

인지 무선 네트워크에서 상관관계를 갖는 다중 신호를 위한 협력 베이저안 압축 스펙트럼 센싱

정 홍 규*, 김 광 열*, 신 요 안°

Cooperative Bayesian Compressed Spectrum Sensing for Correlated Signals in Cognitive Radio Networks

Honggyu Jung*, Kwangyul Kim*, Yoan Shin°

요 약

본 논문에서는 분산된 광대역 인지 무선 네트워크 환경에서 상관관계를 갖는 다중 신호를 위한 협력 압축 스펙트럼 센싱 기법을 제안한다. 압축 센싱 (Compressed Sensing)은 나이퀴스트율 (Nyquist Rate) 이하로 샘플링된 신호를 높은 확률로 복구할 수 있는 신호처리 기법으로 기존의 광대역 스펙트럼 센싱을 위해서 필요로 했던 고속의 아날로그-디지털 변환기 구현 문제를 해결할 수 있다. 압축 센싱에서는 압축된 신호를 원본 신호로 정확하게 복구하는 복구 알고리즘을 설계하는 것이 하나의 핵심 문제이다. 본 논문에서는 나이퀴스트율 이하로 압축된 신호의 복구 성능을 높이기 위하여 연속된 다중 입력 신호로 구성된 Multiple Measurement Vector 모델을 이용하였고, 입력 신호 사이의 시간적 상관관계를 이용하는 협력 베이저안 복구 알고리즘을 제안한다.

Key Words : Cognitive Radio, Spectrum Sensing, Compressed Sensing, Sparse Bayesian Learning, Multiple Measurement Vector, Correlated Signals

ABSTRACT

In this paper, we present a cooperative compressed spectrum sensing scheme for correlated signals in decentralized wideband cognitive radio networks. Compressed sensing is a signal processing technique that can recover signals which are sampled below the Nyquist rate with high probability, and can solve the necessity of high-speed analog-to-digital converter problem for wideband spectrum sensing. In compressed sensing, one of the main issues is to design recovery algorithms which accurately recover original signals from compressed signals. In this paper, in order to achieve high recovery performance, we consider the multiple measurement vector model which has a sequence of compressed signals, and propose a cooperative sparse Bayesian recovery algorithm which models the temporal correlation of the input signals.

I. 서 론

현재 주파수 관리 정책에 따라서 통신 주파수 대

역은 주파수 사용이 허가된 1차 사용자가 독점적으로 사용하도록 할당이 된다. 주파수 사용이 허가되지 않은 2차 사용자는 1차 사용자가 사용하지 않는

※ 본 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원 (No. 2013-030059) 및 미래부가 지원한 2013년 정보통신·방송(ICT) 연구개발사업의 연구결과로 수행되었음 (KCA-2012-12-911-01-107).

◆ 주저자 : 송실대학교 대학원 정보통신공학과, hkjung00@ssu.ac.kr, 학생회원

° 교신저자 : 송실대학교 정보통신전자공학부, yashin@ssu.ac.kr, 종신회원

* 송실대학교 대학원 정보통신공학과, kky1117@ssu.ac.kr, 학생회원

논문번호 : KICS2013-07-304, 접수일자 : 2013년 7월 24일, 최종논문접수일자 : 2013년 9월 10일

비어있는 주파수 대역이 있음에도 불구하고 해당 대역에 접근이 불가능하다. 이러한 비효율적인 주파수 사용 문제의 해결은 최근 스마트 기기의 급속한 보급으로 인한 무선통신의 급격한 이용 증가로 주파수 부족 현상이 발생함에 따라 큰 주목을 받고 있다. 한편, 미국 FCC (Federal Communications Commission)에서는 주파수 대역의 많은 부분이 동시에 사용되지 않으며 시공간적으로 상당히 비효율적으로 활용된다는 결과를 발표하였다^{1,2)}. 이러한 주파수 부족 문제를 해결하고 주파수 대역의 효율적인 활용을 위하여 최근 인지 무선 (Cognitive Radio; CR) 네트워크에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. CR 네트워크는 2차 사용자가 1차 사용자에게 간섭을 주지 않으면서 비어있는 주파수 대역을 기회적으로 접근하는 지능적인 네트워크를 말한다. CR 네트워크를 구축하기 위해서 2차 사용자는 비어있는 주파수 대역에 대하여 정확하고 빠른 광대역 스펙트럼 센싱 (Spectrum Sensing)을 수행해야 한다. 하지만 광대역 스펙트럼 센싱은 나이퀴스트율 (Nyquist Rate)을 만족시키기 위하여 굉장히 빠른 속도의 샘플링을 필요로 하고, 이러한 고속의 샘플링을 수행하는 ADC (Analog-to-Digital Converter)를 구현하기 위해서는 상당히 많은 비용이 들기 때문에 실제 하드웨어 구현이 불가능하게 된다. 한편, 주파수 대역의 많은 부분이 1차 사용자에게 동시에 점유되지 않는 사실은 압축 센싱 (Compressed Sensing) 이론 측면에서 샘플링 속도를 획기적으로 낮출 수 있음을 시사한다.

압축 센싱은 나이퀴스트율 이하로 샘플링된 신호를 높은 확률로 복구할 수 있는 신호처리 기법이다. 나이퀴스트율 이하로 압축되는 신호 혹은 압축되는 신호의 선형 변환된 신호가 대부분의 값이 0인 성긴 (Sparse) 특성을 지닌다면 높은 확률로 원본 신호를 복구할 수 있다는 사실이 증명된 이후로³⁻⁵⁾, 의료 영상 시스템, 생체 네트워크, 센서 네트워크 등에서 압축 센싱의 다양한 응용 및 연구가 진행되고 있다. 한편, 이러한 압축 센싱의 성능은 압축되는 정도, 입력 신호의 Sparse한 정도, 그리고 잡음 환경에서 압축된 신호를 복구하는 복구 알고리즘의 구현 방법에 따라 결정된다.

