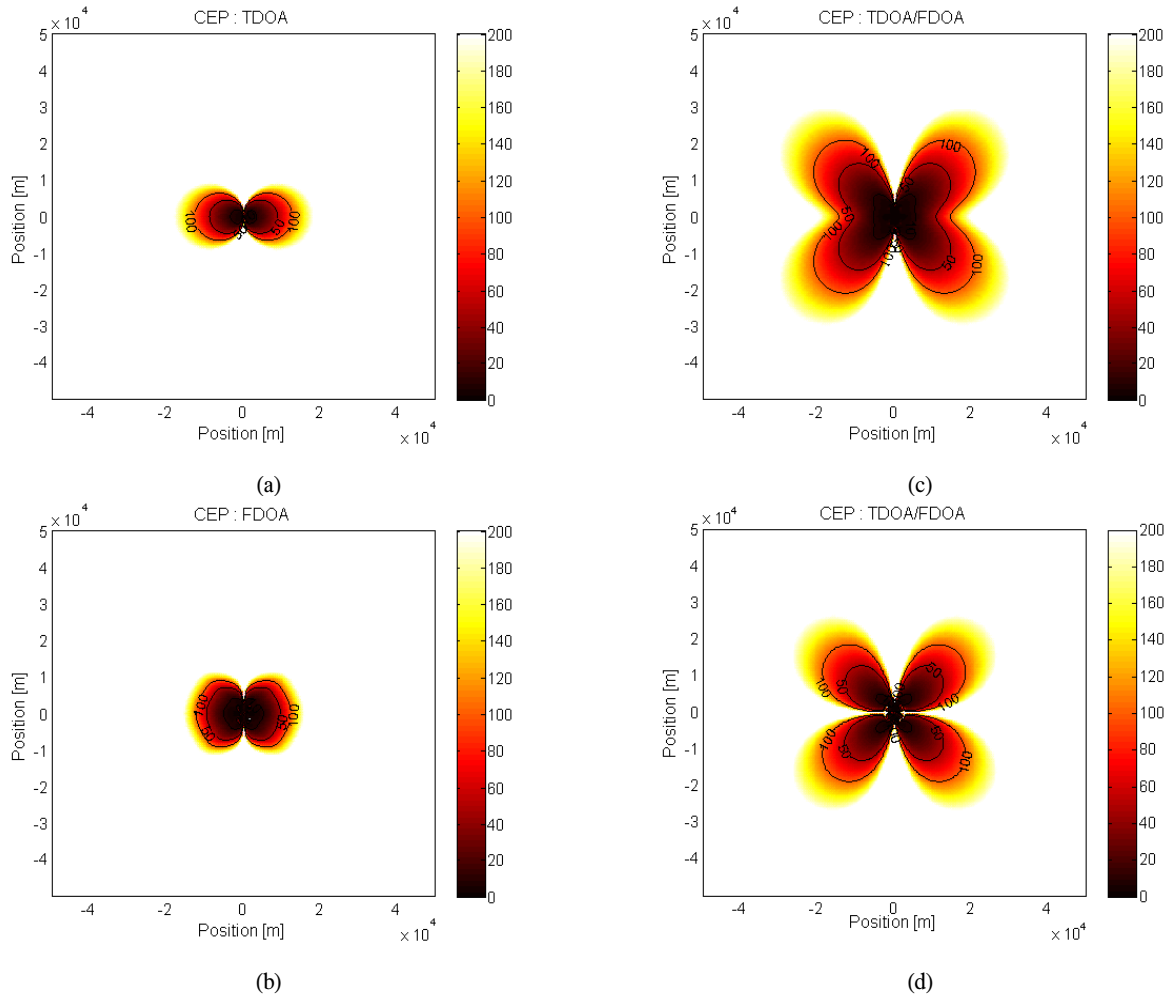


그림 6. 운용조건 2에서 측정정보에 따른 CEP 평면 (a) TDOA (b) FDOA (c) 세 수신단에서의 TDOA/FDOA (d) 두 수신단에서의 TDOA/FDOA  
 Fig. 6. CEP planes for the scenario 2: (a) TDOA, (b) FDOA, (c) TDOA/FDOA measurements by three sensors and (d) TDOA/FDOA measurements by two sensors.