최근에는 CR 네트워크 구현을 목표로 광대역 주파수 센싱을 위해 압축 센싱을 적용하는 연구도 활발히 진행되고 있다⁶⁻⁹⁾. 선행적으로 [6]에서는 Wavelet 기반의 Edge 검출기를 이용하여 압축 센싱된 신호의 원본 스펙트럼을 검출하였다. [7]에서

는 분산된 스펙트럼 센싱 기기끼리 협력하여 복구 성능을 높이기 위해 Belief Propagation을 이용하였다. [8]에서는 대부분의 논문이 고정된 길이의 신호가 주어졌다고 가정하나 실제 통신 신호는 끊임없이 들어오는 점에 착안하여 스트리밍 압축 스펙트럼 센싱 기법을 제안하였다. 또한, [9]에서는 동기가 맞지 않은 2차 사용자들의 송신 스펙트럼은 제외하고 1차 사용자들만의 송신 스펙트럼 검출 확률을 높이기 위하여 다중-홉 (Multi-hop) CR 네트워크에서 분산된 협력기법을 이용한 복구 알고리즘을 제안하였다.

한편, [6]-[9]에서는 모두 한 개의 입력 신호를 압축하고 다시 복구하는 알고리즘을 제안하였지만, [10]에서는 공통된 특성을 갖는 입력 신호를 다중으로 받아서 복구하는데 활용한다면 기존의 복구 알고리즘 보다 우수한 복구 성능을 얻을 수 있음을 보였다. 더 나아가, [11]에서는 다중 입력 신호 사이의 상관관계를 고려하는 베이지안 복구 (Bayesian Reconstruction) 알고리즘의 복구 성능이 매우 우수함을 보였고, 특히 제안된 알고리즘이 적은 수의 다중 신호를 활용한 경우에도 기존 복구 알고리즘에 비하여 높은 복구 성능을 획득함을 보였다. [11]의 결과는 실제로 시변 통신 신호의 특성에 의하여 상관관계를 갖는 소수의 다중 신호만을 획득할 수 있다는 측면에서 유용한 결과임을 알 수 있다. 본 논문에서는 이처럼 다중 입력 신호를 처리하는 시스템 모델을 MMV (Multiple Measurement Vector) 모델이라고 부르며, 기존의 한 개의 입력 신호를 처리하는 시스템 모델을 SMV (Single Measurement Vector) 모델이라고 부른다.

지금까지 소개한 압축 센싱 복구 기법은 모두 잡음이 없는 환경 혹은 높은 신호대잡음비 (Signal-to-Noise Ratio; SNR)에서는 원본 신호와 근사화 된 복구 성능을 보이나, 낮은 SNR에서는 대부분 저조한 복구 성능을 보인다. 하지만 CR 네트워크를 구현하기 위하여 낮은 SNR에서의 복구 성능을 높이는 것은 중요한 문제이다. 따라서 본 논문에서는 낮은 SNR을 위한 복구 성능을 향상시키기 위하여 시간적 상관관계를 고려한 MMV 모델을 사용하는 협력 베이지안 압축 센싱기법을 제안하고, 제안된 모델이 복소수로 구성된 압축 센싱 환경에서 안정적으로 동작할 수 있음을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제II장에서 압축 센싱에 대한 전반적인 개념과 본 논문에서 다루는 시스템 모델을 설명한다. 제III장에서는 압축된 신호

를 복구하기 위한 베이지안 추론 방법을 설명하고, 제IV장에서는 협력 베이지안 추론 방법을 제안하고 분석한다. 제V장에서는 모의실험 결과를 통해 제안된 기법의 우수성을 보이고, 제VI장에서 결론을 맺는다.

II. 압축 센싱과 시스템 모델

2.1. 압축 센싱의 기본 원리

이산 신호 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 가 주어졌을 때 대부분의 값이 0인 신호를 Sparse 하다고 표현을 하고, 더 나아가 0이 아닌 신호의 개수를 k 개라고 한다면 신호 \mathbf{x} 를 k -sparse 신호라고 부른다. 압축 센싱은 Sparse한 특성을 갖는 신호 \mathbf{x} 에 대하여 선형 측정 행렬 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 으로부터 선형 측정 벡터 $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_M]^T \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 을 얻는 과정을 말한다. 식 (1)은 이러한 압축 센싱의 기본적인 과정을 보여 준다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1)$$

이 때, 압축 센싱에서는 일반적으로 $N \gg M$ 임을 가정한다. 이러한 압축 센싱 과정은 신호를 \mathbb{R}^N 차원에서 \mathbb{R}^M 차원으로 맵핑하는 차원수 축소 과정으로도 볼 수 있다. 압축된 신호를 원본 신호로 복구하기 위해서 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 는 RIP (Restricted Isometry Property)라는 조건을 만족해야 한다. RIP 조건은 압축 센싱이 동작하기 위한 근본적이고 중요한 이론적 특성이다. 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 가 만족해야 하는 RIP 조건은 식 (2)와 같이 표현된다.

$$(1 - \delta_{2k})\|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_{2k})\|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (2)$$

여기서, $\delta_{2k} \in (0, 1)$ 이다. 하지만 모든 k -sparse 신호에 대해서 식 (2)를 만족하는 행렬 \mathbf{A} 를 구하는 것은 NP-hard문제이다. [3], [14], [15]에서는 이러한 제한을 랜덤한 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 를 구축함으로써 극복할 수 있음을 보였다. 특히, 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 가 가우시안 (Gaussian), 베르누이 (Bernoulli) 혹은 일반적으로 어느 서브-가우시안(Sub-Gaussian) 분포를 갖는다면 RIP를 높은 확률로 만족하게 된다. 이러한 랜덤 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 가 주어졌을 때, 압축된 신호 \mathbf{y} 에 대하여 복구 알고리즘을 이용하면 원본 신호 \mathbf{x} 를 높은 확률로 복구 할 수 있다.

한편, 식 (1)에서는 한 개의 행벡터를 이루는 신호 \mathbf{x} 가 압축 센싱되는 것을 가정하였으나 앞서 언급된 바와 같이 최근 복구 성능을 향상시키기 위하여 다중 신호로 구성된 다중 행벡터를 압축시키는 MMV 모델에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다 [10-13]. $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{\cdot 1}, \dots, \mathbf{X}_{\cdot L}] \in \mathbb{R}^{N \times L}$ 를 L 개의 입력 신호로 이루어진 행렬이라고 하자. 여기서, $\mathbf{X}_{\cdot i}$ 는 \mathbf{X} 의 i 번째 ($i \in \{1, \dots, L\}$) 입력 신호의 행벡터를 의미한다. 만약 $\mathbf{X}_{\cdot i} (\forall i)$ 가 서로 공통된 Support를 갖는다면, 직관적으로 $\mathbf{X}_{\cdot i} (\forall i)$ 사이의 공통된 정보를 이용하여 높은 복구 성능을 기대할 수 있다. 이러한 MMV 모델은 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_{\cdot 1}, \dots, \mathbf{Y}_{\cdot L}] \in \mathbb{R}^{M \times L}$ 은 L 개의 측정 벡터로 이루어진 측정 행렬을 의미한다. 본 논문의 제안 알고리즘은 높은 복구 성능을 얻기 위하여 [11]에서 제안한 $\mathbf{X}_{\cdot i} (\forall i)$ 사이의 시간적 상관관계를 고려하는 MMV 압축 센싱 모델을 기반으로 한다.

2.2. 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1과 같이 인지 무선 통신 환경에서 J 명의 2차 사용자들이 각자 MMV를 얻기 위하여 연속적으로 L 번의 선형 측정을 수행한다고 가정한다.

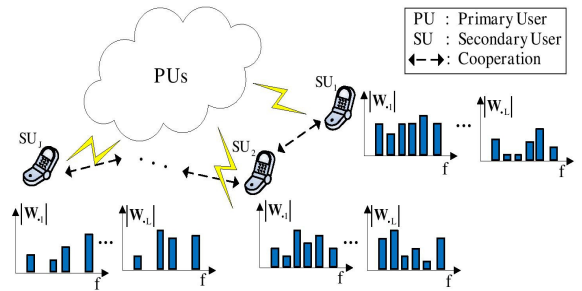


그림 1. CR 네트워크에서 협력 스펙트럼 센싱 및 다중 입력 신호 획득 과정
Fig. 1. Cooperative spectrum sensing and multiple input signal acquisition process in CR networks

또한, 선형 측정된 신호를 복구한 후에 단일-홉 (One-hop) 거리에 있는 2차 사용자들끼리 협력 기법을 통하여 개별적인 복구 정보를 공유한다고 가정한다. 이 때 사용되는 협력 기법은 제IV장에서 제

안되며, L 개의 원본 신호들과 단일-홉 거리에 있는 2차 사용자들은 공통된 Support를 갖으나 다중경로 페이딩 (Multipath Fading)에 의하여 서로 다른 수신 신호 크기를 갖는다고 가정한다. 이러한 통신 환경에서 연속적인 L 번의 시간 동안 1차 사용자들이 송신하는 이산화된 다중 신호를 주파수 영역에서 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_L] \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 라고 정의하고, i 번째 수신 신호에 영향을 미치는 채널 행렬을 $\mathbf{H}_f^i = \text{diag}(h_{f_1}^i, h_{f_2}^i, \dots, h_{f_N}^i) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 이라고 하자. 2차 사용자가 받는 이산화된 다중 입력 신호를 주파수 영역에서 $\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_L] \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 로 정의하면 각 \mathbf{W}_i 은 다중경로 페이딩에 의해 $\mathbf{H}_f^i \mathbf{X}_i$ 로 표현 된다. 식 (3)을 이러한 광대역 통신 환경에서 고려한다면 각 2차 사용자들은 1차 사용자들이 보낸 신호를 식 (4)와 같이 압축 센싱하게 된다.

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Theta} \mathbf{W} + \mathbf{N} \quad (4)$$

여기서, 선형 측정 행렬 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 및 역푸리에 (Inverse Fourier) 행렬 $\mathbf{F}_N^{-1} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 을 이용하여 $M \times N$ 센싱 행렬 $\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{A} \mathbf{F}_N^{-1} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 이 정의되고, $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 은 측정 잡음 행렬이다. 한편, 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 가 가우시안 분포를 갖고 \mathbf{F}_N^{-1} 이 정규직교 기저 (Orthonormal Basis)이며 M 의 크기가 충분하다면, 센싱 행렬 $\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{A} \mathbf{F}_N^{-1}$ 역시 높은 확률로 RIP를 만족하게 된다. 따라서 본 논문에서 고려하는 주요 문제는 가우시안 분포를 갖는 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 가 주어졌을 때, 잡음에 의해 영향 받은 압축 신호 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 로부터 $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 를 정확하게 복구하는 것이다.

III. 압축 센싱 복구를 위한 베이지안 추론

베이지안 모델링에서 미지의 변수 \mathbf{W} 와 \mathbf{N} 은 모두 각각의 확률분포함수를 갖는 확률 변수로 취급된다. 우선 \mathbf{W}_i 를 \mathbf{W} 의 i 번째 ($i \in \{1, \dots, L\}$) 열 벡터라고 하자. 본 논문에서는 시간적 상관관계를 갖는 MMV 모델을 고려하기 때문에 \mathbf{W}_i 는 분포 $p(\mathbf{W}_i; \gamma_i, \mathbf{B}_i) \sim N(\mathbf{0}, \gamma_i \mathbf{B}_i)$ 를 갖고, \mathbf{W}_i ($\forall i$) 각각은 서로 상호 독립적이라고 가정한다. 여기서, γ_i 는 \mathbf{W}_i 의 Sparsity를 조정하는 하이퍼파라미터 (Hyper Parameter)이고, \mathbf{B}_i 는 \mathbf{W}_i 를 구성하는 원

소 사이의 상관도를 표현하는 Positive Definite 행렬이다. 또한, 측정 잡음 행렬 \mathbf{N} 의 각 원소들은 상호 독립적이며 평균이 0이고, 분산이 λ 인 가우시안 분포로 근사화 된다고 가정한다^[11].