200m를 넘어가며, 그 이외의 약 10~15km 내에서만 CEP가 100m 이내의 값을 가진다. 반면에, 그림 5(c)는 수신단 3개에서 얻어진 TDOA와 FDOA 정보를 동시에 사용한 경우의 CEP 평면이다. 단일 정보를 사용한 경우와 동일하게 수신단을 연결하는 기저선 상에서 성능열화를 보이거나 세로축으로 약 40~50km, 가로축으로 20km 내의 보다 넓은 영역에서 100m 이내의 CEP 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 즉 단일 정보를 이용하는 경우에 비해 TDOA와 FDOA 정보를 동시에 이용할 경우, 보다 넓은 영역에서 정확한 위치추정 성능을 기대할 수 있다. 그림 5(d)는 표 2의 수신단 중에서 2개의 수신단(1번과 3번)을 이용한 경우의 CEP 평면을 나타내고 있다. 이 결과에서 TDOA와 FDOA 정보를 동시에 이용하였을 경우 보다 적은 수의 수신단 운

용을 통해 우수한 추정성능을 기대할 수 있음을 확인할 수 있다.

이를 보다 정량적으로 비교하기 위해 각 운용조건에서 CEP가 10m, 50m, 100m, 150m 이내인 영역의 넓이를 표 4와 같이 비교하였다. 전체 추정범위 내에서 기준 CEP 이내의 추정성능을 보이는 영역이 상대적으로 넓을수록 우수한 추정성능을 기대할 수 있다. 표 4의 결과를 보면, TDOA와 FDOA 정보를 동시에 이용할 때 수신단을 2개 운용할 경우와 3개를 운용하는 경우가 상대적으로 넓이가 넓게 나타난 것을 볼 수 있으며, 이는 TDOA나 FDOA 단일 정보를 이용하는 것보다 두 정보를 융합하여 이용하는 것이 우수한 추정성능을 얻을 가능성이 높음을 보여주는 것이다.

그림 6(a)와 (b)는 표 3과 같은 수신단 배치 및



표 4. 운용조건 1에서 10m, 50m, 100m, 150m CEP 이하인 영역의 넓이[km<sup>2</sup>]  
Table 4. Area[km<sup>2</sup>] of under 10m, 50m, 100m, 150m CEP for scenario 1

	10m	50m	100m	150m
TDOA	19	130	260	391
FDOA	80	249	396	524
TDOA/ FDOA(3)	197	1153	2379	3614
TDOA/ FDOA(2)	143	914	1907	2905

표 5. 운용조건 2에서 10m, 50m, 100m, 150m CEP 이하인 영역의 넓이[km<sup>2</sup>]  
Table 5. Area[km<sup>2</sup>] of under 10m, 50m, 100m, 150m CEP for scenario 2

	10m	50m	100m	150m
TDOA	19	130	260	391
FDOA	73	245	396	524
TDOA/ FDOA(3)	123	713	1485	2267
TDOA/ FDOA(2)	54	508	1110	1724

속도에서 단일 TDOA와 FDOA 정보를 이용한 경우의 CEP 평면이다. 수신단간 기저선과 신호원의 거리가 15km 내에서만 CEP가 100m 이하의 값을 가진다. 반면 그림 6(c)와 (d)에서 확인할 수 있듯이 TDOA와 FDOA 정보를 모두 사용할 때는 수신단을 2개 사용하는 경우와 3개를 사용한 경우 모두 단일 정보에 비해 넓은 영역에서 높은 위치추정 성능을 보인다. 이러한 결과를 표 5에서 정량적으로 확인할 수 있다.

### 5.2. Gauss Newton 방법을 적용한 TDOA/FDOA 위치추정 성능분석

III장에서 유도된 TDOA와 FDOA 정보를 이용한 Gauss-Newton 기법 기반의 신호원 위치추정 기법의 성능을 검증하기 위해 표 1과 같은 수신단 운용 조건에서 모의실험을 수행하였다. 이 때, 모의실험 횟수는 1000회이며 신호원의 위치는  $p_e = [1500 \ 2500]^T$ 으로 설정한 후 다양한 TDOA 및 FDOA 측정오차에 대해 추정치의 RMSE (root mean squares error)값을 계산하였다.