MMV 모델보다는 SMV 모델에 기반한 베이지안 복구 알고리즘에 대한 연구가 상대적으로 많이 진행이 되었기 때문에^[16-18], 본 논문에서는 식 (4)의 스펙트럼 센싱을 위한 MMV 모델을 식 (5)와 같이 SMV 모델로 변환하여 이용한다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{D} \mathbf{w} + \mathbf{n} \quad (5)$$

단, $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y}^T) \in \mathbb{C}^{ML \times 1}$, $\mathbf{D} = \boldsymbol{\Theta} \otimes \mathbf{I}_L \in \mathbb{C}^{ML \times NL}$, $\mathbf{w} = \text{vec}(\mathbf{W}^T) \in \mathbb{C}^{NL \times 1}$, $\mathbf{n} = \text{vec}(\mathbf{N}^T) \in \mathbb{C}^{ML \times 1}$ 으로 주어진다. 기호 vec 는 벡터화 연산을 의미하고 \otimes 는 Kronecker Product를 의미한다. 따라서 측정 벡터 \mathbf{y} 를 위한 가우시안 우도는 $p(\mathbf{y} | \mathbf{w}; \lambda) \sim N(\mathbf{D} \mathbf{w}, \lambda \mathbf{I})$ 로 주어진다. 또한, 식 (5)와 앞서 제시한 \mathbf{W}_i 의 확률적 모델을 기반으로 \mathbf{w} 를 위한 사전 확률 (Prior Probability)는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{w}; \boldsymbol{\gamma}_i, \mathbf{B}, \forall i) &\sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{w}}) \\ &= (2\pi)^{-\frac{N}{2}} (|\boldsymbol{\Gamma}^L \mathbf{B}|^N)^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} (\mathbf{w}^H (\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \otimes \mathbf{B}^{-1}) \mathbf{w})\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{w}}$ 는 $\boldsymbol{\Gamma} \otimes \mathbf{B}$ 이며 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_N\}$ 이다. 이 때, 제한된 데이터에 비해 많은 파라미터 설정 모델이 야기할 수 있는 과적합 (Overfitting) 문제를 피하기 위하여 \mathbf{W}_i 의 상관도를 $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}$ 로 통일하였다^[11, 19, 20].

앞서 제시한 식 (5)를 이루는 변수들의 확률적 모델링을 통하여, \mathbf{w} 를 위한 조건부 분포는 식 (7)과 같이 가우시안 우도 모델로 표현할 수 있다.

$$p(\mathbf{w} | \mathbf{y}; \lambda, \boldsymbol{\gamma}_i, \mathbf{B}, \forall i) \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (7)$$

여기서, $\boldsymbol{\mu}$ 와 $\boldsymbol{\Sigma}$ 은 식 (9)와 (10)으로 주어진다.

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{D}^H \mathbf{y} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{w}}^{-1} + \frac{1}{\lambda} \mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \quad (10)$$

한편, 지금까지 구축한 압축 센싱을 위한 확률적

모델링이 \mathbf{w} 를 복구하는 압축 센싱 문제에서 Sparse 한 입력 신호에 대한 선형 회귀 (Linear Regression) 문제로 변환시킨 것을 알 수 있다. 즉, 선형 측정 행렬 \mathbf{A} 를 정확히 안다고 가정하기 때문에 \mathbf{w} 에 대한 $\boldsymbol{\mu}$ 를 추론하는 것이 식 (5)의 최종 목표가 된다.

식 (9)의 $\boldsymbol{\mu}$ 를 추론하기 위해서는 하이퍼파라미터 $R = \{\gamma_1, \dots, \gamma_N\}$, \mathbf{B} , λ 의 최적화된 값을 구해야 한다. 최적화된 하이퍼파라미터를 구하는 방법으로는 흔히 EM (Evidence Maximization) 알고리즘^[11,17] 및 Type-II ML (Maximum Likelihood)^[18] 방법이 주로 쓰이며, 본 논문에서는 [11]에서 제시한 EM 알고리즘 방식을 이용한다. EM 알고리즘은 \mathbf{w} 를 손실 데이터라고 취급하고 다음 식 (11)의 기대치를 반복적으로 최대화 시키는 과정을 나타낸다.

$$\begin{aligned} Q(R^t, \mathbf{B}^t, \lambda^t) &= E_{\mathbf{w}|\mathbf{y}, R^{t-1}, \mathbf{B}^{t-1}, \lambda^{t-1}}[\log p(\mathbf{y}, \mathbf{w}; R^t, \mathbf{B}^t, \lambda^t)] \\ &= E_{\mathbf{w}|\mathbf{y}, R^{t-1}, \mathbf{B}^{t-1}}[\log p(\mathbf{w}; R^t, \mathbf{B}^t)] \\ &\quad + E_{\mathbf{w}|\mathbf{y}, \lambda^{t-1}}[\log p(\mathbf{y}|\mathbf{w}; \lambda^t)] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $R^t, \mathbf{B}^t, \lambda^t$ 은 현재 반복 구간에서의 하이퍼 파라미터들의 값을 나타내고, $R^{t-1}, \mathbf{B}^{t-1}, \lambda^{t-1}$ 은 이전 반복 구간에서의 값을 나타낸다.

우선, $Q(R^t, \mathbf{B}^t) = E_{\mathbf{w}|\mathbf{y}, R^{t-1}, \mathbf{B}^{t-1}}[\log p(\mathbf{w}; R^t, \mathbf{B}^t)]$ 라고 하자. $Q(R^t, \mathbf{B}^t)$ 의 최대값을 구하기 위하여 식 (6)을 이용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} Q(R^t, \mathbf{B}^t) &\propto -\frac{L}{2} \log(|\boldsymbol{\Gamma}|) - \frac{N}{2} \log(|\mathbf{B}|) \\ &\quad - \frac{1}{2} \text{Tr}[(|\boldsymbol{\Gamma}^{-1}| \otimes |\mathbf{B}^{-1}|)(\boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}^H)] \end{aligned} \quad (12)$$

다음으로, 식 (12)를 γ_i 에 대하여 미분하고 최대 값을 구하면 식 (13)과 같이 γ_i 의 추정 값을 얻을 수 있다.

$$\gamma_i \leftarrow \frac{\text{Tr}[\mathbf{B}^{-1}(\boldsymbol{\Sigma}^i + \boldsymbol{\mu}^i(\boldsymbol{\mu}^i)^H)]}{L} \quad (13)$$

여기서, $\boldsymbol{\mu}^i$ 는 $\boldsymbol{\mu}$ 에서 $(i-1)L+1:iL$ 까지 추출한 행벡터, $\boldsymbol{\Sigma}^i$ 는 $\boldsymbol{\Sigma}$ 의 행과 열 각각에서

$(i-1)L+1:iL$ 만큼 추출한 $L \times L$ 행렬을 의미한다.

같은 방법으로 \mathbf{B} 를 구하면 식 (14)와 같이 얻을 수 있고, 앞서 언급된 바와 같이 $p(\mathbf{y}|\mathbf{w}; \lambda) \sim N(\mathbf{D}\mathbf{w}, \lambda\mathbf{I})$ 를 식 (11)에 이용하면 λ 에 대한 추정 값을 식 (15)와 같이 얻을 수 있다. 식 (15)에서 $\hat{\lambda}$ 는 이전 반복 구간에서 추정된 λ 를 의미한다.

$$\mathbf{B} \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\boldsymbol{\Sigma}^i + \boldsymbol{\mu}^i(\boldsymbol{\mu}^i)^H}{\gamma_i} \quad (14)$$

$$\lambda \leftarrow \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{D}\boldsymbol{\mu}\|_2^2 + \hat{\lambda}[NL - \text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{w}^{-1})]}{ML} \quad (15)$$

IV. 제안된 협력 베이지안 압축 센싱

지금까지 식 (5)의 압축 신호 $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 로부터 $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 를 복구하는 복구 성능을 높이기 위하여 다중 신호 사이의 시간적 상관관계를 이용한 베이지안 추론 방법에 대해 서술하였다. 하지만, 이러한 복구 알고리즘은 적절한 SNR(예를 들어 5dB) 이상에서는 최근 제안된 다른 복구 알고리즘에 비하여 높은 복구 성능을 보이지만, 낮은 SNR에서는 다른 복구 알고리즘과 마찬가지로 여전히 낮은 복구 성능을 보인다. 따라서 본 논문에서는 낮은 SNR에서도 높은 복구 성능을 보이기 위하여 협력 베이지안 압축 센싱 기법을 제안한다. 비록 [7]에서 SMV 환경에 대한 유사한 협력 압축 센싱 복구 알고리즘을 보였지만, 본 논문에서는 시간적 상관관계를 갖는 MMV 모델에 대한 알고리즘을 제안하며 γ_i 에 대하여 역감마 분포 (Inverse Gamma Distribution)를 할당함으로써 최적화된 협력 파라미터를 더욱 간단한 형태로 도출한다. 더 나아가 본 논문에서는 식 (13)의 γ_i 와 본 장에서 제안하는 협력 파라미터가 복소수 신호 및 복소수 측정 행렬에 대해서도 동작이 가능한 것을 보인다.

4.1. 협력 파라미터 확률 모델

앞서 언급되었듯이 $R = \{\gamma_1, \dots, \gamma_N\}$ 은 \mathbf{w} 의 존재 여부를 결정하는 시스템의 주요 파라미터이다. 따라서 본 논문에서는 2차 사용자 사이에 \mathbf{w} 의 존재 여부를 협력하여 판단하기 위해 γ_i 에 역감마 분포를 할당한다. 역감마 분포의 PDF (Probability Density Function)은 식 (16)에 의해 주어진다.

$$p(\gamma_i; \alpha_i, \beta_i) = \frac{\beta_i^{\alpha_i}}{\Gamma(\alpha_i)} \gamma_i^{-\alpha_i-1} \exp\left(-\frac{\beta_i}{\gamma_i}\right), \gamma_i, \alpha_i, \beta_i > 0 \quad (16)$$

따라서 γ_i 에 확률 분포를 추가적으로 할당함으로써 $Q(R^t, \mathbf{B}^t)$ 는 다음과 같이 변형된다.

$$Q(R^t, \mathbf{B}^t) = E_{\mathbf{w}_i; R^{t-1}, \mathbf{B}^{t-1}} [\log p(\mathbf{x}; R^t, \mathbf{B}^t) + \log p(\gamma_i; \alpha_i, \beta_i, \forall i)] \quad (17)$$

또한, 식 (16)의 로그함수에 대한 미분 식은 식 (18)에 의해 주어지므로,

$$\frac{d(\log p(\gamma_i; \alpha_i, \beta_i))}{d\gamma_i} = -\frac{\alpha_i + 1}{\gamma_i} + \beta_i \frac{1}{\gamma_i^2} \quad (18)$$

이것을 식 (17)의 최적화 과정에 이용하면 다음과 같이 γ_i 에 역감마 분포가 부여된 새로운 추정값을 얻을 수 있다.

$$\gamma_i^* \leftarrow \frac{\text{Tr}[\mathbf{B}^{-1}(\sum^i + \boldsymbol{\mu}^i (\boldsymbol{\mu}^i)^H) + 2\beta_i]}{L + 2(\alpha_i + 1)} \quad (19)$$

확률이론에 따라서 역감마 분포가 할당된 γ_i 는 실수이고 0보다 큰 양수이어야 한다. 따라서 협력 파라미터가 안정적으로 동작하기 위해서는 식 (19)에서 복소수 신호로 구성된 $\text{Tr}[\mathbf{B}^{-1}(\sum^i + \boldsymbol{\mu}^i (\boldsymbol{\mu}^i)^H)]$ 에 대한 수식적 분석이 필요하다. 먼저, $\sum^i + \boldsymbol{\mu}^i (\boldsymbol{\mu}^i)^H$ 는 식의 구성 형태에 의하여 Hermitian 행렬임에 따라 식 (14)의 \mathbf{B} 가 Hermitian 행렬이 되고, 이에 따라 \mathbf{B}^{-1} 역시 Hermitian 행렬임을 알 수 있다. 또한 두 Hermitian 행렬의 곱 $\mathbf{B}^{-1}(\sum^i + \boldsymbol{\mu}^i (\boldsymbol{\mu}^i)^H)$ 의 결과가 항상 Hermitian 행렬이 아닐지라도, 그 Trace는 항상 실수 값을 가지게 된다. 따라서 γ_i 에 역감마 분포를 할당할 수 있음을 알 수 있다.