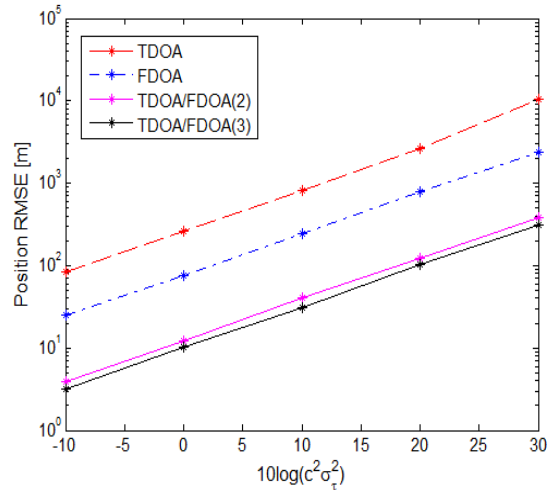


그림 7. 운용조건 1에서 위치 RMSE  
Fig. 7. Position RMSE for scenario 1.

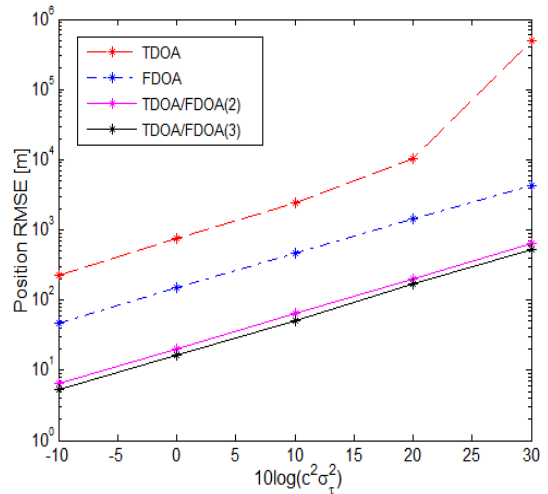


그림 8. 운용조건 2에서 위치 RMSE  
Fig. 8. Position RMSE for scenario 2.

이때 측정오차의 표준편차는  $0.1\sigma_\tau = \sigma_v$ 의 관계를 유지하였다. 그림 7은 운영조건 1의 결과이며 CEP 평면을 이용한 분석 결과와 마찬가지로 TDOA 또는 FDOA 단일 정보를 사용한 경우가 TDOA/FDOA 정보를 동시에 사용한 경우보다 큰 RMSE를 갖는 것을 확인할 수 있다. 또한 TDOA/FDOA 복합정보를 이용한 경우에는 2개의 수신단을 운용한 경우와 3개를 운용한 경우의 성능이 유사한 것을 확인할 수 있다. 그림 8은 운용조건 2의 경우에 대한 결과이며 그림 7과 유사한 경향을 확인할 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 TDOA/FDOA 융합정보를 이용하여 전자전 환경에 적합한 Gauss-Newton 기법 기반의 고정 신호원 위치추정 방법을 유도하였다. 제시된 위치추정 방법은 반복계산 과정을 통해 LS 최적해를 구하기 위해 초기값 설정이 필요하지만 다양한 임의의 수신단 쌍 조합을 이용할 수 있다는 점과 수신단의 배치 및 속도에 대한 운용상 제약이 없는 큰 장점이 있으며, TDOA 및 FDOA 단일정보 기반의 방법에 비해 적은 수의 수신단을 운용하더라도 높은 정확도를 가진다. 또한, 다양한 수신단의 기하학적 배치형태에 따른 위치추정 성능분석을 보다 효과적이고 정량적으로 수행하기 위한 CEP 평면을 이용하여 2차원 평면상에서 기대 추정 성능을 분석하였다. 실제 전자전 환경에서는 측정오차와 사용된 추정 알고리즘이 동일하더라도 수신단 배치 특성과 신호원의 위치에 따라 추정 정확도가 큰 영향을 받게 되므로, 이러한 CEP 평면을 이용한 성능분석은 다양한 운용조건에서의 위치추정 성능을 보다 정량적이고 효과적인 분석을 가능하게 한다. 추후 실제 환경에서의 활용을 위해 다양한 운용조건에서의 다각적 분석을 통해 운용변수와 위치추정 성능 간의 경향성 파악을 위한 과정이 필요할 것으로 예상된다.