4.2. 협력 복구 알고리즘

본 절에서는 식 (19)의 역감마 분포를 갖는 γ_i 를 위한 협력 복구 알고리즘을 제안한다. 역감마 분포를 제어하는 파라미터 α 와 β 는 그림 2와 같은 특성을 가지고 있다.

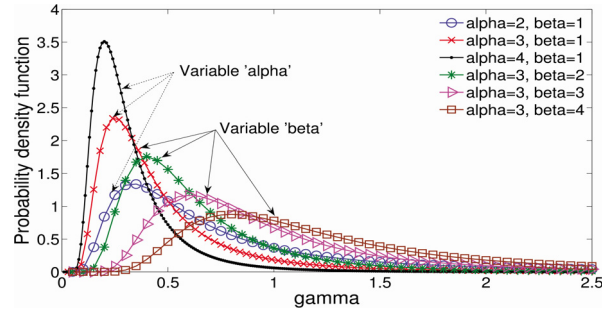


그림 2. 다양한 파라미터 값에 따른 역감마 분포
Fig. 2. Inverse gamma distribution for various parameter values

그림 2를 통하여 α 는 주로 역감마 분포 γ 의 통계적 퍼짐 현상에 관여하고, β 는 γ 의 분포 형태에 영향을 미치는 주요 파라미터라는 것을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서는 다음과 같이 β_i 를 최적화 시킬 변수로 취급한다.

$$\arg \max_{\beta_i} p(\gamma_i; \mathbf{W}_i, \mathbf{B}) \quad (20)$$

여기서, $p(\gamma_i; \mathbf{W}_i, \mathbf{B})$ 는 식 (21)과 같이 주어진다.

$$p(\gamma_i; \mathbf{W}_i, \mathbf{B}) = \frac{p(\mathbf{W}_i | \gamma_i, \mathbf{B}) p(\gamma_i | \alpha_i, \beta_i)}{\int_0^\infty p(\mathbf{W}_i | \gamma_i, \mathbf{B}) p(\gamma_i | \alpha_i, \beta_i) d\gamma_i} \quad (21)$$

여기서, $p(\mathbf{W}_i | \gamma_i, \mathbf{B})$ 와 $p(\gamma_i | \alpha_i, \beta_i)$ 는 서로 켈레사 전확률 (Conjugate Prior Probability) 관계를 이루기 때문에 분모의 적분은 수식적으로 계산이 가능하고 Student-t 분포를 갖는다. 결과적으로, 식 (21)을 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$p(\gamma_i; \mathbf{W}_i, \mathbf{B}) = \Gamma^{-1}\left(\alpha_i + \frac{1}{2}, \beta_i + 0.5 \mathbf{W}_i \cdot \mathbf{B}^{-1} \mathbf{W}_i^H\right) \quad (22)$$

여기서, $\Gamma^{-1}(\cdot)$ 는 역감마 함수의 PDF를 나타낸다.

식 (20)의 파라미터 β_i 에 대한 최적값을 구하기 위해 식 (22)를 β_i 에 대하여 미분한 후에 그 식을 0으로 두고 풀면 식 (23)을 얻을 수 있다.

$$\beta_i \leftarrow \gamma_i (\alpha_i + 0.5) - 0.5 (\mathbf{W}_i \cdot \mathbf{B}^{-1} \mathbf{W}_i^H) \quad (23)$$

한편, 식 (20)을 파라미터 α_i 에 대한 최적값을

구하는 문제로 변환한다면 식 (24)를 얻을 수 있다.

$$\alpha_i \leftarrow \psi^{-1}(\log(\beta_i + 0.5\mathbf{W}_i \cdot \mathbf{B}_i^{-1}\mathbf{W}_i^H) - \log\gamma_i) \quad (24)$$

여기서, $\psi(\cdot)$ 는 다이-감마 (Digamma) 함수이다.

두 식 (23)과 (24)는 서로 상호 연관이 있으나 그림 2를 통해 언급된 바와 같이 본 논문에서는 최적화된 γ_i 를 얻기 위하여 β_i 를 주요 파라미터로 보고 α_i 는 상수로 취급한다.

지금까지 분석한 내용을 기반으로 표 1에서는 제안된 알고리즘의 협력 복구 과정을 보여준다. 표 1에서 μ_t 및 μ_{t-1} 은 각각 현재 및 이전 반복 구간에서 μ 의 추정값을 의미한다.

표 1. 협력 압축 스펙트럼 센싱 과정
Table 1. Cooperative compressed spectrum sensing procedure.

1: Inputs: \mathbf{y}, \mathbf{D}
2: Outputs: \mathbf{w}
3: Initialize $\gamma_i = 1(\forall i), \mathbf{B} = \mathbf{I}, \lambda = 0.01$
4: Iteration:
5: repeat
6: Update μ, Σ using (9), (10)
7: Update $\mathbf{B}, \gamma_i(\forall i), \lambda$ using (14), (13), (15)
8: until $\max(\mu_t - \mu_{t-1}) < \epsilon$
9: Calculate $\beta_i(\forall i)$ using (23)
10: Cooperation:
11: Broadcast $\beta_i(\forall i)$ to one-hop neighbors
12: Calculate the average
13: Iteration:
14: repeat
15: Update μ, Σ using (9), (10)
16: Update $\mathbf{B}, \gamma_i^*(\forall i), \lambda$ using (14), (19), (15)
17: until $\max(\mu_t - \mu_{t-1}) < \epsilon$

V. 모의실험 결과

본 논문에서는 제II장에서 제시한 그림 1의 CR 네트워크를 가정한다. 모의실험을 위하여 총 6명의 1차 사용자들이 각자 동일한 크기를 갖는 1개의 BPSK (Binary Phase Shift Keying) 신호를 모의실험을 위해 설정된 반송 주파수를 이용하여 전송한다고 가정한다. 또한, 2차 사용자들은 다중경로 페이딩에 의하여 서로 다른 크기의 1차 사용자 송신 신호를 수신한다고 가정한다. 즉, 1차 사용자 송신 신호 일부는 Deep Fading에 의하여 많은 신호 감쇄가 일어날 수 있다. 이때, 인접한 거리에 있는 2

차 사용자들은 수신하는 신호의 크기는 다르나 주파수 대역에 대한 위치는 같다고 가정하므로 2차 사용자들 사이의 협력을 통하여 1차 사용자 송신 신호 감지 성능을 높일 수 있다. 본 논문에서는 나이퀴스트율 이하로 압축을 하는 압축 센싱의 우수한 성능을 보이기 위하여 나이퀴스트율 대비 50%의 압축율을 통해 모의실험을 수행하였다. 또한, 시변하는 통신 환경을 감안하여 각 2차 사용자는 상관관계를 갖는 2개의 다중 입력을 통해 개별적인 복구를 수행하고, 총 3명의 2차 사용자끼리 복구 정보를 교환하여 본 논문에서 제안한 협력 알고리즘을 수행한다고 가정한다. 모의실험을 위해 α_i 에는 경험적인 값을 이용하여 할당이 된다. 표 2는 모의실험을 위한 주요 파라미터를 정리한 것이다.

표 2. 모의실험 파라미터
Table 2. Simulation parameter.

Parameter	Value
Modulation	BPSK
Pulse shaping filter	Rectangular filter
Number of PUs	6
Bandwidth occupied by each PU	13 Hz
Total bandwidth	512 Hz
Compression ratio	50 %
Number of SUs for cooperation	3
Number of MMVs	2
α_i	2
Number of simulation runs	1,000

본 논문에서는 제안된 알고리즘의 우수한 성능을 보이기 위하여 SMV 모델을 사용하는 일반적인 베이지안 압축 센싱 기법 (Bayesian Compressed Sensing; BCS)^[18], MMV 모델을 사용하고 입력 신호 사이의 상관관계를 고려한 Sparse 베이지안 학습 기법 (Time-Sparse Bayesian Learning; T-SBL)^[11], 그리고 본 논문에서 제안한 협력 베이지안 학습 기법 (Cooperative-Time Sparse Bayesian Learning; C-TSBL) 사이의 성능 비교를 하였다.

그림 3은 SNR이 15dB일 때 각 알고리즘 별로 복구된 스펙트럼을 보인다. 그림3-(a)는 다중경로 페이딩과 잡음의 영향을 받은 두 개의 다중 입력 신호를 나이퀴스트율로 샘플링한 스펙트럼을 보여주고, 그림3-(b),(c),(d)는 각 알고리즘을 이용하여 복

구된 스펙트럼을 보여준다. 실험 결과에서 볼 수 있듯이 SNR이 15dB일 때 BCS가 가장 정확히 원본 신호를 복구하나 주파수 대역 전반적으로 약간의 잡음이 섞인 것을 보이며, TSBL 및 C-TSBL은 원본 신호의 위치는 정확히 복구하나 스펙트럼 크기에서는 오차가 있는 것을 알 수 있다. 하지만, 복구된 신호를 토대로 에너지 검출기를 이용하면 1차 사용자의 스펙트럼 점유 검출 문제에서는 복구된 스펙트럼의 크기 자체는 문제가 되지 않는다.

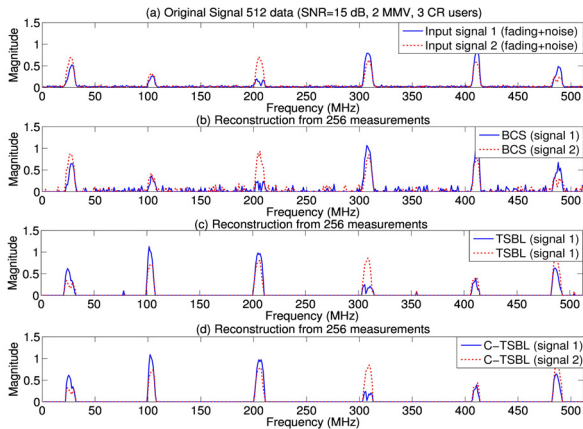


그림 3. SNR=15dB에서 복구 결과 (a) 수신 신호; (b) BCS; (c) TSBL; (d) C-TSBL
Fig. 3. Reconstruction results for SNR=15dB (a) Received signals; (b) BCS; (c) TSBL; (d) C-TSBL

그림 4는 SNR이 0dB일 때 각 알고리즘 별로 복구된 스펙트럼을 보인다. 그림 4를 통해서 BCS의 경우 복구가 완전히 실패한 것을 알 수 있고, T-SBL의 경우 6개의 1차 사용자 신호에 대하여 대부분 뚜렷하게 복구가 된 것을 보이나 나머지 대역에서도 상당한 크기의 잡음이 섞여서 복구되었기 때문에 오경보 (False Alarm) 측면에서 굉장히 저조한 성능을 갖는 것을 알 수 있다. 반면, 본 논문에서 제안한 C-TSBL의 경우 6개의 1차 사용자 신호를 모두 감지하였을 뿐만 아니라, 다른 알고리즘에 비하여 오경보 측면에서 또한 성능이 우수하다는 것을 알 수 있다.

마지막으로 그림 5는 2개의 MMV 신호를 알고리즘 별로 복구한 \hat{W}_1 와 \hat{W}_2 의 평균과 1차 사용자 원본 송신 신호 $X_{.1}$ 사이의 RMSE (Root Mean Squared Error) 성능을 보여 준다. 그림 5를 통해, 본 논문에서 제안한 C-TSBL이 다른 알고리즘에 비하여 SNR이 5dB 이하인 환경에서 우수한 복구 성능을 보이는 것을 알 수 있다. 한편 [11]에

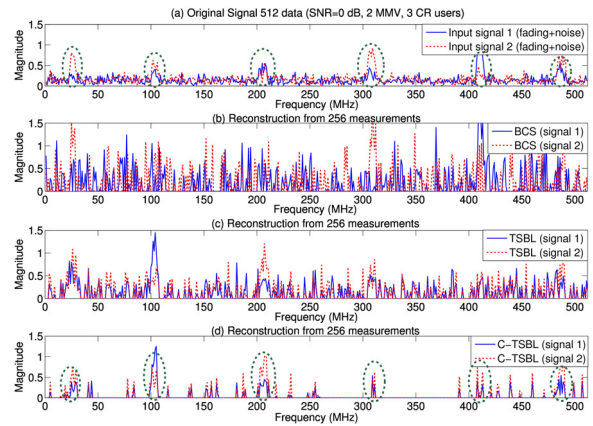


그림 4. SNR=0dB에서 복구 결과 (a) 수신 신호; (b) BCS; (c) TSBL; (d) C-TSBL
Fig. 4. Reconstruction results for SNR=0dB (a) Received signals; (b) BCS; (c) TSBL; (d) C-TSBL

서 보였듯이, 비교된 TSBL 알고리즘은 최근에 제안된 다른 복구 알고리즘 보다는 우수한 성능을 얻었다는 점에 주목할 필요가 있다.