## References

[1] Y.-K. Lee, S.-H. Yang, T.-Y. Kwon, C.-B. Lee, B.-K. Park, and W.-J. Lee, "A BLUE estimator for passive localization by TDOA method," *J. KICS*, vol. 36, no. 11, pp. 702-712, Nov. 2011.

[2] R. K. Otnes, "Frequency difference of arrival accuracy," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, no. 2, pp. 306-308, Feb. 1989.

[3] L. R. Paradowski, "Microwave emitter position location: present and future," in *Proc. Microwaves and Radar (MIKON '98)*, vol. 4, pp. 97-116, Krakow, Poland, May 1998.

[4] M. Wax, "The joint estimation of differential delay, Doppler, and phase," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, no. 5, pp. 817-820, Sep. 1982.

[5] M. L. Fowler and X. Hu, "Signal models for TDOA/FDOA estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 44, no. 4, pp. 1543 - 1550, Oct. 2008.

[6] D. L. Adamy, *EW 101: First Course in Electronic Warfare*, Artech House, 2001.

[7] Y. T. Chan and K. C. Ho, "A simple and efficient estimator for hyperbolic location," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 8, pp. 1905-1915, Aug. 1994.

[8] K. C. Ho, "An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 9, pp. 2453-2463, Sep. 2004.

[9] W. H. Foy "Position-location solution by Taylor-series estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 12, no. 2, pp. 187-194, Mar. 1976.

[10] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Prentice Hall, 1993.

[11] M. L. Fowler, "Analysis of single-platform passive emitter location With terrain data," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 37, no. 2, pp. 495-507, Apr. 2001.

[12] W. H. Press, *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*, Cambridge, 1992.

[13] L. Huie and M. L. Fowler, "Emitter location in the presence of information injection," in *Proc. Conf. Inform. Sci. Syst.*, Princeton, U.S.A., Mar. 2010.

김 동 규 (Dong-Gyu Kim)



2011년 2월 부산대학교 전자  
전기통신공학부 학사  
2011년~현재 부산대학교 전자  
전기컴퓨터공학과 석박통합  
과정  
<관심분야> 통신 신호처리, 레  
이더 및 소나 신호처리

김 용 희(Yong-Hee Kim)



2007년 2월 부산대학교 전자  
전기정보컴퓨터공학부 학사  
2009년 2월 부산대학교 전자전  
기공학과 석사  
2009년~현재 부산대학교 전자  
전기컴퓨터공학과 박사과정  
<관심분야> 통신 신호처리, 레  
이더 및 소나 신호처리, 신경디코딩

한 진 우(Jin-woo Han)



2001년 2월 경북대학교 컴퓨  
터공학과 학사  
2004년 2월 경북대학교 컴퓨  
터공학과 석사  
2004년~현재 국방과학연구소  
선임 연구원  
<관심분야> 신호처리, 패턴인  
식, 데이터마이닝, 네트워크

송 규 하 (Kyu-Ha Song)



1996년 2월 경북대학교 전자공  
학과 학사  
1998년 2월 경북대학교 전자전  
기공학과 석사  
1998년~현재 국방과학연구소  
선임 연구원  
2012년~현재 포항공과대학교  
전자전기공학과 박사과정  
<관심분야> 통신 및 신호처리

김 형 남 (Hyoung-Nam Kim)



1993년 2월 포항공과대학교 전  
자전기공학과 졸업  
1995년 2월 포항공과대학교 전  
자전기공학과 석사  
2000년 2월 포항공과대학교 전  
자전기공학과 박사  
2000년 5월~2003년 2월 한국  
전자통신연구원 선임연구원  
2003년 3월~2007년 2월 부산대학교 전자전기통신  
공학부 조교수  
2007년 3월~2012년 2월 부산대학교 전자전기공학  
부 부교수  
2012년 3월~현재 부산대학교 전자공학과 교수  
<관심분야> 적응신호처리, 레이더 신호처리, 디지털  
방송신호처리, BCI