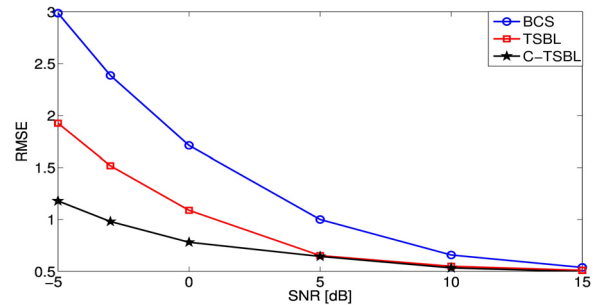


그림 5. 알고리즘 별 MSE 성능
Fig. 5. MSE performance for various recovery algorithms

VI. 결 론

본 논문에서는 CR 네트워크에서 광대역 스펙트럼 센싱을 위한 압축 스펙트럼 센싱 알고리즘을 제안하였다. 특히, 복구 성능을 높이기 위하여 MMV 모델을 사용하여 다중 입력 신호 사이의 상관관계를 고려하였으며, 더 나아가 2차 사용자 사이의 효율적인 협력 복구 알고리즘을 제시하였다. 모의실험 결과를 통해서 제안된 알고리즘이 기존의 알고리즘에 비해 SNR이 5dB 이하의 낮은 SNR에서 우수한 성능을 보였다. 특히, 나이퀴스트율 대비 50% 압축율에서 원본 신호에 근사적으로 복구가 가능하다는 점을 통해 미래의 CR 네트워크에서 압축 센싱 이론이 주목받을 수 있음을 보였다.

References

- [1] FCC, *Spectrum policy task force report*, FCC Document ET Docket No. 02-135, Nov. 2002.
- [2] FCC, *Facilitating opportunities for flexible, efficient, and reliable spectrum use employing cognitive radio technologies: Notice of proposed rule making and order*, FCC Document ET Docket No. 03-108, Dec. 2003.
- [3] E. J. Candes and T. Tao, "Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406-5425, Dec. 2006.
- [4] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, Apr. 2006.
- [5] E. J. Candes and T. Tao, "Decoding by linear programming," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203-4215, Dec. 2005.
- [6] Z. Tian and G. B. Giannakis, "Compressed sensing for wideband cognitive radios," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP 2007)*, pp. 1357-1360, Honolulu, U.S.A., Apr. 2007.
- [7] Z. Zhang, Z. Han, H. Li, D. Yang, and C. Pei, "Belief propagation based cooperative compressed spectrum sensing in wideband cognitive radio networks," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 10, no. 9, pp. 3020-3031, Sep. 2011.
- [8] Y. Lu, W. Guo, X. Wang, and W. Wang, "Distributed streaming compressive spectrum sensing for wide-band cognitive radio networks," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC 2011-Spring)*, pp. 1-5, Budapest, Hungary, May 2011.
- [9] Z. Fanzi, C. Li, and Z. Tian, "Distributed compressive spectrum sensing in cooperative multihop wideband cognitive networks," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 5, no. 1, pp. 37-48, Feb. 2011.
- [10] S. F. Cotter, B. D. Rao, K. Engan, and K. Kreutz-Delgado, "Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 7, pp. 2477-2488, July 2005.
- [11] Z. Zhang and B. D. Rao, "Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 5, no. 5, pp. 912-926, Sep. 2011.
- [12] J. Ziniel and P. Schniter, "Efficient high-dimensional inference in the multiple measurement vector problem," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 2, pp. 340-354, Jan. 2013.
- [13] Z. Zhang, J. Tzyy-Ping, S. Makeig, and B. D. Rao, "Compressed sensing of EEG for wireless telemonitoring With low energy consumption and inexpensive hardware," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 60, no. 1, pp. 221-224, Jan. 2013.
- [14] E. J. Candes, T. Tao, and J. Romberg, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, Feb. 2006.
- [15] S. Mendelson, A. Pajor, and N. Tomczak-Jaegermann, "Uniform uncertainty principle for Bernoulli and subgaussian ensembles," *Constructive Approximation*, vol. 28 no. 3, pp. 277-289, Aug. 2008.
- [16] M. E. Tipping, "Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine," *J. Mach. Learning Research*, vol. 1, pp. 211-244, Sep. 2001.
- [17] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 6, pp. 2346-2356, June 2008.
- [18] S. Babacan, R. Molina, and A. Katsaggelos, "Bayesian compressive sensing using Laplace priors," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 19, no. 1, pp. 53-63, Jan. 2010.
- [19] G. C. Cawley and N. L. C. Talbot, "Preventing over-fitting during model selection via Bayesian regularisation of the hyper-parameters," *J. Mach. Learning*

Research, vol. 8, pp. 841-861, May 2007.

- [20] I. Guyon, A. Saffari, G. Dror, and G. Cawley, "Model selection: Beyond the Bayesian/frequentist divide," *J. Mach. Learning Research*, vol. 11, pp. 61-87, Mar. 2010.

정 흥 규 (Honggyu Jung)



2012년 2월 숭실대학교 정보통신전자공학부 학사 졸업

2012년 3월~현재 숭실대학교 정보통신공학과 석사과정
<관심분야> 압축센싱, 통계신호처리, 인지무선 네트워크

김 광 열 (Kwangyul Kim)

한국통신학회논문지 Vol.36, No.6 참조

신 요 안 (Yoan Shin)

한국통신학회논문지 Vol.34, No.1 참조